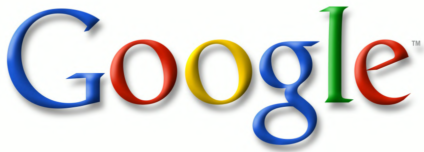






cpl. [illegible] 19 Feb. Ta

OPUSCULA
OMNIA
ACTIS ERUDTORUM LIPSIENSIBUS
INSERTA,

QUÆ AD UNIVERSAM MATHESIM, PHYSICAM, MEDICINAM, ANATOMIAM, CHIRURGIAM, ET PHILOLOGIAM PERTINENT;

NECNON

EPITOMÆ SI QUÆ MATERIA vel Criticis Animadversionibus celebriores.



TOMUS QUINTUS.

Ab Anno 1711. ad Annum 1719.

ET SUPPLEMENTA AD QUARTUM DECENNIUM.



VENETIIS

MDCCXLV.

Typis JO. BAPTISTÆ PASQUALI

Superiorum permissu, ac Privilegio.

CLARISSIMO AC DOCTISS. VIRO
LUDOVICO ANTONIO MURATORIO
SERENISSIMI MUTINÆ DUCIS BIBLIOTHECARIO

JOANNES BAPTISTA PASCHALIUS.



UOD bene cedat, Clarissime Vir, exit in lucem quintus Actorum Lipsiensium Tomus: bene autem non cedere non potest, cum ad Te, ominis gratia, afferatur, Teque auspice, quod ipsi perhonorificum, prodeat. Cum enim optimo sane consilio Te libro huic Patronum delegerim, ea in litteris auctoritate præditum, quæ neque temporis diuturnitate intercidere, neque obtrectatorum invidia possit imminui; hominum judicia tenere mihi videor, Teque omnium suffragiorum sponsorem habere. Non hoc a me dico; neque enim supra crepidam su-

tor: ſapientum Virorum illuſtre de Te judicium ſolummodo ſequor, quorum multos plura de Te commemorantes tua ſumma cum laude ſæpius audivi. Etſi nihilo plus addam, tuæ ſiquidem animi moderationi parcendum eſt; habes cauſſam, quæ me ad Te potiſſimum appellandum adduxit. Sequitur altera in eo poſita, quod cum plurima & maxima beneficia Tibi debeam, neque re ſolvendo ſim, aliqua ſaltem verbis gratia referenda erat, vetusque meum in Te ſtudium & obſervantia declaranda. Quam igitur primum nactus ſum hujus meæ erga Te voluntatis publice teſtandæ occaſionem deſeri minime patiebantur eximia tua in me non dico officia ſed merita; quorum certe præcipuum illud eſt, quod per Te typorum meorum ſtat decus, quod quæcumque Religionis & Litterarum bono ſcribis, fidei meæ induſtriæque edenda committis, meque illius gloriæ partem, quæ Tibi ex ſcriptis tuis ampliſſima accedit, capere vis. Ac quemadmodum hujus tanti beneficii memoriam litteris conſignari æquiſſimum erat, ita hanc cultus mei, gratique animi ſignificationem ut ratam acceptamque pro tua ſingulari humanitate habere velis, vehementer oro atque obſecro. Vale.



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS ANNI 1711.

PHÆNOMENON DIABETES antea non observatum.



REv. P. *de la Roche*, e Societate Jesu, diabeten ex vitro construxit, & in eo phænomenon singulare notavit antea non observatum, cujus descriptionem cum publico communicavit in Diario Trevoltiensi A. 1709. Art. 86. p. 1709. & seq. Vas scilicet AB, cujus fundo similiter infixus erat tubus utrinque apertus CD, aqua implevit, & tubo vitreo EF superius in E clauso alterum CD texit. Quo facto cum lumen inferius D tubi CD aquæ immergeret atque tubum EF elevaret, aqua primum tam in tubo CD ex vase HI quam in altero EF ex vase AB, utrobique ad æqualem altitudinem assurgebat, pondere nimirum aeris aquæ in vasis AB & HIG incumbentis adversus elaterem in tubis CD & EF per hujus elevationem expansi prævalente. Enimvero elevatione tubi EF continuata, donec ultra orificium C tubi CD aqua ascenderet; non ipsa modo per tubum CD ex va-

Act. Erud. Ann. 1711 M. Januar. pag. 12.

Tab. I. Fig. 1.

pag. 13.

Act.Erud. Ann.1711 M.Januar. se AB omnis effluebat, sed aerem in suprema tubi EF parte residuum una secum successive abripiebat. Equidem R. P. diabeten suum diversum esse putat ab ordinario: sed si experiri voluerit, phænomenon in diabete quovis alio observabit, utut tubi CD orificium D in fundo vasis AB existat. Tum vero (quod facile intelligitur) orificium D digito obturandum, dum tubus EF elevatur. Successit experimentum, etiamsi diameter tubi fundo vasis afferruminati esset fere $\frac{1}{4}$ unius digiti Rhenani: nec dubitamus, idem in quavis alia tubi amplitudine succedere debere. Sed cum diameter orificii superioris C 6 linearum seu dimidii digiti, diameter vero inferioris D unius saltem lineæ esset; aer tubum per superius ingressus per inferius egredi nequibat & aquæ fluxum impediebat. Ut adeo jam pateat ratio, cur in istiusmodi diabetis aquæ fluxus interdum sistatur, antequam omnis effluxerit, continuandus tamen aliquantisper, si tubulus EF paulisper elevetur; & ad perfectionem diabetis pertinere intelligatur, ut tubus CD eandem amplitudinem in summo & imo habeat. Ceterum nec in eo aliquid singulare notatur, quod orificio tubi C ultra vas AB prominente aqua ultra idem ascendit: notum enim, in ordinario diabete id 30 pedum intervallo a libella aquæ removeri posse. Sed hoc particulare est, quod diabetes R. P. gravitati specificæ fluidorum investigandæ inservire queat: etenim notum ex hydrostaticis, si diversa fluida in vasis AB & HI contineantur, altitudines fluidorum in tubis EF & CD esse in ratione reciproca gravitatis specificæ fluidorum. Nec negandum, conflictum aeris cum aqua, quem memorat, prope orificium C multo jucundiorem conspici, si tubus CD admodum gracilis longiorque fuerit, quam si diabetes ordinarius adhibeatur.

(Margin: Tab. I. Fig. 2. — Fig. 1.)

Pag. 14.

CHRISTIANI WOLFII

In Academia Fridericiana Mathematum Professoris Regii, Solutio dubiorum Aerometricorum in Diario Trevoltiensi An. 1710. Artic. 48. pag. 588. & seqq. propositorum.

VIR doctus, qui in Diario Trevoltiensi Elementa mea Aerometriæ recensuit, tria dubia movit, quorum discussionem tanto lubentius in me suscipio, quanto certius confido fore, ut, quæ nunc prolaturus sum, perpendens in sententiam meam abeat. Primo reprehendit, quod in determinanda ratione aeris in

vase

vase evacuando post datas emboli in antlia agitationes residui ad primitivum, exemplo Geometrarum perspicacissimorum *Jacobi Bernoulli* & celeberrimi *Varignonii*, solius elateris rationem habuerim, non vero una ad gravitatem aeris respexerim, assumens nimirum, embolo educto aerem ita expandi, ut in vase & antlia ejusdem densitatis existat. Arbitratur enim, moleculas aeris aliunde minime suffultas proprio quoque pondere in antliam ruere. Sed qui antliam exercent, rationes perspiciunt prægnantes, cur in hoc negotio gravitatem aeris insuper habeant. Eas in præsenti non commemorabo: ut dubium prorsus tollatur, experimentum crucis adduxisse sufficiet. Fieri curavi tubum ex lamina metallica cochleæ afferruminatum, ut ad antliam firmari posset, atque fornicem vasis evacuandi fere attingentem. Quantum per hunc tubum aeris facta qualibet emboli agitatione ex vase educeretur, maxima cum circumspectione notavi: embolo enim intruso, donec aer in antlia contentus eandem cum externo densitatem haberet, numeravi dentes virgæ dentatæ extra antliam conspiciendos. Mox tubo isto remoto, evacuationem ejusdem vasis denuo tentavi: quam eadem prorsus ratione ut antea contingere didici. Usus autem sum vasis & majoribus & minoribus eodem semper successu, estque diameter luminis in antlia mea quatuor digitorum sex linearum, longitudo cylindri duorum pedum Rhenanorum. Apparet adeo in æstimanda quantitate aeris evacuati nonnisi elateris, nequaquam vero gravitatis rationem habendam esse. *Act. Erud. Ann. 1711 M. Januar.*

Dum vero secundo Cl. Censor asserit, aerem corpus in ipso pendulum magis premere in inferiore quam superiore superficie, atque hinc reprehendit, quod pressionem utramque æqualem pronunciaverim; lubens fateor, me asserti ipsius rationem non capere. Non ad demonstrationem provoco in Elementis meis allatam; sed experientia clara Cl. Censorem veritatis indubiæ convincam. Tubi AB cochlea utrinque in C & D instructi alterum extremum C ad antliam firmavi, alterum vero D matrici in fundo catilli EF efformatæ inserui. Catillo corium bubulum madefactum cum orbe cupreo unam circiter lineam crasso admovi. Embolo ex antlia educto, firmiter adhæsit orbis. Eum igitur separaturus circa trochleam G funem HI circumduxi, cujus alterum extremum H uncinulo orbi infixo, alterum vero F unco stateræ alligavi, & a quanto pondere separatio orbis a catillo fiat, annotavi. Didici autem, eadem vi opus esse, si aer superne orbi incumbit, quam si eum inferne impellit. Videtur Cl. Censor confundere vim, qua corpora in fluidis suspensa ab iis premuntur, cum altera, qua specifice leviora in iis evehuntur. Diversitatem *Pag. 15.* *Tab. I. Fig. 3.*

 tamen

tamen utriusque cum ratio, tum experientia loquitur. Hæc enim constans est, æqualis nempe excessui ponderis fluidi supra pondus solidi ad quamcunque profunditatem demersi, ut dudum *Archimedes* propos. 6. lib. 1. de insidentibus humido demonstravit: illa vero variabilis æqualis nimirum ponderi columnæ fluidi, cujus eadem cum corpore immerso basis, altitudo autem eadem cum profunditate ejus sub aqua. Experimentum in gratiam Censoris sequens non sine successu commentus sum. Fieri curavi capsulam AB, cujus fundo infixus uncinulus, cavitatem vero operculum CD exacte complet, ne aquæ in eam aditus pateat. Alterum extremum fili FE uncinulo F, alterum autem alteri E alligatur. Ita autem gravitas capsulæ ad gravitatem aquæ attemperata est, ut tota capsula cum suo operculo a gravitate aquæ tantillo deficiat, & submersa axem ad superficiem ejus perpendicularem retineat, operculum vero CD solum tantillo gravitatem aquæ superet. Quod si operculum CD intra capsulam reponatur & hæc sub aquis demergatur, dimissa cum operculo descendit, donec hujus gravitas vim aquæ prementis excedit: tunc enim operculum CD descendit & capsula AB ascensum continuat.

Fig. 4.

Pag. 16.

Dubium tertium antecedentibus speciosius videtur: sed paralogismus Cl. Censoris haud difficulter detegetur. Experientia docuit, si in fistula Torricelliana nonnihil aeris supra Mercurio relinquatur, eum ad minorem altitudinem suspendi, quam si vacua fuerit. In Elementis Aerometriæ propos. 49. demonstravi, esse altitudinem Mercurii in tubo vacuo ad differentiam altitudinis in tubo non vacuo ab altitudine priore ita ut volumen aeris dilatati ad volumen primitivi. In scholio monui, regulam experimentis *Mariotti* prorsus consonam esse: unde miror Cl. Censorem mihi exprobrare, quod regulæ veritatem experientia non confirmaverim. Sed audiamus difficultatem, quam contra eam facessit. Sint duo tubi AB & CD hermetice sigillati in A & C, quorum longitudo 28, qualis esse solet Mercurii. Suspendatur Mercurius in tubo AB ad altitudinem EB, in altero CD ad altitudinem DF, sitque EB=24′, DF=14′. Erit per regulam meam aer primitivus in tubo AB $1\frac{1}{4}$; in altero DC 7. Quoniam in CF aer est quadruplus ejus qui in EA continetur, aer autem quadruplus nonnisi per duplum spatium Mercurium deprimit; id generali axiomati, quod effectus sint causis proportionales, repugnare arbitratur Cl. Censor. Principium hoc admitto, utpote quod in schol. 1. ax. 3. Elementorum meorum p. 13. & 14. pluribus declaravi & corroboravi, & cum eo convenire debere regulam meam agnosco. Ecquis vero dixerit, quod ei repugnet, si ad rem satis attentus fuerit? Dico enim in tubo EF

Fig. 5.

cau-

causam duplam producere effectum duplum. Causa scilicet depressionis Mercurii non est massa, sed elater aeris, ut in propos. 48. pag. 149. demonstravi. Elater vero aeris est in ratione composita ex directa massarum & reciproca voluminum, uti ex *Mariotti* atque *Boylii* experimentis facile deducitur. Jam ex hypothesi aer in AE est 1, in CF est 4, volumen AE est 1, volumen CF 2. Quare elater in AE est ad elaterem in FC ut 1. 2 ad 4. 1, hoc est, ut 2 ad 4, seu ut 1 ad 2. Q. e. d. Evidens adeo, quod regula principio Metaphysico contradicere visa fuerit, quia Cl. Censor falso assumsit, depressionem Mercurii a quantitate aeris pendere. Profecto si in CF nonnisi aer duplus esset; foret ejus elater æqualis elateri alterius in AE. Aeris enim dupli in spatio duplo elater idem est qui simpli in simplo.

Act. Erud. Ann. 1711 M. Januar. Pag. 17.

ELOGIUM DOMINICI GULIELMINI.

Pag. 47.

INsignem jacturam superiori anno fecit non modo Italia, sed universus orbis eruditus in Viro de Rep. litteraria multis nominibus bene merito, *Dominico Gulielmino*. Natus is est Bononiæ d. 27. Sept. An. 1655, nec erraveris, si ad studia natum esse dixeris. *Naturæ igitur dotibus* cum indefessam jungeret operam, fieri non potuit, quin in scientiis multum proficeret. In Mathesi præceptore usus est *Geminiano Montanario*, Professore Mathematum Bononiensi, qui ejus ingenium multum commendavit. Sub ejus præsidio de *flamma volante* publice disputavit A. 1677. & sequente a *Malpighio* in Doctorem Philosophiæ & Medicinæ promotus, occasione Cometæ, qui An. 1681. comparebat, de cometarum natura & ortu epistolicam Dissertationem emisit: mox An. 1684. Eclipsis Solis observationem addidit, quæ d. 12. Jul. ejusdem anni contigit. Cum autem hydrometriam singulari studio excoleret, anno 1686. aquarum Bononiensium Superintendens constitutus est. Hoc tamen munus non impediebat, quo minus Scientiis Philosophicis excolendis se traderet: unde & in patriam Academiam Physicam experimentalem a Dn. *Marsilio* institutam, immo eodem tempore Ann. 1687. in Societatem Regiam Londinensem, postea quoque in Academias Regias Scientiarum Parisiensem & Berolinensem, nec non in Collegium Naturæ Curiosorum Leopoldinum receptus est. In prima A. 1689. disputationem de figura salium

Act. Erud. An. 1711. M. Januar.

lium defendit & 29. d. Octob. ei Professio Mathematum & eodem ferme tempore cura Calendarii Astrologico-Medici commissa. A. 1690. & 1691. aquarum fluentium mensuram nova methodo inquisitam proposuit, in his Actis quoque commemoratam: quibus contra *Dionysii Papini* objectiones, in his Actis obvias, duas Epistolas hydrostaticas superaddidit, alteram ad *Leibnitium*, alteram ad *Magliabechium* perscriptam. A. 1694. nova Professio Hydrometriæ constituta, quam ipse multum ornavit. Maximam quoque famam consecutus est egregio de Natura fluminum Tractatu, de quo diximus in Actis Anno 1698. pag. 297, & in quo multa nova ac singularia ad Architecturam aquarum spectantia leguntur, neque vero solum theoria, sed & praxi polluit. Hinc passim per Italiam ad reparanda littora & dirigendos cursus aquarum adhibebatur. A. 1698. Patavium ad obeundam Professionem Mathematicam evocabatur, A. 1702. ad primariam Professionem Medicinæ theoricæ evehebatur. Ab eo igitur tempore scripta Medica edere cœpit, non minore applausu, quam Mathematica. Prodiit nimirum anno 1701. Exercitatio ejus de natura & constitutione sanguinis, A. 1705. de salibus Dissertatio epistolaris Physico-Medico-Mechanica, A. 1707. Exercitatio de idearum vitiis, correctione & usu ad statuendam & inquirendam morborum naturam, & A. 1710. de principio Sulphureo. Non commemoravimus prælectionem ejus pro theorica Medica adversus Empiricam sectam, quæ A. 1702. prodiit. Versabatur adhuc in adornando Tomo secundo Tractatus de natura fluminum; editurus quoque erat unum de febribus, alterum de methodo medendi: sed mors præmatura impedivit. Obiit A. 1710. hor. 23. d. 12. Julii, anno ætatis 54, mense 9. & d. 15.

NOVUM LAMPADIS GENUS

Inventum a CHRISTIANO WOLFIO, *in Acad. Fridericiana Mathematum Professore Regio.*

M. Febr. Pag. 79.

DEsiderio amici nuperrime satisfacturus cum de commoda lampadis structura cogitarem; iis virtutibus instructam inveni, quæ id genus decent. Eandem enim quantitate olei ellychnio constanter affundit, nec unquam a largiori pabulo extinctio metuenda, multo minus verendum, ne receptaculum ellychnii egrediatur, maximo licet calore urgente. Communis igitur utilitatis gratia descriptionem ejus communicandam esse duxi.

Lam-

Lampadis structura Fig. 1. clare ac distincte repraesentatur. Scilicet ADBC est vasculum cylindricum, cui oleum infunditur; FED vero aliud minus, formam parallelepipedi habens & rostro FH instructum, pro recipiendo ellychnio. Illud diaphragmate KL dividitur, fundo DB multo propiore, quam fornici AC. Tubulus PO in P & O utrinque apertus interiori vasculi AB parieti adhaeret. Ejus osculum superius P fornicem AC propemodum attingit; inferius vero O superficiem olei ad libellam HI constituti lambit. Ad eandem porrigitur tubulus alius MN, utrinque similiter apertus & diaphragmati KL afferruminatus. Oscula igitur inferiora tubulorum PO & MN in eodem plano existunt, quo scilicet libella pabuli sufficientis definitur. Sed tubuli QR osculum superius Q ultra illud planum tantillo eminet. Firmiter autem infigitur tubulus QR matrici cochleae T fundo DB afferruminatae. In G est foramiculum perquam exiguum, quod aeri in cavitatem KDBL ingressum concedit & vasculum ADBC prope fundum DB *in cavitatem* receptaculi FED hiat, ut oleum ad ellychnium defluere possit. Denique intra pedamentum VTX afferruminatur fundus YZ; fornici autem AC cochlea S, ut lampas (si quando opus fuerit) a sordibus purgari queat. Act.Erud. A. 1711. M. Febr. Tab. II. Fig. 1.

Haec de constructione tenenda: de usu notanda sunt sequentia. Lampas a pedamento avulsa invertitur & digito ad foraminulum G applicato oleum per tubulum QR altero MN paulo ampliorem infunditur: inclinatur vero versus BC, ut oleum cavitatem GB ingressum tanto promptius per tubulum NM in proprium receptaculum AL delabatur: quo repleto, ope cochleae T pedamentum VT ad eam rursum firmatur. Quamdiu oleum ad libellam HI consistit, ne guttula quidem una per MN effluit. Insensibili autem ejus quantitate absumta, aer per tracheam OP ingreditur & aer per MN destillat: ut adeo pabulum eandem libellam HI pertinaciter tueatur. Quodsi contingat, calore aeris ambientis interiorem in cavitate AL rarefieri; oleum per MN expulsum statim per tubulum QR in cavitatem YTZ delabitur, nec libellam pabuli ullatenus turbat. Si loco olei aquam affundas & siphonis crus minus receptaculo ellyhcnii FD immittas; eam quoque libellam HI tueri animadvertas, quamdiu AL non prorsus vacua fuerit. Nec libellam mutari addisces, si eidem receptaculo FD, lento quidem, sed tamen continuo fluxu, aquam affundas. Hoc experimento utetur, qui experiri voluerit, utrum lampas accurate fuerit constructa, nec ne. Pag. 81.

ANA-

Act. Erud. An. 1711. M. Januar.

lium defendit & 29. d. Octob. ei Professio Mathematum & eodem ferme tempore cura Calendarii Astrologico-Medici commissa. A. 1690. & 1691. aquarum fluentium mensuram nova methodo inquisitam proposuit, in his Actis quoque commemoratam: quibus contra *Dionysii Papini* objectiones, in his Actis obvias, duas Epistolas hydrostaticas superaddidit, alteram ad *Leibnitium*, alteram ad *Maghiabechium* perscriptam. A. 1694. nova Professio Hydrometriæ constituta, quam ipse multum ornavit. Maximam quoque famam consecutus est egregio de Natura fluminum Tractatu, de quo diximus in Actis Anno 1698. pag. 297, & in quo multa nova ac singularia ad Architecturam aquarum spectantia leguntur, neque vero solum theoria, sed & praxi polluit. Hinc passim per Italiam ad reparanda littora & dirigendos cursus aquarum adhibebatur. A. 1698. Patavium ad obeundam Professionem Mathematicam evocabatur, A. 1702. ad primariam Professionem Medicinæ theoricæ evehebatur. Ab eo igitur tempore scripta Medica edere cœpit, non minore applausu, quam Mathematica. Prodiit nimirum anno 1701. Exercitatio ejus de natura & constitutione sanguinis, A. 1705. de salibus Dissertatio epistolaris Physico-Medico-Mechanica, A. 1707. Exercitatio de idearum vitiis, correctione & usu ad statuendam & inquirendam morborum naturam, & A. 1710. de principio Sulphureo. Non commemoravimus prælectionem ejus pro theorica Medica adversus Empiricam sectam, quæ A. 1702. prodiit. Versabatur adhuc in adornando Tomo secundo Tractatus de natura fluminum; editurus quoque erat unum de febribus, alterum de methodo medendi: sed mors præmatura impedivit. Obiit A. 1710. hor. 23. d. 12. Julii, anno ætatis 54, mense 9. & d. 15.

NOVUM LAMPADIS GENUS

Inventum a CHRISTIANO WOLFIO, *in Acad. Fridericiana Mathematum Professore Regio.*

M. Febr. Pag. 79.

Desiderio amici nuperrime satisfacturus cum de commoda lampadis structura cogitarem; iis virtutibus instructam inveni, quæ id genus decent. Eandem enim quantitate olei ellychnio constanter affundit, nec unquam a largiori pabulo extinctio metuenda, multo minus verendum, ne receptaculum ellychnii egrediatur, maximo licet calore urgente. Communis igitur utilitatis gratia descriptionem ejus communicandam esse duxi.

Lam-

Lampadis structura Fig. 1. clare ac distincte repraesentatur. Scilicet ADBC est vasculum cylindricum, cui oleum infunditur; FED vero aliud minus, formam parallelepipedi habens & rostro FH instructum, pro recipiendo ellychnio. Illud diaphragmate KL dividitur, fundo DB multo propiore, quam fornici AC. Tubulus PO in P & O utrinque apertus interiori vasculi AB parieti adhaeret. Ejus osculum superius P fornicem AC propemodum attingit; inferius vero O superficiem olei ad libellam HI constituti lambit. Ad eandem porrigitur tubulus alius MN, utrinque similiter apertus & diaphragmati KL afferruminatus. Oscula igitur inferiora tubulorum PO & MN in eodem plano existunt, quo scilicet libella pabuli sufficientis definitur. Sed tubuli QR osculum superius Q ultra illud planum tantillo eminet. Firmiter autem infigitur tubulus QR matrici cochleae T fundo DB afferruminatae. In G est foramiculum perquam exiguum, quod aeri in cavitatem KDBL ingressum concedit & vasculum ADBC prope fundum DB in cavitatem receptaculi FED hiat, ut oleum ad ellychnium defluere possit. Denique intra pedamentum VTX afferruminatur fundus YZ; fornici autem AC cochlea S, ut lampas (si quando opus fuerit) a sordibus purgari queat. Act.Erud. A. 1711. M. Febr. Tab. II. Fig. 1.

Haec de constructione tenenda: de usu notanda sunt sequentia. Lampas a pedamento avulsa invertitur & digito ad foraminulum G applicato oleum per tubulum QR altero MN paulo ampliorem infunditur: inclinatur vero versus BC, ut oleum cavitatem GB ingressum tanto promptius per *tubulum* NM in *proprium receptaculum AL* delabatur: quo repleto, ope cochleae T pedamentum VT ad eam rursum firmatur. Quamdiu oleum ad libellam HI consistit, ne guttula quidem una per MN effluit. Insensibili autem ejus quantitate absumta, aer per tracheam OP ingreditur & aer per MN destillat: ut adeo pabulum eandem libellam HI pertinaciter tueatur. Quodsi contingat, calore aeris ambientis interiorem in cavitate AL rarefieri; oleum per MN expulsum statim per tubulum QR in cavitatem YTZ delabitur, nec libellam pabuli ullatenus turbat. Si loco olei aquam affundas & siphonis crus minus receptaculo ellyhcnii FD immittas; eam quoque libellam HI tueri animadvertas, quamdiu AL non prorsus vacua fuerit. Nec libellam mutari addisces, si eidem receptaculo FD, lento quidem, sed tamen continuo fluxu, aquam affundas. Hoc experimento utetur, qui experiri voluerit, utrum lampas accurate fuerit constructa, nec ne. Pag. 81.

ANA-

Act. Erud. An. 1711. M. Febr.

ANATOME QUADRATURÆ CIRCULI

DN. LUDOLPHI, *Professoris Erfordiensis*, *instituta & peracta lanceolis Geometricis Austriæ*.

Tab. II. Fig. 2.

1. DAT & supponit eximius Dn. Professor sequentia: $CA = AD = EF$, $CF = CG$, $EH = HG \frac{1}{2} EG$, $CI = IK$, $EL = BC$, $LM = KM = \frac{1}{2} LK = LN$, $NK = BR = RS$. 2. Hinc infert Dn. Auctor, rectam BS esse latus Quadrati æqualis areæ circuli, cujus quadrans *BCA*.

Hypotheses. 1. Cum *BCA* ab Autore dicatur quadrans circuli, erunt ex præfatis hæ 5 rectæ æquales, nimirum $EL = BC = CA = AD = EF$. 2. *FE* supponitur normalis ad *BK* & *IH* normalis ad *EG*.

Anatomia. His datis & præsuppositis fiat *BCO* diameter circuli, cujus quadrans est *BCA*, eritque $BC = CO$. Ducantur *OS*, *CD*, *BD*. Erit radius $CD = BC$ & *BD* latus dodecagoni circulo inscripti. Præterea duo triangula *ECG* & *EHI* propter angulos rectos ad *C*, *H*, & communem *E* sunt æquiangula. Igitur $CE : EG = HE : EI$. Eodem modo duo triangula ex constructione isoscelia, *BRS* & *BSO* habentia communem angulum ad *B* sunt æquiangula, ideoque erit $OB : BS = BS : BR$, proinde $(BS)^2 = OB . BR$. Atqui Cl. Professor vult quoque idem quadratum esse æquale circulo, cujus quadrans est *BCA*. Ergo eidem circulo æquale concedat oportet rectangulum ex *OB* in *BR*. Eidem autem circulo per *prop. 1. Archim. de dimens. Circ.* æquatur rectangulum ex diametro in quadrantem peripheriæ, hoc est, ex *OB* in arcum *BDA*. Ergo & rectam *BR* æqualem arcui *BDA* concedat necesse est. Quod autem nequaquam ita se habere, sed rectam *BR* esse multo minorem arcu *BDA*, & consequenter quadratum *BS* minus toto circulo, patefaciet sequens

Pag. 82.

Demonstratio. Bisecto arcu *DA* in *P* & ductis *DP*, *PA*, erunt tres rectæ *BD*, *DP*, *PA* tria latera Decagoni æqualia. Jam (ad vitandas fractiones) statuatur radius $BC = 600 = AC = CO = EL = EF = AD = CD$, erit $DE = 300$. Ex $(CD)^2 = 360000$ subtrahatur $(DE)^2 = 90000$, restat $(EC)^2 = 270000$: cui si addatur $(EF)^2 = 630000$, prodit $(CF)^2 = (CG)^2 = 630000$. Huic si porro addatur $(EC)^2 = 270000$, prodit $(EG)^2 = 900000$, cujus pars quarta seu $(EH)^2 = 225000$. Jam $(EC)^2 : (EG)^2 = (EH)^2 : (EI)^2$, hoc est, $270000 : 900000 = 225000 : 750000$. Ergo $EI = \sqrt{750000} = 500\sqrt{3}$ & $EC = \sqrt{270000} = 300\sqrt{3}$, consequenter $BC - EC = BE = CL = 600 - 300\sqrt{3}$, $EI - EC = CI = IK = 500\sqrt{3} - 300$

$-300\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$. Ergo $CK - CL = LK = 700\sqrt{3} - 600$ & $LK + \frac{1}{2}LK$ ($= LM = KM = LN$) $= NK = 1050\sqrt{3} - 900 = BR = RS$, $RB - BC = CR = 1050\sqrt{3} - 1500$. Est itaque $(RS)^2 = 4117500 - 1890000\sqrt{3}$ & $(CR)^2 = 5557500 - 3150000\sqrt{3}$, adeoque $(RS)^2 - (CR)^2 = (CS)^2 = -1440000 + 1260000\sqrt{3}$ & $(CS)^2 + (BC)^2 = (BS)^2 = -1080000 + 1260000\sqrt{3}$. Jam $(DB)^2 : (BS)^2 = (BS)^2 (BR)^2$, hoc est, $1440000 : 1260000\sqrt{3} - 1080000 = 1260000\sqrt{3} - 1080000 : 4117500 - 1890000\sqrt{3}$. Est itaque $(BR)^2 = 4117500 - 1890000\sqrt{3}$ & $BR = 1050\sqrt{3} - 900$ jam supra inventa. Resumantur nunc anteriora $BC = 600$, $EC = 300\sqrt{3}$, $BC - EC = BE = 600 - 300\sqrt{3}$. Si $(BE)^2 = 630000 - 360000\sqrt{3}$ addatur $(DE)^2 = 90000$, prodit $(BD)^2 = 720000 - 360000\sqrt{3}$, quare $BD = \sqrt{540000} - \sqrt{180000} = 300\sqrt{6} - 300\sqrt{2}$. Hujus triplum est $BD + DP + PA = 900\sqrt{6} - 900\sqrt{2}$. Supra autem erat $BR = 1050\sqrt{3} - 900$. Utraque revocata ad numeros rationales, fiet quantitas $BD + DP + PA$ paulo major quam 931, BR vero paulo minor quam 919. *Ergo* absolute tres subtensæ $BD + DP + PA$ majores sunt quam recta BR. Atqui tres arcus $BD + DP + PA$ (hoc est arcus quadrantis BA) majores sunt tribus subtensis rectis $BD + DP + PA$. Ergo a fortiori arcus quadrantis multo major est, quam recta BR, hoc est, recta BR multo minor est, quam arcus quadrantis BDA, ideoque rectangulum ex OB in BR, hoc est $(BS)^2$, minus rectangulo ex OB in arvum BDA, seu toto circulo, cujus diameter est OB. *Q. e. d.*

Act. Erud. A. 1711. M. Febr. Pag. 83.

RESOLUTIO PROBLEMATIS

In Diametro Trevoltiensi Mense Martio proxime præterito propositi de constructione novorum Thermometrorum & Barometrorum.

LINGUA GALLICA.

Parisiis, apud Jacobum Quillau, 1708. 8. Constant $1\frac{1}{2}$ plag. & Tab. æn. 1.

VIr doctus, qui sub litera initiali G latere voluit, in Diario Trevoltiensi anno superiori tale proposuerat problema: *Construere barometrum & thermometrum, quorum tubi & vascula sint totaliter æqualia, eundem habeant situm & eadem quantitate eorundem* M. Julii. Pag. 319.

Act.Erud.
An. 1711.
M. Julii.

LUCULÆ BOREALIS.

Die 26. Novembris 1710. Giessæ Hassorum observatæ a JO. GEORGIO LIEBKNECHT, *Mathematum ibidem P. Ord. Designatio.*

QUantum ex ephemeridibus meteorologicis constare debet, per integrum superioris anni mensem Novembrem variabiles admodum regnarunt tempestates: cœlum puta minus sudum ac serenum apparuit, matutinis quidem horis maximam partem nebulosum, meridianis Solis nonnunquam radiis temperatum, & vespertinis non æque gratum. Speciatim vero die XXV. hor. 1. post mer. st. nov. constitutionem aeris barometralem in horizonte nostro deprehendi 31° 3′ 4″; Thermometr. 10′ Hyg. 1′74 sufflante vento NO: dein die XXVI. hor. 8. matut. Barosc. 31° 2′ 5″ thermosc. 1′3 & Hyg. 1′75 vento septentrionali & aere valde nebuloso existente, quem cœli statum notabilis excepit varietas, donec hora 9. iterum sereniori apparuit facie
Pag. 326. cum aliquali frigoris intensione, dum sc. die XXVII. thermo-
Tab. III. scopium lineam 15. monstrabat &c. &c. Die XXVI. hora VI. ve-
Fig. 2. spertina admonitus a nonnemine versus plagam Septentrionalem arcum amplum & lucentem conspexi, cujus latitudinem 2. aut trium circiter pedum sensus judicabat. Non tamen amplius aderat splendor proprie talis, qualem conspexerat primus observator, sed lucula diversæ claritatis: nam pars convexa obscurior erat concava, ut schesmatismus monstrat. Vix 10. minuta horaria phænomenon durabat, id quod Amici plurimum honorandi literæ confirmarunt. Arcum istum ab initio longe fuisse clariorem eo facilius credidi, quod me aliisque præsentibus lucula sensim sensimque accrescebat. In ipso arcu lucente & alibi passim apparebant stellæ, sed intra ambitum arcus ea erat obscuritas, quæ omnem stellarum conspectum nobis eripiebat. Quod locum phænomeni atque magnitudinem attinet, tenendum est, quod Cepheus meridianum vix reliquerat, cum stella in cauda draconis apud *Bayerum* litera α notata verticem fere arcus occuparet. Crura arcus horizonti insistebant, (quantum propter adstantia ædificia judicare poteram) comprehendebatque arcus ipse fere ursæ majoris stellas septem, & ex altera parte curvitatis propemodum pedem Herculis ♃ attingebat. Dico propemodum: non enim ob obstacula & nubes totum mox cœlum obtegentes accurate de stellis ipsis judicare

dicare potui. Affirmat nonnemo, se vidisse sub finem luculæ in peripheria micantem ursæ majoris stellam α. Doleo omnino vices, quæ nec initium mihi istius phænomeni intueri neque etiam instrumenta conquirere permittebant, ut omnia acuratius observare licuisset. Non ingrata tamen fuit observatio amicis, quibus cum eam communicavi & quos inter Celeb. *Hoffmannum*, Observatorem Regium Berolinensem atque Illustriss. Societatis membrum, nominasse sufficiat: id quod me permovit, ut publici tandem juris eandem facerem. Est nonnemo, qui *Iridem lunarem* fuisse laboriose admodum evincere conatur. Sed rationes ejus id mihi non persuadent. Investigationem itaque causæ hujus phænomeni aliorumque luminum borealium, de quibus in Miscellaneis Berolinensibus ab illustri *Leibnitio* aliisque varia annotata leguntur, physicorum industriæ adhuc relictam esse censeo.

Act. Erud. A. 1711. M. Julii.

Pag. 327.

EXPLICATIO
NUMMI D. AUGUSTI ÆNIGMATICI,

de quo varia prostant Antiquariorum judicia.

LINGUA GALLICA.

Berolini, *typis Ulrici Liebpert*, 1711, 4. *Plag.* 4½

EST Parisiis in celebri Museo Illustr. Foucaultii Quæstoris Cadomensis numus argenteus, idemque unicus, altera facie Augusti caput, altera cippum cum inscriptione CC *Augusti* exhibens, qui oculatissimos in re numaria Viros hactenus exercuit; ut sunt ista studia infinitis suspicionibus obnoxia, nec facile quis usque adeo sagax, quin subinde, conjecturæ nimium favens, incommoda ejus non animadvertat. Vaillantius in opere de numismatibus Imperatorum præstantioribus T. 2. p. 23. edit. Paris. de anno 1694, ducenta hominum millia, quibus frumentum distribui curaverat Augustus, indicari illa existimat. Repugnat autem annorum ratio, quæ istam distributionem anno U. C. 748. Caninium Gallum ad annum 734. refert. Nec unquam nota hæc tantum numerum significat. Aliorum explicationes affert Morellus in Specimine rei nummariæ p. 94. Illorum nonnulli ad denarium

Tab. III. Fig. 3.

ducen-

Act. Erud. An 1711. M. Julii.

ducentesimum, quem exegerat Augustus, respiciunt, alii legendum esse *Communi Consensu* censent. Sed quis credet, ob publicum onus Principem aut publico monimento gloriatum esse, aut populum gratias decrevisse? Posterior opinio nullis exemplis extra controversiam positis nititur, & ad nomen Augusti in genitivo positum vix quadrat. Duæ aliæ apud eundem Morellum propius rem ferire videntur, statuentium exprimi hic lapidem milliarem, & inscriptionem legendam esse: *Caji Cæsaris Augusti*. Non procul

Pag. 328. ab his abeuntem sententiam tuetur Cl. Gallandus, laudati Musei Præfectus, in Epistola Tomo IV. Diarii Trevoltiensis pag. 225. seq. inserta, qua anonymum (Jo. Harduinum) refellit, qui in eodem Diario Tom. 2. p. 88. editionis Batavæ, contenderat, *Circenses Cæsaris Augusti* literis istis denotari. Asserit nempe, omnino veram esse lectionem: *Caji Cæsaris Augusti* & adumbrari milliarium aureum, a quo omnes in Italia viæ publicæ incipiebant, in foro ab Augusto positum, cum M. Apulejo, & Silio Nerva COSS. (A. U. C. 734.) viarum cura illi commissa esset. Magna veri species ingegniosam explicationem pluribus persuaderet, nisi Vir Nobilissimus, Johannes Carolus Schott, Potentissimi Prussiæ Regis Consiliarius, Antiquarius & Bibliothecarius, data hac ad Illustr. Leibnitium Epistola, aliam substituisset, non levibus argumentis inductus. Urget præcipue diversam plane cippi hujus ab obelisco figuram, qualis milliario isti fuit, cum angustia numi non obstiterit, quo minus integer repræsentaretur, perinde ut in aliis nihilo majoribus factum videmus. Quodque Augustus, postquam hoc cognomen assumpserat, Cajus vocari desierit, & proinde in nullo monimento utraque appellatio conjuncta reperiatur. Ipse interpretatur: *Ducenarii Augusti*. Hanc enim judicum classem insigni cum Reipublicæ bono eo tempore Augustus prioribus adjecit, nomen inde trahentium, quod ducenta minimum sestertia in reditibus habere oporteret, qui ad ho-

TAB. IV. Fig. 4. norem istum adspirabant. Provocat ad numum æneum Caligulæ, in quo occurrentes literas RCC peritissimi Antiquarii exposuerunt *Remissa Ducentesima*, frustra obnitente Harduino, qui *Restitutos Circenses* inde eruit. Clarius autem huic expositioni favet ista inscriptio:

JOVI. O. M.
CETERISQ. DIIS
DEABUSQ. IMMORT.
TIB. CL. DEMETRIUS
DOM. NICOMED.
V. E. PROC. AVGG. NN.
ITEM CC. EPISCEPSEOS
CHORÆ INFERIORIS.

Hanc

Hanc enim cum eodem Harduino ita legit: Jovi Optimo Maximo Ceterisque Diis Deabusque Immortalibus Tiberius Claudius Demetrius, Domo Nicomediensis, Vir Egregius, Procurator Augustorum Nostrorum, item DUCENARIUS Episcepscos Chorae Inferioris. Ad cippum quod attinet, historicum esse monet, qualis adhiberi solet, cum alia figura exprimi se non patitur res, cujus memoria conservanda est, ut de ludis secularibus, & reparatione viarum adjectae numorum umbrae probant. Reliqua omnia, quibus aut aliorum conjecturae evertuntur, aut haec probatur ornaturque, non repetituri, optamus saltem, ut suas in Suetonium commentationes, quarum hic Vir doctissimus spem facit, brevi, quicquid in praestantissimo scriptore adhuc desiderari potest, exhibere jubeat.

Act. Erud. An 1711. M Julii. Pag. 329.



Licet quae Dn. Muysius attulit, asserens, non dari vim motricem creatam, contra ea, quae in Actis Septemb. 1698. & Maji 1699. dicta sunt, in hisce Opusculis minime inseruimus, attamen sequens Schediasma ad allatarum objectionum explanationem afferre aequum censuimus.

DEFENSIO VIRIUM

In Corporibus existentium contra nuperas objectiones.

DN. Muysius in suis Physicae Elementis negans dari vim motricem creatam, contra ea, quae in his Actis Septemb. 1698. & Majo 1699. dicta sunt, ita argumentatur p. 924. seqq.

M Sept. Pag. 400.

Prima ratio (dissentiendi) *haec est: Talis, qualis supponitur creatae vis motricis prima existentia, ab autore universi producta est. Igitur & ejusdem existentiae continuatio, seu hujusce vis conservatio ab eodem unice pendet produciturque. Ergo & omnis agendi efficacia in hac vi ab autore universi unice pendet, & nulla proin erit in hac vi agendi efficacia* (vis & agendi efficacia sunt unum idemque) *nisi quam autor universi in illa conservat, hoc est* (istud hoc est, non omnes admittunt, sed hanc controversiam hoc loco ingredi necesse non est) *continue producit*. Hactenus dicta admissurus videtur Vir Illustris, quem Dn. Autor refutat. Sed fortasse non aeque admittet, quod sequitur: *Et per consequens omnis agendi efficacia, seu omnis potentia hujus vis proprie loquendo nil est, nisi ipsa potentia autoris universi, ac proin effectus hujus vis erunt effectus autoris universi.* (1) Istud & *per consequens* nullam consequen-

Pag. 401.

sequentiæ speciem habet. Quali enim argumento hoc inferetur? Deus vim creaturæ conservat, imo (si lubet) etiamnum producit. Ergo hæc vis, potentia, vel efficacia, est vis ipsius Dei. (2) Quin potius eo ipso quia eam vim creat seu producit Deus, est vis creaturæ, non Dei; cum vis vel potentia Dei, produci nullo modo possit, sed sit æterna. Ergo (3) Dn. Objector probare potius debet, nullam vim creatam a Deo produci posse.

Pergit: *Autor universi, effectus, puta motus corporum, qui huic vi ascribuntur, pari facilitate & majori compendio immediate producere potest, quam interventu talis vis a virtute divina distinctæ, attamen per illam solam operantis*. Sed respondetur, (4) vim creatam non operari per vim divinam, quin potius vim divinam quodammodo operari mediate seu per vim creatam. Respondetur etiam, (5) non sequitur, quia Deus majore compendio aliquid immediate producere posset, ipsum etiam id immediate producturum. Pari enim argumento sequeretur, Deum omnia immediate agere, nec naturis creaturarum uti. (6) Deus non tantum compendiose, sed etiam magnifice operatur, nec vult omnia solus agere, sed creaturis aliquid communicare de perfectionibus suis, quæ potissimum in vi agendi consistunt.

Pergitur in objiciendo: *Ergo ex solis effectibus seu motibus corporum existentia talis vis nullo modo colligi potest, cum hæc ad hos producendos haud necessaria, imo superflua sit*. Respondetur, (7) si liceret omnia rejicere, sine quibus Deus *immediate* phænomena efficere posset, liceret innumera rejicere, quæ tamen merito admittuntur. Exempli gratia, non opus esset vel vorticibus, vel gravitate, vel aliis causis physicis ad explicandos motus astrorum. Sufficeret, Deum eos velle, & immediate producere, imo totus mundus spectabilis esset inutilis: quidni enim Deus in mentibus spectatorum ea phænomena immediate efficere posset, quæ illi mundo respondent, etsi ipse non extaret? Respondetur etiam, Pag. 402. (8) si admittatur motus tanquam actio corporis passioque, necessario etiam admitti vim agendi & patiendi, neque enim concipi posse actionem nisi ut potentiæ exercitium. Itaque (9) qui neget vim agendi, negare debere actionem ipsam in corporibus, imo pari jure etiam in mentibus, & statuere actionem solius Dei. (10) Sed verendum est, ne qui sic docet incidat in doctrinam improbatam, quæ solum Deum habet pro substantia, creaturas autem pro modis seu affectionibus Dei.

Pergitur: *Aliunde autem quam ex motibus corporum existentia talis vis pariter colligi non potest; atque adeo cum ex his colligi nequeat, ne entia sine necessitate multiplicemus, existentia talis vis supponenda non est*. Respondetur, (11) *Entia* omnino a Deo *multiplica-*

plicata sunt *sine necessitate*, neque enim necessarium erat, ut ullam creaturam produceret; sed non sunt multiplicata sine summa ratione. (12) Ex motibus, si pro veris actionibus passionibusque habeantur, omnino colligitur vis, ut jam monitum est num. 8. Quin etiam (13) alia peculiaris ratio pro existentia vis agendi allata est dicto loco Actorum Septemb. 1698. de qua mox n. 17. Act. Erud. An. 1711. M. Sept.

Proceditur deinde ad *secundam dissentiendi Rationem*, quæ talis affertur: *Haud majore vi aut actione voluntatis divinæ opus est ad corporis existentiam successive in diversis continue locis, quam in eodem successive loco producendam, hoc est, ad corpus movendum, quam ad illud in quiete conservandum, ut ex jam ostensis liquet*. Hæc assertio non admittitur, (14) plus enim cognitionis, voluntatis & actionis requiritur ad A & B simul quam ad A tantum, id est, ubi plus est varietatis. Major autem est varietas in mutatione quam in conservatione loci. Pergitur: *Nulla ergo videtur ratio, cur Deus motum non vero quietem interventu vis alicujus creatæ produceret*. Respondetur: (15) Deus revera etiam quietem in his quæ moventur, non minus quam motum in his quæ quiescunt, ope vis creatæ producit. Et (16) quod attinet perseverationem corporis in statu, dicendum est corpus per *inertiam naturalem* etiam ad quietem conservandam tendere, nec ubi semel quiescit, ad motum & quietem plane indifferens esse: quin potius tanto magis repugnare motui novo quanto is est major. Pag. 403.

Superest ut videamus, quomodo Cl. Autor Elementorum physicorum respondeat argumento, cujus hic meminimus num. 13. Huic ergo satisfacere conatur hoc modo pag. 938. seqq. *Notandum* (inquit) *hic esse censui argumentum, quod illustris Leibnitius in Actis Erud. Lipsiæ anno 1698. Mense Septembri urget, nisi in corporibus motis vis motrix adsit, nullam inter corpora in instanti distinctionem & per consequens nullos veros terminos, nullam veram figuram adesse posse, nobis nullatenus obstare*. (17) Nisi, *inquit Vir Celeberrimus*, corpus quod præsente sui motus momento inest in loco sibi commensurato præterea conatum habeat, seu nisum mutandi locum; ita ut status sequens ex præsenti per se naturæ vi consequatur: necessario corpus A, quod movetur, a corpore B (simili & æquali) quiescente præsente momento nihil differet. Et consequens erit, nullum plane discrimen in corporibus fore, quandoquidem in pleno uniformis per se massæ discrimen, nisi ab eo quod motum respicit, sumi non potest &c. *Et porro latius ostendit* successivam tantum rei motæ in diversis locis existentiam *nullam corporis moti ab aliis distin-*

Act.Erud. Ann.1711 M. Sept. *ctionem in instanti, nisi vis motrix adsit, producere posse.* (18) Extrinseca enim, *ait*, tantum foret denominatio, qua distingueretur una pars materiæ ab alia, nempe a futura, quod scilicet in posterum sit futura alio vel alio loco; inpræsentiarum vero discrimen esset nullum. Imo ne a futuro quidem cum fundamento sumeretur, quia nunquam etiam inposterum, ad verum aliquod præsens discrimen deveniretur; cum nec locus a loco, nec materia ab alia materia (ex hypothesi perfectæ illius uniformitatis in materia) distingui ulla nota queat. (19) Frustra etiam, *pergit*, ad figuram præter motum recurreretur. Nam in massa perfecte similari, & indiscriminata & plena, nulla oritur figura seu terminatio partium diversarum, nisi ab ipso motu. Quodsi ergo motus nullam distinguendi notam continet, nullam etiam figuræ largietur. *Etenim ingeniosissimo Leibnitio lubenter assentior (quod etiam in propositione præcedente ostendi) corpora in instanti* Pag. 404. *haud aliunde quam a vi motrice ita differre posse, ut inde veri termini, vera figura &c. illorum singulis assignari queant. Verum id solum animadverti cupio, sive hæc vis motrix sit efficacia Entis creati ab ipsa materia sive extensione distincti, ut Vir Clarissimus statuit, sive entis a se existentis & ab ipsa extensione distincti, quæ extensioni quolibet motus sui instanti præsens est, & successive in illa motum operatur; in uno casu haud majorem fore distinctionem extensionis seu materiæ in instanti ab alia per hancce vim motricem, quam in altero. Unde etiam perspicuum est, vis motricis creatæ existentiam ex hocce argumento stabiliri non posse.*

Hactenus verba Elementorum, quorum laudandus est Autor doctissimus, dum agnoscit aliquid ad distinctionem status momentanei præsentis & sequentis, tollendamque perpetuam uniformitatem locorum & temporum esse necessarium præter materiam, neque discrimen inter materiæ partes aut corporum difformitatem in dato momento admittendam, alibi rectius quæri quam in vi motrice extensioni seu localitati superaddita, quod plerique recentiorum hactenus non agnovere. Sed (20) mirum est, quod illas vires, in quibus partium materiæ discrimen consistit, non in corpore tanquam in subjecto, sed extra illud in Deo quærit. Cum tamen (21) formale discrimen rerum non in extrinseco sed in ipsis consistere debeat, itaque (22) hæc vis per loca dispersa non est in ipso Deo tanquam in subjecto, nisi quis Deum vertat in naturam naturatam & particulas ejus per materiam disseminatas fingat, quod Clarissimo Autori tribuere iniquum fuerit. Et revera (23) qui hoc doceret, in nostram quidem doctrinam quoad vires in corporibus existentes recideret, sed in eo peccaret, quod iis contentus non assurgeret ad Deum autorem & rebus superio-

rem,

ram, seu naturam naturantem, sed pro ea fictitium Deum corporibus immersum introduceret, qui nihil aliud foret quam virium particularium aggregatum. (24) Aliud etiam argumentum pro virium in corporibus existentia in supra citatis locis Actorum productum est, dum scilicet ostensum est omnia accidentalia seu transitoria esse modificationes substantialium seu persistentium atque ita ut figuræ sunt modificationes extensionis, ita impetus esse modificationes vis cujusdam primitivæ corpori inexistentis. Act. Erud. Ann. 1711 M. Sept.

Excerpta ex Literis Viri celeb.

LUDOVICI ANTONII MURATORII

ad J. B. M.

QUod habet Clariss. Hornius in Orbe Pol. p. 246. de Brixello, ratione cujus beneficiarium Mantuani Ducis Mutinensem Ducem ille facit, quasi pro feudo Brixelli par calcarium quotannis persolveretur ab Atestinis Principibus Domino Mantuæ, a veritate prorsus alienum est. Hornium & alios in hunc errorem pertraxit Relatio quædam Italice scripta. Concessit anno 1479. Hercules I. Ferrariæ &c. Dux Castrum novum Dertonensis diœcesis *Bonæ & Joanni Galeatio* Ducibus Mediolani, atque ab ipsis permutationis gratia recepit Brixellum, Boretum, aliaque loca cum aquis Padi. Deinde Maximilianus Imperator anno 1509, Carolus V. anno 1526. & 1535. & reliqui subinde Imperatores de Brixello, ejusque juribus omnibus, ceterisque iis locis, Estensem familiam investierunt, & adhuc investiunt, nulla unquam Investitura suscepta e Ducibus Mantuæ; nam & ipsi nullum unquam jus habuerunt, immo neque sibi tribuerunt, in Brixellum, Boretum, & contermina loca, Estensibus subjecta. Hinc, nemine vetante, perpetuo Estenses in aquis Padi prope Brixellum armatam Triremem tenuerunt in suæ ditionis signum, atque exercitium, ut vectigal a navibus illac transeuntibus recipiunt. Fabula calcarium inde nata, quod Hippolytus Cardinalis Estensis pro quadam Insula in Pado posita conventiones statuit anno 1539. cum Duce Mantuano. At istæ neque Brixellensem ditionem attingebant, neque attingere poterant; ipsa quippe non ad Cardinalem, sed ad Ducem ejus fratrem spectabat, atque ad Imperatorem Dominum directum; quare ex defectu cum voluntatis,

M. Octob. Pag. 442.

Pag. 443.

Act.Erud. Ann.1711. M.Octob. tatis, tum potestatis, nihil operatus est Cardinalis iis conventionibus, quod posset ad Brixelli jura trahi, ejusque districtum ac territorium percutere. Neque vero par calcarium unquam persolverunt Estenses, neque persolvunt, ne pro illa quidem Insula, quæ jamdudum evanuit. Itaque ex Hornii atque aliorum libris expungenda est sententia illa, nullo nixa veritatis fundamento.

LUCII CŒCILII LIBER

Pag. 470. Ad Donatum Confessorem de mortibus persecutorum,

hactenus Lactantio adscriptus, ad Colbertinum codicem denuo emendatus.

Accessit Dissertatio, in qua de hujus libri Autore disputatur, & omnia illius loca dubia illustrantur.

Studio & opera D. NICOLAI LE NOURRY, Presbyteri & Monachi Ordinis S. Benedicti e Congregatione Sancti Mauri.

Parisiis, apud Jo. Bapt. Delespine, 1710, 8. Maj. *Alph.* 1. *plag.* 6½.

REv. Nurrii nomen Actis nostris non est ignotum, quippe cujus primum Tomum Apparatus ad Bibliothecam Patrum maximam A. 1704. p. 1. seqq. recensuimus. In Præfatione præsentis libri spem nobis facit, se propediem secundum quoque Apparatus illius Tomum evulgaturum esse. Interim specimen quasi quoddam ex secundo hoc Tomo cum eruditis jam communicat, edito Commentario in librum illum per celebrem totque Virorum doctorum notis jam illustrem *de mortibus persecutorum*. Miro sane fato conflictatus est hic liber, teste Præfatione Nurrii. Cum enim illustrissimi Colberti jussu omnes Galliæ Bibliothecæ perlustrarentur, A. 1678. Moissiaci in monasterio quodam, ejusque loco cuilibet cœli intemperiei exposito, hic libellus repertus & in Colbertinam inde bibliothecam translatus est. Eum cum primus edidisset Cl. Baluzius A. 1679. in Tomo II. suorum Miscellaneorum, factum est, ut ex eo tempore pluribus recuderetur in locis, immo in Gallicam linguam Anglicanamque converteretur. Nihilominus

minus Noster operæ pretium se facturum speravit, si denuo eum recudendum curaret, & eodem quidem prorsus modo, quo in MS. codice exhibetur: quo proclivius fieret eruditis, mendosa adhuc loca suæ restituere integritati. Hunc in finem præmisit specimen codicis MS. æri incisum: cujus ductu & nobis licebit aliquot locis adhibere medicinam. Igitur p. 2. lin. 2. pro: *Ecce adderur bis omnibus adversarius*; legendum apparet: *Ecce delectis omnibus adversariis*. P. 3. lin. 8. pro: *Eundem mortem digna ultione superbis & impiis*; legendum videtur: *Eundem judicem judicum digna supplicia impiis*. P. 4. lin. 1. pro *ostenderet*; legendum *ostenderit*. Eadem pag. lin. 3. *fuerint persecutores ejus*, pro *fuerant auctores* - - -. Act. Erud. An 1711. M. Octob.

Finito *de mortibus persecutorum* libello sequitur Nurrii longa satis in eum Dissertatio, quindecim constans capitibus: quorum primo postquam totius illius libri analysin pertexuisset, ac præterea docuisset, codicem MS. & imperfectum esse, & a librario Latinæ linguæ ignarissimo fœde corruptum, demonstrat, huncce librum circa finem Anni 314. vel paulo post conscriptum esse. *Cap. II.* de libri hujus Autore agit & de Donato Confessore, cui is nuncupatus est. Hic argumenta recitat, quæ Baluzio persuaserunt, verum hujus libelli Lactantium autorem esse. Nimirum primo Hieronymum inter opera Lactantii commemorare *de persecutione librum unum*: deinde stylum esse omnino Lactantianum: denique varios loquendi modos, qui hoc in libro occurrunt, itidem ad verbum in aliis Lactantii legi libris. At Noster Lactantium negat autorem esse, nec veretur a tot eruditissimis Viris, qui Baluzii sententiam fecere suam, dissentire. Quare non erit alienum, ejus argumenta recensere, & quantum iis insit ponderis, considerare. *Primo* itaque dicit, alium esse potuisse Lucium Cœcilium præter Lactantium. Sed a posse ad esse non valere consequentiam, barbarum quidem, sed verissimum Scholasticorum scitum est. Neque enim demonstrat, alium id temporis extitisse, qui nomen scribendo consecutus sit. Ac sufficit nobis, Lucium illum Cœcilium etiam esse posse Lactantium. An vero is sit revera, aliis efficiendum est argumentis. *Secundo* miratur, in titulo omissa esse nomina Firmiani Lactantii. Idem nos miramur, sed non videmus, cur hoc argumento liber sit Lactantio abjudicandus: præsertim si aliæ rationes eum omnino a Lactantio profectum esse evincant. *Tertio* negat, unquam quenquam scripsisse, quod Lactantius librum *de mortibus persecutorum* composuerit: Hieronymum enim tantum referre, eum scripsisse *de persecutione* librum. Verum cum nemini sit obscurum, quantum sibi indulgeant autores in citandis librorum titulis, quodque sæpius ex memoria Pag. 471.

Act Erud. An. 1711. M. Octob. moria eos citent utcumque, valde veremur, ut Herculeum sit hoc Nurrii argumentum. *Quarto* contendit, libri hujus stylum a Lactantiano scribendi genere prorsus abhorrere. Cum autem tot Critici contraria sint in sententia, curatius expendemus, quæ Nurrius ad suam opinionem stabiliendam affert in medium. Producit igitur primo locum ex Cap. II. ubi minus Latine dicatur: *per omnes provincias & civitates ecclesiæ fundamenta miserunt*. Meminit Lactantium *lib. IV. Instit. cap.* 21. ita scripsisse: *Fundamenta ecclesiæ ubique jecerunt*. Sed id quidem facile dilui potest. Habemus enim confitentem Nurrium, codicem illum exaratum esse ab homine plane illatino. Annon igitur in promptu est credere, librarium pro *jecerunt* vitiose scripsisse *miserunt*? Ut omittamus, ex reliquo hujus libri textu manifestum satis esse, autorem ejus Latinæ fuisse linguæ scientissimum. Deinceps notat Nurrius, hujus libri capit. III. de Domitiani persecutione agi, nec tamen ejus nomen diserte proferri. Hoc vero facturus fuisse Nostro videtur Lactantius. Verum an dignum sit responsione hoc argumentum, alii viderint: nos ad reliqua progredimur. Ex Cap. V. sequentia profert verba, quæ non modo minime Lactantiana esse, sed sensu quoque carere judicat: *Sapores imposito pede super dorsum ejus* (Valeriani Imperatoris) *illud verum esse dicebat, exprobrans ei cum risu, non quod in tabulis aut parietibus Romani pingerent*. Nobis contra videtur illud: *imposito pede super dorsum ejus*, non multum abhorrere a Latinis auribus. Ceterum sententia verborum haud obscura est, modo deleatur *non*, quod a librariis crebro & omissum & alienis locis intrusum esse, quis nescit? Delendam autem hoc loco esse voculam *non* jam duobus abhinc annis a Cl. Collega quodam nostro monitum est publice. Nimirum Sapores exprobrabat Valeriano cum risu, quod Romani in tabulis pingere solerent Persarum Reges pedibus Romanorum Imperatorum submittentes colla: cum tamen id nullo unquam tempore factum sit. Hic autem, in Valeriano, *illud verum esse*, non fictum, non pictum, dicebat Sapores. Quæ supersunt loca a Nurrio objecta, non attinet persequi singula, cum ipse parum ea valere fateatur, & metuat, ne forte a librario sint corrupta. In uno tamen loco, ex cap. XVIII. depromto, mirifice sibi plaudit Nurrius, quippe qui *vel unicus etiam pervicatioribus persuadere possit*, (ita enim scribit) *hunc librum ea scribendi ratione esse compositum, ut aperte clamet, alium omnino, quam Lactantium, se habuisse parentem*. Longior est locus, quam ut eum adscribi patiantur instituti nostri leges, sed ita comparatus, ut miranda sit Nurrii confidentia, dictantis, verba illius loci haudquaquam a Lactan-

[Pag. 472. beside line 5; Pag. 473. beside line 35]

tio

tio potuisse proficisci ob nimiam obscuritatem. Lectoris indagini eum relinquimus, illud professi, nos nihil deprehendere illo in loco, cur Lactantio sit indignus habendus. Sed misso jam dicendi genere, alia circumspicit Noster suæ sententiæ præsidia. Credit, Donatum, cui liber hic est inscriptus, alium esse a Donato, cui Lactantius librum suum *de ira Dei* dicavit. *Hinc*, inquit, *conficitur, duos esse planeque diversos horum duorum librorum auctores*. Commissa hac ἀσιλογισία, monet, Lactantio morem esse, ut libros a se editos aliis in libris commemoret: atque id de hoc libro factum non esse. Quod argumentum si valet, plures libri immerentes νοθείας notam subibunt. Denique concludens tradit, in hoc libro narrari quædam, quæ aliorum ejus ætatis scriptorum sententiis repugnent: ergo eum Lactantii esse non posse. Sed vix quisquam sentiet hujus argumenti pondus. Etenim fatetur Noster, Cœcilium suum, quem fingit, & Lactantium eadem vixisse ætate. Ergo ut Cœcilius, sic & *Lactantius*, quædam narrare potuit ab aliorum illius ævi scriptorum opinionibus dissidentia. Hæ igitur sunt rationes Nurrianæ, quibus receptam eruditis sententiam de autore hujus libri haud sane labefactari, breviter ostendimus. Persuasum etiam nobis est, Nurrium hunc laborem nunquam suscepturum fuisse, nisi ecclesiæ suæ forte raptus amore, ea re magnum præsidium heterodoxis, quos vocat, ereptum iri existimasset. Neque enim dissimulat in Præfatione hanc causam, querens, heterodoxos illos libri hujus, tanquam Lactantiani, autoritate varios propugnare errores. In quibus non minimus fortasse visus est Autori nostro ille, quo ex libro de *mortibus persecutor.* docent, Petrum Nerone demum regnante Romam venisse. Unde & Nurrius dissertationis hujus *Cap. IV. artic.* 4. de isthoc loco contra hæreticos disputat, & omnia facit, ut hunc locum cum vulgari Pontificiorum historia conciliet. Pergimus ad reliqua Dissertationis Nurrianæ capita. *Capite III.* recenset varias hujus libri editiones, variorumque in eum observationes & notas. Idem jam fecisse recordamur Cl. Crenium P. IX. Animadvers. histor. & philol. & nos quoque in his Actis nonnullas editiones retulimus. Vide A. 1685, p. 265. 584. & 585; A. 1692. p. 194; A. 1693. p. 124; A. 1698. p. 535. *Cap. IV.* & usque ad finem sequentibus novas in hunc librum notas exhibet atque animadversiones. In quibus dum sæpe contendit Lactantium cum hujus autore libri, invitus nos confirmat in ea sententia, quod Lactantii genuinus is fœtus sit. *Cap. V. articul.* 3. disserit de signo crucis, quod Constantino M. apparuisse vulgatum est, Cœciliumque cum Eusebio in concordiam redigere conatur. *Cap. V.--XIV.* de Imperatoribus Romanis Eccle-

Act. Erud. An. 1711. M. Octob.

Pag. 474.

Act.Erud. An. 1711. M. Octob.

Ecclesiæ persecutoribus copiose agit, nec historiam solum persecutionum, verum etiam civilem illustrat doctissima opera. Tandem *Cap. XV.* historiam Constantini Chlori & Constantini M. Impp. pari diligentia persequitur.



C. W. OBJECTIONES

Contra novam definitionem Motus in Diario Eruditorum Parisino exhibitam.

M. Nov. Pag. 494. VIr quidam doctus Massiliæ degens in Diario Gallico mense Majo anni præsentis novam proposuit definitionem motus, cum ab aliis hactenus datæ ipsi non sufficiant, atque philosophos ad ejus examen invitavit, responsiones ad objectiones spondens. Quare Viro Cl. non displiciturum confido, si quas contra eam difficultates proposuero. Definitio hæc est: *Motus est actio corporis aut impressio in corpore recepta, qua vel alteri corpori reali aut supposito propinquare, vel ab eodem elongari potest.* Per genus motum a quiete distingui arbitratur: differentiam specificam talem dare intendit, ut definitio habeat locum, etiamsi unicum corpus in spatio prorsus vacuo motum existere demus. Generis loco ponit *actionem corporis aut impressionem in corpore receptam.* Sed 1 nulla concipitur actio corporis sine motu aut sine eo, quod est reale in motu, conatu nempe seu nisu quo materia instruitur. Det enim Vir Cl. actionis cujuscumque corporeæ definitionem, facile animadvertet, notas ad actionem unam ab altera ejusdem præsertim corporis distinguendam non aliunde quam a motu & ejus requisitis desumi posse. 2 Multo magis notio impressionis motum involvit. Neque enim fieri concipitur nisi per impactum corporis A in corpus B. Ast A in B impingere non concipitur, nisi quatenus movetur. 3 Nulla impressio concipi potest sine aliquo, quod imprimitur. Quid igitur A, dum impingit in B, ipsi imprimere dicetur? Nonne motum? Patet ergo denuo, genus definitionis definitum involvere. Neque 4 tam impressio, quam id, quod imprimitur, recipitur, & 5 motus non nisi improprie imprimi dicitur, notioni confusæ ab imaginatione suppeditatæ convenienter. Unde nolim, definitionem motus philosophicam ingredi voces improprias. Accedit 6 quod receptio impressionis, quam Vir doctus generis loco ponit, controversiam de communicatione motus implicet, quam ex definitione motus excludendam esse non diffitebitur.

tur. Fallitur 7 Vir Cl. dum sibi persuadet, genus in definitione positum motum a quiete distinguere. Non jam urgeo, id quod reale est in motu, nisum nempe corporis, non minus in quiescente quam in moto deprehendi; sed definitionem ad corpus aliquod quiescens applico. Ponamus e. g. globum plumbeum ex filo suspensum, quo retinetur, ne descendat. Dum ita quiescit, continuo versus centrum terræ nititur adeoque agit, cumque nisus ille ab impulsu ætheris globum perlabentis pendeat, hujus continuo impressiones (ut cum Viro docto loquar) recipit. Et hac actione, vel recepta ætheris impressione centro telluris propinquare & a manu tenentis recedere potest: accessus enim ad centrum terræ & recessus a manu tenentis est effectus illa actione producendus. Unde si filum, quod renititur, dissecatur; globus actu descendit. Filo autem dissecto, nil globo accedit, quod non ante inerat; sed impedimentum saltem removetur, quod obstat, quo minus potentia ad actum traducatur. Denique 8 cum *definitio* motus desideretur non tam ad corpora mota a quiescentibus in vita communi distinguenda, quam ut inter principia Philosophiæ naturalis referatur, ex quibus alia deducantur; id maxime desidero, quod naturam motus non satis explicet, nec id, quod est reale in motu, a phænomeno distinguat: quod discrimen jam exponere animus non est.

Act.Erud. An. 1711. M. Nov.

Pag. 495.

CONSIDERATIO

Pag. 502.

WENCESLAI JOSEPHI PELICANI

Super specimine Trigonometriæ Analyticæ ab Illustrissimo Domino, Domino FERDINANDO ERNESTO *Comite ab* HERBERSTEIN *exhibito*,

ac Actis Mensis Julii inserto.

PRoblema, quod celeberrimus Newton in Arithmetica Universali, in gratiam tyronum olim conscripta, solvit, videl. *datis summa laterum, basi & angulo verticali determinare latera*, aut huic simile, omnino concinniorem admittit resolutionem, si anguli quærantur ad basin, prout id a præfato Illustrissimo Domino Comite uberrime præstitum est, dummodo ita generalis data summa aut differentia duorum angulorum, ac posito sinu unius

Act.Erud. $= x$ mox alterius obtineretur nomenclatura. Quia vero nemi-
An 1711. nem latere potest, quin hujuscemodi Problemata dependeant
M.Nov. a problemate Universali prius resoluto: *data summa vel differentia duorum angulorum determinare analytice utrumque*, aut potius, quia hoc sufficere non videtur in Problemate inibi subjuncto: *data differentia angulorum ad basin & ipsa basi, determinare omnes tres;* solutionem proinde modo dicti problematis aggrediendam non æstimavi prius, nisi & alterum (sine quo forte intento frustrarer)
Pag. 503. solveretur, & quidem non sine effectu paratas Tabellas cum sua demonstratione orbi literario exponere, & consequenter ipsius Problematis propositi solutionem exhibere, dummodo prius Analystarum de hoc attentato, prout exspecto, obtinuero judicium. Ne autem ipse Resolutione hujus Problematis Universalis destitutus videar, hic solum unicum ejus specimen, missis ceteris casibus ejusdem facilitatis, appono ac Tabellam exhibeo, nimirum: data differentia duorum angulorum æquali quadranti, positoque sinu toto $= r$ & sinu alterutrius anguli $= x$ determinare Sinus, Tangentes, &c. reliquorum angulorum.

Anguli primi.		Anguli secundi cum primo connexi.		Anguli tertii.	
Sin.	$= x$	Sin.	$\sqrt{r^2 = x^2}$	Sin.	$\frac{r^2 - 2x^2}{r}$
Co-Sin.	$= \sqrt{r^2 - x^2}$	Co-Sin.	x	Co-Sin.	$\frac{2x\sqrt{r^2 - x^2}}{r}$
Tang.	$\frac{rx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$	Tang.	$\frac{r\sqrt{r^2 - x^2}}{x}$	Tang.	$\frac{r^3 - 2rx^2}{2x\sqrt{r^2 - x^2}}$
Co-Tang.	$\frac{r\sqrt{r^2 - x^2}}{x}$	Co-Tang.	$\frac{rx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$	Co-Tang.	$\frac{2rx\sqrt{r^2 - x^2}}{r^2 - 2x^2}$
Sec.	$\frac{r^2}{\sqrt{r^2 - x^2}}$	Sec.	$\frac{r^2}{x}$	Sec.	$\frac{r^3}{2x\sqrt{r^2 - x^2}}$
Co-Sec.	$\frac{r^2}{x}$	Co-Sec.	$\frac{r^2}{\sqrt{r^2 - x^2}}$	Co-Sec.	$\frac{r^3}{r^2 - 2x^2}$

Act. Erud. A. 1711. M. Nov. Pag. 522.

ELOGIUM ILLUSTRISS. VIRI
EZECHIELIS L. B. DE SPANHEIM.

QUÆ singula magnos ac illustres reddere posse existimantur, dignitatum excelsissimarum splendor, summorum Principum favor, gravissimorum negotiorum felicissima cura, rarum in tanto fastigio vastissimæ scientiæ decus, cumque his omnibus conjuncta summa humanitas ac modestia, ea universa in illustri illo, quod præfiximus, Nomine ornando veluti conspiravisse compertum est. Cui proinde tantum debet Germania nostra, ut sperandum sit, fore inter Germanos, qui tanti Viri manibus justa peragat, vitæque in publicis negotiis pariter & studiis reconditissimis ad raram senectutem transactæ ex instituto suscepta enarratione & Reipublicæ pariter literariæque serviat, &, quam venerabunda mente memoriam Spanhemianam Germania insolito ab ipso collustrata jubare colat, publice testetur. Nos, quod unum licet ex instituti nostri rationibus, donec id fiat ab alio, paucis potissima vitæ ejus momenta, ac virtutis monimenta notabimus ac strictim persequemur. Patrem habuit Ezechiel Spanhemius noster Celeberrimum quondam primo Genevensium, inde Lugdunensium in Batavis Professorem Theologum *Fridericum Spanhemium*, cui primogenitus ex Charlotta a Portu, Petri a Portu nobilis inter Pictavienses Viri Filia, (qui Guil. Budæi summi illius Græcæ Literaturæ in Gallia Atlantis ex Filia Pronepos erat,) natus est Genevæ anno 1629. In ista urbe jacta studiorum fundamenta ab ipso sunt ea ingenii felicitate, ut, ubi cum Parente Lugdunum vocato A. 1642. eo accederet, statim magnam apud Viros eruditos, cum primis Salmasium Heinsiumque, de se moveret exspectationem, ab ipsis illis Viris perpetua cum juvene adhuc Spanhemio consuetudine fotam veluti ac nutritam. Sane jam tum is erat noster, cui Latinam Anthologiæ Græcæ Versionem demandare in animo habebat Salmasius, suo, quem meditabatur, Commentario jungendam, quem cum nunquam ad umbilicum perduxerit hic, consilium quoque alterum effectu caruit. Emergere vero jam tum Spanhemius noster, quanquam juvenili fœtu, quem immaturum postea pronunciavit, dum in Academia Lugdunensi A. 1645. publicis Thesibus sine Præside defensis contra Ludov. Ca- Pag. 523.

Act.Erud. An. 1711. M Nov. pellum pro antiquitate Literarum Hebraicarum, quas quadratas vocant, adversus Samaritanas disputat, motus vero ab ista sententia paulo post, ut ipse profitetur, literis Bocharti ea de re ad ipsum juvenem humanissime scriptis. Ad majora vero paulo post progressus, pietati cum primis in Parentem, quem in medio respondendi ad Amyraldi contra Librum de universali Gratia objectiones apparatu fata tulerant, primitias laborum suorum sacravit. Nempe, cum miris convitiis & jactatis ad populum fabulis memoriæ Parentis insultaret Amyraldus ipse & sequaces, noster eodem adhuc anno 1649. edita Critica Disquisitione contra Amyraldum, Patrem, ut par erat, vindicavit. Redux vero inde Genevam, tituloque Professoris Eloquentiæ ornatus, nihil, quod sciamus, publicæ luci tradidit præterquam duas Orationes, de Præsepi Christi alteram, alteram de ejus Cruce, Latine dictas, at Gallice ab ipso translatas editasque Genevæ A. 1655. quarum priorem Berolini postea A. 1695. iterum recudi curavit. Sed paulatim magis effulsit virtutum pariter & dignitatum ejus splendor, siquidem Geneva Heidelbergam ad Electoris Palatini Caroli Ludovici aulam provectus, istic tantopere Electori se probavit, ut unigeniti Principis Caroli, qui deinceps ultimus istius Familiæ fuit Elector, moribus studiisque formandis præficeretur, ac ad consilia quoque Electoris adsciseeretur. Quibus quidem muneribus quam dignum se præstiterit in difficillimis temporibus, quibus Aula Electoris per ortam cum Conjuge simulationem gravissimam mire dividebatur, Pag. 524. dicere non est hujus loci. Id tantum monendum, Politicæ scientiæ suæ specimen insigne ab ipso fuisse editum A. 1657. publicato Discursu, quo Jus Imperii Romani res durante Interregno vicario nomine administrandi Electori Palatino adversus Bavariæ Electoris machinationes & quæsitum ad illud titulum eximie defendit. Quanquam in istis politicis negotiis ne tum quidem oblitus sit elegantiorum Musarum, quarum amatores, edita Heidelbergæ A. 1660. Juliani Cæsarum Versione Gallica elegantissima, Observationibus doctissimis illustrata, maximopere sibi devinxit, ac multo magis adhuc, cum se ipsum veluti superans, ejusdem operis, jam tum apud omnes absolutissimi nomen merentis, novam Editionem multum priore exactiorem augustioremque Lutetiæ Parisiorum A. 1585. adornavit. Ast, ut in ordinem redeamus temporum, commodum nostro accidit, & cum illo amore, quo antiquitates omnes ardebat, maximopere conveniens, quod ab Electore ipso A. 1661. mense Majo demandatum fuerat ipsi, iter in Italiam suscipiendum. Etsi enim isto iti-

itinere jubebatur ab Electore eo conniti, ut antiquum cum Principibus Italiæ commercium Domus Palatinæ instauraretur, omniumque Principum illorum, ac præcipuæ Curiæ Romanæ status, ratio gubernandi, studiaque ipsi penitus fierent perspecta; atque hoc omne noster summa cum cura exsequebatur, fuit tamen ea Viri summi dexteritas semper, ut neque in isto itinere, nec deinceps graviora publicaque negotia quicquam nocuerint divino illi studio, quo rem omnem literariam prosequebatur. Sane eum & Romæ perpetua fere Christinæ Reginæ, quæ & ipsa literas istas deperibat, consuetudine, ac reliquorum, quos Roma tum habebat, Eruditorum familiaritate usum fuisse constat, ac, postquam illic omnia antiquitatis monimenta curiose lustrasset, ulterius progressum Siciliam quoque & Maltam adiisse, nihil, quod a venerabili antiquitate in oris istis erat superstes, impervestigatum relinquentem. Cujus rei testimonium habemus locupletissimum Opus de Præstantia & usu Numismatum, tum primum Romæ A. 1664. Imperfecte quidem, si sequentes Editiones velis spectare, at eo tamen cultu luci publicæ datum, qui vel tum summorum in isto studio Virorum amplissimas laudes mereretur. Redux vero ex Italia Heidelbergam mense Aprili A. 1665. factus, (quod iter susceperat cum Serenissima Vidua Electrice Brunsuicensi adhuc superstite Sophia, quæ tum quidem Princeps Osnabrugensis erat,) statim ab Electore Palatino publicis negotiis curandis adhibebatur, missus ab eo A. 1665. ad Lotharingiæ Ducem, ac sequenti ad Electorem Moguntinum, quo etiam, cum adfuisset collationibus Oppenhemii, Spiræ & Heilbronnæ de rebus Palatinatus habitis, in Galliam adhuc mittebatur. Statimque Brædanæ Pacificationi A. 1667. assistere jussus, mox iterum A. 1668. in Galliam revertebatur, numero Deputatorum Collegii Electoralis & reliquorum Imperii Principum ad Regem Galliæ adscriptus. A quorum munerum gravissimorum occupationibus decisas veluti parcissime horas eo tamen fructu abundare vidit eruditus Orbis, ut produxerint illæ A. 1671. Lutetiæ publicatam alteram Editionem insignis de Præstantia & Usu Numismatum Operis, multo, quam prima, ornatiorem, auctiorem perfectioremque. Cui altero statim anno successit de Nummo Smyrnæorum inscripto: Σμυρναίων Πρυτάνεις seu de Vesta & Prytanibus Græcorum Diatriba, quæ selectis Seguini Numismatibus adjecta tum prodiit, inde vero luculentior & copiosior, multisque aliorum numorum explicationibus illustrior, Tomo V. Thesauri Antiquitatum Romanarum Græviani inserenda, ab ipso Autore fuit communicata. Ille

Act. Erud. Ann. 1711 M. Nov.

Pag. 525.

Act.Erud. Ann. 1711 M. Nov.

Ille vero paulo post Electoris personam in Pacificatione Noviomagensi A. 1672., deinceps vero apud Fœderati Belgii Ordines Principemque Arausionensem, mox etiam apud Britanniæ Regem Carolum II. sustinere jussus, dum ea ageret, Lutetiæ Ann. 1678. Epistolam, qua de Rich. Simonii Historia Critica judicium suum exposuit, publicari fecit. Non multo vero tempore interjecto, Palatino Electore consentiente, Aulæ Serenissimi Electoris Brandenburgici adscriptus noster, ab hoc Ann. 1680. Ablegati Extraordinarii titulo ad Regem Galliarum ire jubebatur, apud quem eo munere ad annum 1689. usque summa cum laude ac ipsius aulæ Francicæ existimatione defunctus est. Quo tempore & Juliani Cæsarum nova, quam memoravimus, Editio documentum

Pag. 526.

edidit virtutis, & pietatem imprimis ejus demonstravit benignissima plurimorum Protestantium, qui revocato Edicto Nannetensi Francia exire cogebantur, in propria domo receptio, præstitaque illis, usque dum commode patrium solum vertere possent, tutela. Tacemus perpetua cum Viris eruditis Galliæ in suo hospitio commercia, quæ tantum pellexere illorum animos in Spanhemii amorem, ut discessum ejus ex istis oris non mediocriter dolerent omnes. At iste a negotiis tam arduis paululum animum relaxans secessus, cum Berolini ab anno inde 1689. degeret, tanto uberiores fructus fœneratus est rei literariæ, quorum initium constituerunt scriptæ ab ipso A. 1691. ad Laurentium Begerum Epistolæ, cum Observationibus & Conjecturis Begeri ad XXIV. antiqua Numismata publicatæ, reconditam plane eruditionem spirantes. Quibus successere post novam Dissertationis de Vesta Editionem, Epistolæ quinque Ann. 1695. ad Andream Morellium scriptæ, quas ille Specimini suo Rei universæ Nummariæ antiquæ adjunxit. Splendorem vero haud vulgarem paulo post conciliavit Vir magnus Grævianæ Callimachi Editioni, in qua observationes Spanhemianas insertas esse, plurimumque decoris illi afferre, notum est. Qua felicitate quoque usa est operum Juliani Editio Lipsiensis Ann. 1696. publicata, insignissimis Spanhemii Commentariis ad Orationem primam & Præfatione satis ampla collustrata. Cui operæ successit apud nostrum amplissima de Orbe Romano Commentatio, publicata primo Ann. 1697. & inserta Volumini XI. Thesauri Antiquitatum Græviani. Quibus operibus condecoratum otium veluti literarium Berolinense commutare jussus est iterum cum strepitu aulæ, publicæque rei cura, post Pacem nempe Rysvicensem Ann. 1697. iterum ad Regem Galliæ ablegatus, apud quem ad annum usque 1702. hæsit, medio tempore a Serenissimo Electore Brandeburgico, cum Regis Borussiæ titulos Majesta-

jestatemque suæ Familiæ vindicaret, Liberi Baronis insignibus ac honoribus ex merito ornatus. At, cum bello recens orto cessaret Aulæ Borussicæ cum Gallica commercium, Legati Extraordinarii Regii titulo ad Potentissimam Britanniæ Reginam missus est A. 1702, primus honores ibi Regiis Legatis tribui solitos sibi vindicaturus. Quos sane cum Regis ipsius, quem repræsentabat, Majestate propria ipsi merita pepererunt amplissimos, quippe qui cum tota Familia Reginæ maximæ esset commendatissimus, in curandis negotiis cum summa dexteritate felicissimus, ac præterea nemini non ex ea gente, in qua vivebat, longe dilectissimus. Neque vero sterile ipsi solum fuit Anglia, ut non, vel senio ingravescente, vigor antiquus diffusissimæ eruditionis identidem productis fructibus seipsum ostenderet. Habemus ejus rei documenta novam Dissertationum de Orbe Romano Londini A. 1704. curatam Editionem, nec non suppeditatas Cl. Kustero ad ornandam novam Aristophanis Editionem Observationes *in tres priores* illius Comœdias, publicatas A. 1709. At cumprimis senio tam illustris Autoris dignum est Opus immortale de Præstantia & Usu Numismatum, cujus priores Dissertationes tertia Editione Londini A. 1706. facta ita excultas dedit, ut nihil ad venustatem & perfectionem Operis desiderari posse videatur. Qua facie excultas reliquas Dissertationes, additasque tres novas publicare cum ipse properaret Illustris Autor, publicatas videre anhelaret Orbis Eruditus, tanto funestius haud dubie est fatum, quod insigne opus occupavit, ipsumque Virum summum *nostris rebus exemit*. *Obtigit hoc illi*, vigenti adhuc paulo ante pro ratione ætatis, A. 1710. de improviso, non tamen imparato, ad meliores occupationes eum avocans mense Novembri, ætatis, raro senii exemplo, anno 80. mensibus 11. superato. Quem virum quantum æstimaverit Anglia, in qua fatis concessit, justis ipsi in Westmonasteriensi Abbatia persolutis, commonstravit. Quanti ipsum fecerit Rex Borussiæ Serenissimus, emta ab eo publicoque loco asservata insigni Bibliotheca Spanhemiana, quæ jam schedis Viri Illustris ipsius Regis jussu Londini studiose collectis augebitur, duraturum ad omnem memoriam est documentum. Quo tamen longe magis durabilia sunt monimenta inter Eruditos ab ipso posita, quibus speramus accessuram propediem reliquarum de Præstantia & Usu Numismatum Dissertationum novam editionem, ab Illustri Viro ante obitum prælo penitus paratam, præter novas, quas adjicere meditabatur, Dissertationes tres, quas cum desideratissimo ad Æschylum Commentario aliisque inter adfecta Viri summi Opera posthac collocabimus. Satis vixisse certum

Act. Erud. An. 1711. M. Nov.
Pag. 527.
Pag. 528.

tum

tum est Spanhemium, qui ea possit in rem publicam literariamque merita ostendere, quæ apud omnis generis homines summam ipsi & viventi & post fata pararunt existimationem, præterquam apud eos, quos summa ipsius modestia non potuit eo adducere, ut parcerent Viris summis vel post fata obtrectare, ac matura sui Emendatione Infamiam suam eluere discerent.

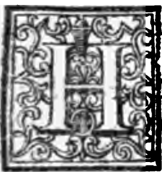


EXCER-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS, TOMI QUARTI SUPPLEMENTORUM.

ADNOTATIO SUPER ANIMADVERSIONE *in difficultatem Hugenianæ de Centro Oscillationis demonstrationi oppositam.*



Anc Adnotationem aliquot abhinc mensibus e Gallia ad nos transmissam hoc loco inserere placuit. Tomi IV. Supplem. Sect. I. Pag. 29.

In collectionibus Mathematicis, quas Regia Scientiarum Academia Lutetiæ Parisiorum abhinc aliquot mensibus edidit *, initio pag. 78. Voluminis ad annum 1703. relati, hæc verba Viri eruditi atque inter primos ætatis nostræ Geometras celeberrimi leguntur : *Il y a eu bien des gens, à qui cette demande (de Mr. Hugbens) a paru un peu hardie, & qui n'ont jamais pû tomber d'accord de son evidence, quoiqu'ils la crussent vrai-semblable. Il y en a eu mesme qui ont nié ce principe ; entr' autres un Auteur en a donné ses raisons dans les Journaux des Sçavans de 1681. & 1682. Mais le hasard m'ayant alors engagé à l'examen de ces raisons, je trouvai, de mesme que*

* Anno scilicet 1705.

 veluti ad summam celeritatum ab omnibus punctis B, C, &c. separate oscillantibus acquirendarum: quæ quidem summa analoga summæ radicum quadratarum ex distantiis BA, CA, &c. repræsentatur per aream semiparabolæ unitatem pro parametro & distantiam maximam a pro abscissa habentis, hoc est, æquatur quantitati $\frac{2}{3}a^{3:2}$. Quoniam vero incognita v vel æqualis isti summæ, vel major aut minor quam ipsa necessario habetur; id omne unica formula generali $2a^{3:2} : 3n = v$ comprehendimus, in qua quemvis numerum, integrum aut fractum, rationalem litera n significat. Hinc $vv = 4a^3 : 9n^2$ mutat $4v^2 : 3a^2$ in $16a : 27n^2$.

Esto primum $n = 1$; inde ex $2a^{3:2} : 3n = v$ fieret $\frac{2}{3}a^{3:2} = v$ (prima suppositio nostra) ac consequenter quantitas $4vv : 3a^2$ (altitudo ascensus centri, quod omnibus fracti penduli elementis divise repercussis commune est, evaderet $16a : 27$ valde diversa a quantitate $\frac{1}{2}a$ (altitudine descensus centri communis iisdem elementis in pendulo integro conjunctis) quod Hugenianam de centro oscillationis theoriam subverteret.

Ponatur deinde n æqualis fractioni cuilibet, cujus denominator numeratore sit major; tunc $2a^{3:2} : 3n$ (v) excederet ipsam $\frac{2}{3}a^{3:2}$ (2. suppos.) & altitudo secunda $16a : 27n^2$ ($4v^2 : 3a^2$) semper a prima $\frac{1}{2}a$, contra positum ab Hugenio principium, differret.

Sumatur denique litera n pro numero quocunque unitatem superante; excepto $8 : 3\sqrt{6}$, quo supponitur id quod quæritur, ut mox patebit. Hinc $2a^{3:2} : 3n$ velocitas totalis v penduli compositi Pag. 33. BA semper erit minor quam $\frac{2}{3}a^{3:2}$ summa velocitatum, quæ elementis ejus circa punctum A divisim libratis acquirerentur: estque suppositio tertia. Nec tamen altitudo $16a : 27n^2$ ad quam gravitatis centrum, separatis ac sursum repercussis penduli particulis, evectum reperiretur, par unquam esset cum alitudine $\frac{1}{2}a$ unde hoc centrum, his particulis cohærentibus sibi, descendisset: nisi supponamus, quod demonstrare oportet, nempe $\frac{1}{2}a$ esse $= 16a : 27n^2$; unde $n = 4\sqrt{2} : 3\sqrt{3} = 8 : 3\sqrt{6}$.

Ex eo satis apparet, ad enodandam penitus difficultatem objectam requiri, ut evidentissime demonstretur, *Mobilis oscillantis velocitatem totalem* non modo *nequaquam esse æqualem summæ celeritatum, quas particulæ ejusdem mobilis disjunctæ oscillando acquirerent, & multo minus fieri unquam ipsa majorem;* sed etiam *nunquam naturaliter dari posse hac summa minorem alia quacunque ratione quam qua theoriam Hugenianam adstruit*. Siquidem, uti jam diximus, determinata velocitate totali penduli compositi determinatur penduli simplicis isochroni longitudo. Celeritatis enim, quam hoc pendulum simplex oscillans acquirit, duæ sunt relationes necessariæ, quarum expressionibus continentur expressiones hujusce

jusce longitudinis & hujusce velocitatis totalis. 1. Ex natura isochronismi inter respectivas penduli simplicis & cujuslibet in pendulo composito particulæ oscillationes requisiti, consequitur eandem esse celeritatum relativarum rationem, quæ est distantiarum ab axe suspensionis. Proinde in exemplo nostro centri oscillationis celeritas exprimi debet per $2zv:a^2$, sicut supra ostendimus. 2. Acceleratio motus gravium libere cadentium efficit, ut celeritates a pendulo simplici oscillante acquisitæ inter se essent in ratione subduplicata altitudinum descensus: quapropter in eodem exemplo nostro eadem centri oscillationis celeritas exprimi quoque debet per $z^{1:2}$. Habemus ergo $2zv:a^2=z^{1:2}$, & inde $z=a^4:4v^2$; ex quo palam fit, ad inveniendum intervallum z, quo centrum oscillationis & punctum suspensionis ab invicem distant, semper opus esse, vel ut velocitas totalis v penduli compositi determinetur, vel ut quid æquivalens, unde illa diduci queat, statuatur. Tomi IV. Supplem. Sect. I.

Videturne alicui haud dubitandum, quin ea velocitas v minor *sit semper* quam velocitatum summa $\frac{2}{3}a^{3:2}$? Quæram, quo gradu *necessario* minor? An sic, verbi gratia, ut in quantitate $2a^{3:2}:3n$ numerus n sit $8:3\sqrt{6}$? Tunc habebo $v=a^{3:2}\sqrt{6}:4=a\sqrt{\frac{3}{8}a}$; & z inventa supra $=a^4:4v^2$ fiet $=\frac{2}{3}a$ pro longitudine penduli simplicis isochroni, qualem Hugenius in suo Tract. de Horol. oscillat. Part. 4. pag. 127. indicavit, qualem & dari distantiam inter punctum suspensionis & centrum percussionis in recta AB ex suo termino A suspensa notum est. At quæso, cur ita restringendus est valor quantitatis $2a^{3:2}:3n$? Qua naturæ lege impossibilis est in *gravibus oscillantibus quantitas motus minor quam Hugenianæ theoriæ* convenit? Videlicet hic $=a\sqrt{\frac{1}{6}a}$ (existente $n=8:2\sqrt{6}$) unde penduli simplicis longitudo $a^4:4v^2$ foret $=\frac{3}{2}a$, major scilicet quam $\frac{2}{3}a$, quandoquidem pendulum compositum AB oscillationes suas tunc lentius ageret, quam ex systemate Hugenii concluditur. Præterea num tanta liquet evidentia nullorum mobilium oscillantium velocitatem totalem theoriæ Hugenianæ modum excedere, ut in dubio esse nequeat, utrum in pendula recta AB hæc velocitas sit $a\sqrt{\frac{3}{8}a}$, qualem Hugenius supponit, an alia major nempe $a\sqrt{\frac{2}{5}a}$ (n existente $\frac{1}{3}\sqrt{10}$) licet semper minor dicta celeritatum summa $\frac{2}{3}a^{3:2}$ seu $a\sqrt{\frac{4}{9}a}$: quod præstaret centri oscillationis distantiam a puncto suspensionis A breviorem quam $\frac{2}{3}a$, utpote $=\frac{5}{8}a$, ob celeriorem motus gradum? Atqui in his omnibus nihil rationi ullatenus repugnat: quid autem certo statuendum sit, minime hactenus apparet. Pag. 34.

Ut objectionem nostram non adeo absurdam esse, clarius ostendatur, unum & alterum exemplum adjungamus. Esto ABD triangulum isosceles ex vertice A in axe EF suspensum, quod in planum TAB. I. Fig. 2.

agi-

Tomi IV. Supplem. Sect. I. agitari intelligatur. Sintque ejus altitudo GA $= a$, & basis BD $= b$. Area porro ipsius, sive elementorum æqualium, quibus completur numerus infinitus, est BAD $= \frac{1}{2} ab$. Distantia $\frac{2}{3} a$, qua ejusdem trianguli centrum gravitatis ab axe suspensionis FE abest, ducta in aream $\frac{1}{2} ab$ producit $\frac{1}{3} aab$ summam distantiarum parallelarum inter omnia ejus elementa æqualia seu puncta eundemque axem interceptarum, æqualem pyramidi, cujus sunt altitudo recta AG, & basis rectangulum AGBD. Summa radicum quadratarum ex his distantiis, exprimens omnes simul celeritates, quas eadem trianguli BAD puncta circa eundem separate Pag. 35. oscillantia acquirerent descendendo e verticalibus lineis eas distantias adæquantibus, æquivalet quantitati $\frac{2}{5} a^{3:2} b$, quæ reperitur ponendo a pro x, & b pro y in integrali $\frac{2}{5} x^{1:2} y^{1}$ omnium $yx^{1:2} dx$ (BD$\sqrt{}$AG, $bd\sqrt{}$Ag, &c. multiplicatorum per unitatem dx numeri sui x crescentis usque ad AG $= a$) ubi, quum y & x, (BD & GA, bd & gA, &c.) sint termini seriērum arithmeticarum respectivi, dignitatum eorum indices duo 1 & $\frac{1}{2}$ tanquam unus & idem $\frac{1}{2}$ considerati sunt. Quantitate $2a^{3:2} b : 5n$ (in quo n numerum quemvis significat) exprimitur velocitas totalis v quæ vel æqualis dictarum celeritatum summæ, vel ipsa major aut minor esse potest. Quadratorum ex omnibus distantiis GA, gA, &c. summa, sive parallelepipedorum habentium pro altitudinibus rectas BD, bd, &c. ac pro basibus quadrata $\overline{GA}^2$, $\overline{gA}^2$, &c. aggregatum fit $= \frac{1}{4} a^3 b$, quod per a omnium x maximam, & per b maximam omnium y determinatur in integrali indeterminata $\frac{1}{4} x^3 y$ cunctarum differentialium $yx^2 dx$ his parallelepipedis in unitatem dx numeri sui AG ductis æqualium. Ex supra ostensis quantitas proprie ac specifice exprimens longitudinem penduli simplicis composito isochroni est fractio habens pro numeratore quadratum summæ distantiarum inter elementa penduli compositi axemque suspensionis, & pro denominatore quadratum velocitatis totalis ab eodem pendulo composito acquisitæ, dum ipsius centrum gravitatis ex altitudine æquali suæ ab axe distantiæ descendit: quod in isto exemplo secundo fit $z = a^4 b^2 : 9v^2$. Jam vero concedatur, elementis pendulorum minus totalis celeritatis semper acquiri conjunctim oscillantibus quam si separatim oscillationes suas peragerent: hic v exprimetur per quantitatem $2a^{3:2} b : 5n$, quæ, quoties numerus n excedet unitatem, minor fiet quam $\frac{2}{5} a^{3:2} b$ summa celeritatum ab omnibus trianguli BAD elementis separate circa axem EF libratis acquirendarum. Num liquido constat penduli simplicis isochroni notionem admittere potius $v = 2a^{3:2} b : 3\sqrt{3}$ (existente $n = \frac{3}{5}\sqrt{3}$) quam vel $v = 2a^{3:2} b : \sqrt{26}$ (posito $n = \frac{1}{5}\sqrt{26}$) vel $v = a^{3:2} b :$

$\sqrt{7}$

$\sqrt{7}$ (facto $n = \frac{2}{3}\sqrt{7}$) aut similes in infinitum hujusce v valores? Tomi IV.
Porro trium valorum expressorum primus, qui inter duos reliquos Supplem.
quasi medius est quantitate, & ab Hugeniano fluere principio mox Sect. I.
demonstrabitur, hic dat intervallum $a^4 b^2 : 9v^2$ axis EF & centri Pag. 36.
oscillationis $= 27 a^4 b^2 : 36 a^3 b^2 = \frac{3}{4} a$, quale ab ipso Hugenio p. 127.
Tract. de Horol. oscill. determinatum est centroque percussionis
competit, longius autem quam $26 a^4 b^2 : 36 a^3 b^2 = \frac{13}{18} a$, quod secundus velocitatis v valor reddit, minus vero quam $28 a^4 b^2 : 36 a^3 b^2 = \frac{7}{9} a$, quod ex tertio ejusdem v valore concluditur. Quæ
quidem omnia pendulorum naturæ nullo modo repugnant, quamcunque statuendam existimaveris rationem, qua velocitatem totalem a pendulo composito acquisitam superare debeat summa
velocitatum a singulis ejus partibus divisim vibratis acquirendarum. Ecce nunc quemadmodum primus casus ab ipso Hugenii
principio deducitur. In exemplo præcedenti monstratum est altitudines, ad quas particulæ penduli confracti repercuti intelliguntur, exprimi posse quadratis celeritatum ab iis particulis acquisitarum quo instanti ab invicem disjungi supponuntur: quorum quadratorum summa æqualis est producto, quod fit ducendo
summam quadratorum ex distantiis ab axe suspensionis in quotientem, qui prodit dividendo quadratum velocitatis totalis per
summam earundem distantiarum: id est, hic $\frac{1}{4} a^3 b\ (9v^2 : a^4 b^2)$
seu $9v^2 : 4ab$ exprimere aggregatum altitudinum repercussionis
post confractionem; quo diviso per figuræ oscillantis contentum
$\frac{1}{2} ab$ obtinetur $(9v^2 : 4ab)\ 2 : ab = 9v^2 : 2a^2 b^2$ altitudo ascensus
centri gravitatis, quod inter separatas penduli particulas imaginari possumus. Secundo, facile est perspicere superficiem planam TAB. I.
BAD motu in planum agitatam, sic supra lineam horizontalem Fig. 2.
axi oscillationis in A perpendicularem attolli posse; & quoddam
obstaculum, velut planum impenetrabile, in quod delapsa impingeret; sic ad lineam verticalem eidem axi in A occurrentem
posse inclinari; ut singulæ altitudines, unde omnia hujusce superficiei puncta in planum illud oppositum simul deciderent, æquales evadant singulis intervallis, quibus ista puncta ab oscillationis
axe distant; atque ita harum altitudinum summa $\frac{1}{3} aab$ divisa per
punctorum cadentium numerum sive penduli propositi BAD aream
$\frac{1}{2} ab$ det descensus centri his omnibus punctis ante separationem
communis altitudinem $\frac{2}{3} a$. Statuamus jam cum Hugenio $9v^2 : 2a^2 b^2 = \frac{2}{3} a$; colligemus inde $v^2 = 4a^3 b^2 : 27$ & $v = 2a^{3:2} b : 3\sqrt{3}$,
qualis supra primo casu posita est. Quæ quidem determinatio Pag. 37.
velocitatis totalis in pendulo composito, confundens centrum
oscillationis cum centro percussionis, non aliis numero infinitis
determinationibus idem oscillationis centrum ad alia ejusdem
pen-

Tomi IV. Supplem. Sect. I. penduli puncta centro gravitatis etiam inferiora reducentibus certior censeri debet absque ulla peculiari ratione petita ab aliquo principio sive in Mathematicis sive in Physicis manifestissime vero. Tale autem principium præcipuus est difficultatis nodus.

Tab. I. Fig. 3. Concipiatur nunc idem triangulum isosceles vertice A deorsum converso suspendi & circa basin in planum moveri. Invenienda est summa tum distantiarum Bb, GA, Dd, &c. inter omnia ejus elementa æqualia seu puncta basinque BD, tum radicum quadratarum ex illis distantiis, tum etiam quadratorum ex ipsis. Quapropter nomino ut prius basin, b; altitudinem GA; distantiarum maximam, a; singulum hujus altitudinis segmentum arithmeticum Gg, Gγ, &c. x; singulumque arithmeticæ respectivum super basi dimidia segmentum D1, D2, &c. y: atque sic habeo primo figuræ oscillantis aream (infinitum elementorum ejus numerum) DAB $= \frac{1}{2} ab$; secundo distantiam baseos seu axis suspensionis a centro gravitatis (altitudinem unde hoc centrum descendere suppono) G$g = \frac{1}{3} a$; tertio summam distantiarum omnium inter se parallelarum 1d, 2δ GA, &c. (altitudinum unde cuncta trianguli puncta una cum gravitatis centro circa axem EBDF descendunt) DAB, G$g = \frac{1}{6} aab$. Quia autem recta GA secta intelligitur infinita serie rectarum bd, βδ, &c. ipsi BD parallelarum, quæ triangulum propositum complent, & ad quas distantiæ d1, δ2, &c. ex una parte terminantur; æquales fiunt Aγ & Gg, Ag & Gγ &c. Unde ob æqualitatem rationum rectæ Aγ ad rectam βδ & rectæ Ag ad rectam bd, datur bd, Gg = βδ, Gγ; atque ita de reliquis similibus binis: quæ bina æqualia rectangula si tanquam pondera e binis punctis g & γ sibi respondentibus in recta GA æquali hinc & inde ab ejus terminis G & A intervallo appensa imaginaris, non difficulter animadvertes intervalla, quibus ab axe suspensionis FDBE distabunt, eadem fore quæ d1, δ2, &c. inter hunc axem rectasque bd, βδ, &c. interjecta, sed toties iterata, quoties unitatem continent horum rectangulorum expressiones; quod idem valet ac bd, d1, d1; βδ, d2, d2; &c. sive toties quadratum ex d1 quot puncta trianguli DAB sunt in bd, toties quoque quadratum ex δ2

Pag. 38. quot puncta ejusdem trianguli continet βδ, &c. uno verbo, est summa quadratorum ex distantiis omnium punctorum hujusce trianguli ab axe oscillationis. Nec minus facile perspicies centrum æquilibrii cunctis illis rectangulis binis æqualibus commune, diametrum GA (a) dividere mediam; sicque ab axe oscillationis EBDF intervallo $\frac{1}{2} a$ abesse. At evidenter numerus infinitus dictorum rectangulorum 1d, db; 2δ, δβ; &c. non differt a summa distantiarum inter triangulum BAD & ipsius basin BD supra reperta $= \frac{1}{6} aab$. Ergo $\frac{1}{2} a$, $\frac{1}{6} aab = \frac{1}{12} a^3 b$ æquatur summæ distantiarum

tiarum inter eadem rectangula eundemque axem oscillationis, id est (ex superius ostensis) summæ quadratorum ex distantiis hujus axis ab omnibus trianguli propositi punctis: quod erat quarto loco inveniendum. Quinto liquet quoque, omnes radices quadratas distantiarum arithmeticarum tam Gg, $G\gamma$, &c. usque ad GA, quam $1d$ &c. usque ad 2δ, & ceteras similes in utroque semisse figuræ propositæ BAD æquivalere crescentibus areæ parabolicæ portionibus communi expressione variabili $\frac{2}{3} x^{3:2}$ comprehensis, quarum numerus infinitus est $\frac{1}{2}$BD $= y$: ita ut $\frac{3}{4} x^{3:2} dy$ fiat elementum solidi $8x^{3:2}y:15$ in quo cum indeterminata y (D1, D2, &c.) sit arithmetica ejusdem ordinis atque alia sibi correspondens arithmetica x ($1d$, 2δ, &c.) indices $\frac{1}{2}$ & 1 pro uno $\frac{3}{2}$ haberi debent; cumque crescant x & y usque dum evadant a & $\frac{b}{2}$, solidum illud evadens consequenter $4a^{3:2}b:15$ adæquat summam dictarum radicum quadratarum exprimitque ex analogia summam celeritatum, quas omnia trianguli BAD elementa separatim oscillantia acquirerent. Sexto litera n numerum supra unitatem quemcunque significante, quantitas $4a^{3:2}b:15n$ celeritatum summam præcedente minorem infinitis exprimet modis. Placetne centrum percussionis trianguli isoscelis BAD ex base sua suspensi (seu centrum æquilibrii commune velocitatibus punctorum omnium hujus trianguli in planum agitati, expressis per rectangula bd, $d1$; $\beta\delta$, $\delta 2$, &c. quod rectam AG secare mediam modo ostensum est) fieri quoque ipsius centrum oscillationis? Applica Hugenii principium, quemadmodum in primis exemplis observatum fuit. Nempe divisa velocitate totali v per summam $\frac{1}{6}aab$ distantiarum ab axe suspensionis, duc quotientis quadratum $36v^2:a^4b^2$ in summam $\frac{1}{12}a^3b$ quadratorum ex iisdem distantiis, ut habeas aggregatum $3v^2:ab$ altitudinum ascensus post penduli confractionem: quod æquatum aggregato $\frac{1}{6}aab$ altitudinum descensus ante illam confractionem præstabit tibi $v^2 = a^3b^2:18$; unde specifica longitudinis penduli simplicis isochroni expressio $a^4b^2:36v^2$ migrat in $18a^4b^2:36a^3b^2 = \frac{1}{2}a$ talem præcise qualem loco jam citato Tract. de Horol. oscillat. Hugenius ipse notavit. Centra igitur percussionis & oscillationis adunata sic obtinebis: sed qua conditione? Ex dictis manifesta est. Requiritur necessario, ut velocitas totalis penduli compositi, quod hic proponitur, scilicet $a^{3:2}b:3\sqrt{2}$, collata cum summa $4a^{3:2}b:15$ celeritatum, quas ejus elementa separate oscillantia adipiscerentur, non alia esse possit, inter varias numero infinitas hac summa minores $4a^{3:2}b:15n$ (queis pendulorum simplicium isochronorum longitudines $25n^2a:64$ competunt) quam quæ $n = \frac{4}{5}\sqrt{2}$ exigat. Notabilis certe conditio; cujus demonstrationem omnis controversiæ prorsus immunem si quæras, inveniendam

Tomi IV. Supplem. Sect. I.

Pag. 39.

Tomi IV. Supplem. Sect. I. tibi libens relinquo. Interim ne tædeat te, proposito sequenti problemate, similem difficultatis in Hugeniano de centris oscillationum systemate ubique obviæ nodum mecum adhuc advertere.

PROBLEMA.

TAB. I. Fig. 4. *Invenire locum duorum ponderum æqualium C, D æqualiter tum a puncto suspensionis A, tum a linea verticali AE distantium, quæ agitata circa axem in A perpendicularem plano per ACD, isochrona sint pendulo simplici longitudinis datæ AB, & velocitatem totalem conjunctim acquirant duplam celeritatis, quam ipsis commune gravitatis centrum E circa eundem axem separatim oscillans adipisceretur.*

Ponamus cum Hugenio $AB = a$, $AE = x$, $ED = EC = y$; unde sequitur $AD = AC = \sqrt{(xx+yy)}$. Quoniam centra gravitatis E & oscillationis B sibi mutuo super una eademque recta BEA semper respondent; singula altitudo descensus ipsius E est ad singulam altitudinem descensus ipsius B sicut recta AE ad rectam AB: quapropter in calculo sufficit maximæ altitudinis, unde E descenderet, expressionem x usurpare, ac consequenter velocitatem totalem penduli compositi CAD exprimere per $2\sqrt{x}$, quatenus celeritas a solo centro E ex eadem altitudine AE separate delapso acquisita $= \sqrt{x}$ foret. Meministi longitudinem penduli simplicis isochroni nobis exprimi fractione, cui numerator sit quadrata summa $2\sqrt{(xx+yy)}$ distantiarum CA, DA, & denominator datur quadrata velocitas totalis maxima $2\sqrt{x}$: est ergo hic illa longitudo $= (xx+yy):x$, quæ posita ex hypothesi æqualis rectæ datæ a deducit ad $yy = ax - xx$ locum punctorum C & D quæsitum, ad circumferentiam scilicet ACBD circuli centrum suum habentis, ubi data recta AB bifariam dividitur. At quid tali velocitatis totalis determinatione efficitur? Hoc quidem primum, ut altitudini x descensus centri gravitatis E, quod duobus ponderibus D, C conjunctis commune est, æqualis foret altitudo $(x+x):2$ descensus centri iisdem ponderibus duobus sed disjunctis communis; divisa enim velocitate totali $2\sqrt{x}$ per summam $2\sqrt{(xx+yy)}$ distantiarum a puncto suspensionis A, ductoque in singulam distantiam $\sqrt{(xx+yy)}$ quotiente, obtinetur hujus velocitatis gradus $\sqrt{x}$ singulo ponderi ante amborum separationem distributus, idem videlicet qui casu ex AE (x) seorsim acquireretur: unde innotescit centri gravitatis post repercussionem altitudo, utpote duplæ AE semissis. Efficitur autem secundo, ut centrum oscillationis in centrum percussionis caderet.

Pag. 40.

Pen-

Penduli namque oscillantis centrum percussionis dicimus punctum illud diametri BEA per centrum gravitatis E & punctum suspensionis A correspondens ductæ, quod obstaculi pendulum collidentis impetum maximum sustineret; ad quod proinde maximus tenderet penduli resistentis conatus. In nostro itaque pendulo isosceli CAD hoc ipsum punctum idem est ac concursus B rectarum BC, BD contingentium arcus a centris duorum ponderum æqualium C & D circa punctum æquidistans A descriptos. Atqui ob angulos rectos ACB, AEC, recta BE fit tertia continue proportionalis post duas AE & EC (x & y) nempe $yy:x$. Tota igitur AB est $=x+yy:x$ seu $(xx+yy):x$. Denique cum omnes anguli recti, qualis ACB, in eodem semicirculo super AB $=a$ descripto forent inscripti, communis eorum hypotenusa esset ipsamet diameter AB: ergo $(xx+yy):x$ fieret $=a$; ergo poneretur centrorum percussionis & oscillationis una eademque ab axe suspensionis distantia. Ubi mecum obiter nota, idem percussionis centrum sequenti quoque calculo inveniri. Utroque amborum ponderum æqualium C, D, quorum neque magnitudo neque figura, sed sola gravitatis centra consideranda sunt, expresso per unitatem; singula distantiarum CG, DH, quibus a recta horizontali GH per punctum suspensionis A in plano CAD acta abesse intelliguntur, vocata x; & singula aliarum distantiarum CE, DE, quibus a recta verticali AE per ipsorum centrum commune E ducta distant, denominata y. Assumatur tam summa ponderum, nempe $1+1=2$, quam summa productorum ex ipsis per suas distantias ab horizontali GAH factorum scilicet $1x+1x=2x$; quotiens $2x:2=x$ designabit intervallum AE inter hanc horizontalem rectam & commune gravitatis centrum E. Simili modo si cogitatu substituantur in locum eorundem ponderum C, D producta C, CG; D, DH ($1,x$) velut duo nova pondera inter se æqualia, & per summam $2x$ horum novorum ponderum dividatur summa $1xx+1xx=2xx$ productorum ex illis per distantias æquales CG, DH factorum; prodibit $2xx:2x=x$ pro intervallo inter A & centrum commune, quod hic non differt ab E propter novam æquilibritatem. Insuper si alia duo nova pondera C, CE; D, DE ($1,y$) collocarentur in C & D; esset $2yy:2y=y$ distantia rectæ AE a communi centro eorum hinc vel inde sito. Jam esto sicut $2x$ ad $2y$ ita $2yy:2y$ ad quartam proportionalem, nempe $4y^3:4xy$. Liquet aggregatum $2xx:2x+4y^3:4xy$ esse idem intervallum $x+yy:x$ supra inventum inter punctum suspensionis A centrumque percussionis penduli propositi CAD: quod ipsum intervallum ad centrum oscillationis terminari primo observavimus, dummodo totalis velocitas penduli esset $=2\sqrt{x}$. Sed unde, quæso, ille celeritatis

Tomi IV. Supplem. Sect. I.

Pag. 41.

Tomi IV. Supplem. Sect. I. Pag. 42. ritatis gradus potius quam alius velut $2\sqrt{(\pm x \mp y)}$, qui longitudinem penduli simplicis isochroni daret $= xx + yy : \pm x \pm y = a$ $=$ AB, locum vero ponderum C, D geometricum constitueret ad expressam æquatione $yy \pm ay = \pm ax - xx$ curvaturam segmenti

TAB. I. Fig. 5. BCADB duorum semicirculorum super æqualibus diametris (MN $= MN = a\sqrt{2}$) descriptorum, seque ita intersecantium, ut si utrovis rectangulum GABg ($\frac{1}{2}a$, a) inscribatur, & semissis figuræ oscillantis CAEB delineatur, appareat ex nota tam Chordarum (AEB, CEL + LC) sese intra circulum decussantium quam secantium (CHE, EAG + GA) sibi extra circulum occurrentium proprietate non tantum rectangulum rectæ CL + LE ($y + a$) in rectam EC (y) ductæ æquari rectangulo rectæ AE (x) per rectam AB — AE ($a - x$) multiplicatæ, verum etiam rectangulum rectarum CE & EH sive AB — CE (y & $a - y$) æquale esse rectangulo rectarum 2 GA + AE & AE ($a + x$ & x). Vides ergo, Lector, evidentissima opus esse demonstratione ad systema Hugenii de centro oscillationis sic confirmandum, ut nullus relinquatur dubitandi locus, quin natura hoc unum constantissime admittat. Alioquin harum solutionum alterutram minime licet asserere altera veriorem.

Dices fortassis, quam requiro demonstrationem, ut objectioni meæ fiat satis, eam amplius desiderari, ex quo die nova argumenta, quibus Hugeniana de centris oscillationum doctrina illustretur ac firmius stabiliatur, cum Mathematicis Regiæ Scientiarum Academiæ lucubrationibus publicata sunt.

Fateor equidem hic tradi Regulam non minus ingeniosa & subtili quam facili ac generali methodo inventam, qua centrum percussionis in ponderibus suspensis reperitur. Veruntamen, ut ingenue dicam, quæ afferuntur ibi rationes ad centra oscillationis & percussionis confundenda neque objectionem diluere, neque nodum difficultatis expedire mihi videntur. Scis ad demonstrandum aliquid, quod postea nec dubium nec controversum esse queat, exigi argumenti cum inconcussam stabilitatem tum perspicuitatem maximam. Perlege Voluminis a Regia Scientiarum Academia pro anno 1703. in lucem editi pag. 81. & 82. attentoque animo rem expende. Cedo qui fieri potest, ut mera privatio motus, quo opus est ad conficiendum spatium VS, etsi nulla obstant

Pag. 43. TAB. I. Fig. 6. impedimenta externa, resistat tamen reali motui cum quo eandem partem versus percurreretur spatium RT; sicque in eodem pondere libere suspenso ac mobili DAC una particula D motu ex V in S defecta alteram C motu ex R in T similiter directo affectam repellat tantum quantum ab ipsa sibi invariabili vinculo copulata impellitur? Insuper, si non alius motus imprimere-

tur

tur ipsi D versum S circa A, quam qui ab obliquo gravitatis DP conatu procedit & per arcum minimum DV exponitur; dum C, quae virgis CA, AD, DC inflexibilibus & ponderis expertibus cum eadem D conjungitur, non alium motus sibi ab aequali gravitate CQ oblique impressi versus T circa idem punctum A retineret gradum, quam qui per arcum infinite parvum CR repraesentatur: quomodo penduli compositi CAD oscillatio, isochrona penduli simplicis AM oscillationi, possibilis foret, quandoquidem non se habet AD ad DV sicut AC ad CR, id est, AM ad MK? Tomi IV. Supplem. Sect. I.

Utut haec sunt; faciendo omnia producta D, AD, VS aequalia omnibus C, AC, RT simul sumptis (quorum productorum expressiones inventae hanc aequalitatem nequaquam secum important) libitum est struere inter unasquasque nascentes celeritates CR, DS &c. elementorum penduli CAD conjunctim oscillantium, C, D &c. quae bina ex utraque parte communis centri L *aequalia supponuntur*, & unasquasque nascentes celeritates CT, DV &c. eorundem elementorum separatim oscillantium; libitum est, inquam, statuere differentias RT, VS &c. (alteram nempe additivam propter motus excessum, alteram vero subtractivam ob defectum motus) tales quidem ut si ex una parte ponderibus per singula D, AD expressis tribuerentur velocitates quae per singulas VS exprimerentur, & ex alia parte ponderibus per cuncta C, AC designatis inessent velocitates quae per cunctas RT designarentur; summa omnium quantitatum motus ex prima parte *aequalis esset summae omnium quantitatum motus ex altera*.

Atqui hocce principium nihil est aliud quam hypothesis sub eadem & conditione & difficultate ac Hugenii nostri postulatum; ut palam facit quae inde diducitur expressio $\int (x^2\, dp + y^2\, dp) : \int x dp$ distantiae quaesitae AM: ubi significatur per p pendulum propositum CAD; per dp ejus elementum D vel C &c. per x singulum intervallum LA quo centrum binis quibusque elementis aequalibus D & C commune distat ab axe suspensionis; per y unaquaeque distantiarum aequalium LD, LC inter hoc centrum & haec bina aequalia elementa; per $xx + yy$ dimidium quodque aggregatum amborum quadratorum ex distantiis respectivis DA & CA; denique per literam $\int$ integrale sive summa quantitatum quibus illa praefigitur. Talis autem inventa distantiae AM expressio (I) propria esse centri percussionis satis ex eo ostenditur, quod calculo ad idem centrum sicut in problemate praecedenti determinandum apto subjiciatur. Cogita in locum binorum aequalium ponderum C, D, &c. (dp) alia totidem C, CG; D, DH; &c. (xdp) sufficì; quae, rectis CG, DH, &c. (x) Pag. 44.

paral-

parallelis distantiæ AL puncti suspensionis A a gravitatis centro L priorum ponderum, referantur ad rectam per A ductam ita ut lineæ ipsa connectenti CLD sit æquidistans. Horum novorum ponderum summa $\int xdp$ dividente summam $\int x^2 dp$ productorum ab illis per suas x multiplicatis factorum, exit longitudo qua punctum A ab eorum communi centro remotum est, quemadmodum $\int xdp : \int dp$ fit $=$ AL. Præterea si cogitatu in locum eorundem primorum ponderum C, D, &c. substituerentur alia tertia C, CL; D, DL, &c. (ydp) quæ binis æqualibus distantiis LC, LD, &c. (y) a centro L horum primorum referantur ad diametrum per puncta A & L transeuntem; summaque $\int y^2 dp$ productorum, quæ fiunt ex istis tertiis ponderibus in suas y ductis, divideretur per ipsorum summam $\int ydp$; quotiens foret expressio intervalli quo diameter AL ab eorum ex utravis parte sumptorum gravitatis centro distaret. Ordinando itaque hanc analogiam, ut $\int xdp$ ad $\int ydp$ sic $\int y^2 dp : \int ydp$ ad quartam proportionalem, quæ erit $\int y^2 dp : \int xdp$; ac deinde illam quartam proportionalem addendo ipsi $\int x^2 dp : \int xdp$; obtinebis propositam expressionem $\int (x^2 dp + y^2 dp) : \int xdp$ distantiæ AM inter axem suspensionis A & centrum percussionis M, haud secus ac in problemate superius resoluto. Pag. 45.

Fac nunc ex ea, quicquid inde resultet, valorem distantiæ axis a centro oscillationis, hoc est, æqualitatem cum propria & specifica expressione longitudinis penduli simplicis isochroni. Ea propter sunto: indeterminata δ singula distantia axis suspensionis a singulo elemento penduli compositi DAC; v summa velocitatum ab omnibus ejus elementis æqualibus ac minimis qualibet vibratione acquisitarum; g recta centrum gravitatis & punctum suspensionis respectivum conjungens; b altitudo descensus centri gravitatis, ex qua decidens pendulum compositum velocitatem totalem v adipiscitur; z recta inter axem & centrum oscillationis intercepta, atque per gravitatis centrum traducta, adeo ut quæ est ratio ipsius g ad ipsam z eadem semper habeatur ipsius b ad quartam nempe $bz:g$ correspondentem altitudinem descensus penduli simplicis. Item propter isochronismum; sicut g & z sunt inter se, ita etiam $gv : \int\delta$ & $zu : \int\delta$ celeritates scilicet centris gravitatis & oscillationis competentes. Dein ob naturalem lapsus Gravium accelerationem, adæquantur $\sqrt{(bz:g)}$ & $zv:\int\delta$: unde colligitur $z = b\,(\int^2\delta : gv^2)$ vel simplicius (quoniam semper assumi potest $b = g$) elicitur $z = \int^2\delta : v^2$ specifica penduli simplicis isochroni longitudo; qualem in exemplis superius prolatis usurpavimus.

Fac igitur $\int^2\delta : v^2 = \int (x^2 dp + y^2 dp)\ \int xdp$ (II) ut cogas quacunque lege centrum percussionis fieri & oscillationis. Hinc emanabit

nabit $2 \int x dp = 2 \int (x^2 dp + y^2 dp) v^2 : \int^2 \delta$, cujus æqualitatis primo membro exprimitur altitudo AL (x) ex qua gravitatis centrum L descendere potest, multiplicata per ambas summas ($2\int dp$) elementorum penduli, veluti C &c. ad sinistram & D &c. ad dextram; quibus binis hoc centrum super diametro AL commune est; atque ita de reliquis similibus: quod (Tract. de Horol. oscillat. Parte 4. Prop. 3.) tantundem valet quantum *summa productorum ex singulis penduli elementis ductis in altitudines unde connexa inter se, simul descenderent*. Secundo autem hujus æqualitatis membro significatur id quod resultaret, si quadratum totalis velocitatis (v) divisæ per summam ($\int \delta$) distantiarum CA, DA, &c. duceretur in singulum aggregatum ($2 dp (xx + yy)$) binorum productorum ex multiplicatione utriusque amborum æqualium elementorum C & D per quadratum distantiæ suæ ab axe suspensionis: quod evidenter non differt a *summa productorum, quæ fierent, si eadem elementa* multiplicarentur per quadrata quantitatum *distantiis* axis proportionalium, in quas velocitas totalis ipsis conjuncte mobilibus necessario distribueretur, hoc est, *multiplicarentur per altitudines ad quas aliquo obice repercussa & fracto penduli separata ascenderent*. Tomi IV. Supplem. Sect. I. Pag. 46.

En igitur, ad centra oscillationis & percussionis adunanda, non solum quo reducitur Regula generalis in Mathematicis Regiæ Scientiarum Academiæ collectionibus proposita, sed etiam unde immediate diducitur Hugenianæ de hoc centro doctrinæ principium. Quoniam autem statuere mutuam resistentiam inter motum *realem* & *meram* motus privationem non est argumentum satis evidens, quo niti possit indubitata demonstratio; non plus profecto ad enodandam quæstionis difficultatem illa Regula potest quam illud Principium. Equidem scio tale argumentum tali, quæ sequitur, ratiocinatione confirmandum ab aliquo defensore suscipi posse.

Cum ex dispositione penduli compositi, inquiet, *pondera* C & D *inter se cohærescant; pondus* C *quem motus circularis excessum a gravitate impellente concipere nequit, eum ut connexo ponderi* D *imprimat, necessario tendit. Atqui totus ille conatus nullam omnino potest impressionem facere in hoc pondus* D, *a quo nimirum non alius determinato tempore arcus describendus est quam quem percurri distantia puncti suspensionis sinit. Ergo ipsum* D *quanta vi impellitur, tanta resistit ipsi* C *impellenti: quam quidem vim resistendi a causis per arcum circularem determinatum urgentibus mutuatur*.

Verum ad ista sic respondere quoque possum. Pondus C ponderi conjuncto D non modo transmittere conatur motus excessum,

Tomi IV. Supplem. Sect. I. Pag. 47. sum, quem ne sibi ipsi accipiat, impediunt respectivus in pendulo situs ac necessaria cohærentia; sed etiam revera transmittere debet. Nihil namque communi horum ponderum translationi ad easdem partes, nunc sursum, nunc deorsum, circa eundem suspensionis axem opponitur, nisi aeris occursus & versatilis axis attritus: quorum similiumque impedimentorum nullam habere rationem hic licet: *remoto aeris*, ut ait Hugenius, *alioque omni impedimento*. Primum ergo pondus (quippe quod citius esset) alterum (quatenus lentius foret) necessario impellit quoad secum moveat, hoc est, illi eum imprimit motus excessum qui velocitates spatiis proportionales utrobique reddat. Semper siquidem peragitur motus qua ratione ipso momento possibilis est, qua dispositione tendunt eo mobilia quo nullis obstaculis resistentibus urgentur. Perspicue mihi apparet hanc mobilium inter se connexorum dispositionem ad motum conjuncte concipiendum, esse quidem causam, quam Physici *occasionalem* dicunt, cur impressus motus distribuatur ipsis in ratione spatiorum simul conficiendorum; non vero cur ejus quantitas ante partitionem imminuatur, quandoquidem ista quantitas omnimode dividua nullatenus huic qualicunque dispositioni contraria est. Qui ergo in eodem Toto mobili, cujus universæ partes eundem inter se situm continue servarent, quod proprio pondere libratum in medio minime impedito oscillationes suas ageret, particula una minorem gravitatis impressionem passa particulam alteram majore gravitatis impulsu in easdem partes actam repelleret, dum ab ipsa impelleretur; nisi motus privationi vim ipsi motui resistendi attribuamus? Quod proculdubio ea caret evidentia quam vera demonstratio postulat. Adhuc itaque constat objecta difficultas nostra. Centrum oscillationis non differre a centro percussionis nunquam inconcusse stabilietur, nisi prius indubitate probetur velocitatem totalem penduli compositi, comparatam cum summa celeritatum ab ejus elementis separate oscillantibus acquisitarum, non modo hac summa minorem semper esse, sed etiam necessario haud aliter quam ex Hugeniano Principio vel ex Æqualitate superius notata (II) infertur. Denominemus $\int d$, aggregatum distantiarum CA, DA, &c. elemento-

TAB. I. Fig. 6. rum C, D, &c. penduli propositi a communi agitationis axe A; g, distantiam ejusdem axis centro gravitatis L seorsim spectatam; $\int s^{1:2}$, aggregatum radicum quadratarum ex omnibus altitudinibus s descensus Figuræ oscillantis integræ DAC; b, al-

Pag. 48. titudinem unde dictum ejus centrum L una descenderet; t, expressionem generalem supra affectam nota (I) intervalli AM a puncto suspensionis A ad centrum percussionis M; n, quemvis nume-

numerum majorem unitate; denique v, singulam penduli agitati velocitatem totalem. Primo, quantitas $(\int t^{1:2}):n$ nobis exprimit in infinitum summam velocitatum perpetuo minorem summa celeritatum quas omnia elementa C, D, &c. ab invicem separata ex iisdem altitudinibus, adipiscerentur. Secundo æqualitas $(b\int^2\delta):gv^2 = t$ centrum oscillationis in centro percussionis collocans nos perducit ad $v = (b^{1:2}\int\delta):g^{1:2}t^{1:2}$ quæ posita $= \int t^{1:2}:n$ dat $n = (g^{1:2}b^{1:2}\int t^{1:2}):b^{1:2}\int\delta$ pro Hugenii systemate. At iterum peto, cur numerus iste præferendus est tot reliquis unitatem excedentibus; quibus admissis, centro oscillationis varius supra vel infra centrum percussionis assignaretur locus; quoniam pendulis plus minusve oscillatorii motus attribueretur, licet summam celeritatum ab eorum elementis sejunctis acquirendarum quantitas hujus motus nunquam adæquaret? Nihil quidem certi ac dilucide veri, prolatis hactenus argumentis, de hac quæstione statutum mihi videtur: quare Hugenianum systema non nisi hypothesin possibilem dicere queo. Tomi IV. Supplem. Sect. I.

RELATIO DE GLOMERE PILORUM

ex utero & ovariis duarum feminarum extracta,

D. JOHANNI SLOANE, Societatis Regiæ Secretario,

Communicata a JACOBO YONGE, *Societ. Reg. Collega.* Sect. II. Pag. 72.

Extracta ex Transact. Anglic. Anni 1707. Num. 309. §. 6.

ANno 1705. fœmina post laboriosum quatuor dierum partum infantem enixa corruptum & fœtentem, fœtita profundebat lochia trium septimanarum intervallo, quibus cessantibus tributum solvebat lunare & negotiorum expediendorum gratia foras exibat. Sex septimanas post partum convulsionibus & hystericis affectibus per tres dies exposita tumorem dolorificum in sinistro abdominis latere percipiebat, quo rupto materia albicans crassa ad mensuram unam cum exilibus globis vitellum ovi cocti referentibus profluebat; unde symptomata evanescebant. Quatuor dies post similis tumor in latere dextro comparebat, ex quo exilis materiæ copia per quinque vel sex menses promanabat. Eodem tempore in pudendis prominebat moles, quæ extracta glomum pilorum ad ovi gallinæ Indicæ magnitudinem pituitæ immersum & mem-

Tomi IV. Supplem. Sect. II. membranæ cuidam a latere ad palmæ mensuram adhærentem ossiculumque pyramidale in medio continentem monstrabat. Inde tumore subsidente materiæque fluxu cessante menstrua hactenus suppressa pristinam periodum recuperabant, & ægra sanitati restituebatur.

Anno 1696. Virgo triginta annorum in febrem intermittentem incidebat, cum mensium suppressione, succedente dolore & tumore in dextro latere, qui in dies augmentum capiens abdomen in enormem molem extendebat, & post anni decursum humiditatem plorabat. Præterlapsis 15 mensibus propter rupturæ metum paracenthesin efflagitabat misera, qua adornata materia dulcis bene digesta ad mensuram unam cum dimidia profluebat. Altero die post cum eodem liquore pili quatuor vel quinque pollices longi prorumpebant, lateri interno usque adeo affixi, ut de dolore exquisitissimo conquerente virgine, extrahi nullo modo potuerint. Moriebatur autem hæc quarto post operationem die. In cujus abdomine decem mensuræ supra commemorati liquoris reperiebantur, in quo glomus pilorum fluctuabat, qui remota, qua obvolvebatur, pingui substantia, unciam dimidiam pendebat. In latere dextro conspiciebatur protuberantia nuce juglande major, a qua pili ortum ducebant octo pollices longi. Tumor hic, seu rectius ovarium perfectum, dentem caninum ossi triangularis figuræ affixum continebat, in quo alius dens reperiebatur.

Sect. III. Pag. 123.

RELATIO

De duobus Ulceribus sinuosis, totum brachium dextrum occupantibus,

JOANNIS FAWLERI CHIRURGI,

ad D. GUILIELMUM COCKBURN, *Soc. Reg. Socium.*

Translata ex Transact. Anglic. N.° 302. A. 1707. §. 4.

JOannes Marsh, juvenis 16 annorum, sub declinatione febris continuæ tumorem nanciscebatur in brachio, cujus curam cuidam Chirurgo committebat. Cum autem duobus præterlapsis annis nulla sanationis spes affulgeret, ego accersitus duo reperiebam ulcera sinuosa in brachio dextro, unum circa musculum deltoidem ad jun-

junCturam fere usque ascendente, & ad cubitum descendente, & ad pollicem unum cum dimidio ascendente. Apertis sinubus os cariosum & separatum se offerebat, quod quinque pollices longum extrahebam. Tres septimanas post aliud fragmentum separabatur, duos pollices longum, quod medullam immediate contingebat. Hæc ulcera intra novem mensium spatium succrescente firmissimo callo ita curabantur, ut 50 librarum pondus brachio tollere posset juvenis. Tomi IV. Supplem. Sect. III. Pag. 124.

OBSERVATIO ANATOMICA

De exitu sanguinis venosi in Auriculis & Corde.

Extracta ex Dissertatione Inaugurali die 15. Maji A. 1708. Lugduni Batavorum

ab ADAMO CHRISTIANO THEBESIO *Silesiensi, habita.*

PRæter hactenus notos sanguinis venosi exitus, multo plures, tum in auricula, tum in corde, forte fortuna mihi occurrerunt. Cum enim in vena cava cordi imminente & fibris carneis insigniter roborata foveolæ multæ appareant, quæ nil nisi oscula sunt venularum, tum a tunicis ipsius cavæ, tum aliunde advenientium & in amplissimum alveum hiantium; suspicio inde mihi nata est, an non forsan multa hujusmodi foramina in cordis & auricularum aditis figura illis prorsus similia eadem munia sustinerent. Quare ut certus fierem, aquam siphone in venam coronariam leniter immisi; tum vero ventriculo dextro æque ac sinistro aperto, vasisque discissis debite observatis, (ne liquor ab illis in sinus prosiliens experimentum fallax redderet) ex foveis quamplurimis aquam copiose prodire conspexi, vasis ceteroquin & reliqua cordis substantia illæsis permanentibus. Nondum tamen experimento huic eodem successu in cujuscunque animalis corde sæpius repetito ita fidere audebam, ut nihil prorsus dubii superesset, suspicatus, venulas per trajectionem aquæ, utcunque lenem & cautam, aliquatenus tamen violentam, in iis locis posse rumpi; adeoque exhiberi phænomena, quæ maxime ambigua sint, nec unquam forsan in corpore vivo contingant. Hinc satius fore duxi, ut, nulla liquoris transfusione prægressa, in corde integro in ipsa vasa cultro Anatomico inquirerem. Hunc in finem

Tomi IV. Supplem. Sect. III. Pag. 125. corda, ovinum bubulumque, quorum vasa minora facilius in oculos incurrunt, adhibui. Et primo statim intuitu curatiori intra ventriculi dextri scatebras animadverti; decurrere per superficiem gracilia quædam vascula, & ex surculis minoribus in truncum abire, qui in scrobiculum quendam aperitur. Harum orificiis cum applicarem tubum, flatus immissus promtissime omnes ramificationes distendit, atque penitius circumiens, aliasque socias venulas penetrans ex perplurimis foveis, bullulis factis, prorupit; ut inde dubitationi locus amplius non sit relictus. Hæc postmodum eadem cura in corde bubulo recens exsecto & adhuc calido indagavi; eo quidem successu, ut venulas ejusmodi semper copiosius viderim, nec unquam cor frustra aperuerim.

Idem reperi in utraque auricula, & quod mirere, in ventriculo cordis sinistro. Ibi enim si pari ratione tubum cavernulæ cuidam apponas, flatus per venulas copiosissimus circumibit; & ne putemus, fieri ecchymosia a flatu fortius intruso, elevatamque membranam vasa mentiri, attendi debet sanguinis motus in venulis illis, si cor recens sit, & flatus progressio observetur, qui usque in venæ coronariæ ramos ampliores externos penetrat.

Ita vix unquam curiosus horum indagator frustra erit, si in cordis bubuli thalamo dextro circa radices trabi carneæ a septo ad oppositum parietem transversim protensæ foveolas perquirat, tubuloque caute applicato flatum immittat. Tum enim statim venulæ, quæ in illas aperiuntur, flatu turgidæ redduntur, quæ circa hæc loca in superficie decurrere adeoque oculis nostris clare patere semper deprehensæ sunt. Necesse enim est, ut in thalamis æque ac auriculis foramina minora potius excutiamus, quam majora, utpote minus cum aliis communicantia; quæ alioquin fovearum mutua inosculatio facit, ut flatus per magis patulos exitus prodeat, minoribus venularum osculis prætermissis. Accedit & illud, quod sulci ampliores & profundiores venulas quoque profundius ex substantia cordis corrivantes recipiant, quæ licet flatum admittant, oculis tamen indagantis sese exhibere nequeunt.

Eadem ratione res succedit, si ramum venæ coronariæ majorem, potissimum illum, qui exterius per ventriculum sinistrum
Pag. 126. decurrit, & maxime omnium vicinus est dextro, multosque ab hoc ventriculo & septi convexitate ramos recipit, flatu distendamus: sic namque cordis septo patente ex plurimis ejus foveis copiosus flatus prodibit, bullasque formabit in sanguine ex venularum osculis flatu primum protruso & intra foramina hærente.

Denique liquores colorati, gluten solutum, ipsaque cera, aptata manu, ramis venarum aperturas & in utraque auricula & in

am-

ambobus cordis thalamis clare demonstrant. Utut non negandum sit, injectionibus violentioribus aliquando perrumpi vasa, qui tamen exitus liquoris immissi vi factus a genuino a quolibet facile distingui potest. Tomi IV. Supplem. Sect. III.

Hæc vero experimenta pari ratione in corde humano succedunt. Sic flatus venæ coronariæ immissus, reliquis omnibus aditibus occlusis, promptissime per orificia illa in cor penetrat, illiusque ventriculos vesicæ in modum expandit; ipsa autem vasorum orificia a priori, cum vasculis ipsis sanguine plenis, quemadmodum in corde bubulo, hactenus in corde hominis inquirere nondum licuit.

Quæ cum ita sint, abunde puto nobis cum veritate convenire, si asseramus, multas esse venas & inter se & cum aliis venæ coronariæ ramis ad canalem communem commeantibus, copiosis anastomasibus connexas, sanguinem in auricularum sinuumque cordis foveas deducentes.

Explicatio Figurarum.

Fig. I. Cordis bubuli ventriculum dextrum apertum exhibet, cujus paries externus versus superiora reclinatus est. TAB. II. Fig. 1.

A. Venæ cavæ introitus.
a. a. a. Valvulæ tricuspidales.
B. Arteria pulmonaria.
b. b. b. Valvulæ semilunares.
C. C. Auricula dextra.
c. Venæ coronariæ orificium alterum.
D. Vasa coronaria externa, quorum vena per tubum immissum flatu distenta apparet.
E. E. E. Foveæ in septo cordis, ex quibus flatus ramo venæ coronariæ externæ immissus, bullulis factis, prodit, & venarum aperturam in foveis probat. Pag. 127.
e. e. e. e. Venulæ ubique a foveis receptæ.
F. F. Venæ in foveolas circa radicem trabis transversæ se aperientes.
G. G. Trabs carnea discissa.

Fig. II. Partem ventriculi sinistri cordis bubuli sistit.

A. A. A. A. Foveæ, in quas flatus immissus transit in venas hic se aperientes. Fig. 2.
a. a. a. a. Venulæ flatu tumentes.
B. Venæ coronariæ externæ ramus, ad quem flatus simul pertingit.
C. Arteriæ coronariæ ramus ad latus venæ situs.

CON-

Tom. IV. Supplem. Sect. III. Pag. 129.

CONTINUATIO ANNOTATIONIS

Super Animadversione in difficultatem Hugenianæ de Centro Oscillationis Demonstrationi oppositam, agens de diversis centri oscillationis Hypothesibus pro variis motus oscillatorii quantitatibus.

Ex jam dictis de oscillationis centro (Sect. I. pag. 33. seqq.) satis liquet, mutuam esse relationem velocitatis totalis v Pendulorum compositorum, hoc est, quantitatis motus omnibus eorum particulis minimis dispertitæ, & longitudinis z Pendulorum simplicium isochronorum. Fit namque (III) $z = (b\int^2\delta) : gv^2$ & consequenter (IV) $v = (b^{1:2}\int\delta) : g^{1:2}z^{1:2}$ ubi, sicut modo observatum est, exponuntur, per $\int\delta$ summa intervallorum δ quibus omnia Pendulorum elementa ab axe suspensionis distant, per g ejusdem axis a communi gravitatis centro distantia, & per b hujus centri descensus altitudo.

Pag. 130.
Porro ut centrum gravitatis fieret quoque centrum oscillationis; necesse foret z & g congruere, proindeque v superius notatam (IV) evadere $= (b^{1:2}, \int\delta) : g$, talem videlicet singula vibratione, qualis exprimitur per radicem quadratam; ex altitudine descensus centri gravitatis ductam in rationem quam summa intervallorum inter axem agitationis & puncta omnia penduli habet ad intervallum inter eundem axem & idem gravitatis centrum. Ex hac velocitatis totalis mensura consequens est in pendulis vere simplicibus centrum oscillationis idem esse punctum cum centro gravitatis. Sit AC (*Fig.* 5.) virga longitudinis datæ a, parte suprema circa axem DD libere mobilis, parte ima appensum pondus C sustinens. Intelligamus autem cum Hugenio, tum virgam ipsam tum pondus appensum, in particulas minimas æquales, 11, 22, 33, &c. divisa; quarum particularum numerus b in virga sit ad numerum c in pondere, sicut gravitas virgæ ad gravitatem ponderis. Summa intervallorum a particulis omnibus ad punctum supensionis A est $= \frac{1}{2}ab$ (ea quam ponit celeberr. ille Geom.). Gravitate enim per totam virgæ longitudinem AC, æqualiter dispertita, singula particula 11, 22, &c. valet $\frac{b}{a}$: Distantiis vero arithmeticis A1, A2, A3, &c. adæquantibus simul triangulum rectangulum $\frac{1}{2}aa$, productum $(b:a)\ \frac{1}{2}aa$ exprimit aggregatum A11 + A22 + A33 &c. talium parallelarum distantiarum haud sensibili discrimine a præcisa dictorum intervallorum

Tab. II. Fig. 5.

sum-

summa differens ob exilitatem virgæ. Quod spectat ad intervalla, quibus idem axis DD a minimis particulis ponderis C abest; illorum summa intervallo a inter centrum ponderis C, & punctum suspensionis A multiplici secundum numerum c particularum hoc pondus componentium censenda est æqualis; quum ipsius ponderis nec figuram, nec magnitudinem, sed solam gravitatem tanquam alicujus rectæ 44 (*Fig.* 5.) axi DD parallelæ considerare hic liceat. Itaque $\int\delta$ ibi est $=\frac{1}{2}ab+ac$. Atqui b semper potest assumi $=g$ quod intervallum nunc dicimus a: Ergo valor nostræ z supra notatus (III) hic evadit $=(\frac{1}{4}a^2b^2+a^2bc+a^2c^2):v^2$ pro longitudine penduli simplicis composito ex virga gravi & appenso pondere isochroni; qualiscunque ad definiendam velocitatis totalis v mensuram theoria centri oscillationis astruatur. At si virgæ inflexibilis CA nulla esset crassitudo, nullaque gravitas; tunc b evanesceret, centri oscillationis a puncto suspensionis distantia z fieret $=a^2c^2:v^2$ & summa $\int\delta$ redigeretur ad ac. Adeo ut permanente $b=g=a$, velocitas totalis quam hic statuimus $=(b^{1:2},\int\delta):g$ efficeretur $=a^{1:2}, ac:a=c\sqrt{a}$: Cujus quadrato in locum v^2 in quantitate $a^2c^2:v^2$ subrogato, invenitur centri oscillationis distantia quæsita $z=a^2c^2:ac^2=a=$ AC, quæ ideo ad centrum gravitatis C terminaretur. Tomi IV. Supplem. Sect. III. Pag. 131.

Verum hinc facile animadvertitur theoriam ista duo centra adunantem non parum a naturali oscillationum systemate nulla pendula vere simplicia admittente, quodcunque illud sit, discrepare. Etenim summa $\int\varepsilon^{1:2}$ radicum quadratarum ex altitudinibus ε, *unde elementa pendulorum oscillantium descendunt*, & quibus celeritates *horum* elementorum vibrationes suas separate peragentium exprimuntur, est quantitas minor quam $(b^{1:2},\int\delta):g$ summa celeritatum, quas in hac theoria eadem elementa conjuncte acquirerent. In primo exemplorum, quæ initio dissertationis nostræ prolata sunt, habemus primo $b=g=\frac{1}{2}a$ & $\int\delta=\frac{1}{2}aa$: Igitur $(b^{1:2},\int\delta):g$ fit $=\sqrt{\frac{1}{2}a}$, $2aa:2a=a\sqrt{\frac{1}{2}a}$. Secundo $\varepsilon=\delta$: Ergo $\int\varepsilon^{1:2}=\int\delta^{1:2}$ est $=\frac{2}{3}a\sqrt{a}=a\sqrt{\frac{4}{9}a}$ perspicue minori quam $a\sqrt{\frac{1}{2}a}=a\sqrt{\frac{4}{8}a}$. Ita ut necesse foret, in summa particularum, ex quibus pendula componuntur, plus motus produci, dum connexæ oscillant, quam si separatæ suas oscillationes agerent; remotis scilicet exterioribus impedimentis. Quasi vero id sola connexio efficeret; quæ nihil gravitati, vi motrici corporum oscillantium, addere potest. Talis itaque theoria de centro oscillationis in rerum natura impossibilis censenda est. Quanto magis imaginarias dicemus eas, quæ majorem adhuc motus oscillatorii quantitatem pendulis compositis attribuerent. Harum physice impossibilium numero adscribenda illa est, quæ ex argumento sequenti diduci potest.

Bre-

Tom. IV. Supplem. Sect. III.

Breviorum pendulorum celeriores sunt oscillationes, longiorum vero lentiores. Si hæc cum illis conjunguntur, necessarium fit, ut non nisi eodem tempore oscillent. Eorum igitur celeriores oscillationes retardarentur, dum accelerarentur lentiores. Tempus itaque, quo penduli compositi duraret oscillatio, medium esset inter tempora, quæ illius elementa ad oscillandum seorsim impenderent; nempe exprimendum esset quotiente, quem summa exempli causa $\int \delta^{1:2}$ radicum quadratarum ex intervallis δ ab axe suspensionis ad hæc elementa dp daret divisa per ipsorum numerum infinitum $\int dp$. Consequenter quadratum $\int^2 \delta^{1:2} : \int^2 dp$ hujusce
Pag. 132. medii temporis exprimeret longitudinem $\int^2 \delta : v^2$ penduli simplicis isochroni: Unde in ista theoria $v = (\int \delta, \int dp) : \int \delta^{1:2}$, quæ motus oscillatorii quantitas sic excederet quantitatem $\int \delta^{1:2}$ ut centrum oscillationis altius centro gravitatis constitueret. In tertio Exemplorum nostrorum, idem est $\int dp$ atque $\frac{1}{2} ab$ triangulum isosceles ex sua basi b suspensum. Sunt præterea $\int d = \frac{1}{6} aab$ & $\int \delta^{1:2} = 4a^{3:2} b : 15 = (64 ab \surd a) : 240$ qua expressione designatur summa celeritatum ab omnibus hujusce trianguli punctis separate acquirendarum. Ibi ergo fit $v = 5a^{3:2} b : 16 = 75 (ab \surd a) : 240$ qua scilicet quantitate exprimitur velocitas totalis ab iisdem punctis triangulum complentibus conjuncte acquirenda, tum manifeste major quam $(64 ab \surd a) : 240$, tum determinans distantiam $\int^2 \delta : v^2$ inter axem & centrum oscillationis $= \frac{64}{225} a$ evidenter minorem distantia $\frac{1}{3} a$ seu $\frac{75}{225} a$ inter eundem axem & centrum gravitatis. Quod naturaliter fieri non potest.

Rejectis igitur hujusmodi theoriis centri oscillationis, physice imaginariis; aliæ quæ hoc centrum in pendulis compositis inferius centro gravitatis statuunt, considerandæ sunt solæ tamquam possibiles, inter quas naturalis ac vera investiganda est, vel ratione vel experientia duce. Ejus autem generis notabiles mihi videntur duæ, prout in particulis æqualibus minimis mobilium oscillantium aut *vim* aut *velocitatem* attendere libet. Harum particularum infinite exiguarum *velocitatem* dicimus quantitatem motus oscillatorii cum qua æquabiliter certum spatium certo tempore singula percurreret. Per *vim* intelligimus iterationem continuam hujus velocitatis, in hoc spatio, tempore determinato; id est, productum velocitatis per spatium, unitate particulam mobilem exprimente. Secundum primam istarum ambarum hypothesium *velocitas totalis* penduli libere circa axem suspensionis librati concipitur *æquari summæ celeritatum*, quas omnia ejusdem penduli elementa separate circa eundem axem agitata, renixu aeris remoto, acquirerent; iisque inter se connexis necessario distribui in ratione arcuum simul describendorum sive distan-

stantiarum ab axe communi. Secundum alteram hypothesim, *vis totalis* quam omnes particulæ penduli circa suspensionis axem proprio pondere librati ad percutiendum obicem habent, supponitur *æquari summæ virium* cum quibus a causa gravitatis simul impulsæ concipiuntur; iisque motis distribui intelligitur in ratione quadratorum ex arcubus una descriptis sive ex distantiis ab axe. Tomi IV. Supplem. Sect. III. Pag. 133.

Imagineris duo pondera æqualia C & D (*Fig.* 3.) quæ ex eodem puncto A ad inæqualia intervalla CA & DA suspendantur: Totque bina similia quot volueris circa communem diametrum ALM similiter posita intelligas. Si singulus conatus gravitatis singulum istorum ponderum æqualium verticaliter deorsum urgentis designatur æqualibus lineolis ad horizontem perpendicularibus CO, DP, MN, &c. tunc obliquæ respectu horizontis impressiones quas in hæc pondera circum idem suspensionis punctum A duntaxat mobilia conatus ille facit, exprimentur per exiguos arcus inæquales CT, DV, MK, &c. qui radiis AC, AD, AM, &c. describuntur, comprehenduntur que inter eos radios & ipsis parallelas rectas OT, PV, NK, &c. ductas e punctis O, P, N, &c. usque ad eosdem arcus quibus proinde normaliter occurrerent. Quum illi arcus radiis suis non sint proportionales; eorum alii, exempli causa CT, habentur majores, & alii, velut DV, minores quam qui in ratione eorundem radiorum fiunt inter se similes, ut CR, DS, &c. Quoniam autem pondera C, D, &c. in eodem pendulo, cujus totidem elementa sunt, invariabili vinculo conjunguntur; *non nisi simul moveri*, & ideo non alios *circulorum arcus quam radiis* proportionales percurrere queunt. Istorum itaque ponderum inter se connexorum alia (C) velocius, alia (D) lentius quam similitudo arcuum describendorum (CR, DS) permittit, singulo instanti a gravitatis conatu oblique urgerentur. Illa ergo sic secum hæc in easdem partes mobilia traherent, ut fieret motus; hoc est in prima dictarum hypothesium, ut impressionum majores quod deesset minoribus conferrent, sicque celeritatum nascentium omnes defectus (VS) compensarentur omnibus excessibus (RT). Quamobrem pone $\int RT = \int VS$: Hinc (singulo RT existente $= CT - CR$, & singulo $VS = DS - DV$) colliges $\int (CT - CR) = \int (DS - DV)$ quod idem est ac $\int CT - \int CR = \int DS - \int DV$; ac tandem $\int CT + \int DV = \int DS + \int CR$, sive $\int (CT + DV) = \int (CR + DS)$ quod significat summam velocitatum a conjunctis penduli compositi CAD elementis acquisitarum, quæ nascentes parvis arcubus CR, DS, &c. designari possunt, æqualem esse summæ celeritatum ab iisdem elementis sejunctis acquirendarum, quas nascentes exigui arcus Pag. 134.

TAB. II. Fig. 3.

Tomi IV. Supplem. Sect. III.

CT, DV, &c. exprimere queunt. Expositis porro tum per rectam AM longitudine quæsita penduli simplicis dicto composito isochroni, tum per arcum MK velocitate ipsius nascente; datur ob isochronismum hæc analogia: Sicut AM ad MK, ita $\left\{\begin{matrix} AC \\ AD \\ \&c. \end{matrix}\right\}$ ad $\left\{\begin{matrix} CR \\ DS \\ \&c. \end{matrix}\right\}$ ita quoque $\int(AC+AD)$ ad $\int(CR+DS) = \int(CT+DV)$. Ergo $MK = AM, \int(CT+DV) : \int(AC+AD)$. At fieri potest, ut simplex illud pendulum, dum agitari incipit, ex altitudine z æquali rectæ AM descendat: tunc ipsi acquisita velocitas, secundum accelerationem lapsus Gravium sensibili tempore, fieret $z^{1:2} = \surd AM$: tunc si elementa C, D, &c. penduli compositi separatim sensibili tempore oscillarent, nascentes eorum velocitates per exiguos arcus CT, DV, &c. expressæ sic gradibus accrescentibus augerentur, ut exponi possent per radices quadratas ex altitudinibus ε unde hæc elementa conjuncta descendissent. Per consequens $\int\delta$ significante $\int(CA+AD,)$ erit $MK = z\int\varepsilon^{1:2} : \int\delta = z^{1:2}$ & tandem $z = \int^2\delta : \int^2\varepsilon^{1:2}$ longitudo AM penduli simplicis isochroni, quæ in prima hypothesium *possibilium* proponebatur invenienda, & quam majorem esse distantia AL centri gravitatis a puncto suspensionis A ostendere sequenti exemplo sufficiet.

Tab. II. Fig. 4.

Esto Figura oscillans rectangulum HHGG e latere suo HH suspensum. Nominetur x singula recta abscissa Al (*Fig.* 4.) secundum ejus longitudinem HG; y singula recta ordinata ld ad Al, etsi eadem ubique; a latus HG; b latus alterum HH. Integrali crescentium x nempe $\frac{1}{2}x^2$, ducto in constantem $2y$, obtinebitur summa variabilis Abscissarum Al, seu singulum segmentum $Hd = x^2y^1$, quod in Toto HG adæquat $\frac{1}{2}a^2b^1 = \int\delta$. Præterea integrali variabilium $\surd x$, scilicet $\frac{2}{3}x^{3:2}$, multiplicato per eandem constantem $2y$, habebitur summa $\frac{4}{3}x^{3:2}y$ radicum quadratarum ex omnibus Al cujusque segmenti Hd crescens in rectangulo integro usque ad $\frac{2}{3}ab\surd a$ exprimensque omnes radices quadratas $\varepsilon^{1:2}$ altitudinum omnium Al, e quibus cuncta penduli elementa C,

Pag. 135.

D, &c. descenderent dum gravitatis centrum commune L ex altitudine tanta quanta est distantia AL delaberetur. Itaque $AM = \int^2\delta : \int^2\varepsilon^{1:2}$ evadet $9a^4b^2 : 16a^3b^2 = \frac{9}{16}a$, evidenter longior quam ipsa $AL = \frac{1}{2}a = \frac{8}{16}a$: Quod erat ostendendum. Idem in primo Exemplorum nostrorum deprehendes, ubi est AL etiam $= \frac{1}{2}a$ & $z = a^4 : 4v^2$, modo feceris secundum eandem hypothesim $\int\varepsilon^{1:2} = v = \frac{2}{3}a^{3:2}$; quandoquidem linea recta considerari potest ac si esset rectangulum minimæ latitudinis.

Quod ad secundam de centro oscillationis hypothesim *possibilem*

lem attinet: Quoniam Penduli particulæ D, C, &c. (*Fig.* 3.) a gravitate oblique urgentur cum celeritatibus, veluti DV, CT, &c. quarum alia est ratio, quam quæ datur distantiarum ab axe suspensionis DA, CA, &c. nec tamen ob invariabilem connexionem moveri queunt, quin circulorum arcus his distantiis proportionales describant, hoc est, quin velocitates, sicuti DS, CR, &c. in ratione earundem distantiarum concipiant: Necesse videtur, ut si omnium impressionum a gravitate in istas particulas oblique factarum distributionem analogam circularibus spatiis simul conficiendis admittere nolis; contendas ex omnibus illis celeritatibus una tendentibus ad illas particulas transferendas per illa non proportionalia spatia oriri summam virium DV, DA, D; CT, CA, C, &c. quæ dum easdem particulas immutabili vinculo copulatas impellit; nequaquam eas conjunctim movere potest, nisi ipso instanti convertatur in æqualem summam totidem aliarum virium D, AD, DS; C, AC, CR, &c. resultantem ex iisdem particulis simul movendis, ex iisdem radiis arcuum una describendorum, & ex aliis velocitatibus sed in ratione radiorum proportionalibus adeoque solis ad realem motum requisitis. Facies ergo Tomi IV. Supplem. Sect. III. TAB. II. Fig. 3.

in hoc systemate $\left\{\begin{matrix} CT, CA, C \\ + \\ DV, DA, D \\ + \quad \&c. \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} C, AC, CR \\ + \\ D, AD, DS \\ + \quad \&c. \end{matrix}\right\}$: Suppositisque in *Fig.* 3. $MN = CO = DP = m$; $MK = n$; AC aut AD $= \delta$; $AL = \gamma$; $3.1 = 1.2 = \lambda$; $AM = z$; C aut $D = dp$; habebis primo (ex triangulis rectangulis similibus NKM & L1A) $\underset{m}{MN} \mid \underset{n}{MK} \parallel \underset{\gamma}{AL} \mid A1 = n\gamma : m$; unde colliges $A3 = A1 + 1.3. = (n\gamma : m) + \lambda$ & $A2 = A1 - 1.2. = (n\gamma : m) - \lambda$; secundo (ex triangulis rectangulis etiam similibus A3 C & CTO, aut A2 D & DVP) $\underset{\delta}{\text{AC aut AD}}$ ad $\underset{(n\gamma \pm m\lambda) : m}{\text{A3 aut A2}}$ ita $\underset{m}{\text{CO aut DP}}$ Pag. 136.

ad CT aut $DV = (n\gamma \pm m\lambda) : \delta$; tertio (ob isochronismum) $\underset{z}{AM}$: $\underset{n}{MK}$ = $\underset{\delta}{\text{AC aut AD}}$: CR aut $DS = n\delta : z$. Ergo CT, CA, C; aut DV, DA, D fit $= ((n\gamma \pm m\lambda) : \delta)\ \delta, dp = n\gamma\, dp \pm m\lambda\, dp$; & C, AC, CR; aut D, AD, DS est $= dp, \delta, n\delta : z = \delta\delta\, dp, n : z$. In respectivis autem binis $+ m\lambda$, $- m\lambda$, quantitas m eadem constat, & ambæ variabiles λ coæquantur; quare summa

Tomi IV. Supplem. Sect. III.

ma $\left\{\begin{array}{l} CT, CA, C \\ + \\ DV, DA, D \\ + \;\; \&c. \end{array}\right\}$ valet $\int n\gamma\, dp + \int m\lambda\, dp - \int m\lambda\, dp = \int \gamma\, dp, n$.

Insuper quum quantitas n sit constans, & z incognita invariabilis in Figura oscillante proposita; summa $\left\{\begin{array}{l} C, AC, CR \\ + \\ D, AD, DS \\ + \;\; \&c. \end{array}\right\}$ æquivalet ipsi $\int \delta\delta\, dp, n : z$. Per consequens (ex posito principio) $\int \gamma\, dp, n = \int \delta\delta\, dp, n : z$, tandemque $z = \int \delta\delta\, dp : \int \gamma\, dp =$ AM pro hac secunda hypothesi.

Ponatur nunc idem pendulum compositum ex ponderibus quotlibet dp ab axe per punctum A ducto ad intervalla δ suspensis, in sublime attrahi usque dum linea centri gravitatis AL ad lineam verticalem certo angulo inclinetur, atque hinc dimitti; ita ut statim atque centrum L ex altitudine æquali ipsi rectæ AL (præcipuæ omnium similium γ) delapsum erit, singula pondera dp communi vinculo dirupto (in aliqua videlicet obstacula impingendo) acquisitas celeritates $\delta v : \int \delta$ singulis axis distantiis (δ) proportionales sursum convertant; & quo usque possunt ascendant, nempe ad altitudines quadratis $\delta\delta v^2 : \int^2 \delta$ harum celeritatum exprimendas. Summa omnium productorum ducendo ejusmodi altitudinem singulam in singulum pondus ascendens factorum, erit $= \int \delta\delta\, dp, v^2 : \int^2 \delta$ aliter $= \int \delta\delta\, dp, : z$, ubi $\delta\delta\, dp$ variabilis est, non vero $\int^2 \delta, : v^2$, qua quantitate significari longitudinem z penduli simplicis isochroni, dependenter a totali velocitate v penduli compositi, supra demonstravimus. Illa autem productorum summa (tertia Propos. Part. 3. Tract. de Horol. oscill.) æquivalet summæ ponderum dp multiplicatæ per altitudinem ascensus centri gravitatis ipsis communis. Unde consequens est eam altitudinem exprimi per $\int \delta\delta\, dp : z \int dp$. Qua secundum Hugenium (Prop. 4. Part. 3. Tract. ejusdem) adæquata altitudini γ descensus centri gravitatis L, invenitur $\int \delta\delta\, dp : \int \gamma\, dp = z$; haud secus ac posito præcedenti principio, quod sane non minus eget evidenti demonstratione quam Hugenianum. Etenim quænam inter generales motuum leges hactenus observata est, qua constet omnia pendulorum oscillantium elementa sic a gravitate circulariter impelli ac moveri, ut summa virium ad movendum tendentium cum velocitatibus non convenientibus necessarie commutetur in

Pag. 137.

æqua-

æqualem summam aliarum virium movendo impressarum cum velocitatibus requisitis? Fateamur ingenue, quod de hac re sentiendum nobis videtur: Hypothesis apparet ista Hugenii theoria, quacunque ex parte spectetur. Tomi IV. Supplem. Sect. III.

In illa porro longitudinem pendulis simplicis isochroni majorem quam in altera theoria ante explicata reperiri, per exemplum rectanguli circa basin suam oscillantis modo allatum facile innotescit. Singula segmenta (Al, AL, &c. *Tab. I. Fig.* 5) rectæ hoc rectangulum suspensum bifariam secantis appellemus y, quæ nominabamus x. Iis ordinatim sumptis æquales hic fiunt distantiæ δ. Summa quadratorum ex omnibus y, sive integrale cunctorum y^2 est $= \frac{1}{3} y^3$; quod in unaquaque portione crescente Hd hujusce rectanguli latitudinem HH $= b$ habentis, evadit $\frac{1}{3} y^3 b$; & in ipso rectangulo toto HHGG habente longitudinem HG seu maximam $y = a$, migrat in $\frac{1}{3} a^3 b$ ($\int \delta\delta\, dp$, elemento $2ld$ seu singulo dp existente $=$ HH $= b$). Præterea omnium productorum y, b ($y\,dp$) summa indeterminata seu integrale crescens $\frac{1}{2} y^2 b$ completur in $\frac{1}{2} a^2 b$ ($\int y\, dp$). Ibi ergo $\int \delta\delta\, dp : \int y\, dp$ fit $= 2a^3 b : 3a^2 b = \frac{2}{3} a = \frac{32}{48} a =$ AM, longior videlicet quam $\frac{9}{16} a = \frac{27}{48} a$ alterius theoriæ: quod erat ostendendum. Pag. 138.

Ceterum non inficias imus ipso hypotesis nomine theoriam Hugenianam præstare alteri, quam possibilem quoque diximus. Nam primo, si objectus aeris motum oscillatorium retardans attendatur; centrum oscillationis prima istarum theoriarum nimis evehit, quanquam inferiorem centro gravitatis locum ei assignat; secunda vero, etsi usque adhuc incertum est an præcise nec ne idem centrum colloect, attamen quatenus illud magis deprimit, propius accedere ad physicum systema censeri potest. Secundo calculus mathematicus usum habet tanto difficiliorem in priore hypothesi, quanto in posteriore faciliorem. Hæc enim posterior punctum proprietatis notæ in figuris geometricis pro puncto quæsito assumit, centrum nempe percussionis pro centro oscillationis; supponitque cognitam esse cum summam quadratorum a distantiis inter penduli particulas æquales minimas & suspensionis axem interceptis, tum summam altitudinum, unde istæ particulæ minimæ descenderent, si commune centrum earum ex altitudine suæ ab eodem axe distantiæ æquali delaberetur, id est, summam productorum talis distantiæ in tales particulas ductæ. In illa autem priore hypothesi, præterquamquod punctum quæsitum non aliunde notabile est, quantitates, quæ cognitæ supponuntur, sunt dictarum distantiarum ab axe suspensionis & quadratarum radicum ex dictis altitudinibus summæ. At non solum summa infinita radicum quadratarum ex istis altitudinibus minus

Tomi IV. Supplem. Sect. III. nus simplex in se est, quam summa infinita earundem altitudinum; verum etiam hæ distantiæ, quando inter se inclinantur, sic evadunt irrationales, ut summa earum sit algebraice inexplicabilis, non item quadratorum ab ipsis summa.

Sect. IV. Pag. 159.

NICOLAI BERNOULLI, BASILEENSIS, PHIL. ET JUR. UTR. DOCT.

Specimina Artis conjectandi, ad quæstiones Juris applicatæ.

ARtem conjectandi ipsis Dn. Patrui p. m. verbis in Tractatu de Arte conjectandi (inedito quidem adhuc, sed brevi, ut speramus, in lucem prodituro) Part. 4. c. 2. ita definire lubet, quod sit *Ars metiendi, quam fieri potest exactissime, probabilitates rerum eo fine, ut in judiciis & actionibus nostris semper eligere vel sequi possimus id, quod melius, satius, tutius aut consultius fuerit deprehensum*. Fundamentum totius hujus artis, quo in metiendis probabilitatibus perpetuo niti debemus, in hac universali consistit regula, quam demonstrant *Hugenius* in eleganti Diatriba de ratiociniis in aleæ ludo, *Prop*. 1. 2. & 3. & Patruus meus in Annotationibus ad easdem propositiones: *Multiplicetur id quod singulis casibus evenit per numerum casuum, quibus unumquodque evenire deprehenditur, summaque productorum dividatur per summam omnium casuum, quotiens ostendet, quid probabiliter eventurum sit, sive denotabit valorem exspectationis, seu gradum probabilitatis quæsitæ*. Eam ad quæstiones Juris applicaturi primum ostendemus, quomodo per conjecturas determinetur, quot annos adhuc cujuslibet ætatis homo probabiliter sit victurus. Refert Cl. Patruus p. m. in Dissertatione de Conversione & Oppositione Enunciationum annexo 31. ex Ephemeridibus Erud. Gall. A. 1666. Num. 31. observatum fuisse ex collatione plurium Catalogorum demortuorum, quales Parisiis & Londini menstruatim vel hebdomatim distribui solent, quod ex centum infantibus, eodem tempore natis, elapso sexennio superstites remaneant 64. elapsis annis XVI. 40. annis XXVI. 25. annis XXXVI. 16. annis XLVI. 10. annis LVI. 6. annis LXVI. 3. annis LXXVI. 1. annis LXXXVI. 0. Quo posito, si agatur de æstimanda vita alicujus infantis recens nati, ita ratiocinandum erit: infans hic recens natus comprehenditur vel inter

illos

illos 36. qui intra primum sexennium moriuntur, vel inter illos 24. qui moriuntur inter annum sextum & decimum sextum &c. Ergo 36. sunt casus, ut moriatur intra primum sexennium, h. e. ut probabiliter adhuc vivat tres annos; 24. alii casus, ut moriatur intra annum sextum & decimum sextum, h. e. ut probabiliter adhuc vivat 11. annos &c. Unde per regulam generalem traditam infantis nostri exspectatio valet $(36, 3+24, 11+15, 21+9, 31+6, 41+4, 51+3, 61+2, 71+1, 81):100 = 1822:100 = 18\frac{11}{50}$ ann. Pariter ejus, qui est annorum sexaginta sex, ætas probabiliter futura $(2, 5+1, 15):3 = 25:3 = 8\frac{1}{3}$ ann. Aliter & quidem brevius easdem ætates ordine retrogrado sic invenimus: ille qui 66. est annorum, duos habet casus, ut moriatur intra 10. annos; & unum, ut perveniat ad annum 76. Ergo ejus expectatio valet $(2, 5+1, 15):3 = 25:3 = 8\frac{1}{3}$ ann. Similiter infantis recens nati expectatio est $(36, 3+64, 6+20.\frac{21}{32}):100 = 1822:100 = 18\frac{11}{50}$ ann. Eodem modo determinabitur vita ejus, qui est ætatis *intermediæ* inter annos 0. 6. 16. 26. &c. ex. gr. Si fuerit 20. annorum, exspectatio ejus erit $(9, 3+9, 11+6, 21+4, 31+3, 41+2, 51+1, 61):34 = 662:34 = 19\frac{8}{17}$. Non autem unius tantum hominis ætas media hoc modo probabiliter determinari potest, sed & duorum, trium, pluriumve, h. e. ætas media diutissime viventis duorum, trium, quatuor &c. ejusdem aut diversæ ætatis hominum. Sed antequam hanc ætatem supputare possimus, præmittenda est solutio sequentis problematis. Data meta a annorum vitæ longissimæ, intra quam aliquot homines numero b singulis momentis æquali facilitate mori possunt, quæritur, ad quot annos longissime victurus probabiliter pertingere queat? Resp. ad $ba:(b+1)$ annos, h. e. si sint personæ 1, erit ætas quæsita $\frac{1}{2}a$; si 2, $\frac{2}{3}a$; si 3, $\frac{3}{4}a$; si 4, $\frac{4}{5}a$ &c. Nam si dividatur tempus a in innumeras partes æquales seu momenta m, quorum numerus sit n infinitus, ita ut nm sit $=a$, & moriatur diutissime vivens ultimo momento, morientur ceteri eodem momento vel aliquo præcedentium & quidem tot casibus, quot nulliones, uniones, biniones, terniones &c. continentur in rebus n, prout ceteri illi sunt vel 0, vel 1, vel 2, vel 3 &c. nempe vel 1, vel n, vel $(n, n+1):2$, vel $(n, n+1, n+2):2, 3$ &c. casibus, unde productum ex numero casuum in numerum momentorum, quæ exspectat diutissime vivens, si mori supponatur ultimo momento, erit $1.nm, n.nm, \frac{(n, n+1)}{2}nm, \frac{(n, n+1, n+2)}{2, 3}nm$ &c. & summa omnium productorum divisa per summam omnium casuum, i.e. totalis expectatio diutissime viventis, qui singulis mo-

Tomi IV. Supplem. Sect. IV. Pag. 160. Pag. 161.

Tomi IV. Supplem. Sect. IV. momentis æque morti obnoxius supponitur, $\int nm : n$, $\int n.nm : \frac{(n,n+1)}{2}$, $\int \frac{n,n+1}{2} nm : \frac{(n,n+1,n+2)}{2,3}$, $\int \frac{n,n+1,n+2}{2,3} mn : \frac{(n,n+1,n+2,n+3)}{2,3,4}$ &c. seu quia $n = \infty$, $\int nm : n$, $\int nnm : \frac{1}{2}nn$ $\int \frac{1}{2}n^3 m : \frac{1}{6}n^3$, $\int \frac{1}{6}n^4 m : \frac{1}{24}n^4$ &c. h. e. $\frac{1}{2}nm$, $\frac{2}{3}nm$, $\frac{3}{4}nm$, $\frac{4}{5}nm$ &c. $=$ (quia $nm = a$) $\frac{1}{2}a$, $\frac{2}{3}a$, $\frac{3}{4}a$, $\frac{4}{5}a$ &c. Idem Geometrice quoque sic inveniri potest, si construatur curva talis naturæ, ut abscissis x exprimentibus tempus, intra quod dati homines moriuntur, applicatæ y repræsentent numeros casuum, quibus dicto tempore mori possunt, denotabit distantia centri gravitatis hujus curvæ a vertice i. e. $\int xydx : \int ydx$ numerum annorum quæsitum. Est enim mutua convenientia inter valorem exspectationis & centrum gravitatis. Hinc in nostro casu, ubi applicatæ semper deprehenduntur esse ut abscissarum potestates, quarum exponens unitate minor est numero personarum, erit (posito $y = x^{b-1}$) $\int xydx : \int ydx$ h. e. ætas probabilissima diutissime viventis $= \int x^b dx : \int x^{b-1} dx = (1 : b+1) x^{b+1} : (1 : bx^b) = bx : , b+1$ seu (posito $x = a$) $ba : , b+1$. Quod si jam ætatem probabilem duorum ex. gr. recens natorum A & B supputare velimus, patet vel utrumque A & B moriturum esse intra primum sexennium (quo casu ætas media diutissime viventis per modo ostensa erit $\frac{2}{3}6$ h. e. 4. ann.) vel A moriturum inter annum 6 & 16 & B intra 6 annos, aut vicissim B inter annum 6 & 16 & A intra annos 6 (quibus duobus casibus ætas diutissime viventis est $6 + \frac{1}{2}10 = 11$ ann.) vel utrumque A & B moriturum intra ann. 6 & 16 (quo casu ætas diutissime viventis est $6 + \frac{2}{3}10 = 12\frac{2}{3}$ ann.) vel A moriturum inter annum 16 & 26 & B intra annos 16, aut vicissim B inter annos 16 & 26, & A intra annos 16 (quibus casibus ætas diutissime viventis est $16 + \frac{1}{2}10 = 21$ ann.) vel utrumque moriturum inter annum 16 & 26 (quo casu ætas diutissime viventis est $16 + \frac{2}{3}10 = 22\frac{2}{3}$ ann.) & ita porro. Sunt autem 36-36 casus, ut uterque moriatur primo sexennio, 36-24 casus ut A moriatur inter ann. 6. & 16 & B intra
Pag. 162. annos 6, totidemque ut B moriatur inter ann. 6 & 16. & A intra annos 6, 24-24 casus ut uterque moriatur inter annum 6 & 16, $(36+24)\,15 = 60$-15 casus, ut A moriatur inter annum 16 & 26 & B intra 16 annos, totidemque ut B moriatur inter annum 16 & 26 & A intra 16 annos, 15-15 casus ut uterque moriatur inter annum 16 & 26 &c. quare exspectatio diutissime viventis erit $=$ (36,36) 4 + (2,36-24) 11 + (24,24) $12\frac{2}{3}$ + (2, 60, 15) 21 + (15,15)

$22\frac{2}{3}$

$22\frac{2}{3} + (2,75,9)\ 31 + (9,9)\ 32\frac{2}{3} + (2,84,6)\ 41 + (6,6)\ 42\frac{2}{3} + (2,90,4)\ 51 + (4,4)\ 52\frac{2}{3} + (2,94,3)\ 61 + (3,3)\ 62\frac{2}{3} + (2,97,2)\ 71 + (2,2)\ 72\frac{2}{3} + (2,99,1)\ 81 + (1,1)\ 82\frac{2}{3}$ divis. per $100.100 = 278238 : 10000 = 27\frac{4119}{5000}$. Tomi IV. Supplem. Sect. IV.

Si jam ex solo temporis lapsu judici absentem pro mortuo declarare liceat, satis probabile esse existimo, ut quis sit mortuus, si duplo probabilius sit eum esse mortuum quam vivum, tunc enim probabilitas semissem certitudinis notabiliter sexta scilicet certitudinis parte excedit. Tunc autem illud duplo probabilius est, quando tot anni elapsi sunt, ut ex pluribus ejusdem ætatis hominibus numerus eorum, qui intra hos annos decesserunt, duplo major sit quam numerus eorum, qui adhuc superstites sunt. Sic ad inveniendum quo tempore duplo probabilius sit, ut infans ex. gr. recens natus, sit mortuus quam ut vivat, quæro, intra quot annos ex centum infantibus decedant *67*, ita ut superstites remaneant tantum 33. & invenio annos $20\frac{2}{3}$. Ex centum enim infantibus intra *16* annos moriuntur *60* & sequente decennio 15. Unde ad habendum tempus, intra quod moriuntur *16* per regulam trium sic dico: Quindecim moriuntur intra 10 annos, ergo septem moriuntur intra annos $4\frac{2}{3}$, qui additi ad *16* annos faciunt $20\frac{2}{3}$.

In emptione spei aut aleæ, spes etsi incerta sit, nihilominus certo valore & pretio æstimari potest per regulam superius indicatam. Ex. gr. Si quis ab aliquo emat jus per annum exercendi piscationem in flumine, valor spei determinabitur, si numerus piscium ab aliquot retro annis in illo flumine captorum dividatur per numerum annorum, nam quotiens dabit numerum piscium, qui probabiliter hoc anno capientur, adeoque justum pretium in hac emptione erit illud, quod alias pro tot piscibus solvendum esset. Emptionis spei præcipua & hodie maxime usitata species est *emptio annuorum redituum ad vitam*, qua qui certo pretio statim exsoluto emuntur pensiones annuæ præstandæ ad dies vitæ vel emptoris, vel venditoris, vel alicujus tertii. Verus atque genuinus reditus vitales æstimandi modus hic est. Primo patet, quod, quia sors seu pretium datum repeti nequit, pensiones annuæ excedere debeant usuras ordinarias, quæ alias pro eadem sorte solverentur, si census esset redimibilis; secundo æquum est, ut id quod singulis annis ultra usuram convenientem solvitur, sorti imputetur, quo fit, ut sors singulis annis imminuatur & tandem plane exhauriatur; sed hoc, ut æqualis inter emptorem & venditorem intercedat conditio, necessario contingere debet post tot annos, quot ille, ad cujus vitam reditus constituitur, victurus præsumitur. Ad inveniendam igi- Pag. 163.

Tomi IV. Supplem. Sect. IV. igitur rationem inter pretium & annuas pensiones ponatur sors seu pretium $= s$, pensio annua $= p$, numerus annorum, quos quilibet victurus præsumitur & quos supra invenire docuimus $= n$, sitque ratio sortis ad sortem auctam usura primi anni ut 1 ad m, ita ut sors cum usura primi anni sit sm. De hac si detrahatur p pensio primi anni, relinquitur $sm - p$ pro quantitate sortis post primum annum. Hinc ad inveniendum, quænam sit sors post secundum annum, faciendum est ut 1 ad m ita $sm - p$ ad $smm - pm$ sortem auctam usura secundi anni: ex qua iterum detrahi debet pensio annua, ut habeatur $smm - pm - p$ pro quantitate sortis, quæ est post annum secundum. Rursus multiplicando per m & subtrahendo p habetur $sm^3 - pmm - pm - p$ pro sorte post tertium annum. Similiter sors post quartum annum erit $sm^4 - pm^3 - pmm - pm - p$, post quintum $sm^5 - pm^4 - pm^3 - pm^2 - pm - p$; post ultimum seu n annum $sm^n - pm^n - pm^{n-2} - pm^{n-3} \; - - - \; - p$, quæ quia debet esse $= 0$, erit $sm^n = p + pm + pm^2 + pm^3 - - - + pm^{n-1} =$ (quia hæc series est progressio Geometrica) $(pm^n - p) :, m - 1$. Unde dividendo utrinque per $m^n : (m - 1)$ proveniet $s\,(m - 1) = p - p : m^n$ & æquatione in analogiam versa $p : s = m - 1 : (1 - 1 : m^n) =$ (substituto valore ipsius $m = 105 : 100$ & $m - 1 = 5.100 = 1 : 20$, hodie enim regulariter permittuntur usuræ duntaxat quincunces) $\frac{1}{20} : \frac{100}{105}^n = 1.\ 20\ (1 - \frac{100}{105}^n)$: quod indicat pensionem annuam ad pretium debere esse in ratione

Pag. 164. unius ad 20 $(1 - \frac{100}{105}^n)$ quæ ratio plane determinabitur, si pro n porro substituetur numerus annorum, quos emptor victurus intelligitur. Valor autem hujus expressionis invenitur facillime ope Logarithmorum: cujuscunque enim numeri ad potestatem, cujus index $= n$, elevati Logarithmus habetur multiplicando Logarithmum ipsius numeri per n. Verum dum hæc scribo, animadverto valorem horum redituum non recte æstimari supponendo reditum duraturum esse tot annos, quot quis probabiliter victurus præsumitur; quia enim pretia non in eadem proportione crescunt cum annis, ideo pretium justum reditus vitalitii empti ad vitam unius, qui intra decennium ex. gr. certo moriturus est, at singulis hujus decennii annis æquali facilitate mori potest, non idem esse debet cum pretio reditus temporalis ad quinque annos, licet vita probabilis hujus hominis sint quinque anni, sed medium

Arith-

Arithmeticum inter singula pretia, quibus emuntur reditus temporales, unius, duorum, trium &c. annorum usque ad decem. Ut igitur verum habeatur redituum vitalium pretium oportet invenire pretia in singulos annos, quos quilibet homo vivere potest, eademque per singulos facilitatis casus multiplicare & summam omnium productorum per numerum omnium casuum dividere: in quem finem sequentem construxi Tabellam, quæ continet pretia redituum temporalium in singulos annos ab uno usque ad centum, ubi facilioris calculi gratia fractiones reduxi ad decimales, ita ut posita pensione annua = 1.000 pretium reditus per decem ex. gr. annos solvendi sint 7.723 h. e. in ratione unius ad $7\frac{723}{1000}$ sive 1000 ad 7723. Tomi IV. Supplem. Sect. IV.

An.	Pret.	An.	Pret.	An.	Pret.	An.	Pret.	An.	Pret.
1	0.952	21	12.821	41	17.294	61	18.980	81	19.616
2	1.868	22	13.162	42	17.423	62	19.029	82	19.634
3	2.729	23	13.490	43	17.546	63	19.075	83	19.651
4	3.553	24	14.798	44	17.663	64	19.119	84	19.668
5	4.326	25	14.093	45	17.774	65	19.161	85	19.684
6	5.075	26	14.376	46	17.880	66	19.201	86	19.699
7	5.787	27	14.642	47	17.981	67	19.239	87	19.713
8	6.459	28	14.898	48	18.077	68	19.275	88	19.727
9	7.105	29	15.141	49	18.169	69	19.310	89	19.740
10	7.723	30	15.373	50	18.256	70	19.343	90	19.752
11	8.304	31	15.593	51	18.339	71	19.374	91	19.764
12	8.864	32	16.803	52	18.418	72	19.404	92	19.775
13	9.396	33	16.082	53	18.493	73	19.432	93	19.786
14	9.899	34	16.193	54	18.565	74	19.459	94	19.796
15	10.380	35	16.374	55	18.634	75	19.485	95	19.806
16	10.838	36	16.547	56	18.699	76	19.509	96	19.815
17	11.274	37	16.712	57	18.761	77	19.533	97	19.824
18	11.691	38	16.868	58	18.819	78	19.555	98	19.832
19	12.085	39	17.017	59	18.876	79	19.576	99	19.840
20	12.461	40	17.159	60	18.929	80	19.596	100	19.848

Pag. 195.

Hujus Tabellæ beneficio inveni, pensione annua existente 1.000. reditus ad vitam ejus, qui est

annorum	0	6	16	26	36	46	56
reditus vitales	9.420.	10.600.	10.593.	10.576.	10.164.	9.457.	8.148.

valere.

Etenim ex superioribus liquet 15. esse ex. gr. casus, ut juvenis 16 annorum moriatur primo decennio, 9 ut secundo, 6 ut tertio,

Tomi IV. Supplem. Sect. IV. 4 ut quarto, 3 ut quinto, 2 ut sexto, & 1 ut septimo. Si moriturus esset primo decennio, pretium justum esset 4.558 (Sumitur enim medium Arithmeticum inter decem primos hujus Tabulæ numeros, h.e. inter singula pretia pro reditu unius, duorum, trium &c. 10 annorum, quia *per hypothesin* juvenis noster singulis decennii annis æque facile morti obnoxius est.) Si moriturus esset secundo decennio, pretium esset 10.519 quod itidem est medium Arithmeticum inter Pretia pro reditu ad 11.12.13.--- 20. annos. Similiter si moriturus esset tertio decennio, pretium esset 14.179. si quarto, 16.427. si quinto, 17.806. si sexto 18.653. & denique si septimo, 19.173. Ergo per generalem nostram regulam valor hujus reditus est $= (15, 4.558 + 9, 10.519 + 6, 14.179 + 4, 16.427 + 3, 17.806 + 2, 18.653 + 1, 19.173) : 40 = (423.720) : 40 = 10.593$.

Est & alia species contractus vitalitii, quæ cum reditibus vitalibus magnam habet affinitatem, illa scilicet conventio, Italis
Pag. 166. hodienum usitata, qua Pater cui recens nata est filia cum alio ita contrahit, ut ille pretio statim accepto ejus quadruplum vel quintuplum (quod deinde filiæ in dotem cedit) restituat; si contigerit, filiam pervenire ad ætatem nubilem puta 16 annorum, totum autem retineat, si infra hanc ætatem moriatur. In hac igitur conventione quæritur, quantum debeat esse illud, quod dicto tempore restitui oportet. Nos illud ita determinamus. Ponamus pecuniam erogatam esse $= 1$, illamque post annum valere m, hinc illa post duos annos valebit m^2, post tres m^3, post sexdecim m^{15}. Itaque si filia certo ad 16 annos perventura esset, ipsi solvi deberet m^{16}. Sed quia contingere potest illam infra hanc ætatem mori, ideo æquum est plus restitui quam m^{15}, ut hæc incertitudo iterum cum alio lucro compensetur. Vocemus igitur, quod restitui debet x, eruntque 40 casus ad obtinendum x & 60 ad 0. Sunt enim (ut apparet ex superioribus) 40 casus, ut quis perveniat ad annum decimum sextum, & 60, ut moriatur intra 16 annos, proinde exspectatio ejus, qui hoc modo contrahit, est $(40x + 60, 0) : 100 = \frac{2}{5}x$, & quia hæc exspectatio tantundem valere debet ac illud quod valet pretium erogatum post 16 annos h.e. m^{16}, idcirco habebitur $\frac{2}{5}x = m^{16}$ & $x = \frac{5}{2}m^{16} =$ (posito $m = 105 : 100$, quia usuræ legitimæ sunt quincunces) $\frac{5}{2}, 105^{16} : 100$ quæ quantitas, per Logarithmos facile habetur, nam Logarithmus ipsius $105^{16} : 100$ est sexdecuplus Logarithmi ipsius $105 : 100$. Multiplicato igitur Logarithmo hujus numeri, i.e. 0.0211893 per 16, proveniet Logarithmus 0.3390288, cujus numerus quam proxime est 2.183, qui porro multiplicatus per $\frac{5}{2}$ dat 5.457 pro eo, quod filiæ post 16 annos restitui debet & quod, ut apparet plus est quam quintuplum pecuniæ ab initio erogatæ.

In contractu assecurationis quomodo periculum æstimari possit, ex sequentis casus resolutione patebit. Institutor nunciat mercatori tres naves A, B, C solvisse e portu mercibus onustas & tertiam quidem C 100 sarcinis, ex quibus tres signatæ N°.1. N°.2. N°.3. pertineant ad mercatorem capiatque sarcina N°.1 pro 1000, N°.2. pro 2000, N°. 3. pro 2400 florenis merces. Aliquamdiu post nunciatur illi, unam illarum 3 navium naufragio periisse, nec nisi 20 sarcinas fluctibus ereptas fuisse. Mercator timidus incertitudinis impatiens, utrum jactura se quoque tetigerit, mavult quod sibi superest spei alteri vendere, quam inter spem & metum diutius versari. Quæritur, quanti sit æstimandum illud, quod jure & rationabiliter sperare possit. Resp. 3960 florenis. Nam si navis illa, quæ naufragium passa esset, fuisset tertia C, quæ merces nostri mercatoris vexit, exspectare posset mercator, quia ex 100 Sarcinis duntaxat 20, i. e. quinta pars salvatæ sunt, nonnisi quintam partem suarum mercium, id est 1080. Quia autem infortunium, si solus navium numerus spectetur, singulis tribus A, B & C æque facile accidere poterit, ideo duo sunt casus, ut omnes merces salvatæ sint, unus ut quinta tantum pars, adeoque exspectatio mercatoris valet $(2, 5400 + 1, 1080) : 3 = 11880 : 3 = 3960$. Tomi IV. Supplem. Sect. IV. Pag. 167.

Hinc etiam patet, quomodo determinari debeat quantitas usurarum in fœnore nautico. Quanti enim æstimari debet periculum, quod sustinet creditor pecuniæ trajectitiæ, tanto usuras ordinarias superare debent usuræ nauticæ. Sit sors seu quantitas pecuniæ trajectitiæ $= a$, usura menstrua ordinaria $= b$, nautica $= x$, numerus mensium, quibus navis navigat $= n$, numerus casuum, quibus navis salva in portum venit $= p$ & numerus casuum quibus contrarium accedit $= q$, sive quod ex $p + q$ navibus numerus earum, quæ salvantur, sit $= p$ & numerus earum, quæ pereunt, $= q$. Quia igitur p casus sunt, ut creditor accipiat totam sortem a una cum usuris nauticis, quæ singulis mensibus sunt x adeoque n mensibus conficiunt nx, & q casus ut nihil accipiat, ideo erit ejus exspectatio $= (p\,(a + nx) + q, 0) :, p + q = (pa + pnx) :, p + q$. Hæc autem exspectatio tantundem valere debet ac illud, quod accepturus fuisset creditor, si pecuniam suam sub usuris ordinariis credidisset, proinde habetur $(pa + pnx) :, p + q = a + nb$, consequenter $x = (qa + pnb + qnb) : pn$. Ex. gr. sit $p : q = 9 : 1$, $a = 1200$, $b = 5$, erit $x = 1350 : 27 = 50$.

Celebres admodum sunt hodie sponsiones *Genuenses*, quæ publice instituuntur occasione electionum singulis annis *Genuæ* factarum, ubi ex 100 Senatoribus sorte eliguntur quinque, qui eo anno principalioribus funguntur muneribus. Solent igitur mercatores opulenti cum aliis concertationem inire hac lege, ut, qui-

Tom. IV. Supplem. Sect. IV. Pag. 168. quicunque certare voluerit, symbolum quantum velit exponat & quinque ex illis 100 nominet, & si postmodum sors tulerit, ut unus ex nominatis electus fuerit, recepturus sit certam pecuniæ summam, de quo conventum fuit; si duo, majorem &c. si nullus, soluti symboli jacturam faciat. Quæritur, quantum præmium cuique casui debeat statui, ut æqua sorte contendatur? Sit symbolum $= a$, præmium statuendum, si unus eligatur, $= t$, si duo $= u$, si tres $= x$, si quatuor $= y$, si quinque $= z$. Ponatur numerus casuum, quibus quinque eliguntur, $= b$, quibus quatuor $= c$, quibus tres $= d$, quibus duo $= e$, quibus unus $= f$, quibus nullus $= g$. Ergo b casus sunt, ut quis acquirat z, c casus ut y, d casus ut x, e casus ut u, f casus ut t, & g casus ut nihil: quare exspectatio valebit $(bz + cy + dx + eu + ft + go) : , b + c + d + e + f + g$, quæ æqualis esse debet symbolo a. Unde habetur æquatio $bz + cy + dx + eu + ft = ba + ca + da + ea + fa + ga$. Ergo cum problema sit indeterminatum, possunt quidem quatuor sumi ad libitum, verum quia naturæ rei conveniens est, ut præmia numeris casuum reciproce proportionentur, h. e. qua ratione casus sunt pauciores, eo præmia exhibeantur lautiora, hinc loco z, y &c. ponamus unam tantum incognitam z, reliquis illi proportionatis existentibus $bz : c$, $bz : d$, $bz : e$, $bz : f$. Unde æquatio foret talis $sbz = ba + ca + da + ea + fa + ga$, seu $z = (b + c + d + e + f + g)\, a : sb =$ (si ponatur $b + c + d + e + f + g = b$) $ab : sb$. Unde $y = ba : sc$, $x = ba : sd$, $u = ba : se$ & $t = ba : sf$. Si jam symbolum sit unus aureus & pro litteris b, c, d &c. substituantur ipsarum valores, qui per notas combinationum regulas hi reperiuntur; nempe $b = 1$, $c = 475$, $d = 44650$, $e = 1384150$, $f = 15917725$, $g = 57940519$, $b = 75287520$, invenientur præmia $z = 15057504$ aur. $y = 31700\frac{4}{475}$, $x = 337\frac{6227}{22325}$, $u = 10\frac{608002}{692075}$ & $t = \frac{15057504}{15917725}$ unius aurei. Liquet hinc, quantam fraudem committant mercatores Genuenses, dum regulariter pro uno aureo nonnisi 10000 aureos promittunt, si quinque; 1500, si quatuor; 300, si tres; 10, si duo, & unum, si unus ex nominatis electus fuerit. Licet enim hoc postremo casu ii, qui cum mercatoribus dicto modo concertant, aliquid lucri habeant, multum tamen majus est damnum, quod reliquis quatuor casibus patiuntur: quod clarius patebit, si quæramus ipsorum exspectationem. Est autem illa $= (1, 10000 + 475, 1500 + 44650, 300 + 1384150, 10 + 15917725, 1 + 57940519, 0) : 75287520 = 43876725 : 75287520 = 2925115 : 5019168$ unius aurei. Sed exspectare deberent tantum, quantum deposuerunt, h. e. unum aureum. Ergo mercatores Genuenses singulos concertatores defraudant $2094053 : 5019168$ partibus unius aurei.

Pag. 169.

Quodsi ad l. 3. ff. *si pars hæred. petat.* quæratur, de gravida, quot pro-

probabiliter infantes sit enixura, tenendum est, ubi inter 1000, ex. gr. gravidas una forte fuerit, quæ duos pariat, unam etiam ad minimum futuram, quæ abortum vel mortuum partum edit, ideoque si de gravida conjiciendum sit, quot infantes illa sit editura, habebimus unum casum ut duo, 998 ut unus, & unum ut nullus nascatur. Proinde exspectatio erit (1, 2 + 998, 1 + 1, 0) : 1000 = 1000 : 1000 = 1.

Tomi IV. Supplem. Sect. IV.

Regulam denique tradimus supputandi, quanta sit probabilitas, ut quis veritatem dicat, vel non dicat, sequentem: Divide numerum vicium, quibus vere loqui deprehensus fuerit, per summam illarum vicium, quibus mentiri fuit observatus, & habebis gradum fidei: aut si nonnulli probatæ fidei homines ipsi testimonium præbeant veritatis, alii non minus probatæ fidei ipsum perfidiæ insimulent, divide numerum illorum per summam amborum. Simili modo si quis sit in suspicione alicujus criminis & contra eum militent aliquot circumstantiæ aut indicia, ex quibus tamen singulis probari nequit, crimen esse commissum, poterimus invenire, quanta sit probabilitas, ut quis sit nocens vel innocens. Nam si ex. gr. in singulis circumstantiis duplo probabilius sit, ut quis sit innocens, quam nocens, & primo nullum contra reum adesset indicium, innocentia ejus poneretur extra dubium, h. e. valeret 1. Si vero unum adsit indicium, innocentia minus valebit quam 1 & quidem (quia duo sunt casus ut crimen commissum non sit, & unus ut sit) (2, 1 + 1, 0) : 3 = $\frac{2}{3}$. Si jam accedat secundum indicium, erunt duo casus ut hoc indicium sit falsum, h. e. ut remaneat tantum unum indicium, quo casu innocentia, ut modo invenimus, valet $\frac{2}{3}$, & unus casus ut sit verum, h. e. ut crimen sit commissum, adeoque innocentia valebit (2, $\frac{2}{3}$ + 1, 0) : 3 = $\frac{4}{9}$. Sic si tria adessent indicia, innocentia valeret (2, $\frac{4}{9}$ + 1, 0) : 3 = 8 : 27; si quatuor (2, $\frac{8}{27}$ + 1, 0) : 3 = 16 : 81 & ita porro. Unde perspicuum est, innocentiam continuo decrescere in proportione Geometrica & semper æquari fractioni $\frac{2}{3}$ elevatæ ad eam potestatem, cujus index est æqualis numero indiciorum, adeout si 10 ex. gr. contra aliquem essent indicia, ejus innocentia valeret $\frac{2}{3}$, 10 = 1024 : 59049, quæ tam exigua est, ut moraliter fere certum sit, crimen esse commissum.

Pag. 170.

EX-

Tomi IV. Supplem. Sect. V. Pag. 236.

EXCERPTA

EX LITTERIS VIRI ILLUSTRIS G. G. L.

A. 1706 ad O. M. datis.

EXcerptis his, hactenus, nescimus quo fato, a Nobis praetermissis, locum hic concedi, Antiquitatum harum amantibus haud ingratum futurum existimamus.

Pag. 237. Insigne Cl. Hickesii opus de Linguis Veteribus Septentrionalibus àvide expecto. Interim hujus studii mihi aestimati voluptate captus, paucula annoto ad operis recensionem in his Actis nupero Martio (A. 1706) datam.

Hanseaticos non a mari, aut flumine, sed ab Hansa, id est, foedere nomen habere, hujus nostrae Germaniae antiquitatum periti dubitare vix possunt: antiqua enim monimenta nil aliud quam *Hansam* Teutonicam loquuntur; inde posteriores quidam Hanseaticos fecere, tanquam an-see, ad mare, quod maritimis maxime commerciis valerent. Vocabulum corruptum, ignorantiaque vetustatis admissum, usu convaluit, ut alia multa inepta; eo fere modo, quo & Galli ex *Hariban* (vocatione ad exercitum, *clameur de Haro*) arriereban fecere, vocem ipsis non amplius intellectam, Har, Here in aliam hodie notam transformantes.

Evangelia Gothica a Francisco Junio edita sunt ex Codice, qui fuit Monasterii Werdinensis in Westphalia, fundati a Ludgero, etiam Helmstadiensis nostri Autore. Is codex nunc in Suecia non minus sancte custoditur, quam Florentiae Pandectarum volumen. Autorem esse Ulfilam, quem veteres memorant, etsi pro certo dici non possit, non ex eo tamen refellitur, quod Autor Teutonicus homo esse videatur; quid aliud enim Gothi quam pars Theotiscorum seu Germanorum? cum a Tacito Suevi in ultimum Septentrionem, & Germani veteres Paulo Diacono Longobardo usque ad Tanaim porrigantur. Certe Saxones, Franci, Alemanni, Gothi, aliique veteribus memorati hujus generis populi, eundem linguae Teutonicae fundum coluere; ut hodie Russi, Poloni, Bohemi, Winidi, Slavicae linguae esse dicuntur. Et licet adeo saepe populi differant dialecto, ut alter alterum loquentem non intelligat, scriptis tamen consignata meditanti consensus apparet; quem si non admitteremus inter eos, qui colloqui nequeant, nec Frisii & Tirolenses simul Germani esse possent, nec Germanus foret

ret Otfridus, quem nemo hodie intelligeret loquentem. Versio autem Gothica Græcis fontibus non Latinæ vulgatæ respondet, multaque in ea sapiunt Germanos Græcis vicinos, quales erant Bastarnæ & Gothi. Tomi IV. Supplem. Sect. V.

Ut Gothicorum Evangeliorum literæ ex Græcis, ita Saxonum & Francorum ex Latinis sunt magis efformatæ; idemque de Septentrionalium Runis dicendum est, a quo Cl. Autor non videtur abhorrere. Pag. 238.

Cum litterarum secreta apud Germanos Tacitus viris pariter ac fœminis ignorata dixit, omnino eum de usu scribendi, non de literis amatoriis secretis acceperim: nam & traditione carminum, non scriptura, antiquitatis memoriam conservatam notat. Ceterum hæc de usu communi accipio: nam fuisse aliquos inter Principes & Bardos, qui rudimenta aliqua scribendi haberent, facile concesserim, quæ se paulatim dilatarunt. Sic Wodanum vel *Odinum* (septentrionalium Mercurium) Runas vel attulisse vel *in formam* certam redegisse credibile est, cujus ætatem non melius colligas, quam ex Genealogia vetusta Hengisti & Horsæ Saxonum Principum ab eo descendentium. Paulatim ergo Latinas literarum notas Germanos didicisse, & suæ tandem linguæ applicuisse, cum Autore fatendum est. Certe Lex Salica (non ut a Lindebrogio, sed ut prius ab Heroldo edita est) multa continet sermonis Francorum antiqui, sub Merovingiis Regibus scripto consignata. Imo ipsa Lex Salica a primis Autoribus patrio sermone in literas redacta est, idque antequam Franci trans Rhenum sedes figerent, quod mihi contra mirabiles boni Godefridi Wendelini imaginationes multis argumentis compertum. Literas autem Latinas, aut ex Latinis corruptas adhibuisse, perinde ac Saxones in Anglia, dubitandum non puto. Trithemius non pauca ex ingenio finxit: itaque ejus Alphabetis fidi non potest, non magis quam Hunibaldo, aliis ignoto, ante ipsum.

Alodium maluerim quasi ahn-leod, quod non est leodium sive obnoxium: *leodes* enim sunt obnoxii, & passim *a* (id est, ahn seu ohn) veteribus Germanis privativum est ut Græcis. Hoc malim quam esse all-lood, a *lood* proventu annuo apud Scandianos, quasi totum possessori proventum ferens. Cum potius leodes a lood, censu, proventu dici potuerint, quem dominis debebant: quod postremum tamen non definio. *Vassi* Guassi, Guesin, Gesatæ, Vasalli, Gesellen, sunt comites, famuli, addicti: hoc etiam malim, quam Vassum esse a nescio quo Gothico *Fads*, procurator, cui respondeat Orcadum Præfectus *Faut* vel *Faad*. Si Cl. Autori succurrisset Teutonicum Vogt, Voit, Faut (jam olim ex Advocato Latinorum corruptum) facile agnovisset, etiam hinc *Fad* & Pag. 239.

Tomi IV. Supplem. Sect. V. *Faut* ad Septentrionales, ut multa alia, venisse. Qui vero Germanum *Gesell*, cum *Guesin*, (unde hodieque *Gesind*) ut Vasallum cum Vasso comparabit, is pro Vasalo explicando *Fadscalcum* non advocabit.

Hæc in argumentis non nullius momenti, sed ubi tanquam in re conjecturali libera sunt judicia, annotare volui, non reprehendendi eximii Autoris causa, quem colo, sed potius excitandi, ut hæc magis magisque illustrare velit. Perspecta enim mihi est ex priori opere insignis ejus doctrina & diligentia: latentque in his disquisitionibus, quæ gentium, rerum, rituum, jurium origines valde illustrent. Itaque optandum est, Thesaurum ex Thesauro, Junianum ex Oxoniensi, aliquando in lucem proferri, omnemque Europam (ne de sola Septentrionali dicam) Angliæ hoc quoque beneficium debere.

Sect. VI. Pag. 271.

JOHANNIS KEILL, EX ÆDE CHRISTI OXON. A. M.

Leges Attractionis, aliaque Physices principia.

Excerpta ex Transf. Anglic. A. 1708 *M. Maj. & Jun. N.* 15. *p.* 97 *& seq.*

Pag. 272. POnenda sunt fundamenti loco hæc tria, quibus omnia Physica innititur, principia; 1 spatium inane, 2 quantitatis in infinitum divisibilitas, 3 materiæ vis attractrix. Dari spatium inane constat ex motu corporeo. Quantitatis in infinitum divisibilitatem ex continuæ quantitatis natura demonstrant Geometræ. Materiæ inesse vim attractricem, confirmat experientia. Ex duobus primis principiis sequitur.

THEOREMA 1. *Materiæ exigua quælibet particula potest ita spatium quantumvis largum occupare, ut pororum seu omnium meatuum diametri sint data recta minores, vel ut particulæ omnes sint a se invicem remotæ intervallo data recta minore.*

THEOREMA 2. *Dari possunt duo corpora mole æqualia, at pondere seu densitate (id est, quantitate materiæ) utcunque inæqualia, in quibus erunt meatuum seu pororum summæ fere æquales.* Sit v. g. digitus cubicus alter auri, alter aeris: quamvis materia in cubo aureo vicesies millies superet materiam in cubo aereo, fieri tamen potest, ut spatia vacua in digito cubico auri sint fere æqualia spatiis vacuis in digito cubico aeris, scil. ut auri vacuitates sint ad vacuitates aeris ut 999999 ad 1000000.

THEO-

THEOREMA 3. *Particulæ, quæ aquam vel aerem vel alia ejusmodi fluida constituunt (si se mutuo tangant) non sunt absolute solidæ, sed ex aliis composita particulis multos meatus & poros intra se continentibus.* Particulæ corporum minimæ & absolute solidæ, hoc est vacui omnino expertes, vocentur *primæ compositionis*; moleculæ ex pluribus hisce particulis coalescentibus ortæ vocentur *particulæ secundæ compositionis*; moles ex pluribus moleculis coeuntibus conflatæ vocentur *particulæ tertiæ compositionis*, & sic deinceps, donec tandem perventum fuerit ad particulas, e quibus corporum fit ultima compositio, & in quas eorumdem fit prima resolutio. Materiæ inesse vim attractricem, qua omnis materiæ particula trahit ad se omnem aliam materiæ particulam & vicissim trahitur, primus ex phænomenis collegit Dn. *Isaacus Newtonus*. Vis hæc data materia in diversis distantiis reciproce proportionalis est quadratis distantiarum, ex qua oritur vis illa quam *gravitatem* dicimus, qua corpora *omnia* terrestria ad terram recta feruntur, estque pondus corporum quantitati materiæ semper proportionale. Prolata hac, quam ipse primus detexit, materiæ vi attractrice, omnes Planetarum motus cometarumque apparitiones pulcherrime explicavit, Physicamque cœlestem felicissime consummavit. Divina sagacissimi Viri inventa sæpenumero mecum recolens, in eam tandem cogitationem incidi, principium quoddam *Newtoniano* non absimile ad phænomena terrestria explicanda adhiberi posse. Post iterata sæpius experimenta, materiæ terrestri inesse deprehendi vim quandam attractricem, ex qua plurimorum phænomenorum ratio petenda est, meaque hac de re cogitata abhinc quinquennio Dn. *Newtono* indicavi; ex eo autem intellexi, eadem fere, quæ ipse investigaveram, sibi diu ante animadversa fuisse. Quæstiones aliquot ad hanc vim attractricem spectantes sub finem Optices, abhinc biennio Latine editæ, proposuit Dn. *Newtonus*. In præsentiarum nuda quædam theoremata proponam, quæ fortasse aliquando fusius enuntiata & demonstrata justo volumine sum traditurus.

Tomi IV. Supplem. Sect. VI.

Pag. 273.

THEOREMA 4. *Præter vim illam attractricem, qua Planetarum Cometarumque corpora in propriis orbitis retinentur, alia inest materiæ potentia, qua singulæ, ex quibus illa constat, particulæ se invicem attrahunt, & reciproce a se invicem attrahuntur: quæ vis decrescit in majore quam duplicata ratione distantiæ augescentis.* Theorema hoc multis probari potest experimentis; at ratio, qua minuitur vis illa, dum a se invicem recedunt particulæ, num scilicet sit triplicata, quadruplicata, vel alia quævis distantiarum augescentium ratio, quæ major sit duplicata, nondum æque per experimenta patet; erit in fortasse aliquando tempus, cum accuratiore adhibita diligentia innotescet.

Tomi IV. Supplem. Sect. VI.

THEOREMA 5. *Si corpus constet ex particulis, quorum singulæ vi pollent attractrice, in triplicata vel plusquam triplicata ratione distantiarum decrescente; erit vis, qua ab eo corpore urgetur corpusculum, in ipso contactu vel intervallo a contactu infinite exiguo infinite major,* Pag. 274. *quam si corpusculum illud ad datam a dicto corpore distantiam locaretur*. Vide Prop. 80. & 91. Princip. Newtoni.

THEOREMA 6. *Iisdem positis, si vis illa attractiva in assignabili distantia ad gravitatem obtineat rationem finitam; eadem in ipso contactu vel in distantia infinite parva vi gravitatis erit infinite major.*

THEOREMA 7. *Si vero in ipso contactu vis corporum attractiva ad gravitatem obtineat rationem finitam, eadem in omni distantia assignabili est vi gravitatis infinite minor adeoque evanescit.*

THEOREMA 8. *Vis attractiva, qua pollent singulæ materiæ particulæ in ipso contactu, vim gravitatis prope in immensum superat; non tamen est vi gravitatis infinite major, adeoque in data distantia vis illa evanescet*. Vis igitur hæc materiæ superaddita nonnisi per spatiola admodum exigua diffunditur; in majoribus distantiis prorsus nulla est. Unde motus corporum cœlestium, (quæ longis intervallis a se invicem disjuncta sunt) per vim hanc attractivam nulla ratione turbari possunt, sed eadem ratione continuo peraguntur, ac si vis illa a corporibus iis prorsus abesset.

THEOREMA 9. *Si corpusculum aliquod corpus tangat, vis, qua urgetur illud corpusculum, hoc est, vis, qua cum eo corpore cohæret, erit quantitati contactus proportionalis: Nam partes a contactu remotiores nihil conferunt ad cohærentiam*. Adeoque pro vario particularum contactu varii orientur cohærentiæ gradus, omnium autem maxime sunt vires cohærentiæ, quando superficies, in quibus se invicem tangunt corpora, planæ existunt, quo in casu ceteris paribus vis, qua corpusculum cum aliis cohæret, erit ut superficierum partes sese tangentes. Hinc patet ratio, cur duo marmora exactissime polita & sese secundum superficies planas tangentia a se invicem divelli non possunt nisi a pondere, quod gravitatem aeris incumbentis multum superat. Hinc etiam decantatissimi istius problematis de cohærentia materiæ solutio elici potest.

THEOREMA 10. *Ea corpuscula facillime a se invicem separantur,* Pag. 275. *quorum contactus cum aliis sunt paucissimi & minimi; quales contingere solent in corpusculis sphæricis infinite exiguis*. Hinc fluiditatis ratio redditur.

THEOREMA 11. *Vis, qua corpusculum aliquod ad aliud corpus maxime propinquum attrahitur, quantitatem suam non mutat, sive augeatur corporis attrahentis materia, sive minuatur, eadem manente corporis densitate & corpusculi distantia*. Nam cum vires particularum attractrices per minima tantum diffundantur spatia; liquet,

par-

partes remotiores ad C, D & E nihil conferre ad attrahendum corpusculum A. Adeoque eadem vi versus B trahetur corpusculum sive adsint hæ partes, sive amoveantur, sive denique aliæ ipsis conjungantur. Tomi IV. Supplem. Sect. VI. Tab. II. Fig. 1.

THEOREMA 12. *Si ea sit corporis alicujus textura, ut particulæ ultimæ compositionis per vim quandam externam (qualis est pondus eas comprimens, vel ab altero corpore proveniens ictus) a primigeniis suis contactibus paululum dimoveantur, nec interim in novos contactus commigrent, particulæ per vim attractivam sese mutuo petentes ad contactus primigenios cito redibunt: iisdem vero redeuntibus particularum corpus quodvis componentium contactibus & positionibus eadem quoque redibit corporis figura; adeoque per vim attractivam corpora pristinas, quas amiserunt, figuras possunt denuo recuperare.* Hinc elasticitatis ratio reddi potest. Cum autem per vim elasticam corpora in se invicem impingentia a se mutuo resiliant (uti demonstratum est in Lectionibus nostris Physicis) a vi attractiva corporum oriri etiam debet eorundem a se invicem discessus.

THEOREMA 13. *Quodsi ea sit corporis textura, ut particulæ a prioribus contactibus per vim impressam dimotæ in alios, qui ejusdem sunt gradus, immediate deveniant, corpus illud in pristinam figuram se restituet.* Hinc qualis sit textura, in qua corporum mollities consistit, intelligi potest.

THEOREMA 14. *Particulæ materiæ pro diversa ipsarum structura & compositione diversis pollebunt viribus attractivis, puta non erit æque fortis attractio, cum particula datæ magnitudinis pluribus perforata sit meatibus ac si omnino solida & vacui expers esset.* Pag. 276.

THEOREMA 15. *Particularum perfecte solidarum vires attractivæ ex figuris ipsarum multum pendent.* Nam si parva aliqua materiæ particula in laminam circularem indefinitæ exiguæ crassitudinis formetur & corpusculum in recta per centrum transeunte & ad planum circuli normali locetur; sitque distantia corpusculi æqualis decimæ parti semidiametri circuli: vis, qua urgetur corpusculum, tricesies minor erit, quam si materia attrahens coalesceret in sphæram & virtus totius particulæ ex uno quasi puncto Physico diffunderetur. Quin etiam eadem circularis lamella fortius ad se trahit corpusculum, quam alia ejusdem ponderis particula, quæ in tenuem & longum formatur cylindrum.

THEOREMA 16. *Sales sunt corpora, quorum particulæ ultimæ compositionis magna vi attractiva pollent, inter quas tamen particulas plurimi interjacent meatus, particulis quas habet aqua ultimæ compositionis pervii: quæ igitur a salinis particulis fortiter attractæ, in eas cum impetu ruunt & a mutuo contactu eos disjungunt, cohærentiamque salium dissolvunt.*

THEO-

Tomi IV. Supplem. Sect. VI. THEOREMA 17. *Si corpuscula duo viribus attractivis decrescentibus in triplicata aut plusquam triplicata ratione distantiarum se mutuo petunt, erit velocitas in se invicem impingentium infinite major quam in dato intervallo.* Vide Prop. 39. Princip. Newtoni.

THEOREMA 18. *Corporis aqua gravioris eo usque diminui potest magnitudo, ut tandem in aqua suspensum maneat, nec vi gravitatis descendat.* Hinc patet ratio, cur particulæ salinæ, metallicæ & aliæ ejusmodi in minima redactæ in suis menstruis suspensæ hæreant.

THEOR. 19. *Corpora majora minore velocitate ad se invicem accedunt, quam minora.* Vis enim, qua se mutuo petunt corpora A & B, particulis maxime propinquis tantum inest, remotiorum quippe vires nullæ sunt. Non igitur major vis adhibetur ad movenda corpora A & B quam ad particulas *c* & *d* movendas, sed corporum eadem vi motorum velocitates sunt corporibus reciproce proportionales: unde erit velocitas, qua corpus A tendit versus B, ad velocitatem, qua particula *c* a corpore soluta versus idem B tenderet, ut particula *c* ad corpus A. Multo igitur minor est velocitas corporis A quam foret velocitas particulæ *c* a corpore solutæ. Hinc fit, ut corporum majorum motus sua natura adeo languidus & lentus sit, ut ab ambiente fluido & aliis circumjacentibus corporibus plerumque impediatur. In minimis vero corpusculis viget virtus & ab iis plurimi producuntur effectus: tanto plus energiæ minoribus inest corporibus, quam majoribus. Hinc patet ratio istius axiomatis Chymici: Sales non agunt nisi soluti.

TAB. II. Fig. 2. Pag. 277.

THEOREMA 20. *Duo corpuscula sese contingentia, adeo sibi vicina locari possunt, ut vis, qua se mutuo petunt, vim gravitatis multum superet.*

THEOREMA 21. *Si corpusculum in fluido locatum a particulis ambientibus undique æqualiter trahatur, nullus exinde orietur corpusculi motus, quod si ab aliis particulis magis, ab aliis minus urgeatur, ad eam partem tendet corpusculum, ubi major est attractio: & motus productus inæqualitati attractionis respondebit, scilicet in majore inæqualitate major erit motus, in minore minor.*

THEOREMA 22. *Corpuscula in fluido natantia & magis se invicem trahentia quam fluidi particulas interjectas, depulsis fluidi particulis ad se invicem accedent ea vi, qua ipsorum attractio mutua superat attractionem particularum fluidi.*

THEOREMA 23. *Si corpus aliquod in fluido locatur, cujus partes fluidi particulas magis ad se trahunt, quam fluidi particulæ a se invicem trahuntur, sintque in corpore meatus plurimi particulis fluidi pervii, per hos meatus fluidum illud cito se diffundet; & si partium in corpore connexio non tam firma sit, quin ab impetu irruentium particularum superari possit, orietur exinde corporis immersi dissolutio.* Hinc ut menstruum dato corpori dissolvendo sit idoneum, tria

Pag. 278.

requi-

requiruntur, 1 ut partes corporis particulas menstrui magis ad se trahant, quam eæ a se invicem trahuntur; 2 ut corpus habeat meatus particulis menstrui patentes & pervios; 3 ut cohærentia particularum corpus constituentium tanta non sit, quin ab impetu irruentium particularum menstrui divelli possit. Hinc quoque constat, particulas spiritum vini constituentes magis a se invicem trahi, quam a particulis corporis salini in spiritu vini demersi. Tomi IV. Supplem. Sect. VI.

THEOREMA 24. *Si corpuscula in fluido natantia & se invicem potentia elastica sint, post congressum a se mutuo resilient & inde in alia corpuscula rursus impingentia denuo reflectentur: ex quo fient innumeri alii cum aliis corpusculis conflictus continuæque resilitiones. Per vim autem attractivam continuo augebitur corpusculorum velocitas & sensui patebit partium motus intestinus; sed prout fortius aut imbecillius se invicem trahunt corpuscula & pro varia, qua pollent, elasticitate, varii erunt hi motus & diversis gradibus atque temporibus fient sensibiles.*

THEOREMA 25. *Si corpuscula se invicem trahentia se mutuo contingant, nullus orietur motus; propius enim accedere nequeunt. Si ad exiguum admodum a se invicem seponantur spatium, orietur motus; sed si longius distent, non majore vi se invicem trahent, quam fluidi particulas interjectas, adeoque nullus producetur motus.* Ex his principiis pendent omnia fermentationis & effervescentiæ phænomena. Hinc patet ratio, cur oleum vitrioli, cui paululum aquæ immittitur, effervescit atque ebullit: corpuscula enim salina infusa aqua a mutuo contactu paululum dimoventur, unde cum magis se invicem trahant quam aquæ particulas, & cum undique æqualiter non trahuntur, motum exinde oriri necesse est. Hinc etiam liquet ratio, cur tanta cietur ebullitio, cum limatura chalybis mixturæ supradictæ injicitur: particulæ enim chalybis magna pollent elasticitate, unde valida oritur reflexio. Hinc etiam videre est, cur menstrua quædam fortiori vi agunt citiusque corpus aliquod dissolvunt, si aqua dilutiora fiant. Pag. 279.

THEOREMA 26. *Si corpuscula se mutuo attrahentia vi elastica careant, a se invicem non reflectuntur; sed congeries seu moleculas particularum efficient, unde fiet* coagulum: *Et si particularum sic coacervatarum gravitas superet gravitatem fluidi, succedet quoque* præcipitatio. *Oriri quoque potest præcipitatio ex aucta vel diminuta gravitate menstrui, in quo natant corpuscula.*

THEOREMA 27. *Si corpusculorum sese invicem attrahentium & in fluido natantium ea sit figura, ut in datis quibusdam ipsorum partibus majori vi attractiva polleant quam in aliis, & major sit in iisdem contactus; corpuscula illa coibunt in corpora datas figuras habentia & inde emergent chrystallizationes; corpusculorumque componentium figuræ*

Tomi IV. Supplem. Sect. VI. *guræ ex data figura chrystalli per Geometriam determinari possunt.*

THEOREMA 28. *Si corpuscula magis trahantur a fluidi particulis, quam a se invicem, fiet ut quasi se mutuo fugientes a se invicem recedant, & per omne fluidum cito diffundentur.*

THEOREMA 29. *Si inter duas fluidi particulas aliquod intercedat corpusculum, cujus binæ oppositæ facies maximis pollent viribus attractivis, hoc interjectum corpusculum particulas fluidi sibi agglutinabit; & plura istiusmodi corpuscula per fluidum diffusa ejus particulas omnes in corpus firmum compingent fluidumque in glaciem reducent.*

THEOREMA 30. *Si corpus aliquod maximam emittat effluviorum copiam, quorum vires attractrices sunt fortissimæ; cum effluvia hæc corpori alicui leviusculus appropinquent, ipsorum vires attractrices gravitatem corporis levioris tandem superabunt; & effluvia corpus illud ad se sursum trahent; cumque multo magis conferta sunt effluvia in minoribus ab emittente corpore distantiis quam in majoribus; corpus leve versus densiora effluvia semper urgebitur, donec tandem ipsi corpori effluvia immittenti adhæreat.* Hinc plurima *Electricitatis* phænomena explicari possunt.

Pag. 280. Contra nostram hanc de viribus attractricibus doctrinam fortasse objiciet aliquis, si vis attractrix omni inesset materiæ, corpora ponderosiora & plus materiæ in dato spatio habentia plus debere attrahere, quam corpora minus gravia, quod experientiæ repugnat. Sed huic objectioni facile respondetur. Particulæ scilicet ultimæ compositionis (quibus salis tribuitur vis attractrix) confertim juxta se invicem locatæ possunt corpus ponderosum constituere, etiamsi ipsæ in se sint rariores quam eæ, quæ corpus leve constituunt ultimæ compositionis particulæ, a se invicem remotiores, & plures & patentiores meatus inter se habentes.

Alia multa sunt Naturæ phænomena, quæ mihi videntur iisdem principiis explicari posse, uti ascensus succi in plantis & arboribus, foliorum & florum determinatæ & constantes figuræ, eorumque virtutes specificæ &c. Multa quoque, quæ in corpore animali quotidie occurrunt; præcipue quæ ad fluidorum cursus secretionesque spectant, ab iisdem materiæ qualitatibus pendent, & hinc morborum theoriæ & medicamentorum effectus optime eruuntur.

EX-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS ANNI 1712.

ANALYSIS

Per quantitatum Series, fluxiones ac differentias cum enumeratione linearum tertii Ordinis.

Londini, ex officina Pearsoniana, 1711. 4. *Plag.* 16. *& figg. æn.*



GUilelmus *Jones*, edito Synopsi palmariorum Matheseos (vid. Acta A. 1707. p. 178.) clarus, cum in scriniis *D. Collinsii* inter plurima a celebribus ejus temporis Mathematicis, præsertim Magnæ Britanniæ, ipsi communicata quædam reperiret, quæ a Viro summo *Isaaco Newtono* venerant; de his edendis cogitavit, non male profecto facturus, si integri commercii epistolici *Collinsiani* aut certe uberiorum excerptorum publicatione orbem eruditum sibi devinciret. Cum enim nec nos fugiat, Virum celeberrimum commercium litterarium habuisse eximium; nulli dubitamus, multa in literis ad ipsum scriptis præclara contineri, ad historiam Matheseos ipsumque hujus scientiæ incre-

Act. Erud. Ann. 1712 M. Febr. Pag 74.

Pag. 75.

Act Erud. An. 1712. M. Febr.
incrementum profutura. Nec obstat, quod forte maxima pars eorum jam aliis occasionibus typis descripta prostet; norunt enim harum rerum intelligentes, quantum intersit nosse, quo tempore Viri præclari in meditationes suas inciderint. Equidem Cl. *Jonesius* cum animadverteret, *Newtoniana* a *Collinsio* asservata ferme idem cum iis argumentum habere, quæ Vir illustris *Newtonus* jam ipse in lucem edidit, consilium suum mutavit; Tractatum tamen de Curvarum quadratura cum luculenter ac concinne conscriptum & ad instruendos alios maxime accommodatum judicaret, eundem cum venia Autoris in lucem emisit & alia nonnulla Analytica *Newtoni* inventa addidit, de quibus jam dicemus.

Tractatum istum de Quadraturis Curvarum inscripsit *Newtonus* de Analysi per æquationes numero terminorum infinitas & in eo demonstrat, (vid. Tab. I. Fig. 1.) si fuerit $ax^{m:n} = y$, aream esse
Tab. I. Fig. 1. $\frac{an}{m+n} x^{m+n,:n}$ sequentem in modum: Sit $AB = x$, $BD = y$, area $ABD = z$, $\beta B = o$, $BK = v$ & rectangulum $B\beta HK$ æquale spatio $B\beta\delta D$. Pro lubitu sumatur $\frac{2}{3} x^{3:2} = z$, sive $\frac{4}{9} x^3 = z^2$ & $x + o$ pro x, $z + ov$ pro z substituris, prodibit $\frac{4}{9}$ in $x^3 + 3x^2 o + 3xo^2 + o^3 = z^2 + 2zov + o^2 v^2$, & sublatis æqualibus $\frac{4}{9} x^3$ & z^2 reliquisque per o divisis, restat $\frac{4}{9}$ in $3x^2 + 3xo + o^2 = 2zv + ov^2$. Si jam supponatur, o esse nihil, erunt v & y æquales & termini per o multiplicati evanescent. Quare restabit $3x^2 . \frac{4}{9} = 2zv$, sive $x^{1:2} = y$. Ergo e contrario, si $x^{1:2} = y$, erit $\frac{2}{3} x^{3:2} = z$. Hanc methodum *Newtonus* applicat primum ad Curvas simplices, in quibus valor ipsius y unico termino constat, ut si fuerit $\sqrt[4]{x} = y$ vel $1 : x^2 = y$; dein ad compositas, in quibus e. gr. $x^2 + x^{3:2} = y$, vel $x^2 + x^{-2} = y$. Tandem valorem ipsius y in seriem resolvit vel per divisionem,
Pag. 76. exemplo *Mercatoris*, e. gr. si fuerit $a^2 : (b + x)$, vel per extractionem radicis, ut si fuerit $\sqrt{(a^2 + x^2)} = y^2$. Ubi simul exponit methodum extrahendi radices tam Simplicium quam affectarum æquationum a *Wallisio* in Algebra c. 94. f. m. 381. ex ipsius ad *Oldemburgium* literis jam repræsentatam. Eadem methodus quomodo ad longitudines Curvarum inveniendas, nec non ad curvas mechanicas quadrandas adhibeatur, aliquot exemplis docetur. Subjunguntur huic Tractatui Excerpta ex literis *Newtoni* ad *Oldemburgium* datis & a *Wallisio* Tom. III. Operum publicatis, itemque aliis ad *Wallisium* missis, quæ in hujus Algebra leguntur, una cum fragmento epistolæ ad *Collinsium* d. 8. Nov. 1676. datæ.

Recudi una fecit Cl. Editor duos Tractatus, Opticæ *Newtonianæ* ad calcem adjectos, quorum alter de quadratura Curvarum

rum agit, alter lineas tertii ordinis enumerat. De utroque diximus in Actis A. 1705. p. 225. & seqq. Sed egregie de Geometris meritus fuisset Cl. Editor, si demonstrationem numeri linearum tertii ordinis, quam petenti non denegaturus erat *Newtonus*, una exhibuisset: immo adhuc bene mereri poterit, si per modum appendicis aut alia occasione eandem edat. Act. Erud. An. 1712. M. Febr.

Ultimo denique loco comparet exiguus quidam tractatus, cui Methodi differentialis hic imponitur nomen speciali quodam sensu, quemque Cl. Editor ex autographo Autoris *Newtoni* descripsit. Complectitur doctrinam describendi Curvas ex datis differentiis differentiarum Ordinatarum. Innititur problemati ducendi Curvam generis Parabolici per data quotcunque puncta. Quare cum omnes Parabolæ quadrari facillime possint; ejus usum ostendit in quadranda figura quacunque curvilinea quam proxime, cujus ordinatæ aliquot inveniri possunt. Non enim hic alia re opus est, quam ut per terminos ordinatarum datarum ducatur linea curva generis parabolici.

Ceterum quod Cl. Editor methodum rationum primarum & ultimarum methodo quantitatum infinite parvarum præfert; sciendum est, variari tantum in modo loquendi & pro rigorosa demonstratione utramque ad methodum *Archimedeam* revocari debere, ut error quovis dato minor ostendatur. Cumque in calculo præcedente adhibetur *o* & *ov*, quis non videt, revera adhiberi infinite parvas, nempe *o* pro *dx* & *ov* pro *dz*. Sane *o* jam *Fermatius* aliique in talibus casibus adhibuere. Sed calculo illustris *Leibnitii* differentiali invento, non jam simpliciter nullæ, sed speciales quædam quantitates nullescentes adhibentur, nempe exprimentes, ex qua decrescente quantitate ad evanescentiam venerint. Ita *dx* vel *dz* est quantitas specialiter ad quantitatem *x* vel *z* relata, seu affectio quædam ipsius *x* vel ipsius *z*, nempe duarum *x* vel duarum *z* differentia, sed nullescens. Et ita non multiplicantur quantitates, quarum affectionibus ad curvas exprimendas est opus: atque adeo æquationes etiam curvarum transcendentium per solarum ordinatarum abscissarumque relationem habentur. *Leibnitius* noster ad exemplum tam *Cavallerii*, quam *Robervallii*, nunc unam, nunc alteram exprimendi rationem, hoc est, nunc infinite parvam, nunc motum seu continuum transitum, sive fluxum adhibuit, prout visum est commodius; & usum transitus hujus ultra Geometriam ad Physicam ipsam promovit, nova quadam consideratione inventa, quam *Legem continuitatis* vocat, per quam tanquam lapidem lydium multa erronea in physicis redargui possunt. Proposuit eam ante multos annos in Novellis Reip. literariæ *Baelianis* & exemplis illustravit.

Pag. 77.

Act. Erud.
Ann. 1712.
M. Mart.
Pag. 128.

OBSERVATIO ECLIPSIS LUNARIS

Die 23. *Januar.* 1712. *vesperi facta in Academia Leopold. Soc. Jes. Uratislaviæ a* R. P. CHRISTOPHORO HEINRICH, *Theol. Mor. & Math. Profess. Public. ac Ord.*

TEmpus Solare horologio oscillatorio mensuratum & per observatas quatuor fixarum culminationes correctum: quantitas vero juxta micrometrum telescopio insertum determinata fuit,

Pallor in Luna notat *9 Hor.*	7.	15.	39	Magnitudo 3 digit. *Hor.*	8.	54.	18
Initium penumbræ		34.	54	Culminavit pes Orientalis *Orionis*	9.	11.	18
umbræ densæ		40.	11	duorum dig. & dimidii		12.	2
Magnitudo unius digiti		50.	51	duorum digitorum		21.	7
Culminavit oculus Tauri, *Aldebaran*		56.	3	unius & dimidii digiti		30.	12
duorum digitorum		57.	58	unius digiti		33.	36
Aristarchus attingit umbræ limbum	8.	3.	31	Finis umbræ densæ		38.	33
Incepit disparere		6.	7	penumbræ		44.	4
trium digitorum		17.	13	Culminavit Canis major *Sirius*	10.	9.	17
Culminavit pes Occ. *Orionis*		38.	7				
trium dig. & dimidii		38.	52				

Pag. 129. Color umbræ per telescopium videbatur cinereus, subcæruleus & accedens ad nigrum. Incepit apparere supra *Aristarchum* & transivit deinceps superiorem Lunæ partem.

Hi-

Act. Erud. An 1712. M. April. Pag. 145.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCIX. &c.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM, Anni 1709. cum Commentariis Mathematicis, & Physicis.

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1711. 12. Alph. 1. pl. 10. Tabb. 15.

PHysicam generalem illustrant *De la Hire*, *Maraldi* & *Lemery* filius. *De la Hire* observationes barometricas recenset, quas barometro composito *Hugenii* instituit ad explorandas diversas Mercurii altitudines in locis elatis ac depressis. Invenit altitudinem columnæ aereæ cum unica linea Mercurii æquilibrium servantis 76. fere pedum, pondere totius atmosphæræ 28″ & fere ½‴ Mercurii æquilibrato. Observationibus istis alias jungit de influxu caloris ac frigoris liquorum barometri compositi, comparans altitudines Mercurii in simplici cum altitudinibus in composito. Supponit nimirum (quod experientia ipsum docuit) in barometro simplici, etiamsi radiis solaribus aut frigori hiberno exponatur, sensibilem altitudinis Mercurii variationem non mutari. *Maraldi* observationes Genuæ a Marchione *Salvago* factas cum Parisiensibus comparat & inde concludit, quod Genuæ ac Parisiis mutationes barometri sint fere eædem, ventis licet statuque aeris diversis. Reperit autem conformitatem maximam in altitudine media Mercurii, quam adeo commendat, ubi per barometricas observationes, in diversis locis eodem tempore factas, montium altitudines invenire volueris. Notat ulterius, in locis meridionalibus Scalam totius variationis Mercurii minorem esse quam in septentrionalibus: a qua tamen regula recedunt observationes *Scheuchzeri* Tigurinæ. Ostendit denique, aerem non habere in omnibus locis terræ eandem vim sese dilatandi atque hinc heterogeneum esse. *Lemery* de materia ignis disquirit, & præter subtilitatem summam & agitationem celerrimam, insuper figuram ipsi propriam requirit. Ei tribuit, quod calx aqua affusa incalescat, Pag. 146.

Act.Erud. An. 1712. M. April.

scat, & hinc probat, ipsam in corporibus, quibus includitur, non mutari. Includi eam corporibus calcinatis, quia poros calore dilatatos ingredi potest; sed per frigore constrictos egredi nequit. Immo ab ipsa inflammabilitatem corporum unice pendere. Mirati sunt Academici, cur hyeme extraordinaria Anni 1709. per plures dies durante frigore Auster spiraverit, nec Sequana tota glacie obducta fuerit: id quod tamen hyeme ordinario fieri solet. Varias quoque ibi de pluvia & ventis observationes reperies.

In *Anatomicis* delirium melancholicum explicaturus *Vieussens* filius, supponit, sedem functionum spirituum animalium esse centrum ovale, quod pater ipsius contextum esse docuit ex subtilissimis vasculis, quæ mediantibus aliis adhuc minoribus innumeris in locis inter se communicant. In primis sanguinem attenuari, ut ad formam spirituum induendam paratus sit, & hinc per altera spiritus ex eo separari. In hisce vasculis fere imperceptibilibus omnes fieri motus, quæ ideis aut perceptionibus mentis respondent. Sanitatem igitur spirituum pendere a regularitate, æquabilitate & libertate motus spirituum per dicta vascula. Si eorum plurima occludantur, ut spiritibus transitus denegetur, ut in somno, spiritus per paucos apertos fluentes somnia excitare. Si e contrario omnia aperiantur, & spiritus nimia copia affluant, phrenesin causari. Si quædam obstructa spiritus excludant, animam non posse uti illis ideis, quibus respondent motus in vasculis obstructis, uti tamen prompte reliquis. Inde delirium melancholicum ortum trahere, cujus adeo causa remota sit sanguis nimium crassus & lente fluens, vel quia ob vehementem calorem transpiratio nimia facta, vel quia ex alimentis crassioribus elaboratus est sanguis, vel quia ingenti ac diuturno metu perculsi fuimus &c. *Gandolphus* per triplex vulnus tunicæ corneæ inflictum humorem aqueum a sanguine ob vehementem contusionem magna copia extravasato purgavit & vulnera intra octiduum felicissime sanavit, ita ut ne minimum cicatricis vestigium superesset, linteamina aqua plantaginis & vulneraria (4 nempe uncias prioris miscuit duabus posterioris) madefacta, decenter applicans. Hoc remedium in vetusto quodam libro se reperisse testatur. Pupilla utut perfecte rotunda, nimis tamen dilatata semper deprehensa, ita ut diameter oculi sanati ad diametrum alterius esset in ratione dupla. *Helmontius* dudum observavit, cancros circa mensem Junii ægrotare & per 9 circiter dies quasi semimortuos jacere. Tunc temporis novam formari membranam, quæ stomachum ipsorum involvit & inter quam ac stomachum ex liquore lacteo lapilli (cancrorum oculos vulgo vocant) formentur. Ex ea novum generari stomachum &

Pag. 147.

prio-

priorem intus conclusum cum lapillis & liquore residuo in nutrimentum ejus abire. *Godofredus* junior non minoris momenti judicans, ut observationes, veterum præsertim, dubiæ denuo confirmentur & confirmatæ conserventur, quam ut novæ in apricum producantur, propria experientia confirmat, quæ *Helmontius* annotata reliquit. *Reaumur* experimentis docuit, cochlearum testas formari ex exhalationibus, quæ ex corpore animalis intus postea latentis prodeunt & circa ipsum indurantur. Limacum scilicet testas pertudit & interposita inter foramen atque corpus pelliculæ frustum ablatum infra eam continuo restitui didicit. Similiter cum exteriorem testæ partem avelleret, ut reliqua corpori limacis tegendo non amplius sufficeret, atque cuticulam complicatam extus & intus testæ agglutinaret, partem avulsam nihilominus restitui annotavit. Die 1. Februarii A. 1709. Aquis-Sextiis uxor lanii cujusdam enixa est intra aliquot dierum spatium 9. infantes utriusque sexus, (qui omnes *sacro lavacro* adspersi) una cum massa informi quatuor priores insecuta. Matricis in fœmina læsionem minime lethalem esse, memorabili exemplo docetur. *Plantade* e Societate Regia Montepessulana duos commemorat pullos, quibus duo corda largita est natura, intervallo dimidii digiti distantia. *Mery* in testiculis maris reperit vesiculas iis similes, quæ in ovariis fœminarum asservantur, & in aqua calida pariter indurantur: indurationem adeo hanc non esse argumentum sufficiens, concludit, quo probetur, vesiculas in ovariis fœminarum latentes ova esse. Idem *Mery* & *Littre* fœtus monstrosos describunt. Prior etiam motus linguæ Pici accuratius, quam *Borellus* & *Perrault*, explicare intendit. *Lemery* 4. unciis Mercurii crudi miscens 8 uncias salis decrepitati & in pulverem redacti, sine vitriolo sublimatum paravit; sed cum vitriolo solo sine sale parare haud potuit. *Godofredus* junior foco vitri caustici *Tschirnhusiani* super catino ordinario vel silice exposuit ferrum, cuprum, stannum & plumbum & quæ exhibuerant phænomena, diligenter annotavit, ut inde in intimam compositionem aditus pateret. Concludit autem, basin horum metallorum esse terram friabilem, quæ in vitrum abire potest, diversam tamen in diversis. Huic sociari sulphur, in omnibus non modo metallis, sed etiam vegetabilibus & animalibus idem: a quo opacitas, splendor & malleabilitas ortum ducat. Posterius probatur, quia metalla carbonibus imposita vitrificari nequeant. *Boulduc* per analyses chymicas convictus docet, grana Indica, quæ *Cachou* appellari solent, esse succum ex vegetabili extractum. *Lemery* contra opinionem vulgo receptam defendit scolopendras viviparas, & earum analysin chymicam instituit. Duas au-

Act. Erud. An. 1712. M. April.

Pag. 148.

Act.Erud. An 1712. M. April. autem agnoscit species, alteram domesticarum, quæ in tectis, cellis & locis humidis atque nitrosis reperiuntur; alteram agrestium, quæ in frumento, rimis arborum veterum & lignis commorantur. Ex domesticis e. gr. per destillationem sal volatile extraxit, prorsus simile ei, quod ex viperis extrahitur, & eandem cum hac virtutem medicam habens. Cum carbones a destillatione in retorta residuos calcinaret, in cineribus ferrum reperit: quale etiam in cineribus aliorum animalium invenit. Nullum tamen dedere cornu cervi, ebur, lapilli cancrorum, testæ ostrearum. Quamvis experimenta quædam suadere videantur, acida mineralium & vegetabilium esse diversa; *Hombergius* tamen pro identitate pugnat. Ex terra enim acidum suum attrahunt plantæ: in terra vero mineralia existunt. Habet autem acidum pro fasciculo acicularum, quæ in transitu per exigua plantarum vascula disjunctæ pungendi vim ex unione ortam amittunt. Reperit etiam, fel boum esse saponem artificiali admodum similem, compositum nempe ex oleo & alcali; id quod jam agnitum est ab *Hecqueto* in Actis Ann. 1705. p. 346. Idem sua Chymiæ tentamina continuans de Mercurio disserit, per quem nonnisi argentum vivum intelligit. Quamvis enim Mercurium in numero compositorum contineri concedat; quia destrui potest; cum tamen modus ipsum in sua principia simplicia resolvendi nondum in publicum constet, ipsum tandiu in numerum principiorum chymicorum referendum esse existimat, quamdiu ejus analysis non aperitur. Mercurii figuram triplici in statu considerat, 1. cum fluidus est, 2. cum in metallum degeneravit, 3. quam post destructionem metalli recipit. In primo statu ex globulis solidis ac politissimis eundem constare: in secundo illos globulos a materia luminis undiquaque perforari & in istis foraminibus materiam luminis residere; in tertio foramina hæc adeo dilatata esse, ut materiam luminis amplius continere nequeant. In primo statu globulos esse Mercurium verum; in secundo metallum; in tertio rudera Mercurii a metallorum destructione residua, hoc est, materiam terrestrem, ex qua Mercurius reviviscere nequeat. Differentiam argenti ab auro hanc adeo agnoscit, quod in illo producendo materia luminis minus temporis insumserit, quam in hoc. Quodsi enim argentum ab omni auro liberatum centies fundatur & per unius minimum horæ spatium in fluore detineatur, notabilis auri quantitas tandem inde separabitur, quam de novo productam esse censet. Eandem argenti in aurum per materiam luminis transmutationem alio experimento corroborat, quod minus temporis, sed plus laboris requirit. His addit, quod interdum in mineris obvium sit aurum nimis pallidum, a quo tamen nihil argenti separari possit, per repetitam fusio-

Pag. 149.

sio-

sionem ad colorem consuetum evehendum. Ex hac hypothesi una rationem reddit, cur aqua fortis argentum solvat, non aurum & aurum contra solvat aqua regia, non vero argentum. Act. Erud. A. 1712. M. April.

In *Botanicis* plantam monstrosam ex earum genere describit *Marchant*, cui raphani minoris oblongi cessit nomen. Ejus rationem redditurus assumit, variis experientiis fretus, plantam esse congeriem innumerarum plantarum exiguarum similium, quæ non nisi partes ejusdem totius comparent. Quod si itaque contingat, ut pars aliqua evolvatur, quæ evolvi non debebat, ut sub forma totius appareat, cum nonnisi partem exhibere deberet; monstrum produci in plantarum genere. Circulationem succi nutritii, An. 1665. a Medico quodam Hamburgensi primum publicatam, multis experimentis confirmare annisi sunt *Perrault* atque *Mariotte*; cui hypothesi etiam calculum suum adjecit *Malpighius*, sed semper adversati sunt *Du Clos* & *Dodart*. Amisit equidem *Dodartus*, non minus ex foliis ad radicem succum descendere, quam alius a radicibus ad folia ascendat; sed eundem numero esse, qui ascendat, pernegavit. Hanc controversiam renovavit *Magnolius* & ad singula experimenta data opera respondit. Summa responsionum capita in Historia *Fontanellius* recenset. Ulmus circa veri initium A. 1708. a radice usque ad ramos cortice denudata per æstatem omnem folia aluisse dicitur. Unde suspicatur, corticem non adeo necessariam esse ad arborum vitam, ac vulgo putatur. Pag. 150.

In *Algebraicis Rollius* corroborare conatur objectiones contra methodum *Slusianam* construendi æquationes, quarum mentionem injecimus in Actis A. 1710. p. 488.

In *Geometricis* cylindros & conos, circulares, ellipticos, parabolicos, integros aut truncatos, segmenta sphæræ, paraboloidum, conoidum &c. invenire docet *Parentius*, quorum superficies pariter ac soliditas æqualis est superficiei ac soliditati alicujus sphæræ. Casus simplicissimus hic est: Sit radius sphæræ $= r$, peripheria $= c$, erit superficies $= 2rc$, soliditas $= \frac{2}{3} cr^2$. Sit altitudo cylindri $AG = l$, radius basis $AF = m$, erit peripheria basis $cm : r$, consequenter superficies $cml : r = 2rc$ & soliditas $cm^2 l : 2r = \frac{2}{3} cr^2$. Ex prima æquatione elicitur $l = 2r^2 : m$; ex altera $l = 4r^3 : 3m^2$. Unde $m = \frac{2}{3} r$ & $l = 3r$, hoc est, $AC : 2r = 2r : AG$. Prostant passim Geometrarum methodi, quibus radius evolutarum *Hugenianarum* determinatur. In iis supponitur, radios omnes esse ad curvam alteram perpendiculares. Itaque *Reaumur* problema illud generalius redditurus, considerat etiam alios casus, in quibus lineæ rectæ infinitæ numero *FM* & *fm* in punctis contactuum *M* & *m* cum tangentibus *TM* & *tm* angulos *FMT* & *fmt* æquales faciunt angulo cuidam dato *IOL* recto minori aut majori. Tab. II. Fig. 1. Pag. 157. Tab. I. Fig. 2.

Act.Erud. Ann.1712 M. April. jori. Docet nimirum determinare 1. punctum intersectionis *N* duarum linearum *FM* & *fm* infinite propinquarum, 2. naturam curvæ *BNK* per innumeras istiusmodi intersectiones descriptæ. Sint itaque *MC* & *mc* radii evolutæ curvæ *AMG* infinite propinqui, ducaturque ex centro *N* radio *NM* arculus *MR*: erunt sectores *CMm* & *NmR* similes, quia anguli cognomines æquales. Demittantur porro perpendiculares *PM* & *pm* & ducatur axi *AP* parallela *MV*. Quodsi jam fiat $MC = r$, $MN = z$, $Mm = ds$; erit $MC(r) : MN(z) = M(ds) : MR(zds : r)$. Quoniam in triangulo ad *R* rectangulo *MmR* omnes anguli dantur, si sinus anguli *mMR* dicatur *m*, sinus anguli *MmR* vero *n*; erit $m : n = mR(zds : r) : MR(nzds : mr)$. Est etiam $MR = \surd(Mm^2 - mR^2) = ds \surd(r^2 - z^2) : r$. Quare $nzds : mr = ds \surd(r^2 - z^2) : r$, consequenter $z = \pm mr : \surd(m^2 + n^2)$. Ergo *MN* est quarta proportionalis ad sinum totum, sinum anguli dati & radium evolutæ. Æquationem pro curva *BNK* ita elicit. Ducatur *NQ* ad axem *AQ* curvæ *AMG* perpendicularis, itemque *TF* ad *FM*. Jungantur puncta *T* & *N* recta *TN*. Agatur denique per *N* recta *EN* axi *PQ* parallela. Sit jam $AP = x$, $PM = y$, $AQ = u$, $QN = s$, subtangens $TP = p$, tangens $TM = t$: erit $PQ = EN = AQ - AP = u - x$; $ME = PM - PE = y - s$. Quoniam $MN^2 = ME^2 + NE^2$; erit (*A*) $z^2 = y^2 - 2sy + ss + uu - 2ux + xx = m^2r^2 : (m^2 + n^2)$, per superius demonstrata. Ob similitudinem triangulorum *FMT* & *RMm* anguli eorum eosdem habent sinus: quare ut sinus totus $\surd(m^2 + n^2)$ ad sinum anguli *FTM* (*n*) ita $TM(t)$ ad $FM(nt : \surd(m^2 + n^2))$ & ut sinus totus $\surd(m^2 + n^2)$ ad sinum anguli *FMT* (*m*) ita $TM(t)$ ad $TF(mt : \surd(m^2 + n^2))$. Hinc $FN = FM + MN = (nt + mr) : \surd(m^2 + n^2)$. Est vero $QT = PT + PQ = p + u - x$. Ergo $QT^2 + QN^2 = p^2 + 2pu + u^2 - 2ux - 2px + x^2 + s^2$ & $FT^2 + FN^2 = (n^2t^2 + 2mntr + m^2r^2 + m^2t^2) : (m^2 + n^2)$, consequenter (*B*) $t^2 + (m^2r^2 + 2mntr) : (m^2 + n^2) = s^2 + p^2 + 2pu + u^2 - 2px - 2ux + x^2$. Quodsi æquationem *A* ex hac altera *B* subtrahas, relinquetur tertia (*C*) $2mntr : (m^2 + n^2) = p^2 - t^2 + 2pu$
Pag. 152. $- 2px - y^2 + 2sy$, in qua si substituatur valor ipsius $-y^2 = p^2 - t^2$, prodit quarta (*D*) $mntr : (m^2 + n^2) = pu + sy - px - y^2$, quæ cum æquatione *A* & altera curvæ *AMmG* sufficiet ad inveniendam aliam, in qua nonnisi coordinatæ *u* & *s* curvæ *DNK* occurrunt, ut uno alteroque exemplo *Reaumur* ostendit. Sed cum in hac methodo supponatur radius evolutæ cognitus; ideo solutionem alteram superaddit generalem, quæ etiam ei casui una satisfacit, ubi radii evolutarum quæruntur. *Saurin* analysin exhibet problematis *Bernoulliani*, quo ex infinitis cycloidibus ea determinari jubetur, per quam descendens grave ad datam quandam positione lineam citissime pertingat, *Jacobo Bernoullio* in

Actis

Actis A. 1698. synthetice demonstrati; & idem problema generalius ad omnes curvas similes in eodem plano verticali descriptas extendit.

In *Astronomicis* historiam stellæ in hydra per vices apparentis ac disparentis tradit *Maraldi*, quem ejus variabilitatem primum detexisse, annotavimus in Actis A. 1708. pag. 409. Sub initium ægre per tubum videri potest; postea ad magnitudinem quartam excrescit ac inde rursus decrescit. Periodum revolutionis statuit *Maraldi* duorum annorum, quæ cum observationibus satis congruit, initio in Anno 1662. constituto, nisi quod Anno 1702. non apparuerit, cum tamen vi hujus periodi apparere deberet, & annis 1705. ac 1706. extra periodum suam visa fuerit. Plures istiusmodi stellas commemorat, quæ similes vicissitudines amant, & optat, ut ex novis observationibus mappæ cœlestes construantur, quibus stellæ nudo oculo visibiles annotentur, quo illarum cum cœlo collatio mutationes facilius prodat. *Cassini* succinctam Astronomiæ theoricæ historiam condidit & motus Planetarum ex Tellure viso, *Saturni* quidem ab A. 1708. usque ad annum 1737. *Jovis* ab anno 1708. usque ad A. 1720. *Martis* ab anno 1708. usque A. 1723. *Veneris* ab A. 1708. usque ad A. 1716. Mercurii denique ab A. 1708. usque ad A. 1715. per schematismos repræsentavit, quorum usus in determinando tempore convenientissimo ad parallaxin Planetarum inveniendam & in determinandis Veneris atque Mercurii phasibus. Ipse parallaxin Martis invenit 25″, unde parallaxin Solis elicuit 10″. Uterque *De la Hire* mensibus Januario & Februario motum maculæ solaris observarunt periodo 27½ dierum respondentem. Denique variæ observationes eclipsium A. 1708. & 1709. recensentur. Pag. 153.

In Opticis *De la Hire* rationem reddi phænomeni, cujus jam Ann. 1706. p. 312. in his Actis mentio facta est, cur scilicet felis capite sub aquis demerso & oculis Soli obversis, 1. pupilla dilatetur & 2. fundus oculi distincte videri queat. Nimirum cum humor aqueus ejusdem fere sit densitatis cum aqua; radii ex aqua in oculum perpendiculariter vergentes fore irrefracti ad retinam pertingunt, adeoque impressio minor est, quam ubi ex aere in oculum ingressi per refractionem uniuntur. Addit, quod felis pupilla ob attentionem ejus magis dilatetur, etiam in lumine fortiore, experientia teste.

In *Acustica* docet *Carre*, non a vibrationibus solarum chordarum, sed potius particularum minutarum pendere sonum & ea fini in sonum a cylindris diversis editum inquirit.

In *Mechanicis* suas de resistentia medii meditationes continuat *Varignonius*, idemque problema hydrostaticum sequens solvit.

Act.Erud. An. 1712. M. April. Tab. II. Fig. 3. vit. Si duo pondera *P* & *Q* chordæ *ABCP* alligata, quæ retinetur clavo *A* & revolvitur circa trochleam *C*: determinandum est punctum *B*, in quo pondera æquilibrium servant. Ducatur sub angulo quocumque *ET* ea lege, ut sit $ET:AE=P:Q$. Sint rectæ aliæ *et* innumeræ ipsi *ET* parallelæ, ducanturque *CE* & *ce*. Si semper fiat $eb=et$, $EB=ET$; curva *AbBβ* circulum *DBL* ex centro *A* radio *AB*, (*Ab*) descriptum intersecans puncta æquilibrii determinat. Sit enim parallelogrammum *HK*, cujus diagonalis *BF* sit in verticali *QB* versus *F* prolongata & latera *BH*, *BK* in proportionibus chordæ *ABCP*, Ob triangulorum *FKB* & *ABE* similitudinem erit $BK:BF=BE:BA=ET:EA$ (*per construct.*)$=P:Q$. Ergo ex alibi demonstratis constat, pondera *Q* & *P* esse in æquilibrio. Locum quoque curvæ *AbBβ* duplici æquatione determinat.

Academia Scientiarum duos hoc anno amisit Socios, *DN. de Tschirnhausen* & *Poupartum*. Illius elogium jam extat in Actis A. 1709. p. 419. Hic juvenis Philosophiam *Cartesianam* excoluit, scholastica neglecta, & pædagogum Parisiis egit inopia pressus. Mox tamen, cum animadverteret, multum sic temporis falli debere; parcius vivere maluit & Physicæ ac historiæ naturali summo cum ardore se totum tradidit, insectorum præcipue contemplationi vacans. Anatomiæ plenius percipiendæ ergo chirurgum in nosocomio egit & cum triennium in hac functione consumpsisset, Medicinæ soli operam dedit, & in Academia Remensi Medicinæ Doctor creatus, ut *Cartesii* Philosophiam intelligeret, Mathesi quoque aliquam operam navavit ita, ut nec Architecturam insuper haberet. Vidit eum *De la Hire* inter auditores suos, cum Architecturam profiteretur, & miratus, cum eum in Academia Scientiarum A. 1699. in numero Medicorum videret. Inter novos socios tunc primus in Academia creatus, dissertationem de hermaphroditis in medium proferebat, cui postea alias de quibusdam insectis addidit, quæ in Historia Annorum præcedentium recensentur. Mortuus est sub initium Novembris. Autor creditur libri, cui titulus: *Chirurgia completa*. Ipsi successit *Engueard*, Medicinæ Doctor e Facultate Parisina; *Tschirnhusio* vero *Sloane* Anglus, societatis Regiæ Londinensis Secretarius.

Pag. 154.

PETRI

Act. Erud. Ann. 1712 M. April.

PETRI VARIGNONII RESPONSIO

ad P. GRANDINI *Librum de Infinitis Infinitorum*.

PER annum exspectatus P. Grandini liber de *Infinitis infinitorum*, quo me oppugnari audiveram, ad manus tandem pervenit mense Decembri anni proxime elapsi 1711. Hunc eo ardentius exoptaram, quod nihil mihi sit veritate carius, ut nimirum mentem corrigerem, si forte erraverim in expendendis *plusquam infinitis* Wallisianis, quæ respui in Reg. Scient. Acad. Mon. an. 1706. quorumque P. Grandinus in libro suo patrocinium suscipit: cujusvis enim hominis est errare, nullius nisi insipientis perseverare in errore. Quamobrem simul ac illius libri compos fui, eundem cursim & avide legere sum ingressus. Terruit me, fateor, P. Grandinus, ubi eum ipsum Virum Religiosum in Dedicationum suarum altera quæ est ad Nobilissimum atque eruditissimum Virum Henricum Newton, vidi tentantem in me commovere totam Regiam Societatem Anglicanam, quam summa semper veneratione colui, etiamnumque colo. Ast ficta a Grandino controversia totum metum ademit, quem iste mihi pro reverentia illi Societati omni scientiarum genere percelebri debita gravem incusserat: imo hæc Grandini fictio risum movit ubi ipsum vidi phantasmatis duntaxat spolia tam venerabili Societati offerre ausum magnifica narratione præclarorum facinorum, a præeunte Poeta decantatorum, quæ pro tuenda illius Societatis gloria se patrasse jactat, quasi unius membri lapsum judicet totius esse Societatis; quod quam iniquum sit judicium, nemo non videt. Pag. 155.

Porro phantasma, quo debellato P. Grandinus me funditus deletum esse putat, ipsi natum est ex logomachia, quam induxit appellando infinita alia aliis infinities majora eodem *plusquam infiniti* nomine, quo Cl. Wallisius fractiones denominatorum aut indicum negativorum prius appellarat: hujus scilicet identitate (ut ajunt) nominis deceptus Grandinus, incaute credidit identitatem esse quoque rei. Unde non mirum, si me, Wallisiana plusquam infinita negantem, & sua negare sit arbitratus. Sed ut pateat, quantopere in iis hallucinetur P. Grandinus, ostendendum mihi est, quantum Wallisiana plusquam infinita distent a Grandinianis: quocirca audiamus Wallisium sua

defi-

definientem, deinde Grandinum pariter audiemus in definitione suorum.

I. Cl. Wallisius, *Arith. infinit. prop.* 104. agens de fractione exprimente aream hyperbolicam asymptoticam, ita loquitur: *Si denique ejusmodi figura sic continuo decrescat juxta seriem, quæ sit reciproca directæ, indicem habenti unitate majorem; habebit illa ad parallelogrammum inscriptum rationem plusquam infinitam: qualem nempe habere supponatur numerus positivus ad numerum negativum sive minorem nibilo.* Hoc autem ut clarius exemplis exponat Wallisius (quasi Grandino omne perfugium intercludere intendisset) addit in explicatione hujus suæ prop. 104. *Ratio quam habet* 1 *ad indices illos sic auctos, puta* 1 *ad* — 1, 1 *ad* — 2, 1 *ad* — 3, *&c. major erit quam infinita, sive* 1 *ad* 0; *quia nempe*

Pag. 156. (attendat velim Grandinus) *rationem consequentes sunt minores quam* 0.

Ex his Cl. Wallisii verbis palam est *plusquam infiniti* nomine eum intellexisse fractiones denominatorum negativorum, quales sunt $\frac{1}{-1}$, $\frac{1}{-2}$, $\frac{1}{-3}$, &c. quas ideo *plusquam infinitas* appellavit, quod existimaverit, harum rationum consequentes esse minores quam 0, seu zero absolutum. Hæc sunt *plusquam infinita* Wallisiana: dispiciamus jam, quæ sint Grandiniana.

II. P. Grandinus de his suis *plusquam infinitis* in suo libro *de Infinitis infinitorum def.* 7. ita loquitur: *Si quæ magnitudines infinities majores ostendantur aliis magnitudinibus jam absolute infinitis, adeoque ordinis superioris ad ipsas probentur; illæ plusqam infinitæ poterunt appellari.*

Hæc sunt etiam *plusquam infinita* Grandiniana, quæ quantum discrepent a Wallisianis (*art.* 1.) nemo Geometrarum non videt. Unde licet sua demonstraverit P. Grandinus, non inde sequitur, eum etiam Wallisiana firmasse, nisi præterea demonstraverit (juxta præcedentes duos articulos) fractiones denominatorum negativorum exhibere infinita alia aliis infinities majora.

III. Hoc incumbere Grandino demonstrandum innueram in contextu epistolæ ad Amicum, a quo expetebam illius Autoris Librum *de infinitis infinitorum*, quique hanc epistolæ partem ab ipso Italice redditam Diario Veneto commisit. Sed P. Grandinus in responsione sua id sibi sumere demonstrandum recusat. At qui potest id recusare? cum in falsa sua *expositione controversiæ* pag. 13, 14. de spatiis hyperbolicis asymptoticis omnium generum agens, istam ipsam (*art.* 1.) Wallisii sententiam sit amplexus his verbis: *Ratio hyperbolici spatii post unam ex dictis ordinatis juxta suam asympto-*

ptoton, cum ipsa curva, infinite productam extensi, ad inscriptum parallelogrammum erit, ut y ad x—y, hoc est, ut 2 ad 1—2 (nempe ut 2 ad —1, sive ut 1 ad —½); vel ut 3 ad 1—3 (id est, ut 3 ad —2, sive ut 1 ad —⅔) & sic de aliis; quæ ratio cum majori sit ratione 1 ad 0 (ob consequens minus quam 0) sitque 1 ad 0 ratio simpliciter infinita, constat majorem rationem spatiorum, de quibus loquimur, ad inscripta parallelogramma esse plusquam infinitam & ideo dicta spatia merito a Cl. Wallisio plusquam infiniti nomine fuisse appellata. Act. Erud. An. 1712. M. April. Pag. 158.

Hæc ipsa sunt P. Grandini verba, quibus constat (*art.* 1.) eum fuisse cum Cl. Wallisio in errore Analystis olim pluribus communi, nimirum quantitates negativas —1, —½, —2, —⅔ &c. minores esse quam 0. Quodsi ita esset, ultro hercle faterer, rationes 2 ad —1, 1 ad —½, 3 ad —2, 1 ad —⅔, &c. *merito a Cl. Wallisio plusquam infiniti nomine fuisse appellatas*, etiamnumque a P. Grandino appellari. At id ipsum est quod Wallisio negavi, quodque Grandino pariter nego. Si enim —1, —½, —2, —⅔, &c. minores essent quam 0; atque ita ratio 1 ad —1 major esset quam infinita, vicissim esset ratio —1 ad 1 minor quam infinite parva. Attamen est —1 : —1 = —1 : 1. Siquidem productum extremorum æquatur producto mediorum. Ergo juxta Wallisium & Grandinum ratio major quam infinita esset æqualis minori quam infinite parvæ. Quod sane absurdum cur tam oculati Geometræ non viderint, vix capio; unde non mirum mihi est, quod P. Grandinus jam admonitione mea in Diario Veneto inserta melius consultus id demonstrare recuset.

IV. *Id demonstrandum* suscipere eo etiam prudentius abnuit, quod viderit art. 6. pag. 16, 17. Acad. Mon. an. 1706. edit. Paris. (Amstelodamensis editio non est ad manum) scripti ab ipso impugnati fractiones seu areas hyperbolicas negativas Wallisii, quantumcunque productas secundum suam asymptoton, nedum non esse plusquam infinitas, imo ne quidem esse simpliciter infinitas, sed solummodo finitas; e contra affirmativas, in infinitum secundum alteram asymptoton pariter productas, infinitas semper esse. Unde patuit, asymptoticas hyperbolarum omnium areas duabus constare partibus, quarum in infinitum extensarum altera expressionis est negativæ & finita, altera expressionis affirmativæ & infinita; excepta solius hyperbolæ Apollonianæ area, cujus hæ duæ partes sunt infinitæ singulæ. Qua ratione dixi, hanc esse quodammodo infinitiorem cæteris una tantum sui parte infinitis singulis: non quod ad infiniti naturam attendens, quicquam infinitius altero, seu vere plusquam infinitum assequi mente valeam; sed tantummodo quod asymptotica hyperbolæ Apollonianæ area, Pag. 159.

utpote

Act. Erud. An. 1712. M. April. utpote utrinque infinita, sit veluti dupliciter infinita respectu ceterarum, quas non ideo negavi sua parte infinita alias aliis infinite majores esse, etsi non infinitiores, cum infiniti definitio his singulis æque competat; nec etiam varia hæc infinitorum genera asserui, imo ne quidem ad ea me cogitasse memini, cum de his controversia non esset; sed duntaxat de fractionibus negativis, num scilicet infinito quovis $\frac{1}{0}$ vel $\frac{a}{0}$ majores essent, atque ita *plusquam infinitæ* dici possent, ut (*art.* 1.) censuit Wallisius. Tantum autem abest ut varia illa genera infinitorum aliorum aliis infinities majorum respuerim, ut potius omnia hyperbolica asymptotica contexuerim in una simplicissima formula quatuor lineis demonstrata art. 5. scripti a Grandino reprehensi. Tam paucis, inquam, horum Grandinianorum (*art.* 2.) plusquam infinitorum veritas, & (*art.* 1.) Wallisianorum falsitas demonstratur art. 5, *6.* monumenti illius, ut ea hic referre liceat, quibus Lector instructus judicet, jure an injuria Grandinus sua plusquam infinita me rejecisse asserat. En itaque Latine duobus articulis proxime sequentibus, quod in illo meo scripto art. 5, *6.* Gallice legitur.

Tab. II. Fig. 4. V. Posita hyperbola generali *AFB* inter asymptotos orthogonales *CA*, *CB*, quibus ab hyperbolæ puncto quovis *F* parallelæ fingantur *FE*, *FL*: „sint $CE = x$, $EF = v$, & $CK = a$ constan-

„ ti; sitque $x^m v^{m+n} = a^{2m+n}$, vel $v(EF) = a^{\frac{2m^2+n}{m+n}} x^{\frac{-m}{m+n}}$

„ locus ad hyperbolam, ex quo fit elementum $vdx = a^{\frac{2m+n}{m+n}}$

„ $x^{\frac{-m}{m+n}} dx$, & area *ACEFA* ($\int vdx$) $= \frac{m+n}{n} . a^{\frac{2m+n}{m+n}} x^{\frac{n}{m+n}}$

„ $= \frac{m+n}{n} . CK^{\frac{2m+n}{m+n}} . CE^{\frac{n}{m+n}}$, scilicet finita ad partem *A*,
„ cujus respectu *CE* finita est, & solummodo infinita ad partem *B*, siquidem *CE* hanc ad partem tantummodo infinita
„ esse potest.

„ VI. Ergo, si assumendo *LF* (x) in ordinatam hyperbolæ

Pag. 159. „ *AFB* vel (*art.* 5.) $xdv = a^{\frac{2m+n}{m}} . v^{\frac{-m-n}{m}} dv$ in ele-

men-

„ mentum areæ, aſymptoticæ $BCLFB$; area hæc ($\int x dv$) repe- Act. Erud. An. 1712. M. April.
„ riatur $= \frac{m}{-n} \cdot a^{\frac{2m+n}{m}} \cdot v^{\frac{m}{-n}}$, negativa, ſignum non eſt eam
„ eſſe plusquam infinitam ut (*art.* 1.) Cl. Wallisius aſſerit, ſed
„ ſolummodo quod loco illius areæ $BCLFB$ aſſumendum ſit com-
„ plementum ejus $ALFA = \frac{m}{n} \cdot a^{\frac{2m+n}{m}} \cdot v^{\frac{-n}{m}}$: quod ſæpe ſæ-
„ pius contingit in multis aliis quadraturis.

VII. En hoc art. 6. monumenti a Grandino culpati confutata plusquam infinita, quæ Wallisius poſuit (*art.* 1.) in fractionibus negativis: en etiam art. 5. ſtabilita, quæ Grandinus e contra poſuit (*art.* 2.) in infinitis ſeſe invicem infinities excedentibus, ut ipſe jam monitus perſpiciet: poſita enim x longitudinis infinitæ, eo plura infinita alia aliis infinities majora aut minora exhibebit illi formula (*art.* 5.) in qua eſt $x^{\frac{n}{m+n}}$, quo plurium valorum poſitivorum majorum aut minorum fiet index numericus n, manente eodem quovis numero poſitivo m; ſiquidem tunc quantitas (*hyp.*) infinita x eo plurium aut pauciorum dimenſionum evadet: quamobrem his diutius non immoror.

Patet ergo, me in ſcripto, quod Grandinus (hæc omittens) oppugnat, non ſolum plusquam infinitorum Wallisianorum (*art.* 6.) falſitatem, ſed etiam Grandinianorum (*art.* 5.) veritatem demonſtraſſe. Fateor tamen, de his Grandinianis aliter me tunc non cogitaſſe, quam quod eorum formula (*art.* 5.) viam ſterneret (*art.* 6.) ad confutanda Wallisiana, de quibus ſolis erat controverſia, & hæc cauſa fuit, cur inanem reliquerim ſuperiorem (*art.* 5.) iſtorum plusquam infinitorum formulam. Hinc etiam liquido conſtat, me de his non cogitaſſe: qui autem fieri potuiſſet, ut ea non cogitata rejeciſſem, aut ea cogitata non vidiſſem in ſuperiore eorum formula art. 5. inquirenti Analyſtæ cuivis etiam Tyroni ea propalante?

Cur autem de his plusquam infinitis Grandinianis non cogitaverim, jam dixi: eo quod ſcilicet de ſolis Wallisianis ageretur, a quibus toto cœlo diſcrepant (*art.* 1, 2, 5, 6.) infinita alia aliis infinities majora, quæ non ſuſpicabar eodem nihilominus *plusquam infiniti* nomine a Grandino fore appellanda; atque hac ſua logomachia deluſum, affictuᴿum perperam eum Pag. 160.

 eſſe

 esse mihi sua explosisse plusquam infinita, eo quod Wallisiana respuerim. Permirum sane mihi est, & haud dubie erit Geometris, qui me norunt, Grandinum autumasse, varia illa infinitorum genera a me repudiari, quasi vero qui infinite parva alia aliis infinities minora recepit, posset ratione saltem Geometrica ascendendo, non admittere infinita alia aliis infinite majora; quasi, inquam, Grandinus non me vidisset sæpe sæpius horum ideo minora præ majoribus nihili facientem.

VIII. Tantum porro abest ut Cl. Fontenellus, a P. Grandino contra me citatus, a mea hac de re sententia discesserit in eleganti sua expositione monumenti a Grandino damnati, ut potius in ea totus ille videatur esse, cum Gallice dicit; quod Latine Grandinus (*pag.* 17.) reddidit his verbis: *illas plusquam infinitas magnitudines demum censendas esse, quæ ab infinitorum ordine emergentes, ad ordinem superiorem fuerint elevatæ, ut accidit finitis magnitudinibus, ubi ad ordinem superiorem transierint.* Hæc, inquam, mea est, fuitque semper sententia, videlicet ut finitæ magnitudines infinitæ evasisse dici nequeunt, nisi cum finitarum quarumvis similes sunt transgressæ, sic etiam plusquam infinitas pari ratione dici nequire, nisi quæ (si id fieri posset) ultra infinitarum quarumlibet extensionem assurrexissent, quales (ut docte observat idem Fontenellus) forent Wallisianæ fractiones nominatorum negativorum, si hi nihilo minores essent. Certe quidem si loco citato Cl. Fontenellus ab hac mea sententia mihi visus fuisset alienus, contra eum statim dixissem, quod nimirum in interpretatione meorum a meo sensu abfuisset. Scit autem ipse, & testari paratus est, me huic ejus relationi non reclamasse, imo hanc approbasse.

Quod spectat Diarii Gallici loca duo, usque adhuc mihi ignota, quæ Grandinus mihi etiam opponit, cum primus solis
Pag. 161. & ipsissimis superioribus Cl. Fontenelli verbis constet, eum jam superius comprobavi: secundum autem, in quo Diarii Autor posuit, varios infinitorum *ordines* a transcendentali Geometria prohiberi, pariter approbo, si omnia infinita simul includi voluerit ille in uno trium ordinum, quibus infinite parvum, finitum, & infinitum secernuntur ab invicem; hoc enim sensu unus est, non multiplex, infinitorum ordo. Contra vero si per illos *ordines* idem Autor intellexerit varia genera aut varias classes infinitorum aliorum aliis infinities majorum (quod vix crediderim); hunc secundum Diarii locum eo magis improbo, quod (ut jam dixi) sæpe sæpius in Acad. Mon. infinita alia aliis infinite majora mihi obvenerint, qualia sunt x, x^2, x^3, x^4, &c. in hypothesi ipsius x infinitæ; adeo ut priora præ posterioribus pro nihilo habue-

buerim, ponendo scilicet (hac in hypothesi infinitæ x) $x+x^2$ Act. Erud.
$-x^2$, $x+x^2+x^3=x^3$, $x+x^2+x^3+x^4=x^4$, &c. quæ cum aut simi- An. 1712.
lia ratione simili a me tractata in iisdem Monumentis identidem M. April.
Grandinus viderit; magnopere iterum miror imputantem eum mihi infinita alia aliis infinite majora negasse. Sed quid tamdiu his inconsulte objectis immoror? cum factis alienis non tenear.

IX. Non modo Wallisiana plusquam infinita speciatim ratione art. 6. sed etiam generatim omnia ideo respui, quod (prout ipsa *plusquam infiniti* vox sonat) ea, si quæ essent, omnem transgrederentur extensionem *infiniti* definitione comprehensam: ac proinde cum ipsa infiniti, utpote inexhaustibilis, natura pugnarent, siquidem nihil omnium rerum est plusquam quod sua definitione continetur: hoc P. Grandinus suos adolescentes olim se docuisse non meminit. Atque hæc causa fuit, cur dixerim in præfatiuncula scripti, quod Grandino bilem movit, non nihil in illis *contradictionis* & chimeræ mihi videri, asymptoticasque deinde hyperbolarum omnium areas (quantumcunque infinitas) esse tantummodo infinitas, non negando tamen, alias aliis infinite majores esse, ut ex superioribus constat, nec etiam asserendo, cum id e re controversa non esset.

Hinc etiam fuit cur in Acad. Mon. an. 1710. d. 4. Junii, quo sane tempore P. Grandini librum *de infinitis infinitorum* (si forte tunc esset editus) nondum videram, cum (ut jam dixi) eum non Pag. 162.
obtinuerim nisi mense Decembri anni proxime elapsi 1711. Hinc, inquam, fuit cur in *illis Mon. an. 1710. pag. 359.* licet (exigente quæstione) duo varia genera infinitorum in una hyperbola Apolloniana demonstraverim absque auxilio ullius alterius curvæ, atque hac occasione repererim infinita numero genera infinitorum aliorum aliis infinities majorum, plane diversa ab iis quæ Grandinus demonstrare suscepit; nihilominus tamen ibi dixerim quantitatum infinite parvis majorum nullam esse posse præter finitam aut infinitam, utpote quod infiniti ordinem, sive naturam aut inexhaustibilem extensionem nulla transgredi queat nec consequenter vere *plusquam infinita* seu *plusquam infinite magna* dici possit, ut infinite parvarum aliarum aliis infinities minorum nulla *plusquam infinite parva* hucusque dicta fuit, licet hæ parvitatis limitem habeant zero, illis suæ magnitudinis termino carentibus.

X. Siquidem hanc loquendi rationem moleste fert P. Grandinus, summopere vereor, ne molestius longe ferat aliam, qua in iisdem Monumentis an. 1710. ipsum etiam *Infiniti* nomen abnegavi variis generibus quantitatum superiorum (*art. 9.*) quas notavi (eas animadverterat quoque Cl. Fontenellus) medias finitam in-

Act. Erud. An 1712. M. April. ter & simpliciter infinitam, licet illæ sint quacumque finita majores, qualis nimirum est y inter finitam a & infinitam x in æquatione parabolica $ax = yy$ dum x infinita ponitur: quæ y si tunc infinita dicatur, hæc illam x de infimo ad secundum infinitorum gradum illico contra hypothesin efferet; atque sic de aliis proportionalibus mediis inter finitam quamvis quantitatem & simpliciter infinitam ad libitum inserendis, quæ si *infiniti* nomine donarentur, hanc illæ de inferiori infinitorum gradu ad totuplicem eveherent quot illæ essent insertæ; atque ita (Grandiniana lingua loquendo) ea primum (*hyp.*) simpliciter infinita, jam tunc plusquam infinita gradus ad arbitrium dicenda foret; quod absurdum forsan ipsi Grandino videbitur.

Utut sit, cum illo de vocibus pugnandi non est animus: itaque si libeat ipsi, non solum quantitatibus illis finitas inter & infinitas mediis, nomen *infiniti*, sed etiam *plusquam infiniti* Pag. 163. nomen aliis infinitis sese invicem infinities excedentibus ultro concedam, modo tamen ille hæc sua plusquam infinita accurate secernat a Wallisianis, quæ, licet ejusdem nominis, multum ab illis discrepare vidimus art. 1, 2. Quod si non fecerit Pater Grandinus, logomachia sua continuo abutetur: Grandinianam dico *logomachiam*; quia nulla fuit Wallisio fractiones suas negativas (*art.* 1.) appellasse, licet absone, *plusquam infinitas*, cum nova nomina sint arbitraria; sed idem *plusquam infiniti* nomen alio (*art.* 2.) postea detorsisse, vere Grandini logomachia fuit, aut alterius cujusvis, si quis prior illo & Wallisio posterior detorserit.

Ceterum licet doctissimum Wallisium in his suis plusquam infinitis hallucinatum esse crediderim, etiamnumque credam, mea tamen illi observantia nunquam defuit nec deerit ob multiplicia eruditissimaque opera, quibus Rempublicam Literariam ditavit: sed sunt in Sole maculæ; & ideo si quam in Cl. Wallisio tot ac tantis operibus illustri notavi, ea sane nihil quicquam detrahere debet de veneratione tanto Viro debita, ut de P. Grandini (pluribus etiam operibus illustris) autoritate quidquam apud me, licet ab ipso inique lacessitum, detraxit nec rumor, quem falsum sparsit de me circa infinita, nec error, in quem raptus est ipse animo contra me dicendi, dum unam etiam impugnat methodorum, quibus vires centrales, osculorumque radios olim definivi. Hoc enim unum est adhuc in quo me vellicat; sed videas rursum quam temere id tentavit.

Error

Error in reprehendentem ipsum Grandinum recidens. Act. Erud. Ann. 1712 M. Febr. Tab. II. Fig. 5.

XI. P. Grandinus in eodem suo libro, de quo hac usque, Schol. prop. 4. arguit me, quod (assumptis curva quacumque QLM, & circulo EDL eam osculante in aLl, pro polygonis infiniti lateris) asseruerim angulum RLl contactus esse æqualem angulo LCl centri; quasi nesciat ille hac in hypothesi polygonorum osculum fieri per duplicem contactum factum in duobus infinite parvis lateribus aL, Ll, polygoni regularis EDL, productumque latusculum rectum aL versus R, tangentem fieri LR illis duobus polygonis communem. Hæc autem cum non ignoret P. Grandinus, qui fieri potuit in eadem hypothesi a me posita & ab ipso admissa, ut negaverit angulum contactus RLl æqualem esse angulo centri Pag. 164. LCl? siquidem enim est de regulari polygono EDL, cujus centrum C, angulique a, L, l, &c. ut habeat non modo CL = Cl, *sed etiam* angulum CLa = CLl = ClL; erit quoque de ejusdem polygoni natura ut habeat angulos CLa + CLl = ClL + CLl. Ergo cum sint anguli CLa + CLl + RLl = 2 rect. = ClL + CLl + LCl, restat ut contactus angulus RLl sit æqualis angulo LCl centri. Ac proinde hanc angulorum æqualitatem, olim etiam assertam ab insigni Geometra Jac. Bernoullo, in Act. Lips. ann. 1694. pag. 26. Grandinus male reprehendit.

XII. Jam vero si loco latusculi aL in tangentem LR producti medietate anguli RLl dissitam ab accurata perpendiculari LH ad *radium* CL, *quæ ipsamet est* tangens peripheriæ circularis elementis ubique curvis constantis, quorum unius tum chorda est elementum rectum ejusdem peripheriæ polygonæ EDL; palam est angulum RLl, sive (*art.* 11.) LCl duplum esse anguli HLl, ut innui in Acad. Mon. an. 1706. 24. Aprilis, art. 17. ubi (producto radio Cl usque ad occursum cum rectis LR, LH, in punctis T, P,) dixi lT duplum esse ipsius lP: Unde cum ex hoc fluat ultro angulus HLl = $\frac{1}{2}$ RLl (*art.* 11.) = $\frac{1}{2}$ LCl, sive HLl = $\frac{1}{2}$ LCl, idque solum demonstret P. Grandinus in Schol. suæ prop. 4. quo me appetit, nihil de hac æqualitate dicit quod non prior satis dixerim.

Ast in eo fallitur ille, quod elementum circuli polygoni assumat hic in elementum circuli ubique curvi, seu subtensam pro arcu. Erroneum quidem non est, in infinite parvis chordam arcui æqualem ponere, cum inter se non discrepent nisi differentia ad eos infinite parva; sed erroneum omnino est, angulum HLl illa chorda & tangente LH comprehensum sumere pro angulo contactus circuli elementis ubique curvis constantis, id est,

pro

pro angulo contento hanc inter tangentem LH & arcum illa chorda Ll subtensum, cum hic angulus longe futurus sit minor altero, quandiu circulus ubique curvus spectabitur, illique duntaxat sit æqualis in hypothesi circuli polygoni, in qua (*art.* 11.) constitit angulum RLl contingentiæ æqualem esse angulo LCl centri, ut dixeram cum Cl. Jac. Bernoullio, cujus heu! nimis immaturam mortem lugemus, demonstraveramque in Acad. Mon. locis, quos hac in re Grandinus improbat. Videat ergo jam ille, uter nostrum accuratius infinite parvorum leges observavit.

Pag. 165.

XIII. In Acad. Mon. an. 1706. d. 24. April. & 18. Decemb. de radiis osculorum & de viribus centralibus agens, spectavi circulum curvasque cœteras omnes non solum ut rectis, sed etiam ut curvis elementis constantes, qua nimirum duplici consideratione pateret, hanc utramque hypothesin eodem redire in consequentiis; nec quidem frustra, cum ambæ sigillatim eosdem impertiverint mihi radios osculares, easdem virium centralium rationes, & eosdem valores earum absolutos comparati ad constantem mobilis gravitatem. Attamen quod notaveram (art. 15. Mon. 24. April.) de variis modis earum rationes easdem exprimendi, id perperam Grandinus *excusationem* appellat, quod æquior appellasset diversas eodem perveniendi vias.

XIV. Licet autem illa omnia vera esse fateatur, tamen nihilominus addit de mea methodo superiore (*art.* 11.) qua (ut & altera) ea omnia inveni, quod, *admissa hac arguendi ratione, posset in aliis casibus talis error irrepere, unde falsa penitus conclusio deduceretur*. Geometra qui asserit, is assertum demonstrare tenetur: Unde velim demonstrare tentet mihi P. Grandinus casum vel unum, in quo arguendi rationem deficere credat; & statim ostendam, illum ipsum potius a vera defecisse. Causa assertionis aut saltem formidinis ejus in eo solo posita est, quod non viderit consensum (*art.* 11, 12.) superiorum mearum methodorum, quarum una utitur ut alteram convellat. Sed ut consensio hæc magis adhuc ipsi pateat, insuper addo ex angulo LCl = RLl in circulo polygono æque ac hexangulo LCl = 2 + HLl in circulo ubique curvo (latusculo scilicet recto Ll prioris, quod est chorda posterioris, manente eodem in triangulis LCl, ZLl, NLl, quorum medium ZLl sit isoscelium basin habens arculum lZ centro L radioque Ll factum, sive rectulam lZ occurrentem tangenti LH in puncto N, alio nimirum ab eo N, in quo eidem tangenti occurrit producta Dl per extremitates D & l diametri LD & latusculi Ll) sequi ND + Nl = LN + LN, quod hac in re Grandinianæ difficultatis caput est, quodque est demonstratu perfacile. Nam siquidem (*art.* 11.) in circulo polygono est contactus angulus

lus RL = LCl, triangula (*constr.*) isoscelia ZLl, LCl, dabunt CL.Ll::Ll.Zl $= \frac{Ll + Ll}{CL}$. Unde cum sit (*art.* 12.) lY = 2 + LP ac proinde etiam Zl = 2 + Nl, erit quoque 2 + Nl $= \frac{Ll + Ll}{CL}$, sive Nl $= \frac{Ll + Ll}{2CL} = \frac{Ll + Ll}{LD} = \frac{LN + LN}{ND}$; atque ita est ND + Nl = LN + LN imposito circulo polygono perinde ac in circulo ubique curvo, idque sequitur (ut nunc palam est) ex angulo LCl = RLl in priore pariter atque ex angulo LCl = 2 + HLl in posteriore: unde cum ex hac secunda æqualitate nil timeat P. Grandinus, nec etiam ex illa quicquam timendum habet. Fateatur ergo necesse est, nimio me lacessendi animo, aut (ut de Viro Religioso officiosius judicem) nimia præcipitantia se in errorem fuisse inductum, dum has duas æqualitates inter se pugnare dixit, ut dum me infinita *alia aliis* infinite majora negasse protulit. Act. Erud. An. 1712. M. April. Pag. 166.

XV. Hæc sunt quæ coactus dicenda habui ad ea, quæ de me percepi in P. Grandini libro *de infinitis infinitorum*, cujus tantummodo legi Dedicationes, non nihil poematum, expositionem controversiæ, solos propositionum titulos, & Schol. prop. 4. inquirens dumtaxat in illo libro, quid inibi esset quod ad me pertineret, cum eum totum legere nondum vacaverit. Quamobrem hac in responsione de Demonstrationibus *plusquam infinitorum* Autoris nil assero; attamen cum fiant de re aliunde mihi nota, libens præsumo has valere omnes, præter eam quæ reperitur in Schol. prop. 4. quamque cæterarum tituli mihi suaserunt solam esse quæ me attingat, & quam autor in hac responsione (*art.* 11, 12, 14.) falsam esse deprehendet. Porro simul ac primum fuero solutus a negotiis, quibus undique premor, quibusque multum ac sæpe responsio fuit impedita, totum librum illius eo ardentius legam, quod, quæ mihi analytice nota sunt, ea synthetice demonstrata mihi sint perplacitura, quodque magno in numero mihi sit Libri istius Cl. Autor, qui (ut spero) veniam dabit justæ huic meæ defensioni, pro illata mihi ab ipso injuria moderatissimæ, tum pacis ergo, tum ob reverentiam Viro Religioso debitam.

G.G.L.

Act. Erud.
An. 1712.
M. April.
Pag. 167.

G. G. L. OBSERVATIO

Quod rationes, sive proportiones non habeant locum circa quantitates nihilo minores; & de diverso sensu Methodi infinitesimalis.

CUM olim Parisiis Vir summus Antonius Arnaldus sua nova Geometriæ Elementa mecum communicaret, atque in iisdem admirari se testatus fuisset, quo modo posset esse 1 ad —1, ut —1 ad 1; quæ res probari videtur ex eo, quod productum est idem sub extremis, quod sub mediis, cum utrobique prodeat +1; jam tum dixi mihi videri, *veras* illas *rationes* non esse in quibus quantitas nihilo minor est antecedens vel consequens; etsi in calculo hæc, ut alia *imaginaria*, tuto & utiliter adhibeantur. Et sane identitatis rationum verarum fundamentum est rerum similitudo, quæ facit, exempli causa, ut segmentis similibus diversorum circulorum assumtis, sit ubique eadem ratio chordæ ad radium, seu ut chorda minoris se habeat ad radium minoris, ut chorda majoris ad radium majoris. Sed vero nulla plane apparet similitudo in supra dicta Analogia; si enim —1 est minus nihilo, utique 1 ad —1, erit ratio majoris ad minus. Sed vero contra ratio —1 ad 1 est ratio minoris ad majus. Quomodo ergo utrobique eadem ratio erit? Sed rationes istas esse imaginarias etiam alio certissimo argumento comprobabo, scilicet a Logarithmis. Nempe ratio cui nullus datur respondens Logarithmus, ratio vera non est. Porro posito unitatis Logarithmum esse *o*, rationis —1 ad 1, idem est Logarithmus qui ipsius —1. At ipsius —1 non datur Logarithmus. Non enim est positivus, nam talis omnis est Logarithmus numeri positivi unitate majoris. Sed tamen etiam non est negativus; quia talis omnis est Logarithmus numeri positivi unitate minoris. Ergo Logarithmus ipsius —1 cum nec positivus sit, nec negativus, superest ut sit non verus sed imaginarius. Itaque & *ratio* cui respondet, *non vera sed imaginaria* erit. Idem etiam sic probo: si daretur vero Logarithmus ipsius —1, seu rationis —1 ad 1, ejus Logarithmi dimidium foret Logarithmus ipsius $\sqrt{-1}$, sed $\sqrt{-1}$ est quantitas imaginaria. Itaque daretur Logarithmus verus imaginariæ, quod est absurdum. Et proinde non nihil humani passus est insignis in paucis Geometra Johannes

nes Wallisius, cum dixisset rationem 1 ad — 1 esse plusquam infinitam; & recte hoc (etsi aliis considerationibus) celeberrimus Varignonius rejecit. Interim nolim cum ipso negare — 1 esse quantitatem nihilo minorem; modo id sano sensu intelligatur. Tales enuntiationes sunt *toleranter veræ*, ut ego cum summo Viro *Joachimo Jungio* loqui soleo; Galli appellarent *passables*. Rigorem quidem non sustinent, habent tamen usum magnum in calculando & ad artem inveniendi universalesque conceptus valent. Talis fuit locutio Euclidis, cum Angulum Contactus dixit esse rectilineo quovis minorem; tales sunt multæ Geometrarum aliæ, in quibus est figuratum quodammodo & crypticum dicendi genus. Sunt tamen quidam, ut sic dicam, *tolerabilitatis* gradus. Porro ut nego, rationem, cujus terminus sit quantitas nihilo minor, esse realem; ita etiam nego, proprie dari numerum infinitum vel infinite parvum, lineamve infinitam, vel infinite parvam. Etsi Euclides sæpe, sed sano sensu, *de linea* infinita loquatur. *Infinitum* continuum vel discretum, proprie nec unum, nec totum, nec quantum est; etsi analogia quadam pro tali a nobis adhibeatur; ut verbo dicam, est modus loquendi. Cum scilicet plura adsunt, quam ullo numero comprehendi possunt, numerum tamen illis rebus attribuimus analogice, quem infinitum appellamus. Itaque jam olim judicavi, cum infinite parvum esse errorem dicimus, intelligi dato quovis minorem, revera nullum. Et cum ordinarium & infinitum & infinities infinitum conferimus; perinde esse ac si conferremus ascendendo diametrum pulvisculi, diametrum terræ & diametrum orbis fixarum, aut his quantumvis (per gradus) majora minoraque eodemque sensu descendendo diametrum orbis fixarum, diametrum terræ & diametrum pulvisculi posse comparari ordinario, infinite parvo, & infinities infinite parvo, sed ita ut quodvis horum in suo genere, quantumvis majus aut minus concipi posse intelligatur. Cum vero saltu ad ultimum facto ipsum infinitum aut infinite parvum dicimus, commoditati expressionis seu breviloquio mentali inservimus; sed non nisi *toleranter vera* loquimur, quæ explicatione rigidantur. Atque hæc etiam mea sententia est de areis illis Hyperboliformium Asymptoticis, quæ infinitæ infinitiesque infinitæ esse dicuntur, id est, talia rigorose loquendo vera non esse posse, tamen sano aliquo sensu tolerari. Atque hæc tum ad terminandas Virorum Clarissimorum Varignonii & Grandii controversias, tum ad præcavendos chimæricos quosdam conceptus, tum denique ad elidendas oppositiones contra *methodum infinite similem*, prodesse possunt.

Act. Erud. An. 1712. M. April. Pag. 168.

Pag. 169.

Act. Erud. Ann. 1712 M. Junii. Pag. 273.

MACHINA ANAMORPHOTICA

Ad deformandas imagines, a ſpeculo cylindrico reformandas,

inventa a JACOBO LEUPOLDO, *Mechanico Lipſienſi.*

Tab. II. Fig. 1, 2, 3, & 4. EQuidem totius machinæ ſtructuram iconismus ſatis diſtincte repræſentat, in quo Fig. 1. orthographiam; Fig. 2. ſtructuram internam; Fig. 3. ſcenographiam & Fig. 4. ichnographiam exhibet: operæ tamen pretium erit, ut de ſingulis partibus ſigillatim pauca dicam, quæ in omnibus figuris iisdem literis deſignantur. *abcdgb* eſt cylindrus ex ligno probe exſiccato paratus. Diameter baſis *gb* æqualis eſt diametro ſpeculi cylindrici, a qua diameter ipſius cylindri *cd* una tertia deficit. *ab* eſt manubrium, juxta quod annulus orichalceus *ik* volvitur. *ef* eſt annulus alius mediante cochlea nunc arcte conſtringendus, nunc iterum laxandus, prout uſus exigit. *lmno* eſt receptaculum ligneum, quod mediantibus annulis *ik* & *ef* circa cylindrum vertitur. *pſ* eſt regula brachio *qr* inſtructa, quod ſtylum *s* tenet. Ejus longitudo $\frac{1}{4}$ unius ulnæ. In *u* affixa eſt chorda, quæ rotam *x* ambiens tandem in altero ejusdem regulæ extremo *w* terminatur. Rotula *z* alteri *x* affixa, ita ut una cum ea circumagatur, quæ quo minor fuerit, eo major erit figura deformata. Hanc rotulam *z* & duas reliquas *α* & *β* ambit chorda alia, utroque ſui extremo regulæ verticali *γδ* alligata. Habet etiam hæc ſuum in *ε* brachium *ζ* cum ſtylo *η*. Dum manu in *p* applicata regula inferior protrahitur aut retruditur, rotæ *y*, *z*, *α*, *β* convolvuntur & regula altera furſum, vel deorſum movetur. *λλ* eſt lamina elaſtica, quæ ad dirigendum regulæ verticalis motum nunc deprimitur, nunc laxatur. Regulæ ex ligno nuceo; rotæ ex acerno aut ebore parantur.

Pag. 274.

Uſus machinæ talis eſt. Prototypon in charta delineandum (longitudo & latitudo, in ſchematismo expreſſa, quamvis utraque minor, non tamen major eſſe poſſit) & cylindro ligneo cera affigendum. Similiter charta munda ſuper tabula plana expandenda, ſuper qua machina collocata, regula horizontalis nunc attrahenda, nunc retrudenda, & tota machina circa cylindrum huc illucque vertenda, ita ut ſtylus *η* ſingula puncta prototy-

pi

pi permeet, quibus respondentia pro anamorphosi notantur stylo *s*. Uno lineæ ductu absoluto, puncta stylo *s* chartæ impressa cerussa in lineam connectuntur. Hac machina admodum expedite nec minus accurate anamorphoses absolvi, successus me abunde docuit.

Act. Erud. An. 1712. M. Junii.

Angulorum arcuumque Sectio indefinita

per Formulam universalem expressa sine serierum auxilio: & hinc deducta æquationum angularium promta formatio;

Autore JOH. BERNOULLI.

Pag. 275.

IN Actis hisce Anni 1701. pag. 15. & seqq. tradidi modum circuli arcum in partes quotcumque secandi vel eum multiplicandi ope quarundam serierum, quæ quidem ubi numerus divisionis vel multiplicationis est integer & affirmativus abrumpuntur, terminosque relinquunt plures paucioresve pro magnitudine illius numeri: Problema quippe in his casibus semper algebraicum magis minusve compositum existit; cum vero indefinite conceptum transcendens sit, & problemata transcendentia per æquationes ex quantitatibus mere finitis constantes solvi non possint, nisi ea tantum quæ ad quadraturam hyperbolæ vel ad logarithmos reducuntur, utpote quæ admittunt æquationes percurrentes seu, ut magno Leibnitio vocantur, Exponentiales, quantitatibus scilicet finitis sed dimensionibus indeterminatis constantes. Hinc prima fronte impossibile videtur, aliter quam per seriem determinare arcuum angulorumque sectionem indefinitam; siquidem reductio quadraturarum circuli & hyperbolæ ad se invicem nondum sit inventa, imo fere a Geometris pro impossibili habeatur.

Verum consideret B. Lector, quæ in Actis Anni 1703. p. 144. & in Memorab. Acad. Reg. Scientiar. pag. 297. Edit. Paris. a me sunt ostensa de Sectore circuli habendo pro logarithmo imaginario, postquam docuissem generalem methodum integrandi differentialium fractiones rationales vel absolute vel supposita quadratura circuli, hyperbolæ, aut utriusque. Obscurum non erit, quomodo ea nunc ad præsentem usum sint vocanda, ut nimirum exhibeatur æquatio finita quamvis *percurrens* pro angulorum se-

Act. Erud. An. 1712. M Junii. ctione indefinita: Includet illa quidem quantitates imaginarias seu impossibiles, sed hæ ipsæ in casu quolibet particulari evanescunt, & sic quæ per se sunt impossibilia, inserviunt tamen ad inveniendum quod est possibile & ad scopum nostrum facit, idque levi & extemporanea quantitatum substitutione; sicuti ex jam dicendis patebit.

Sit radius circuli $= 1$; arcus indeterminatus $= A$; cujus multiplex aut submultiplex quivis $nA = B$; sitque tangens ipsius $A = x$, & tangens ipsius $B = y$. Notum est ex calculo differentiali

Pag. 258. esse $dA = \frac{dx}{xx+1}$, & $dB = \frac{dy}{yy+1}$, cum igitur per hyp. $nA = B$, erit quoque (ob numerum constantem n) $ndA = dB$: hoc est $\frac{ndx}{xx+1} = \frac{dy}{yy+1}$; seu multiplicando utrumque per $2\sqrt{-1}$ (quod ita facio, ut postea resolvere possim in differentiales logarithmorum licet impossibilium) erit $\frac{2ndx\sqrt{-1}}{xx+1} = \frac{2dy\sqrt{-1}}{yy+1}$; quæ ergo resoluta, sicuti docui in locis citatis, dabunt hanc æqualitatem $\frac{ndx}{x-\sqrt{-1}} - \frac{ndx}{x+\sqrt{-1}} = \frac{dy}{y-\sqrt{-1}} - \frac{dy}{y+\sqrt{-1}}$ in differentialibus logarithmis expressam: sumtis itaque integralibus prodit æquatio inter logarithmos $nl\overline{x-\sqrt{-1}} - nl\overline{x+\sqrt{-1}} = l\overline{y-\sqrt{-1}} - l\overline{y+\sqrt{-1}}$, qui redacti ad numeros ut moris est fiet $\overline{\frac{x-\sqrt{-1}}{x+\sqrt{-1}}}^n = \frac{y-\sqrt{-1}}{y+\sqrt{-1}}$ adeoque instituta multiplicatione per crucem, $\overline{x-\sqrt{-1}}^n \times \overline{y+\sqrt{-1}} = \overline{x+\sqrt{-1}}^n \times \overline{y-\sqrt{-1}}$; quæ est æquatio universalis cuilibet arcui multiplicando vel dividendo pro lubitu inserviens; nec obstat quod $\sqrt{-1}$ quantitas impossibilis in illa reperiatur: ea enim in applicatione ad speciale quodlibet exemplum reperietur in singulis æquationis terminis, & ideo per divisionem tolletur.

Hoc interim notari velim, quod ubi n significat numerum parem, valor ipsius y repertus exprimat tangentem non ipsius arcus quæsiti B, sed ejus complementi ad quadrantem: cujus rei ratio manifesta est ex integratione differentialium logarithmorum.

Ceterum ex nostra universali æquatione $\overline{x-\sqrt{-1}}^n \times \overline{y+\sqrt{-1}} = \overline{x+\sqrt{-1}}^n \times \overline{y+\sqrt{-1}}$, si attente perpendatur, fluit

fluit regula generalissima pro exprimenda tangente arcus *B* cujuscunque multipli submultiplive *n* ipsius dati *A*, & quidem mirabili facilitate & simplicitate. Regula autem ita habet: *Elevetur* x + 1 *ad potestatem* n, *& ex terminis alternis cum signis alternatim variantibus formetur fractio, ita nempe ut numerator constet primo, tertio, quinto &c. denominator vero secundo, quarto, sexto &c. fractio quae inde emergit exprimet tangentem quaesiti arcus* B, *si scilicet* n *sit numerus impar; complementi vero ejusdem, si* n *sit par.* Act. Erud. Ann. 1712 M. Junii. Pag. 277.

ESEMPL. I. si $n=4$.

Sumatur potestas quarta ipsius $x+1$, & erit $\overline{x+1}^4 = x^4 + 4x^3 + 6xx + 4x + 1$: ex cujus terminis alternatim excerptis cum variantibus signis formetur fractio in hunc modum $\frac{x^4 - 6xx + 1}{4x^3 - 4x}$; dico ob paritatem numeri n, fore hanc fractionem = tang. complementi arcus *B* seu $4A$: adeoque converso numeratore in denominatorem & vicissim, haberi $\frac{4x^3 - 4x}{x^4 - 6xx + 1}$ pro tangente ipsius arcus *B* seu quadrupli arcus *A*.

ESEMPL. II. si $n=5$.

Termini $\overline{x+1}^5 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10xx + 5x + 1$, disponantur uti dictum in fractionem $\frac{x^5 - 10x^3 + 5x}{5x^4 - 10xx + 1}$, haecque erit ob imparem numerum n, tangens ipsius arcus *B* seu quintupli *A*.

ESEMPL. III. si $n=6$.

Ex terminis $\overline{x+1}^6 = x^6 + 6x^5 + 15x^4 + 20x^3 + 15xx + 6x + 1$, sumti pares pro numeratore & impares pro denominatore (propter paritatem numeri n) constituent fractionem $\frac{6x^5 - 20x^3 + 6x}{x^6 - 15x^4 + 15xx - 1}$ = tangenti arcus *B* seu sextupli *A*.

CON-

Act Erud.
An. 1712.
M. Julii.
Pag. 329.

CONTINUATIO SCHEDIASMATIS

de Angulorum arcuumque sectione indefinita,

Autore JOH. BERNOULLI.

QUod si seriem adhibere lubeat, poterit nulla facta distinctione inter numerum parem & imparem, generaliter exprimi tangens arcus multipli indefiniti n, incipiendo a termino postremo binomii $x+1$ ad potestatem n elevati, eamque pro primo habendo: formata namque fractio ex terminis secundo, quarto, sexto &c. pro numeratore, & ex primo, tertio, quinto &c. pro denominatore alternantibus semper signis, exhibebit valorem tangentis arcus multipli, indiscriminatim in omni casu, sive par sit sive impar numerus n, imo etsi fractus vel surdus esset; in literis algebraicis rem ita explico:

Quia constat $\overline{x+1}^n = 1 + \frac{n}{1}x + \frac{n.n-1}{1.2}xx + \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}x^3 + \frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4}x^4 + \frac{n.n-1.n-2.n-3.n-4}{1.2.3.4.5}x^5 +$

Pag. 330. &c. Dico sumta ut supra x pro tangente arcus simpli A, & n pro numero multiplo quo multiplicandus est, fore tangentem arcus multipli

$$B = \frac{nx - \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}x^3 + \frac{n.n-1.n-2.n-3.n-4}{1.2.3.4.5}x^5 - \&c.}{1 - \frac{n.n-1}{1.2}x^2 + \frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4}x^4 - \&c.}$$

Ex qua formula universali hoc praeterea utilitatis fluit, quod latera polygonorum circumscriptorum, adeoque & inscriptorum compendiose determinentur; aequando nempe ipsi zero numeratorem fractionis divisum per x, erit enim radix aequationis = semilateri polygoni circumscripti, cujus numerus laterum est n, & radius circuli 1, demonstrationem ejus utpote attendenti facile obviam ex praecedentibus lubens omitto.

BRE-

Act. Erud. An 1712. M. Aug. Pag. 357.

Brevis in vim Centrifugam Materiæ ætherex

nullatenus idoneam ad centripetos gravium motus imprimendos,

Obſervatio Phyſico-Mathematica.

Pariſiis tranſmiſſa, Aut. F. D. C. Abb. Vall.

QUis ſit gravitatis effectus norunt omnes; quænam detur ejus cauſa, nemo hactenus indubitatis argumentis demonſtravit; rem in Phyſicis adeo abſtruſam dilucidare non mihi eſt animus. Hocce phænomenon ex rapida ætheris Terræ circumvoluti vertigine nequaquam oriri, paucis ac evidenter hic oſtendendum ſuſcipio.

Sunto itaque

1) t, datus numerus minutorum ſecundorum horariorum, ex quibus conſtat tempus, quo planetæ circa ſuum centrum a ſtella fixa tanquam conſpicuo cœli puncto ad eandem revolvitur;

2) $\frac{1}{n}$, pars hujuſce horariorum ſecundorum numeri quantumlibet parva;

3) c, quantitas hexapedarum gallicarum, quæ circumferentiam illius planetæ in æquatore ſuo dimetiuntur;

4) $2r$, cognita parium hexapedarum ſumma, quas diameter ejusdem planetæ vel præciſa vel intra ætheris ambientis ſphæram ad corpus aliquod grave ſublatum producta continet;

5) $\frac{1}{nn} \times \frac{5}{2}$, quantitas numerica exprimens in particulis hexapedæ ſpatiolum ad planetæ horizontem verticale; per quod tempore breviſſimo ſive inſtanti phyſico $\frac{1}{n}$, æther circumfuſus communique vorticis planetarii impetu abreptus non modo urget quoquoverſus, ut a centro motus ſui recedat; ſed etiam ſi quas ſurſum emiſſa ſibique obvias corporum terreſtrium moles offendit, his vi centrifuga lentius vibratis antevertere, deturbatasque de loco retundere deorſum, hic concipitur. Cujus ſpatioli expreſſio ſic ad hexapedalem menſuram refertur, ut deſcenſus gravium ſecundum hypotheſin Galileanam accelerari ſupponat; quemadmo- Pag. 358.

admo-

Act. Erud. An. 1712. M. Aug.

admodum ex ratione spatiorum ad quadrata temporum in quantitate $\frac{1}{nn}$, & hexapedarum ad quindecim pedes in numero $\frac{5}{2}$ posita innotescit.

Intelligatur nunc figura GBDA, cujusdam planetæ centralis in A cœlum repræsentari sectum plano per æquatorem IP ducto; ubi descripta centro A & radio ad libitum sumpto AB peripheria GBD designat ætheris huic planetæ circumfusi revolutionem centrali vertigini PI concentricam. Actis per punctum A altero radio AD & per punctum B recta contingente B*e*, supponatur angulus in centro BAD omni dato minor; adeo ut triangulum DBE, quod tres lineolæ nempe arculi B2D chorda DB, particula BE radii BA & recta tangenti parallela ED constituunt, sit indefinite parvum tribus punctis B, E & D inter se quam proximis. Liquet, quantumvis parvus detur angulus BAD, parvum triangulum DBE semper esse rectangulum in E, propter latus EB super radio positum, quod sinus versus dicitur, ac propter latus tangenti parallelum, quod sinus rectus vocatur. At ex triangulo rectangulo isto fit $\overline{ED}^2. = \overline{DB}^2. - \overline{EB}^2.$, & ex circulo GBDG diametrum suam $= 2AB$ habente datur $\overline{ED}^2. = 2ABEB - \overline{EB}^2.$: Ergo substitutis æqualibus reperitur $\overline{DB}^2. - \overline{EB}^2. = 2ABEB - \overline{EB}^2.$ & addito utrinque $\overline{EB}^2.$ resultat $\overline{DB}^2. = 2ABEB$, unde concluditur $\frac{\overline{DB}^2.}{2AB} = EB$, id est, in terminis analyticis $\frac{uu}{2r} = f$, positis videlicet $AB = r$, $DB = u$, $EB = f$.

Tab. I. Fig. 2. — Pag. 359.

Jam vero quod ad vim centrifugam attinet; advertendum est, auræ ætheræ, secundum circumferentiam GBD globo planetario IPA concentricam diffusæ, particulas quasvis B concepto rotationis circa centrum A impetu statim per circuli tangentem B*e* in fugam niti; quandoquidem motus omnis ex se recta tendit. Verum in vortice undequaque compresso istud necessarie fit diversorum motuum, quo sibi quam minimum obstent, æquipondium, ut nisus mobilium per circulationis tangentem cogatur renixu perpetuo deflectere in motum circularem. Punctis porro A in centro circuli & *e* in ejus tangente junctis, liquet brevissimum puncti *e* a circumferentia intervallum esse lineolam normalem *e*D; sicut lineola ipsi diametro BA parallela ducta per punctum D donec occurrat tangenti B*e*, esset brevissima hujus puncti D ab hac tangente distantia, quæ propter duas æquidistantes rectas *e*B & DE æqualis fieret particulæ EB ejusdem diametri BA. Liquet etiam, quo acutior est angulus *e*AB, eo magis ad parallelismum cum lineola EB disponi lineolam

neolam eD; ita ut continuata in infinitum appropinquatione, qua arcus $D2B$ indefinite parvus evadit, hæc eD illi EB parallela & æqualis censenda sit, tuncque præcisum inter particulas circumferentiæ ac tangentis infinitissime exiguas $B2D$ & Be intervallum dari constet æquale ipsi EB seu $f = \frac{uu}{2r}$ sicuti supra ostendimus. Evidenter igitur quo momento $\left(\frac{1''}{n}\right)$ elementum æthereum B decurrere circulationis suæ tangentem Be conatur, eodem consequenter a peripheria $B2D$ recedere intervallo perexiguo EB nititur: Quumque hoc ipso momento conficere arculum $B2D$ cogatur, necesse quoque est, ut ab illius tangentis directione hoc ipso intervallo removeatur. Hinc eidem ætheris circa centrum A gyrantis elemento simul inesse concipiuntur actio centrifuga & reactio centripeta instantaneæ, quarum mensura sit pars semidiametri infinite parva EB.

Act. Erud. An. 1712. M. Aug.

Pag. 360.

Quod si vera descensus corporum gravium in vortice planetario causa non alia esset quam ætheris actio centrifuga, quæ moles illas ad fugiendum centrum inertes deorsum deprimeret eodem motu accelerato, quæ circa Terram observamus; certe per quod spatium verticale quantumvis breve EB particulæ ætheree actione centrifuga ascenderent, per hoc corpora gravia reactione centripeta descenderent. Palam fit autem ex superius dictis, parvum intervallum sive spatiolum EB, quatenus brevissima quacunque scrupuli secundi horarii parte $\frac{1}{n}$ ad receptam apud Mechanicos de descensu gravium hypotesin refertur, denominari posse $\frac{1}{nn} \times \frac{g}{2}$, at quatenus ad vim centrifugam vel centripetam pertinet, exprimi per $\frac{uu}{2r}$. Ergo tunc foret $\frac{5}{2nn} = \frac{uu}{2r}$, & $\frac{\sqrt{5r}}{n} = u$, qui chordæ BD valor ipsi arculo $D2B$, cui illa subtenditur, sine ullo sensibili errore tribui potest; quandoquidem earum linearum differentia omni data minor evadit, quum angulus ad centrum DAB pro momento $\frac{1''}{n}$ indefinite acutus est.

His positis si planetæ centralis PAI hoc ipso instanti $\frac{n''}{1}$ circa suum centrum A motu vertiginis rapi intelligatur; punctum æquatoris sui quodlibet I arculum describet toti circumferentiæ e ad hexapedas redactæ proportionalem in ratione hujusce instan-

 tis

Act. Erud. An. 1712. M. Aug.

tis ad circumvolutionis integræ tempus t per minuta secunda horaria computatum: hoc est algebraice (secundum denominationes superius factas.) Qualis in secundis horariis datur t ad $\frac{t}{n}$, talis in hexapedis Gallicis sese habet c ad arculum æquatoris planetarii quæsitum, scilicet $\frac{c}{n}$. Atqui manifeste habetur $\frac{c}{nt}$ ad $\frac{\sqrt{5r}}{n}$ ut

Pag. 361.

1 ad $\frac{t\sqrt{5r}}{c}$; quæ ratio esset isochronarum revolutionum, quas planeta centralis ac æther circumfusus peragere deberent, proindeque velocitatum æquabilium, cum quibus eos in orbem moveri necesse foret, ut auræ ætheræ vis centrifuga casum ad planetarum centra perpendicularem gravibus sursum emissis imprimere posset. Hinc propositionis, quam impugnandam hic nobis proposuimus, evidentissima est falsitas. Quicumque animo paululum attento rem perpenderit, facile assentietur, effici non posse, ut fluida materia, qualis est æther, vorticem planetarium implens, multo citius quam ipsum planetæ corpus in centro volubile circumferatur, quin prominentia quæque in ejus superficie, veluti in terra nostra arbores, ædes & turres, subruat secumque abripiat: tantum abest ut, quod experientia quotidiana compertum est, gravia in sublime jacta tam recta tenderent deorsum ac in loco quiescente, idemque soli terreni punctum, unde ad perpendiculum projecta attolluntur, relapsa attingerent. Nec aliquis dicat subtilissimum ætherem, dum ab occasu in ortum gyrat, corporum crassiorum poros rotationi suæ objectos permeare, sicque perpendiculari eorum casui non obsistere. Quonam enim modo centrum versus communis vorticis illa depelleret, quum eorundem gravium poros secundum vis centrifugæ directionem patefactos nihil ipsi intercludat? Nonne, his poris minime obstantibus, massa, ex qua omne grave constat, satis quaquaversus ætheri impervia est, ut ab eo percuti & propelli undequaque possit? Attamen diurna sphæræ ætheræ globum terrestrem circumcingentis revolutio nullas ædificiorum moles subvertit: velocitas profecto, quam habet, cum vertigine centrali concordat. Intervallis itaque, a centro verticis A ad quodlibet æquatoris planetarii punctum I & ad quodcunque respondens sphæræ ætheræ punctum B, velut AI & AB in schemate, denominatis $\frac{1}{2}\,a$ & r, ratio velocitatum concentricarum, quam superius demonstravimus pro effectu proposito requiri, 1 ad $\frac{t\sqrt{5r}}{c}$

eadem

eadem necessario esset quæ $\frac{1}{2}$ d ad r; unde $\frac{dt\sqrt{5r}}{2c}=r$, & conse- Act. Erud. An. 1712. M. Aug. Pag. 362.
quenter $t \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{d}{c} = \sqrt{r}$ manifestissime absurdum; quantitas siquidem constans seu semper in se determinata t (numerus secundorum horariorum, quibus planeta revolutionem integram circa centrum suum perficit) ducta in immutabilem diametri d ad peripheriam c rationem sumptam secundum numerum $\frac{1}{2}\sqrt{5}$, nullatenus discreparet a quantitate mutabili sive indeterminata $\sqrt{r}$ (radice quadrata varii numeri r hexapedarum quas semidiameter diversa cujuscunque circulationis ætheree in eodem vortice continet) quæ absurda consequentia propositionis, ex qua deducitur, falsitatem evincit.

Porro quid in singulis quibusdam præcipuorum planetarum vorticibus ex hac hypothesi eveniret, paulo magis curiose exquirere non ab re est. Ac primum quidem in Terra domicilio nostro notandum venit, diurnam ejus revolutionem secundorum horariorum 86400 numero (t) absolvi, circumferentiam æquatoris hexapedarum Parisinarum 20542320 numerum (c) adæquare, & semidiametrum ejusdem æquatoris sex tantum Gallicis pedibus auctam continere similium hexapedarum 3269298 numerum (r) cujus quintuplus 16346490 radicem quadratam habet majorem quam 4043 ac minorem quam 4044. Itaque $\frac{86400}{20542320}$ $= \frac{120}{28531} = \frac{t}{c}$ multiplicetur duntaxat per 4043 = prope $\sqrt{5r}$; fiet $\frac{485160}{28531} = 17 \frac{133}{28531} = \frac{t\sqrt{5r}}{c}$ quam proxime. Unde apparet, non ab ætheris, nec cui admiscetur aeris, orbem terrarum perstringentis, vi centrifuga produci posse superficiei terrestris *gravitationem* seu in centrum terræ nisum, quin decies & septies velocius quam ipsa terra impetu rotationis moveatur tam æther quam aer. Supponamus jam, corpus aliquod gravissimum ad superam usque atmosphæræ superficiem leucis minimis fere sex a terra distantem attolli, ut inde illud vis centrifuga aeris commistique ætheris deorsum retundere queat: necessariam in hac cœli regione ad talem effectum vertiginis celeritatem sic eodem calculo expedite reperiemus. Leuca minima æquivalet Gallicis hexapedis 2000. Addantur sex ejusmodi leucæ terrestri semidiametro; summa erit 3269297 + 12000 = 3281297 pro r. Unde pro $\sqrt{5r}$ datur $\sqrt{16406485}$ major quam 4050 & minor quam 4051. Sufficit

Act. Erud. An. 1712. M. Aug. Pag. 363. ducere 4050 in $\frac{120}{28531} = \frac{t}{c}$, oriturque $\frac{486000}{28531} = 17 \frac{973}{28531} = \frac{t\sqrt{5r}}{c}$, pro velocitatis quæsitæ ad datam terrestris globi concentricam $= 1$ ratione. At tanta revolutionum circa idem centrum inter se proximarum inæqualitate supposita, quis, quæso, hominum erectus stare super terra vel ad punctum temporis posset, capite citius pedibus orientalem versus plagam translato? Omne ponderosum corpus, quod altius in atmosphæra translatum foret, eo remotius in ortum recideret. Nulla tamen vel in statu recto vel in lapsu verticali corporum terrestrium differentia deprehenditur, ac si terra quam inhabitamus plane quiesceret.

Nunc animi causa calculum nostrum ad Planetam Martis transferamus. Hunc spatio horarum 24 & minutorum 40 circa suum axem revolvi, diametrumque habere terrestri proportionalem in ratione 3 ad 5, ex observationibus astronomicis comperimus. Fiunt autem ibi 24 h. 40'. = secund. hor. 88800 $= t$; 20542320 hexap. $\times \frac{3}{5} =$ hexap. 12325392 $= c$; 3269297 hexap. $\times \frac{3}{5} =$ hexap. 1961578, & hexap. 1961579 $= r$ pro distantia alicujus gravis a centro planetæ quæ semidiametrum ipsius sex pedibus tantum exsuperet. Hinc sequuntur $\frac{t}{c} = \frac{88800}{12325392} = \frac{3700}{513558}$ & $\sqrt{5r} = \sqrt{9807895}$ major quam 3131 ac minor quam 3132: quæ præstant $\frac{t}{c}\sqrt{5r} = \frac{11584700}{513558} = 22 \frac{143212}{256779}$. Vertiginis ergo motus vicies & bis circiter in ætherea materia Marti circumfusa requiritur celerior, quam in ipso planetæ globo, ut vis centrifuga hujus ætheris causa fieret ejusdem, quæ circa terram nostram deprehenditur, accelerationis gravium ad centrum istius planetæ tendentium. Stella enim Martis globus est ex crassa materia constans, qui suo vortice non caret. Macula una aut altera in ejus disco per magnum telescopium conspicua, identidem sese occultans rursusque sui copiam faciens, non modo molem supra suum axem circumactam sed etiam superficiem salebrosam & asperam indicat. An verisimile est, si ab origine rerum tam inæqualibus turbineis motibus illa moles & fluidum circum-
Pag. 364. quaque diffusum concentrice raperentur, superficiem ipsius collisione vehementi & continua perstrictam non adhuc factam esse ex omni parte æquam & levigatam.

Ultimum esto assertionis nostræ argumentum. Lunaris vortex aura sua ætherea centralem globum ambiente, non secus ac ceteri, plenus. Luna unicus in hoc vortice minore planeta & in

ter-

Act. Erud. Ann. 1712 M. Aug.

terrestri majore satelles, revolutionem integram circa centrum suum diebus $27\frac{1}{3}$ perficit. Semidiameter ejus se habet ad semidiametrum telluris & ideo maxima illius peripheria ad maximam hujus peripheriam sicut $1\frac{1}{15}$ ad 4. Æquivalent autem $27\frac{1}{3}$ dies numero secundorum horariorum $2361600 = t$: Ratio 4 ad $1\frac{1}{15}$ sive 1 ad $\frac{4}{15}$ est eadem quæ numeri hexap. in maximo terræ circulo contentarum 20542320 ad quartum nempe hexap. numerum $5477952 = c$; & eadem quæ numeri hexapedarum in semidiametro terrestri contentarum 3269297 ad alium videlicet $871812\frac{8}{15}$ qui, auctus additamento $1\frac{7}{15}$ evadit $871814 = r$ paulo major semidiametri lunaris mensura, propter suppositam gravis cujusdam altitudinem; unde fit $\sqrt{5r} = \sqrt{4359070}$ major quam 2087 & minor quam 2088. Atqui 2087 ductus in $\frac{2361600}{5477952}$ sive in æqualem fractionem $\frac{12300}{28531}$ producit $\frac{25670100}{28531} = 899\frac{20731}{28531}$ pro $\frac{t}{c}\sqrt{5r}$; Liquet igitur, fieri non posse ut in vortice Lunæ proprio vis centrifuga ætheris ipsi proxime circumfusi descensum gravium motu uniformiter accelerato centripetum generet, quin rotatione prope nongenties velociore quam globus Lunæ circumferatur. Num credibile est tot montes præcelsos, quibus superficies hujusce planetæ aspera telescopiorum ope conspicitur, non adhuc potuisse tanto ætheris circumvadentis *collisu in planum deduci? Alia* penitus via produci a natura in universo mundo planetario lapsus gravium ad vorticum centra cum uniformi acceleratione verticaliter directos concludamus. Veram autem ac genuinam illius phænomeni causam doctis Physices studiosis, ut quisque sagaciori pollebit ingenio, detegendam atque demonstrandam relinquamus.

Mens. Jun. Anno 1712.

MA-

Act. Erud.
An 1712.
M. Aug.
Pag. 367.

MACHINA ANAMORPHOTICA

Ad deformandas imagines, a speculo conico reformandas,

inventa a JACOBO LEUPOLDO, *Mechanico Lipsiensi.*

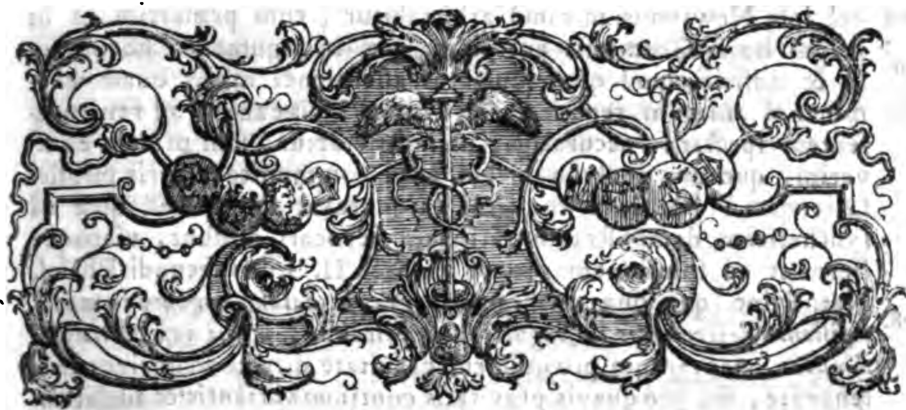
ETsi imagines magis deformentur, quæ a speculo conico, quam quæ a cylindrico reformantur; machina tamen, quæ illorum delineationi inservit, simplicior est altera Mense Junio exhibita, quæ his delineandis destinatur. Structuram satis clare ac distincte schematismi referunt. Nempe Fig. 2. veram machinæ ac partium altitudinem in orthographia illius exhibet: Fig. 3. internam structuram monstrat: Fig. 4. operculum repræsentat cum lamina elastica ad motum regularum dirigendum necessaria: Fig. 5. & 6. ostendunt, quomodo chordæ circa rotas circumducantur: denique Fig. 7. usum machinæ adumbrat. Proderit tamen, ut de singulis partibus sigillatim pauca dicam. *abcd* est capsula lignea vel orichalcea, cui inclusa rota major *e* cum minore *f* ipsi affixa & alia adhuc minore *g* peculiari axi *h* infixa. *I* & *k* sunt duæ regulæ per capsulam huc illucve trahendæ ac retrudendæ. *pq* est lamina orichalcea cum cuspide chalybea, qua mediante machina in centro prototypi defigitur & circumcirca movetur. Regulæ *i* & *k* instruuntur stylis orichalceis *n* & *o*: lamina vero elastica *pq* mediante cochlea *z* nunc deprimitur, nunc laxatur, prout usus postulat. Denique *rs* sunt chordæ, quarum ope obtinetur, ut, regula una mota, moveatur debite & altera. Diameter rotæ *e* est ad diametrum rotæ *f* ut semidiameter speculi ad latitudinem craticulæ methodo vulgari pro conficiendis anamorphosibus parandæ. Diameter autem speculi, uti notum, æquatur lateri craticulæ, cui prototypon includitur. Regulæ ita ordinandæ, ut styli *n* & *o* concurrentes intervallo semidiametri speculi conici *am* distent. Funes & rotarum peripheriæ resina caliphonia illinuntur pro facilitando motu.

Tab. III. Fig. 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Pag. 368.

Usus machinæ talis est. Prototypon in tabula plana expanditur & in ejus centro machina defigitur. Manu sinistra movetur machina; dextra vero regula *k* ita attrahitur, vel retunditur, ut stylus *n* singula prototypi puncta permeet. Ita enim stylo *o* puncta ectypo respondentia designari possunt, cerussa in lineas connectenda.

EX-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS

ANNI 1713.

DE MOTU CORPORUM GRAVIUM,

Pendulorum, & Projectilium in mediis non resistentibus & resistentibus supposita Gravitate uniformi & non uniformi, atque ad quodvis datum punctum tendente, & de variis aliis huc spectantibus, Demonstrationes Geometricæ;

Auctore JOH. BERNOULLI.

§. 1.



QUI hanc materiam dudum pertractavit Vir omni laude major Isaacus Newtonus in Opere suo incomparabili *Phil. Natur. princip. Math.* ansam præbuit aliquid de ea ex nostris meditationibus communicandi: qua in re non male egisse videbor, ubi ostendero, inclytum illum Virum quandoque a veritatis scopo aberrasse, quod dissimulandum vel omnino celandum non ego tantum, sed quivis incorruptæ veritatis mathematicæ amans & Act. Erud. An. 1713. M. Febr. Pag. 77.

vel

Act.Erud. An. 1713. M Febr. vel ipse Newtonus minime arbitrabitur; cum præsertim ea sit magni hujus Geometræ autoritas, quæ in argumento hoc nodoso & difficili apud quamplurimos assentiendi magis quam examinandi animum reperiret. Etsi interim quæcunque ad rem præsentem spectant, accuratius, ut mihi videtur, jam pridem evolverim, quorum analysin meam alibi communicavi juris publici faciendam: hoc loco constitui ea duntaxat impertire, quæ ad syntheticam demonstrandi rationem revocari possunt, viamque sternunt ad solutionem propos. X. Sect. II. Libri secundi Philos. Nat. Princ. qua quæritur *corporis gravis datam curvam in medio resistente describentis in singulis locis velocitas, medii resistentia & densitas*, nec tantum pro uniformi gravitate directe ad horizontem tendente, sed pro quavis gravitatis continuo variantis & ad datum punctum tendentis lege, sicuti ex sequentibus patebit.

Pag. 78.

THEOREMA I.

§. 2. *Sint* A *&* B *duæ diversæ gravitatis vires, sed ambæ uniformes; dico velocitates acquisitas duorum corporum, quorum unum solicitatur ab* A, *alterum a* B, *per æqualia spatia a quiete delapsorum esse in subduplicata ratione illarum virium in medio scilicet non resistente.*

Tab. I. Fig. 1. *Demonstr.* Descendat corpus unum perpendiculariter vi gravitatis naturali A, incipiens descensum in L, secundum verticalem LM; corpus vero alterum inchoet descensum in eodem puncto L, sed super plano inclinato LN: Quoniam itaque hoc corpus non plena vi gravitatis urgetur, sed ea tantum ejus parte, quæ se habet ad totam ut LM ad LN supposito angulo LMN recto, sicuti ex compositione & resolutione virium liquet; tantundem est ac si corpus hoc alterum directe urgeretur secundum rectam LN vi quadam uniformi B minori quam A, ita nempe ut A.B :: LN.LM. Notum autem est dudum velocitates in M & N esse æquales, ut & velocitatem in N esse ad velocitatem in quovis alio puncto O in subduplicata ratione LN ad LO; sumpta itaque LO æquali LM, erit velocitas in N hoc est velocitas in M ad velocitatem in O in subduplicata ratione LN ad LM, hoc est in subduplicata ratione A ad B. *Q. E. D.*

§. 3. *Aliter.* Ex demonstratis Hugenianis in Opusculis posthumis theorem. de vi centrifuga, quæ brevitatis gratia hic demonstrare nolo, constat, vim centrifugam alicujus corporis in circulo horizontali ea velocitate gyrantis, quam acquireret cadendo ex altitudine dimidii radii, æqualem esse vi gravitatis; sed ex iisdem patet, vires centrifugas duorum mobilium æqualium in cir-

culis

culis æqualibus gyrantium esse in duplicata ratione velocitatum, quare si concipiamus velocitates illas esse acquisitas cadendo utrobique ex altitudine dimidii radii per vires uniformes A & B, manifestum est etiam A & B esse in duplicata ratione velocitatum acquisitarum, proinde ipsas velocitates in ratione dimidiata virium A & B. *Q. E. D.* Act. Erud. An. 1713. M. Febr.

THEOREMA II.

Pag. 79.

§. 4. *Positis ut prius duabus viribus uniformibus sed inæqualibus* A *&* B, *sint vero & spatia emensa inæqualia, dico velocitates acquisitas duorum istorum mobilium in medio non resistente esse in ratione composita ex subduplicata virium & subduplicata spatiorum emensorum.*

Demonstr. Sit enim iterum LO = LM, capiaturque alia LP major vel minor quam LO; quia itaque per præced. velocitas in M est ad velocitatem in O :: $\sqrt{A}$. $\sqrt{B}$, & velocitas in O ad velocitatem in P :: $\sqrt{LO}$. $\sqrt{LP}$; ergo ex æquo & per rationum compositionem, velocitas in M ad velocitatem in P :: $\sqrt{A} \times \sqrt{LM}$ :: $\sqrt{B} \times \sqrt{LP}$. Idem etiam ex consideratione virium centrifugarum colligitur.

THEOREMA III.

§. 5. *Sint iterum vires uniformes* A *&* B, *dico spatia eodem tempore emensa esse ut vires.*

Demonstr. Ducta MQ normali ad LN, patet ex Galilæanis, spatia LM & LQ esse isochrona, est vero LM. LQ :: LN. LM :: (per præced.) A. B. *Q. E. D.*

COROLLAR. I.

§. 6. Hinc demonstrari potest pendula quorum longitudines sunt ut vires gravitatis a quibus agitantur, esse isochrona.

Demonstr. Sint enim LPC & *lpc* quadrantes circulorum vel alii quilibet arcus similes quos pendula oscillando describunt; & intelligantur arculi minimi similes similiterque positi PQ & *pq*. Ductis jam horizontalibus LE, PF, QG, ut & *le*, *pf*, *qg*, erunt velocitates in & P & *p* tantæ quantæ forent in F & *f* cadendo ex altitudinibus EF & *ef*. Est vero ob similitudinem arcuum (nominatis radiis R & *r*) EF. *ef* :: FG. *fg* :: PQ. *pq* :: R. *r* :: A. B; Ergo per convers. Theor. III. altitudines EF & *ef* ut & EG & *eg* sunt isochronæ, proinde tempusculum per FG = tempusculo per *fg*; & quia velocitates in F & *f* sunt æquales Tab. I. Fig. 2.

Act. Erud. An. 1713. M. Febr. velocitatibus in P & p, erit tempusculum per PQ æquale tempusculo per pq; idemque cum valeat de omnibus arculis similibus similiterque positis ex quibus conflantur arcus toti similes LPC & lpc, erunt etiam tempora per LPC & lpc inter se æqualia, hoc est arcus isti sunt isochroni, quos pendula oscillando describunt, quorum longitudines se habent ut vires gravitatis a quibus agitantur. *Q. E. D.*

Pag. 80.

COROLLAR. II.

§. 7. Patet etiam pendula æqualia absolvere oscillationes suas temporibus, quæ se habent reciproce in subduplicata ratione virium gravitatis a quibus pendula agitantur.

Demonstr. Intelligatur enim pendulum aliquod tertium brevius a vi minori B agitatum & isochronum longiori a vi majori A agitato; sunt autem ut dudum constat tempora oscillationum duorum illorum pendulorum ab eadem vi B agitatorum in subduplicata ratione reciproca longitudinum; hoc est per Coroll. praeced. in subduplicata ratione reciproca virium.

COROLLAR. III.

§. 8. Hinc multitudines vibrationum eodem tempore peractarum a duobus pendulis æqualibus se habent in dimidiata ratione directa virium pendula agitantium.

SCHOLIUM.

§. 9. Quanquam hæc pleraque apud Newtonum & Hugenium vel jam demonstrata reperiantur, vel non difficulter ex iis deducantur; cum tamen illorum demonstrationes nonnihil perplexiores videantur, nostræ vero vulgaribus tantum principiis innixæ etiam ab illis intelligi possint, qui profundiora Geometriæ non penetrarunt; eas hic communicare volui, hac præsertim de causa ne aliunde petere opus haberem ad stabiliendas demonstrationes propositionum majoris momenti quas infra dabo.

§. 10. Interim annotare hic convenit modum æstimandi & inter se comparandi vires gravitatis in diversis terræ locis diversarum latitudinum, per comparationem nempe longitudinis pendulorum isochronorum; quorum observationes multis in locis accurate instituendæ monstrarent, quousque experientia conspiret cum ratiocinio & regula a Newtono tradita in Lib. III. prop. 20. Sed Gallorum observationibus (quas crassas vocat) videtur ipse parum fidere, nec immerito, non tam quod ab ipsimet com-

computo abludant, quam quod sibi mutuo contradicere videantur, dum in terræ regionibus ab æquatore remotioribus minorem assignant pendulo singulis secundis oscillanti longitudinem quam in propinquioribus, atque ita quoque in illis corpora minus gravitarent quam in hisce, quod sane est contra omnem probabilitatem: cum enim corpora a circumgyratione terræ acquirant nisum recedendi a centro adeoque vi gravitatis quadantenus contrarium, qui eo major est quo loci parallelus est major; minus utique foret residuum gravitatis in locis sub vel prope æquatorem quam in aliis ab eodem remotioribus, per consequens in his pendula isochrona requirerent majorem longitudinem quam in illis. Act. Erud. An. 1713. M. Febr. Pag. 81.

§. 11. Quando tamen Galli contrarium se observasse asseverant, pendulum scilicet *Parisiense* (cujus longitudo 3. ped. 8 $\frac{1}{2}$ lin.) superare una tantum linea cum quadrante pendulum isochronum in Insula *Cayennæ* quæ ab æquatore non omnino 5 grad. distat; sed & ab eodem *Parisiensi* deficere duabus lineis pendulum quod ipsi isochronum est in Insula *Gorée* haud procul a promontorio viridi, quam eandem differentiam a se etiam observatam asserunt in *Guadaloupe*, non obstante quod ambæ hæ Insulæ *Guadaloupe* & *Gorée* utpote 14 vel 15 graduum latitudinem habentes ab æquatore magis distent quam *Cayenna*. Hæc ita consignata reperio in Collectaneis Astronomicis & Physicis (*Recueil d'observations Astronomiques & Physiques*) editis Parisiis in fol. anno 1693. quare miror unde habeat Newtonus quod dicit pag. 426. *Gallos factis experimentis invenisse, quod pendulorum minutis secundis singulis oscillantium longitudo Parisiis major sit quam in Insula Gorée parte decima digiti & major quam Cayennæ parte octava;* cum potius penduli *Cayennensis* longitudinem parte decima, *Goréensis* vero parte sexta a longitudine *Parisiensis* deficere Observatores Galli dixerint.

§. 12. Quæ itaque cum conciliari non possint cum Theoria de imminutione gravitatis prope æquatorem, malumus suspicari observationes non fuisse accuratas, quam inæqualitatem illam pendulorum isochronorum tantum apparentem non realem pronunciare cum La Hirio, qui ejus rei causam rejicit in elongationem metalli mensuram pedis sibi insculptam gerentis, quod in regiones calidas translatum aliquam rarefactionem passum fuerit, unde pendulum collatum cum mensura nonnihil extensa necessario brevius apparuerit. Nollem quidem negare quod huic rarefactioni metalli aliquid ascribi posset, est tamen extra controversiam abbreviationem pendulorum prope æquatorem magna ex parte deberi imminutæ gravitati corporum; quocirca e re esset, ut Pag. 82.

Act. Erud. An. 1723. M. Febr.

quantum huic soli debeatur studiose inquireretur, quod meo judicio non adeo esset difficile.

§. 13. Calefacto scilicet aere in aliquo loco clauso, in quo experimentum institueretur ad certum usque caloris gradum ope thermometri annotandum; translata postea eadem regula ad quam in nostris regionibus penduli longitudo fuit mensurata in regionem æquatori vicinam in cujus loco aliquo itidem clauso aer ope ejusdem thermometri ad eundem caloris gradum attemperatus, conciliabit utique metallo, quo mensuretur pendulum, eundem rarefactionis gradum, quem obtinuit hic loci, si qua differentia deinde se proderet in pendulorum utriusque loci longitudine, eam certe imminutæ gravitatis actioni tunc unice ascribendam esse, nemo qui hæc intelligit, dubitabit: quod enim Hirius somniat metalli extensionem quoque fieri posse per vapores & halitus metalla penetrantes, quibus aer in Zona torrida inprimis scateat, nulla hoc attentione dignum judico.

§. 14. Illustrantur quæ hactenus diximus de effectu imminutæ gravitatis per experimenta primo globorum super planis declivibus positorum. Cum enim ex demonstr. *Theor. I.* & *III.* vis gravitatis absoluta se habeat ad vim quo mobile descensum molitur secundum declivitatem plani, ut sinus totus ad sinum inclinationis ejus. Sumantur duo pendula quorum longius ad brevius sit ut LM ad LQ (vid. *Fig.* 1.) oscilletur longius in plano verticali, brevius vero super plano declivi, cujus inclinationis angulus sit LNM; erunt per *Coroll. I. Theor. III.* oscillationes utriusque penduli isochronæ, quas ita esse etiam experientia docuit: oportet autem planum declive esse politissimum, sicut & Globum, ne
Pag. 83. mutua attritio a quantulacunque scabritie oriunda officiat descensui, eumve ullo modo remoretur.

§. 15. Deinde non minus curiosa sunt minusve probant ratiocicinia nostra, quæ fiunt experimenta circa pendulorum oscillationes in fluidis perfectioribus, in quibus nempe abest sensibilis partium tenacitas, ita ut oscillationes minimæ nullam offendant resistentiam. In his fluidis constitutorum corporum gravitas (notante id apprime acutissimo Newtono pag. 294.) duplex considerari potest, altera vera & absoluta, nempe vis tota qua corpus deorsum tendit; altera apparens, relativa & vulgaris, consistens in excessu, quo corpus magis tendit deorsum quam fluidum ambiens.

§. 16. Sumantur itaque duo pendula æqualia, quorum alterum in aere, alterum in fluido aliquo nullius tenacitatis oscilletur, quod fluidum tamen & ipsum habeat gravitatem adeoque eam quæ in pendulo est imminuat. Quod si jam animus sit prædicere in qua

ratio-

ratione se habituri sint numeri oscillationum in aere & fluido eodem tempore peragendarum: sit pendulum ex. gr. plumbeum oscillans in aqua, cujus gravitas specifica se habet ad gravitatem specificam plumbi ut 7 ad 80 quam proxime, ita ut plumbum in aqua amittat $\frac{7}{80}$, retineatque $\frac{73}{80}$ sui ponderis. Est ergo vis gravitatis absolutæ qua agitatur pendulum in aere (quem hic nullius gravitatis sensibilis supponimus) ad vim gravitatis relativæ qua sola pendulum agitatur in aqua ut 80 ad 73; unde per *Coroll. III. Theor. III.* numerus oscillationum in aere ad numerum oscillationum in aqua eodem tempore peragendarum ut $\sqrt{80}$ ad $\sqrt{73}$, seu ut 120 ad $114\frac{2}{3}$ quamproxime; hoc est pendulum aliquod semisecunda notans dum in aere uno horæ minuto vibrationes 120 absolvit, alterum pendulum plumbeum æqualis longitudinis in aqua perficiet tantum vibrationes $114\frac{2}{3}$. Quod accurate satis respondet experimentis institutis ab ipso La Hirio, quamquam præter ejus expectationem hunc successum habentibus. *Vid. Comment. Acad. Scient. pro anno 1703 pag. 289. Edit. Parif.* Ubi dicit se primo sumpsisse globulum plumbeum 2 unciarum, ex quo pendulum confecerit semisecunda notans in aere; hoc postea in aqua agitatum uno minuto horario peregisse 112 oscillationes; tum vero assumpto globulo plumbeo quinque unciarum pro simili pendulo, se numerasse 114 oscillationes uno minuto peractas, quæ differentia duarum oscillationum haud dubie ex eo venit, quod globulus major cum minorem habeat superficiem pro ratione molis patiatur minorem resistentiam a tenacitate aquæ oriundam, quam globulus minor qui pro ratione molis majorem habet superficiem. Pag. 84.

§. 17. Quæ resistentia utut perexigua sit si excursiones vibrationum non longæ sint, nam brevissimæ eodem modo & tempore peragerentur ac si aqua plane non resisteret, quod ostendit etiam *Newtonus* pag. 308. *Coroll.* 2. potest tamen illa magis adhuc insensibilis reddi, si nimirum loco globuli sumatur corpus lentiforme terminatum acie tenui ad aerem sulcandum dum in latus oscillatur, quo pacto nihil vel parum superficiei occurrit fluido, a quo proin si præterea arcus vibrationum sint parvi, tam imperceptibilis resistentia corpori oscillanti objicitur, ut jure merito negligi possit: hujusmodi lenticulam si in experimento suo La Hirius adhibuisset, non tantum 112 vel 114, sed $114\frac{2}{3}$ aut 115 omnino oscillationes uno minuto numeraturus fuisset. Quod autem eadem pag. 289 se attonitum stetisse fateatur, cum videret pendulum illud quod credebat vibrationes suas peracturum esse in aqua minimum singulis tantum secundis, illas tamen contra suam expectationem fere æque promptas vel ejusdem durationis depre-

hen-

Act. Erud. An. 1713. M. Febr. hendisse ac in aere; ostendit profecto animum admirationis plenum qui minus decet Geometram consummatum quam hominem in hisce profundioribus hospitem; nihil enim hic contigisse video, quod non ante experimentum prædicere potuissem: ne vero hoc gratis dictum sit, examinet regulam sequentem, ejusque periculum faciat in variis corporibus.

§. 18. Sit ratio gravitatis specificæ corporis alicujus & aquæ ut c ad a; adeoque ejusdem corporis gravitas absoluta vel extra aquam ad gravitatem relativam vel intra aquam ut c ad $c-a$. *Dico numeros oscillationum extra & intra aquam æquali tempore peractarum fore ut* $\sqrt{c}$ ad $\sqrt{c-a}$. Ope hujus regulæ inveni ex data ratione gravitatis aquæ & variorum corporum, numerum oscillatio-
Pag. 85. num quas illorum singulorum pendula in aqua conficiunt uno horæ minuto dum in aere (tanquam non gravi considerato) absolvunt 120 vibrationes. Quod calculus suggessit in adjectam Tabellam redegi, ex qua videre est numerum oscillationum haud mul-

	Corporum	In aere	In aqua		Oscillat. in aqua
Gravitates	Auri	400	379	Oscillationibus 120 in aere respondent	117
	Plumbi	240	219		$114\frac{2}{3}$
	Argenti	218	197		$114\frac{1}{6}$
	Cupri	200	179		$113\frac{2}{7}$
	Ferri	168	147		112
	Stanni	156	135		$111\frac{2}{3}$
	Marmoris	84	63		$104\frac{2}{5}$
	Aquæ	21	0		0

tum differre, etsi corpora ipsa notabiliter discrepent ratione gravitatis, modo aquæ gravitatem etiam sensibiliter excedant. E. gr. Aurum licet quinquies fere superet marmor in aere & omnino sexies in aqua, vix tamen decima parte plures in aqua oscillationes conficit aurum quam marmor.

§. 19. Quod si eadem corpora oscillentur in liquore adhuc leviori quam aqua, ex. gr. in oleo petræ quod se habet ad aquam in gravitate ut $16\frac{2}{5}$ ad 21, discrepantia illa oscillationum erit adhuc minor, aurum namque perficiet in hoc liquore oscillationes $117\frac{3}{5}$, quando marmor æquali tempore absolvit oscill. $107\frac{3}{5}$; ita ut jam duodecima circiter parte tantum plures ab auro quam a marmore peragantur vibrationes: unde conjectu facile est, in flui-

fluidis levioribus tandem evanescere omnem retardationem sensibilem; sit quippe pro fluido aer ipse ut gravis consideratus, qui nempe in gravitate se habet ad aquam ut 1 ad 800, adeoque ad aurum ut 1 ad 15238, & ad marmor ut 1 ad 3200; est ergo secundum regulam numerus oscillationum auri in vacuo, ad numerum oscillationum ejusdem in aere (subintellige ab æqualibus pendulis & eodem tempore peractarum) ut $\sqrt{15238}$ ad $\sqrt{15237}$, hoc est quam proxime ut 30476 ad 30475: marmoris vero oscillationes in vacuo (hoc est in fluido non gravi) erunt ad oscillationes in aere ut $\sqrt{3200}$ ad $\sqrt{3199}$, vel quam proxime ut 6372 ad 6371; ita ut aurum ultra triginta millia, marmor vero plusquam sex millia vibrationum in aere absolvere possint, priusquam una tantum retardentur.

Act. Erud. An. 1713. M. Febr.

Pag. 86.

§. 20. Ex quibus liquet resistentiam aeris a gravitate ejus oriundam hic tuto negligi, adeoque pendula in aere tanquam in vacuo agitata considerari posse; modo interim præcaveatur altera ejus resistentia a densitate & tenacitate ejus proveniens, quæ majoris momenti est, quæque dependet partim a velocitate partim a superficie corporis ad aerem appellente, quare hæc resistentia ut supra jam monui valde imminuitur & pene insensibilis redditur si pendulum habeat figuram lentiformem & in latus oscillando describat arcus brevissimos, ita enim exigua velocitate, sed magna facilitate penetrat aerem.

§. 21. Ceterum regula valet etiam de corporibus quæ in fluidis levitant, hoc est quæ demersa sursum tendunt ob prævalentem specificam gravitatem fluidi; est enim levitas nihil aliud quam gravitas inversa, taleque corpus exhibebit pendulum inversum, capite fili ad fundum vasis alligato dum lenticula ipsa oscillando describit arcus verticales supra centrum; quia vero excessus gravitatis specificæ jam est penes aquam, faciendum est *ut* $\sqrt{c}$ *ad* $\sqrt{a-c}$, *ita vibrationum numerus extra aquam ad numerum earum intra eandem*: unde hoc emergit paradoxum, quod quo ex leviori materia sunt pendula eo promptiores sunt in fluido oscillationes inversæ, adeo ut etiam quemcunque promptitudinis gradum assequantur modo a ad c magnam satis habeat rationem, abstrahimus hic semper a resistentia tenacitatis fluidi. Si ex. gr. pro pendulo assumatur corpus ex materia duplo specifice leviore quam aqua, hoc est si a sit $= 2c$; faciet hoc pendulum oscillationes utrobique & extra & intra aquam æquales numero: quodsi vero illud fiat ex materia quintuplo leviori quam aqua, oscillabitur duplo promtius in aqua quam in aere; in illa nempe binas absolvit oscillationes, dum singulas perficit in hoc: & ita de aliis.

§. 22.

Act. Erud. An. 1713. M. Febr. Pag. 87.

§. 22. Ex hisce speculationibus ut fructum aliquem percipiamus non abs re alienum erit, si communicetur sequens

Modus explorandi solidorum & liquidorum gravitates specificas ope pendulorum.

Hic scilicet peragitur citra adminiculum consueti illius instrumenti hydrostatmici alteriusve cujusdam machinæ; mediantibus scilicet duobus pendulis, quorum alterum oscillaturum intra liquorem sit ex materia non multo graviori quam ipse liquor ponderandus; sic enim differentia pendulorum duorum in aere & liquore oscillationes isochronas facientium sensibilior erit, quam si materia illa valde ponderosa esset: In hunc finem supponamus lenticulam penduli in liquore agitandi (alterum enim ex quacunque sit materia, modo non nimis levi ne aeris resistentia officiat, nihil refert) esse ex stanno paratam; quo facto rationem gravitatis investigaturus trium horum liquorum ex. gr. aquæ communis, olei petræ & olei tartari per deliquium, & singula tam inter se, quam cum stanno comparaturus, pendulum suspensum in aere longitudinis pro arbitrio assumptæ agitabo, & dein statim alterum cujus lenticula ad modicam tantum profunditatem liquoris demersa oscillationes perbreves describere debet, elongabo vel contraham, donec isochronum evadat priori in aere oscillanti: collata postea longitudine penduli in singulis tribus liquoribus successive agitandi, ope scalæ alicujus accuratissimæ cum longitudine penduli in aere isochroni, observabo rationem earum ut sequitur:

Longitudines pendulorum isochronorum in	Aere	constant particulis in scala sumptis	1000
	Aqua		865
	Oleo pet.		895
	Oleo tart.		833

Cum igitur per *Coroll. I. Theor. III.* in eadem quoque ratione se habeant gravitates stanni relativæ in aere, aqua, oleo petræ, & oleo tartari, designabunt tres differentiæ inter 1000 & tres reliquos numeros, cum 1000 comparatæ quantum ponderis stannum amittat in unoquoque liquore demersum adeoque & ipsam proportio-
Pag. 88. nem gravitatis specificæ stanni horumque trium liquorum, nimirum

Gravitas specifica	Stanni	se habet ut	1000 — 0	=	1000	vel proxime ut	96.
	Aquæ		1000 — 865		135		13.
	Olei pet.		1000 — 895		105		10.
	Olei tart.		1000 — 833		167		16.

Simi-

Simili modo procedendum eſt in aliis : rem ipſam vero perficiendam & ad commodam praxim deducendam aliis relinquo quibus vacat & volupe eſt. Act.Erud. An. 1713. M. Febr.

§. 23. Occaſio iſta opportune invitaret, ad materiam hanc de oſcillationibus provehendam, atque alium non ignobilem uſum indicandum, in quem incidi : detecto nempe fundamento genuino & unico, ex quo naturaliſſime fluit determinatio centri oſcillationis in pendulis compoſitis, citra precarias illas hypotheſes ab aliis aſſumtas necdum ſatis ſtabilitas : Quæ methodus præterea etiam in hoc aliis antecellit, quod pari facilitate doceat invenire centrum oſcillationis ſi penduli compoſiti partes ex varia materia & in liquore homogeneo, vel quod eodem venit, ſi partes penduli ex materia homogenea, ſed in diverſis liquoribus oſcillentur; nec refert, ſi utriuſque partes & penduli & liquoris ſint heterogeneæ, ad alterutrum enim caſuum duorum priorum reduci poteſt: de qua pendulorum ſpecie, eorumque centro oſcillationis definiendo nemo hactenus cogitavit; noſtram regulam cum ipſo fundamento ex quo eruta eſt differimus in tempus commodius, quo plus otii nobis fuerit : hoc interim monuiſſe convenit, conſiderationem vectis (per quam Frater meus b. m. aliquando rem eandem tentavit etſi non prorſus infeliciter) huic rei ſolam non ſufficere, ſed quod palmarium eſt, recurrendum eſſe ad effectum corporum diverſa gravitatis ſpecie deorſum tendentium, atque ad eorumdem in ſe mutuo agentium efficaciam.

§. 24. Hactenus ad fluidorum in quibus corpora moventur reſiſtentiam non attendimus; per reſiſtentiam hic intelligimus vim quamcunque quæ motui corporis contraria eſt, & propter quam corpus motum ſuum, niſi aliunde continuo inſtauretur, paulatim amittit & tandem aliquando ad quietem redigitur : Unde vero dependeat reſiſtentia illa in fluidis, quamve cauſam phyſicam agnoſcat, hujus loci non eſt anxie inquirere, ſive enim veniat a quadam partium tenacitate in fluido ob quam particulæ fluidi non ſtatim ad appulſum corporis a ſe mutuo ſeparantur, ſive a quadam attritione ex ſcabritie quæ non tantum in ſuperficie corporis ſed & in particulis minimis fluidum componentibus adeſſe poteſt, ſive demum oriatur illa ex ipſa fluiditatis imperfectione, qua nimirum fit ut cum fluidum actu non ſit diviſum in infinitum hoc eſt in particulas data quavis minores, ſed conflatum ſit ex moleculis ſolidis determinatæ magnitudinis, fit inquam ut in tali fluido corpus motum ſingulis momentis certam fluidi quantitatem ante ſe propellere & amoliri debeat, quod citra ſui motus imminutionem continuam peragere non poteſt, etſi alias nulla eſſet tenacitas, nullaque ſcabrities in partibus fluidi : quæcunque ergo vera Pag. 89.

Act.Erud. An. 1713. M. Febr.

ra sit causa resistentiæ fluidorum sive una sola ex tribus dictis, sive quod verosimilius omnes simul concurrant, sive alia quædam locum obtineat, eam nunc supponimus non explicamus; neque etiam quam rationem habeat (quæ utique esset composita ex duplicata velocitatis & simplici medii vel fluidi densitatis, si tertia a nobis indicata resistentiæ causa admitteretur) pro certo definire volumus. Legantur quæ de ea conscripsit Ill. Leibnitius in Actis Lips. A. 1689 p. 95 & seqq. ubi de mediorum resistentiis acutissime pro more suo disseruit: ego vero propositum meum mathematice prosecuturus resistentiam ejusque rationem in abstracto considerabo.

THEOREMA IV.

Tab. I. Fig. 3. §. 25. *Esto curva quæcunque* LCK *quam corpus vi gravitatis uniformis libere describit in medio quocunque resistente: Vis quam exerit gravitas secundum normalem ad curvam (quam ideo vocabo* vim gravitatis normalem) *erit ut sinus anguli* GCS *quem recta curvam contingens* CS *constituit cum directione gravitatis* CG: *Vis autem quam exerit secundum tangentem (quam ideo vocabo* vim gravitatis tangentialem) *est ut sinus ejusdem anguli complementi* GCO.

Demonstr. Sit CZ directio & quantitas gravitatis qua corpus urgetur dum est in C: Ex puncto Z agatur perpendicularis ZX in rectam CO normalem ad curvam. Ex resolutione virium patet vim gravitatis CZ quam ubique datam seu constantem suppono, resolvi in duas collaterales CX & XZ, quarum illa exprimit ejus vim *normalem*, hæc vero ejus *tangentialem*: sumta itaque CZ pro sinu toto, erit CX sinus anguli CZX seu ZCS; & ZX erit sinus anguli ZCX, qui ejusdem est complementum: sunt ergo vires illæ in ratione horum sinuum. *Q. E. D.* Pag. 90.

Coroll. Si Gravitas non sit data seu non uniformis, erunt vires gravitatis *normales*, ut & *tangentiales* in ratione composita illorum sinuum & quantitatis absolutæ quam gravitas in singulis curvæ punctis obtinet, hoc est si CZ exprimat vim absolutam gravitatis dum corpus existit in C, exprimetur vis *normalis* per CZ × sin. anguli SCZ, & *tangentialis* per CZ × sin. ang. ZCX.

THEOREMA V.

§. 26. *Positis quæ prius, velocitas in quovis puncto* C *erit in ratione dimidiata* coradii *circuli osculantis, voco autem* coradium *partem* CG *lineæ directionis gravitatis quæ a perpendiculari ex centro* O *circuli osculantis in eam educta resecatur.*

Demonstr. Liquet utique projectile ea velocitate moveri debere, per quam acquirat vim centrifugam æqualem vi contrariæ *normali*

gra-

gravitatis; Corpus enim quod libere aliquam curvam describit in medio quolibet, non alia de causa curvam non deserit, quam quod in singulis curvæ punctis tanta vi trahitur versus centrum circuli osculantis, quanta vi centrifuga ab eodem retrahitur, ut hoc pacto servetur æquilibrium; Vis autem qua mobile trahitur versus centrum est ipsa vis gravitatis *normalis*, quæ nempe exeritur a gravitate secundum normalem ad curvam, & quæ ostensa est proportionalis sinui inclinationis curvæ ad directionem gravitatis, hoc est anguli GCS, seu ipsi æqualis COG: In hac ratione ergo se habebit etiam vis centrifuga a velocitate partim, partim a curvedine oriunda; Est autem ut constat ex Hugenianis vis centrifuga in ratione composita ex duplicata velocitatis directe & ex simplici semidiametri inverse; concipienda quippe est particula minima curvæ Cc, tanquam arculus circuli cujus centrum O, & radius OC, & in cujus circumferentia mobile circularetur celeritate uniformi & æquali ei quam in curvæ puncto C acquirit: Erit itaque $\frac{CG}{CO}$ id est sinus anguli COG, cui proportionalis est vis *normalis* gravitatis, ut $\frac{\textit{Quadrat. veloc.}}{CO}$ cui proportionalis est vis centrifuga in puncto C: unde quadratum velocitatis ut CG, & ipsa velocitas ut $\sqrt{CG}$, hoc est in dimidiata ratione coradii. *Q. E. D.*

Act. Erud. An. 1713. M. Febr.

Pag. 91.

COROLLAR. I.

§. 27. Si vis gravitatis non sit uniformis, simili argumento probabitur: velocitatem V fore in ratione composita ex dimidiata coradii & dimidiata gravitatis, seu ut $\sqrt{CG} \times \sqrt{CZ}$, hoc est ut medium proportionale inter CG & CZ.

COROLLAR. II.

§. 28. Sit curva LCK arcus circuli cujus centrum O, tendatque vis gravitatis uniformis ad horizontem OK, qui casus est ex Newtono pag. 263. erit O pro quovis puncto C in eodem semper horizonte OK, unde velocitates quæ sunt ut $\sqrt{CG}$, se habebunt in subduplicata ratione distantiarum ab horizonte per centrum circuli transeunte, prorsus quidem ut asserit Celeberr. Newtonus pag. 265. tametsi in diffinienda resistentia a vero aberret, quemadmodum ex demonstratione sequentis propositionis patebit.

TAB. I. Fig. 4.

Act Erud.
An. 1713.
M. Febr.

THEOREMA VI.

§. 29. *Ut corpus in medio resistente agitatum describat circulum* LCK, *supposita vi uniformi gravitatis quæ directe ad horizontem tendat, dico resistentiam fore in singulis punctis* C *ad gravitatem ut* 3OG *ad* 2OK.

Demonstr. Super axe OL & vertice O, descripta intelligatur parabola ONE cujuscunque parametri; fiatque super eodem axe prolongato OP, eodemque vertice O, parabola alia OVQ, cujus parameter prioris sit dupla: Dein ad punctum L & quodlibet aliud punctum R, applicentur ordinatæ LE, RC, RN horizontales, istisque proximæ *rc*, *rn*; atque ex punctis, E, N, *n*, agantur verticales EQ, NV, *nu*, secantes parabolam OVQ in punctis Q, V, *u*; ex quibus applicentur ad axem OP, horizontales QP, VT, *ut*. Ex *Coroll. II. Theor. præced.* manifestum est, Pag. 92. si LE designet velocitatem quam corpus habet in supremo circuli puncto L, quod RN designabit velocitatem corporis cum fuerit in puncto C. Sed quia parameter parabolæ OQ est dupla parametri parabolæ OE, liquet OL esse = 2OP, & quamlibet aliam OR = 2OT, unde quoque R*r* = 2T*t*. Et quoniam velocitas LE ea est quæ requiritur, ut vis centrifuga corporis in L æqualis sit ejus gravitati, erit illa velocitas (ut Hugenius monstravit) tanta quanta acquireretur si grave in vacuo h. e. in medio non resistente descenderet per altitudinem æqualem radio dimidio circuli: Adeoque PO erit altitudo per quam grave cum celeritate initiali EL vel QP in vacuo ascendere potest, & sic quælibet alia applicata. VT exprimit velocitatem qua cum grave sursum projectum in vacuo emetietur altitudinem TO. Hisce præmissis, concipiamus corpus aliquod grave cum celeritate QP in medio non resistente sursum projici ex P versus O, illudque pervenisse ad T, quando alterum in medio resistente pervenit ad C; ita ut eo momento habeant ambo corpora æquales velocitates NR & VT passuras decrementa æqualia tempusculis inæqualibus, se habentibus in ratione spatiolorum percurrendorum C*c* & T*t*. Jam vero vires quibus duo corpora æqualia & æquevelocia retardantur sunt directe ut decrementa velocitatum eodem tempusculo producta, vel quod idem est reciproce ut tempuscula quibus fiunt æqualia decrementa velocitatum. Vis itaque gravitatis, qua corpus in vacuo ascendens retardatur in T, est ad vim qua alterum corpus in medio resistente descendens retardatur in C, vicissim ut C*c* ad T*t*: Hæc autem vis posterior æstimanda est per excessum quo resistentia medii in puncto C, superat vim *tangentialem* gravitatis, quam nempe exercet gravitas secundum tangentem CS, & quæ

& quæ per *Theor. IV.* ad ipsam gravitatem se habet ut OG ad OC. Unde si gravitas vocetur G & Resistentia R, erit $G. R - \frac{OG \times G}{OC}$ :: Cc. Tt :: 2Cc. Rr (Cb) :: 2OC. OG, seu æquando extremorum & mediorum facta $OG \times G = 2OC \times R - 2OG \times G$, adeoque $3OG \times G = 2OC \times R$, quæ in analogiam conversa dant R. G :: 3 OG. 2 OC (2 OK), hoc est resistentia ad Gravitatem se habet ut 3 OG. 2 OK; *Q. E. D.* Act. Erud. An. 1713. M. Febr. Pag. 93.

COROLLAR. I.

§. 30. Quia $3 OG \times G = 2 OC \times R$, adeoque $r = \frac{3 OG \times G}{2 OC}$, erunt, ob datas G & OC, Resistentiæ in diversis locis ad se invicem ut respectivæ OG.

COROLLAR. II.

§. 31. Quod si vero supponatur Resistentia ut medii densitas & quadratum velocitatis conjunctim, erit (nominando Densitatem D) $D \times CG\ (R) = \frac{3 OG \times G}{2 OK}$, & proinde $D = \frac{3OG \times G}{2OK \times CG}$, hoc est densitates sunt, ob datas G & OK, ut $\frac{OG}{CG}$, seu ut tangentis longitudo CM, *prorsus quoque sicuti Newtonus.*

SCHOLIUM.

§. 32. Ratio a nobis assignata inter Resistentiam & Gravitatem ut 3 OG ad 2 OK discrepat utique a Newtoniana, utpote quam ponit ut OG ad OK, adeoque in sesquialtera ratione minorem quam quæ nostra est: Ne quis vero qui hæc accuratius examinare nequit suspicetur, perperam forte a nobis redargui, quæ a Viro acutissimo tanta cum industria fuere enucleata; demonstrabo hic rationem illam Newtonianam ad manifestam contradictionem deducere: Nam si resistentia ad gravitatem se haberet ut OG ad OK ut vult Newtonus; ipsa vero Gravitas cum se habeat ad vim *tangentialem*, ut OC seu OK ad OG, esset ex æquo, Resistentia ad vim tangentialem seu motricem ut OG ad OG; foret ergo resistentia huic vi motrici æqualis, adeoque velocitas in omnibus punctis C uniformis, quam tamen esse ut $\sqrt{CG}$ & proinde non uniformem supra monstravimus, consentiente quidem & ipso Newtono.

Act.Erud. An. 1713. M. Febr. §. 33. Error iste qui tanto Viro excidit, non quidem in ipsa ejus solutione latet, quam justam esse & ab omni paralogismi vitio immunem deprehendi quamquam non parum detortam & intellectu difficilem; sed quærendus ille est in ipso applicandi modo, qui in eo laborat, quod pag. 263 in serie quæ exprimit DG (vid. *Fig. ibid.*) terminum quemlibet sumat pro aliqua indetermi-
Pag. 94. natæ DG differentiali seu, ut ipse vocat, fluxione tanti gradus quantæ dimensionis existit littera o in ipso termino, quod in primo & secundo verum esse potest, in reliquis vero minime; sit enim ex. gr. DG, ut simplex potestas aliqua ipsius OB seu a, ita ut DG ponenda sit $= \overline{a+o}^{p}$, quæ itaque more Newtoniano in seriem conjecta dabit DG $= a^p + \frac{p}{1} a^{p-1} o + \frac{p \times p-1}{1 \times 2} a^{p-2} oo + \frac{p \times p-1 \times p-2}{1 \times 2 \times 3} a^{p-3} o^3 +$ &c. cujus termini ex opinione Newtoni exprimerent successive differentiales omnium in eodem ordine graduum ipsius DG; interim excepto primo & secundo termino reliquos omnes a veris differentialibus abludere, communis differentiandi regula docebit; sumta enim a pro indeterminata, cujus differentialis da supponitur constans, & differentiata successive potestate a^p, invenietur pro differentiali prima $pa^{p-1} da$, pro secunda $p \times p-1\, a^{p-2} da^2$, pro tertia $p \times p-1 \times p-2 a^{p-3} da^3$, pro quarta $p \times p-1 \times p-2 \times p-3 a^{p-4} da^4$ &c. Unde hæc emergit series, substituendo pro da litteram o, & ponendo ipsam a^p, tanquam differentialem gradus infimi seu nullius, pro primo termino, $a^p + pa^{p-1} o + p \times p-1\, a^{p-2} oo + p \times p-1 \times p-2 a^{p-3} o^3 + p \times p-1 \times p-2 \times p-3 a^{p-4} o^4$ &c. $=$ Summæ omnium differentialium, hæc autem, ut patet, diversa est ab illa altera $a^p + \frac{p}{1} a^{p-1} o + \frac{p \times p-1}{1 \times 2} a^{p-2} oo + \frac{p \times p-1 \times p-2}{1 \times 2 \times 3} a^{p-3} o^3 +$ &c. $=$ DG; duo enim tantum priores termini utrobique conveniunt, cæteri discrepant omnes in multiplicitate coefficientium.

§. 34. Non satis capio qua rationis specie inductus fuerit Vir sagacissimus, ut crederet terminos serierum harum per extractionem radicis prodeuntium eosdem esse cum terminis per differentia-

tiationis continuationem collectis, cum præsertim differentiandi differentialia vel fluxiones ex fluxionibus capiendi regula, ei vix latere potuerit, quod moneo ne quis plusquam par est tribuat radicum extractioni per series, in solutione problematum, quæ pendent a curvatura curvarum, quæque & commodius & verius ex differentiationis fonte obtinentur. Judicet itaque æquus Lector quid tenendum sit de usu hujus Regulæ, quem prædicat Autor pag. 264 in solvendis istius modi problematibus, quandoquidem usus tam facile in abusum degeneret: Vacillent certe omnia quæ in sequentibus ex illa regula deducit pro determinanda ratione resistentiæ ad gravitatem; sicuti enim pro Circulo p. 265. ita etiam pro hyperbolis pag. 268 & 269, ut & pro parabolis p. 274. rationem resistentiæ ad gravitatem ubique justo minorem facit, & quidem iterum in ratione sesquialtera, quod ut evidentius pateat, dabo solutionem problematis Newtoniani *pag. 260. prop. X.* generaliter concepti in hunc modum.

Act. Erud. An. 1713. M. Febr.

Pag. 95.

Reliquas Cl. Autoris Animadversiones in proximum Mensem rejicimus. Interim in Tabula I. repræsentavimus Figuras omnes, quæ ad eas spectant, eoque hic notamus, Tabulam illam ad Martium quoque diligenter conferendam.

MIRI CALCULI

In Corpore humano inventi, Delineatio.

Singularis formæ ac magnitudinis calculos aliquot delineavimus in Actis An. 1708. M. Sept. *Tab. VII.* sub n. *6.* 7. 8. *9.* 10. 11. 12. His merito accensendus est is, cujus delineationem, nuper Vienna transmissam, hic in *Tab. II.* Fig. 1. & 2. ut in utroque latere apparet, repræsentamus. Repertus autem is est eadem plane mole ac forma in renibus Illustrissimi JOHANNIS WENCESLAI S.R.I. Comitis WRATISLAW, de *Mitrovitz*, S. Cæs. & Reg. Maj. Act. Consiliarii Intimi Camer. Reg. Bohem. Cancellarii & Magni Prioris Melitensis, qui Anno superiori die 21. Dec. Viennæ decessit.

Tab. II. Fig. 1. 2.

Act.Erud. An. 1713. M. Febr.

DESCRIPTIO NOVÆ ANTLIÆ PNEUMATICÆ,

quam nuperrime construxit JACOBUS LEUPOLDUS, *Mechanicus Lipsiensis*.

IN Tomo V. Supplementorum Sect.IX. antlia pneumatica experimentatoris dexterrimi *Hauksbeji* repræsentatur, quæ ab ordinariis multum differt. Quemadmodum vero ingeniosus *Leupoldus* in perficiendis instrumentis tam mathematicis, quam ad philosophiam experimentalem spectantibus laudabilem hactenus operam posuit; ita non minori industria structuram antliæ pneumaticæ *Hauksbejanæ* adeo immutavit, ut non modo meliori forma sese commendet, verum etiam variis prærogativis instruatur. Dignam itaque judicamus, cujus descriptionem in gratiam curiosorum in his Actis exhibeamus. Fulcrum A cum mensula B qua antlia mediantibus cochleis firmatur, ex nuce paratum. Duo cylindri D & C sunt orichalcei, vectis EF ferreus cylindro itidem ferreo G affixus. Virgis ferreis I & K emboli cohærent, ventilabris singulari (quod inventor celat) artificio constructis instructi, mediante vecte LM elevandi ac deprimendi. Catinus N, cui vasa imponuntur, ex orichalco pariter constat: epistomium vero in O applicatur, ut catino remoto, alia instrumenta mediante cochlea ad antliam firmari possint. Hujus beneficio vasa evacuata clauduntur &, sicubi opus fuerit, aer iterum admittitur. Tubus, per quem communicatio cum cylindris C & D atque cum epistomio O obtinetur, in schematismo non expressus, quia in parte aversa conspiciendus. Ut ut autem cylindri satis exigui sint, celerrime tamen miraque facilitate vasa admodum capacia evacuantur. Tubus PP Mercurium continet, ut ex ejus altitudine de aeris evacuati quantitate judicium fieri possit. Nec silentio prætereundum (id quod perfectionem antliæ *Leupoldianæ* palam loquitur) altitudinem Mercurii, non alias, quam in barometro mutationes intra triduum subiisse, vase in N evacuato, manifesto indicio, quod nihil aeris externi per embolos in illud intrare potuit. Cæterum hæc antlia commode admodum de loco in locum transfertur & magno sumtuum compendio construitur.

Pag. 96. Tab. II. Fig. 3.

CON-

Act. Erud. An. 1713. M. Mart. Pag. 115.

CONTINUATIO DEMONSTRATIONUM JOHANNIS BERNOULLI,

quarum initium Mensi superiori pag. 119. seqq. insertum est.

PROBLEMA I.

§. 35. *Tendat vis uniformis gravitatis directe ad planum horizontis, sitque resistentia ut medii densitas & quadratum velocitatis conjunctim, requiritur tum medii densitas in locis singulis, quæ faciat ut corpus in data quavis linea curva moveatur, tum corporis velocitas in iisdem locis; tum & ratio resistentiæ ad gravitatem.*

Solutio. Sit LC curva data quæcunque; LR ejus axis; IO evoluta, ex cujus nempe evolutione describitur curva LC; radius evolutæ CO pertinens ad punctum C; ejus coradius CG & subradius OG, hoc nomine voco perpendicularem ex centro circuli osculantis ductam ad lineam directionis gravitatis & quæ coradium terminat. Sit quoque EN curva velocitatum, cujus nempe ordinata NR exprimit velocitatem projectilis in C, sicuti EL exprimit velocitatem initialem qua cum illud exit ex puncto L secundum directionem horizontalem, etsi forte curva hanc directionem nusquam habeat, inservit enim hæc suppositio pro omnibus directionibus. Sit porro curva PQV Parabola super communi axe continuato PT descripta, cujus applicata quælibet VT exprimat velocitatem quam grave acquireret si ex altitudine PT sola vi gravitatis descenderet in medio non resistente. Tab. I. Fig. 3. Pag. 116.

§. 36. Hisce ita præparatis, consideremus qua causa fiat, ut projectile in motu suo haud deserat curvam LC, sed ei semper inhæreat quasi alligatum esset extremitati C fili CO, quod ab initio curvæ OI circumplicatum & ad L usque protensum esset, postea evolveretur, & hoc motu corpus curvam LC describeret, utpote quod a filo continue retineretur, ne in quolibet puncto C evaderet secundum tangentem CS, id quod subito soluto filo necessario contingeret, nisi gravitas & medii resistentia hoc impediret: Jam vero cum, ut videtur, libere moveatur projectile in curva, aliquid aliud adesse debet quod fili retinentis vices subeat, quodque in quolibet puncto C tantam vim activam exerat ad trahendum corpus secundum directionem CO, quantam alias re-

Act Erud. An. 1713. M. Mart.

sistentiam passivam præberet filum impediendo tantum ne elaberetur corpus secundum tangentem, quæ resistentia, ut patet, æqualis est vi centrifugæ qua illud naturaliter conatur recedere a centro, dum continuo affectat directionem suam naturalem secundum rectam tangentem in puncto C, in quo versatur.

§. 37. Retinetur itaque projectile in curva LC, quia in singulis hujus punctis urgetur duabus viribus oppositis & æqualibus, una nimirum extrorsum secundum directionem OC, ex gyratione circa O acquisita, altera introrsum secundam directionem CO priori oppositam, quæ producitur ab actione gravitatis normaliter ad curvam derivatæ. Vis prior ex natura corporum gyrantium se habet conjunctim ut quadratum velocitatis directe, &

Pag. 117. longitudo radii CO inverse: posterior vero quæ a gravitate exercetur secundum normalem ad curvam se habet ad ipsam gravitatem absolutam, ut coradius CG ad radium CO, per compositionem virium. Erit igitur ubique $\frac{NR^2}{CO}$ ut $\frac{CG \times G}{CO}$ (per G intelligo gravitatem absolutam) h. e. ob datam G ut $\frac{CG}{CO}$, adeoque NR ut $\sqrt{CG}$, ex quo patet velocitatem mobilis in quolibet puncto C, se habere in dimidiata ratione coradii, hoc est, NR, EL :: $\sqrt{CG}$. $\sqrt{LI}$. Quod erat inveniendum pro velocitate.

§. 38. Resistentia determinatur hoc pacto: Corpus grave verticaliter descendens in medio non resistente dum percurrit T*t* velocitate acquisita VT, acquirit incrementum velocitatis *iu* æquale incremento *bn*, quod acquirit projectile simili velocitate NR percurrendo C*c*; sunt autem corporum æque velocium spatiola percursa T*t*, C*c*, ut tempuscula, quibus percurruntur, tempuscula vero sunt reciproce, ut vires incrementa æqualia velocitatum producentes; Ergo etiam hæ vires sunt reciproce ut spatiola percursa, hoc est G. $\frac{OG \times G}{CO} \pm$ R :: C*c*. T*t* (per R intelligo vim Resistentiæ, quæ ad vim gravitatis normalem & per $\frac{OG \times G}{OC}$ expressam addenda est in ascensu, & subtrahenda in descensu, ad habendam vim retardatricem vel acceleratricem $\frac{OG \times G}{CO} \pm$ R.; notandum itaque in ambiguitate signorum, superius pro ascensu, inferius pro descensu valere.) Porro cum velocitas in L, tanta sit, quantam acquireret, si grave in vacuo hoc est in medio non resistente, neque gravitatem imminuente, quale

quale hic sub *non resistente* semper subintelligitur, descenderet per altitudinem æqualem semiradio Evolutæ, sicuti Hugenius monstravit de corpore circulariter gyrante, nam vis centrifuga in quolibet curvæ puncto tanta censetur, quanta foret, si mobile eadem celeritate gyraret in circulo curvam in eo puncto osculante, quia linea curva & circulus osculator eandem habent curvaturæ quantitatem in puncto osculi. Erit ergo $PD = \frac{1}{2} LI$; & ob $\surd PT . \surd PD ::$ (per naturam parabolæ) $VT . QD :: NR . EL :: \surd CG . \surd LI$, erit $PT . PD :: CG . LI$, unde $PT = \frac{1}{2} CG$, earumq; elementa dPT seu $Tt = \frac{1}{2} dCG$; In superiori itaque analogia

Act. Erud. An. 1713. M. Mart.

Pag. 118.

$G . \frac{OG \times G}{CO} \pm R :: Cc . Tt$, pro $\frac{OG}{CO}$ substituatur æquivalens $\frac{Cb}{Cc}$

& pro Tt scribatur $\frac{1}{2} dCG$, prodibit $G . \frac{Cb \times G}{Cc} \pm R :: Cc . \frac{1}{2} dCG$,

unde $R = \frac{G \times \overline{2Cb - dCG}}{\mp 2Cc}$, vel $R . G :: 2Cb - dCG . \mp 2Cc$: hoc est Resistentia se habet ad Gravitatem ut duplum elementi abscissæ demto elemento coradii ad duplum elementi curvæ propositæ; Quod si vero elementum coradii sit negativum, vel quod idem est si crescentibus abscissis LR, decrescant coradii CG, sicuti fit si curva LC est ex. gr. circulus, habebit se Resistentia ad Gravitatem ut duplum elementi abscissæ auctum elemento coradii affirmative sumto ad duplum elementi curvæ propositæ. Quod erat inveniendum pro Resistentia.

§. 39. Hinc liquet eandem proportionem observari, tam in ascensu quam in descensu projectilium per curvam, hoc tantum discrimine, quod resistentia in ascensu negativa sit, si ea quæ in descensu est affirmativa, & vicissim; Resistentia autem negativa, hoc est talis quæ motum juvet, physice est impossibilis; unde manifestum est, duo media positive resistentia excogitari non posse, in quorum uno ascendens projectile eandem curvam describat, quam describit in altero descendens.

§. 40. Neque igitur in uno medio utcunque variante ratione densitatis mobile describere potest curvam, quæ habeat circa axem duas partes similes vel easdem, adeoque parabolæ omnes cujuscunque gradus (excepta parabola conica, quæ sola in medio non resistente, vel saltem in medio densitatis infinite parvæ describi potest,) & ejusmodi aliæ curvæ, quæ circa axem verticalem ab utraque parte deorsum versus extenduntur in ramos sibi mutuo similes, in natura rerum admitti non possunt, etsi vel maxime mediorum densitates pro arbitrio moderari in nostra pote-

Act. Erud. An. 1713. M. Mart.

testate esset. Ubi enim resistentia in ascensu est positiva eoque nomine physice possibilis, eo ipso fit negativa in descensu & ideo impossibilis; vel vice versa, si possibilis est descendendo, fit pro ascensu impossibilis utpote negativa.

Pag. 119. §. 41. Utrum vero Linea aliqua ascensu an descensu descriptibilis sit, cognoscitur ex ipsa nostra formula $R = \frac{G \times \overline{2Cb - dCG}}{\mp 2Cc}$ in qua si dCG superat $2Cb$, ascensus est possibilis, secus vero descensus; contrarium accidit cum $2Cb$, majus est quam dCG. Ergo ubi neutrum neutro majus est, seu cum $2Cb = dCG$, id quod fit in parabola communi, hoc solo casu ascensus & descensus est possibilis, resistentia quippe tunc nulla est.

§. 42. Quod si vero Linea data LC ejus sit conditionis, ut crescentibus abscissis LR decrescant coradii CG, & ideo etiam velocitates NR, sicuti fit in circulo, erunt elementa dCG negativa, atque ideo R ad G, seu resistentia ad gravitatem ut $2Cb + dCG$ ad $\mp 2Cc$, seu, quemadmodum jam monuimus, ut duplum elementi abscissæ auctum elemento coradii positive sumto ad duplum elementi curvæ ipsius propositæ, cujus rationis exponens cum semper sit negans in ascensu, & semper affirmans in descensu, patet omnes ejusmodi Lineas curvas in universum sumtas pro solo descensu inservire posse, quod in circulo quidem observavit summus Newtonus pag. 266, sed in aliis inobservatum præteriit: Verum & hoc insuper patet, quod obiter tango, pro circulo in specie, in quo elementum coradii positive sumtum, elemento ipsius abscissæ æquale est, haberi R. G :: $3Cb$. $2Cc$ :: (vid. Fig. Newt. pro circulo) 3OG. 2OK, quod jam supra ostensum confirmat.

§. 43. Cum igitur pro determinatione resistentiæ in qualibet curva requiratur cognitio *Coradii* evolutæ, vel circuli osculatoris, non alienum erit, si commodam hic pro eo exhibeam formulam. In Actis Lips. an. 1701. pag. 11. dedi modum universalem exprimendi in differentialibus tantum primis radium osculi seu evolutæ, quippe quem ostendi æqualem esse $\frac{dt^3}{du\,dy^2}$ (per u intelligo quantitatem ex x, y & constantibus utcunque compositam in æquatione differentiali ad curvam $dx = u\,dy$, ad talem enim omnes reduci possunt:) quoniam igitur radius evolutæ est ad suum coradium semper ut elementum curvæ seu dt ad elementum applicatæ seu ad dy, invenietur coradius $= \frac{dt^2}{du\,dy}$.

§. 44.

§. 44. Inventis hoc modo celeritate & resistentia, superest ut medii Densitas D quoque determinetur: Hæc autem ex illis fluit independenter a natura curvæ, nam deducenda est ex sola hypothesi, sive sit arbitraria sive naturalis; Sic si R hic ponatur $= VVT$, hoc est si resistentia sit in ratione composita ex duplicata velocitatis & ex simplici Densitatis, erit $D = \frac{R}{VV}$, seu Densitas erit conjunctim ut resistentia directe & quadratum velocitatis inverse; ita ut nihilo alio opus sit quam supra inventum valorem ipsius R dividere per quadratum velocitatis, sive per coradium CG. Act. Erud. An. 1713. M. Mart. Pag. 120.

§. 45. Si quis hanc regulam sequatur, comperiet quod supra dixi, similem nempe lapsum identidem commissum circa hyperbolam in Opere Newton. pag. 268. ubi Vir Inclytus invenit Resistentiam ad Gravitatem ut XY ad YG (vid. ipsius Fig.) pro quo scribendum est ut 3XY ad 2YG, sicuti etiam pag. seq. 269, qua agitur de hyperbola gradus indefiniti n, pro assignata ratione resistentiæ ad gravitatem ut XY ad $\frac{3nn+3n}{n+2}$ VG, substitui oportet hanc alteram ut XY ad $\frac{2nn+2n}{n+2}$ VG. Necnon p. 274. (serperet enim error per omnia quotquot fierent exempla,) ubi applicatio instituitur ad parabolam indefiniti pariter gradus n, concluditurque Resistentia ad Gravitatem, ut (vid. Fig. Autoris) TG ad $\frac{3nn-3n}{n-2}$ VG, sed rectius ut TG ad $\frac{2nn-2n}{n-2}$ VG; & quidem pro descensu, nam pro ascensu ponendum est ut TG ad $\frac{2nn-2n}{2-n}$ VG; ita ut ascensus hic non quolibet casu sit in natura possibilis, sed tunc tantum quando n simul major est unitate & minor binario, secus enim si extra hos limites cadit, parabola non nisi pro descensu inserviet, hoc est grave cum debita velocitate ex A projectum secundum tangentem, describere quidem potest arcum AX descendendo, sed non arcum AG ascendendo; quod ipse sagacissimus Newtonus animadvertisse non videtur. Sed pergo ad solutionem problematis quod Newtoniano multo est generalius.

PRO-

Act.Erud. An. 1713. M. Mart. Pag. 121.

PROBLEMA II.

§. 46. *Tendat Vis gravitatis non uniformis sed quacunque data lege variabilis, ad punctum aliquod datum tanquam ad centrum virium, sitque resistentia utcunque ex ratione densitatis & velocitatis composita: Quæruntur velocitas, resistentia, & densitas in locis singulis, quæ faciant, ut corpus in data quavis Linea moveatur.*

Tab. I. Fig. 5. *Solutio*. Esto itaque LC curva quævis data; centrum virium X, per quod ducta recta LX pro axe habeatur, & quævis alia CX pro linea directionis; sit item evoluta IO, radius ejus CO pertinens ad quodvis punctum C, coradius CG & subradius OG, angulum rectum facientes ad G. Centro X, radioque XC descripto arcu CR, & eidem proximo *cr*; ad puncta R, *r*, intelligantur applicatæ RN, *rn*, quæ designent velocitates mobilis in C, *c*, ita ut N, *n*, sint in curva velocitatum EN*n*.

§. 47. Concipiatur nunc super axe PD in LX prolongato, parabola PQ, cujus applicata quælibet QD exprimat velocitatem quam in medio non resistente corpus aliquod acquireret, si ex altitudine PD descenderet vi uniformis gravitatis æqualis ei quam habet projectile in L: Concipiatur præterea super eodem axe alia parabola PV, cujus quævis applicata VT similiter designet velocitatem, quam mobile aliquod acquireret si in medio non resistente caderet ex altitudine PT, vi uniformis gravitatis æqualis ei quam projectile habet in distantia RX vel in loco C.

§. 48. Quod si jam velocitatem in C, hoc est applicatam NR determinare lubeat; simili argumento quo supra §. 37. factum est concludam, ob æqualitatem vis centrifugæ & vis oppositæ retractionis a gravitate oriundæ, $\frac{NR^2}{CO}$ se habere ut $\frac{CG \times G}{CO}$ (per G jam intelligo gravitatem vel vim centralem data lege variabilem) adeoque NR^2 ut $CG \times G$, & NR ut $\sqrt{CG \times G}$; hinc sequitur velocitatem projectilis in quovis puncto C, esse in ratione composita ex subduplicata coradii & subduplicata vis gravitatis, seu $NR.EL :: \sqrt{CG \times G}.\ \sqrt{LI \times g}$, per g intelligo vim gravitatis in distantia XL, vel in ipso loco L.

§. 49. Resistentiam venabimur hac ratione: Ex punctis E & N
Pag. 122. ductæ concipiantur duæ rectæ parallelæ axi LX secantes parabolas PQ & PV in punctis Q & V; ex quibus applicentur QD & VT: Quoniam itaque altitudines PD & PT supponuntur spatia percursa in medio non resistente a duobus corporibus, quorum unum a

vi

vi gravitatis uniformis g, alterum a vi gravitatis uniformis G urgetur, erunt per *Theor. II.* celeritates acquisitæ conjunctim in subduplicata ratione tam virium quam spatiorum emensorum, h. e. Act Erud. An. 1713. M. Mart.

$\sqrt{PT \times G}. \sqrt{PD \times g} :: VT. QD :: NR. EL :: \sqrt{CG \times G}. \sqrt{LI \times g}$, adeoque PT. PD :: CG. LI: Est vero ex Hugenianis supra citatis PD $= \frac{1}{2}$ LI; ergo etiam PT $= \frac{1}{2}$ CG. Quare si ducta intelligatur rectæ NV parallela nu, & applicata tu, ut habeatur particula Tt, quam dum corpus per gravitatis vim G velocitate VT percurrit, projectile vero æquali velocitate NR percurrit particulam curvæ Cc, utrumque acquirit æquale velocitatis incrementum, illud nempe iu, hoc bn: unde simili ratione ut supra §. 38. factum elicio G. $\frac{OG \times G}{CO} + R :: Cc, Tt$,

vel etiam G. $\frac{Cb \times G}{Cc} \pm R :: Cc. Tt$.

§. 50. Ut vero innotescat quid hic sit Tt, advertendum est, ob variabilitatem gravitatis G, etiam parabolam PV esse variabilem; quare huic proxima intelligatur parabola Pw, cujus nempe applicata quælibet $w\theta$ exprimat velocitatem acquisitam in medio non resistente pro altitudine Pθ a vi gravitatis uniformis & æqualis ei quam projectile habet in c, vel in distantia Xr, hoc est quæ sit G$+d$G. Sit itaque $w\theta$ applicata ex puncto w, in quo parabola illa secat rectam nu. Jam vero ex eo quod PT sit *semper* $= \frac{1}{2}$ CG, adeoque & P$\theta =$ semicoradio ad punctum c pertinenti, erunt & differentiæ inter se æquales, seu T$\theta = \frac{1}{2} d$CG. Verum ob θw & tu æquales, quæ velocitates denotant in θ & t a gravitatibus uniformibus G$+d$G & G generatas, erunt quoque producta spatiorum percursorum per respectivas gravitates æqualia, utpote quæ quadratis istarum velocitatum proportionantur per *Theor. II.* Hoc est $P\theta \times \overline{G + dG} = Pt \times G = \overline{P\theta + \theta t} \times G$, & demtis æqualibus remanebit $\theta t \times G = P\theta \times dG =$ (ob differentiam inassignabilem inter PT & Pθ) $PT \times dG$, ideoque $\theta t = \frac{PT \times dG}{G}$, aggregando itaque T$\theta$ & θt, habebitur $Tt = \frac{1}{2} dCG + \frac{PT \times dG}{G} =$ Pag. 123.

(ob PT $= \frac{1}{2}$ CG) $\frac{1}{2} dCG + \frac{CG \times dG}{2G} = \frac{G \times dCG + CG \times dG}{2G}$

$= \frac{\overline{dCG \times G}}{2G}$. Suffecto hoc valore ipsius Tt in analogia superiori

Act.Erud. An. 1713. M. Mart. riori prodit G. $\frac{Cb \times G}{Cc} \mp R :: Cc. \frac{d\overline{CG \times G}}{2G}$ ex qua habetur R

$$= \frac{2Cb \times G - d\overline{CG \times G}}{\mp 2Cc}.$$

§. 51. Quod ut symbolice exprimatur (positis Rr vel Cb, dx; bc, dy; Cc, $dt = \sqrt{dx^2 + dy^2}$,) velocitas quæ supra inventa est proportionalis ipsi $\sqrt{\overline{CG \times G}}$, vocetur v, adeoque vv pro $CG \times G$, & $2vdv$ pro $d\overline{CG \times G}$ scribi potest; quo facto Resistentia R erit $= \frac{Gdx - vdv}{\mp dt}$.

§. 52. Nota interim, quod cum Rr vel Cb vel dx considerari possit tanquam differentiale ipsius XC vel XR æque ac ipsius LR, cum qua crescente, & ipsa vis gravitatis G & velocitas v ut crescentes supponuntur, dum in Schemate parabola Pw major quam parabola PV & recta rn major quam recta RN repræsentantur; hinc quoque in applicatione regulæ ad exempla, dx & dG contrariis signis sunt afficiendæ, si XC vel XR vocetur x, quia tunc x & G contraria ratione crescere supponit figura: adeoque manente dG & dv cum signo suo, pro $+dx$ scribendum est $-dx$, & $+dx$ pro $-dx$. Sed si LR dicatur x, nihil in signis mutandum erit, quod majoris cautelæ gratia monuisse sufficiat.

§. 53. Densitas medii post velocitatis & resistentiæ inventionem ex qualibet hypothesi assumta nunc sponte fluit, ut supra jam vidimus; ex. gr. si $R = vvD$, hoc est si resistentia supponatur in ratione composita ex simplici densitatis & duplicata velocitatis, habebitur vicissim Densitas ut Resistentia directe & quadratum velocitatis inverse, adeoque $D = \frac{R}{vv} = \frac{Gdx - vdv}{\mp vv\,dt}$. Et in universum si supponatur $R = v^n D$ (per n intelligo exponentem cujusvis potestatis) erit utique $D = \frac{R}{v^n} = \frac{Gdx - vdv}{\mp v^n\,dt}$.

§. 54. Ad exempla non descendo, cum præsertim hanc mate- Pag. 124. riam alio modo & via analytica jam olim pertractaverim, cujus quoddam specimen, ante aliquot annos Illustr. Academiæ Scient. Reg. Gall. exhibui, commentariis suis annuis si dignum deprehenderit publicandum, quod quidem jam factum percipio in Tomo

ad

ad An. 1710. qui nuper demum prodiit. Unici tamen exempli loco, quod instar omnium sit sumamus Spiralem logarithmicam, quæ radios omnes ex centro virium ductos intersecat ad angulos rectos. Act. Erud. An. 1713. M. Mart.

§. 55. Esto igitur LC talis spiralis, centrum virium X, ex quo ducta quælibet XC, faciat cum curva angulum datum XCc, cujus secans sit ad sinum totum ut m ad 1. Ponatur vis gravitatis, vel vis centripeta, reciproce ut dignitas quælibet n data, distantiæ locorum, aut quod perinde est ponatur $G = \frac{1}{XC^n} = XC^{-n}$, ut & $R = vvD$. Nunc quoniam in hac curva puncta G & X coincidunt, sive $GC = XC$, erit $v\ (\sqrt{CG \times G}) = XC^{\frac{1-n}{2}}$, R $\left(\frac{Gdx - vdv}{\pm dt}\right) = \frac{3-n}{\mp 2m} XC^{-n}$, & $D\left(\frac{R}{vv}\right) = \frac{3-n}{\mp 2m} XC^{-1}$; hoc est velocitas in singulis locis C est ut dignitas distantiæ locorum, cujus index est $\frac{1-n}{2}$; Resistentia ut ejusdem alia dignitas cujus exponens est $-n$ multiplicata per coefficientem $\frac{3-n}{\mp 2n}$, vel, quia hic invariabilis est, simpliciter ut distantiæ dignitas exponentis $-n$, nisi sit $n = 3$, quo casu evanescente isto coefficiente, & ipsa resistentia evanesceret seu evaderet nulla: Densitas demum est, ut distantiæ dignitas cujus index est -1, ducta etiam in coefficientem $\frac{3-n}{\mp 2m}$, vel simpliciter reciproce ut distantia locorum: nisi sit pariter $n = 3$, nam & Densitas hoc casu evanesceret; quod quidem ex resistentia evanescente statim manifestum erat. Ex quibus omnibus varia fluunt consectaria. Tab. I. Fig. 5.

CONSECT. I.

§. 56. Si n major quam 3, spiralis per ascensum; sin minor, per descensum describitur; si vero $n = 3$, poterit illa per ascensum & per descensum describi, tunc enim tam densitas quam resistentia nulla est, unde patet spiralem logarithmicam describi in medio non resistente, cum vis gravitatis seu vis centripeta est reciproce ut cubus distantiæ a centro virium, quod in ipso centro curvæ existit; prorsus ut Newtonus invenit pag. 47. licet vox *reciproce* ibi sit omissa, lapsu ut credo typothetæ. Pag. 125.

Act. Erud. An. 1713. M. Mart.

CONSECT. II.

§. 57. Sequitur ex nostra demonstratione, Virum sæpe laudatum propositioni suæ *XV*. pag. 284. non omnem dedisse amplitudinem, quam dare potuisset, quando dicit, *Si medii densitas in locis singulis sit reciproce ut distantia locorum, sitque vis centripeta in duplicata ratione densitatum*, quod *corpus gyrari potest in spirali, quæ radios omnes a centro illo ductos intersecat in angulo dato;* si enim dixisset in *quacunque multiplicata ratione densitatum*, propositio in hoc ampliori sensu sumta non minus vera fuisset: quovis quippe numero pro n admisso in dignitatem distantiæ locorum exurgit medii densitas reciproce ut ipsa distantia, excepto si vis casu quo $n=3$, qui densitatem facit nullam vel potius infinite parvam, ita ut aliquo sensu etiam sit reciproce ut distantia locorum; cum nihil obstet, quo minus infinite parva inter se comparentur, non minus quam finita.

CONSECT. III.

§. 58. Quandoquidem igitur supposita vis centripeta in quacunque ratione multiplicata distantiæ sive directa sive reciproca, semper requirit pro spirali logarithmica describenda medii densitatem reciproce ut distantiam simplicem; revidendam commendamus Ill. Newtono demonstrationem suam prop. 16. p. 288. qua asserit *medii densitatem posse esse reciproce, ut quævis dignitas distantiæ locorum, dummodo vis centripeta sit reciproce ut distantia in dignitatem illam ducta*.

CONSECT. IV.

§. 59. Cum supra §. 49. inventa sit $PT = \frac{1}{2} CG$, sequitur corpus in medio non resistente gyrari posse in circulo cujus radius $= CG$, quando eadem vi gravitatis ad centrum urgetur & eadem celeritate gyratur quam habet mobile in curvæ puncto C: fiunt enim hoc pacto vis centripeta & vis centrifuga æquales: Unde in speciali exemplo Logarithmicæ spiralis, ubi punctum G cadit in X, velocitas in loco quovis C, ea semper est, qua cum corpus in medio
Pag. 126. non resistente gyrari potest in circulo ad eandem a centro distantiam XC: quod idem invenit Vir summus, quanquam pro sua tantum hypothesi nimis restricta de vi centripeta in duplicata ratione densitatis. vid. Coroll. 1. pag. 285.

CONSECT. V.

§. 60. Mutetur jam spiralis obliquitas, ita ut anguli XCc secans sit ad sinum totum, ut p ad 1; erit jam densitas ad densitatem

in priore ut $\frac{3-n}{+2p}$ XC^{-1} ad $\frac{3-n}{+2m}$ XC^{-1}, hoc est, si datur distantia XC, ut $\frac{1}{p}$ ad $\frac{1}{m}$; adeoque densitas proportionalis est $\frac{Cb}{Cc}$, sive $\frac{OG}{OC}$; si vero distantia illa non datur, erit densitas ut $\frac{OG}{OC \times XC}$: Quod congruit Coroll. 2. Newtoniano p. 285. & 286. quamvis ex particulari hypothesi deducto. Act. Erud. An. 1713. M. Mart.

CONSECT. VI.

§. 61. Vis resistentiæ $\frac{3-n}{2m}$ XC^{-n} positive sumta est ad vim *centripetam* XC^{-n} ut $\frac{3-n}{2}$ ad m; in hypothesi vero particulari ubi $n=2$, erit ut $\frac{1}{2}$ ad m; hoc est ut $\frac{1}{2}$ Cb ad Cc sive ut $\frac{1}{2}$OG ad OC; Sic igitur tertium Coroll. Newton. p. 286. in hoc tantum casu valet. Idem etiam de Coroll. seq. 4. dici potest: Nam licet in casu isto corpus nequeat gyrari in spirali logarithmica, nisi cum vis resistentiæ minor est quam dimidium vis centripetæ, potest tamen gyrari in quacunque sint alia ratione duæ illæ vires, si tantum n debito modo major minorve supponatur quam 2: Si ex. gr. $n=1$, hoc est si vis centripeta sit ut ipsa medii densitas, vel reciproce ut *distantia locorum*; erit vis resistentiæ ad vim centripetam ut 1 ad m, nempe ubique ut Cb ad Cc seu ut OG ad OC, unde patet corpus in hac spirali gyrari posse, modo vis resistentiæ minor sit quam tota vis centripeta. Et quod singulare est in hoc casu, velocitas ubique est uniformis, fit enim $v\left(XC^{\frac{1-n}{2}}\right)=XC^{\frac{0}{2}}=1$.

CONSECT. VII. Pag. 127.

§. 62. Liquet porro, cum in velocitatis expressione $v=XC^{\frac{1-n}{2}}$ non ingrediatur littera m, fore velocitatem in distantiis, a centro æqualibus in omnibus hisce spiralibus æqualem, adeoque tempora ascensus vel descensus esse ut ipsas longitudines spiralium, & quidem in generali hypothesi, sicuti Newton. pag. 286. Coroll. 5. idem indicat pro casu particulari $n=2$. Sed multa alia prætereo, atque Lectori ut quousque nostra cum Newtonianis conveniant, ipse examinare possit, lubens relinquo.

§. 63. Quod superest non necesse duco, ut multis moneam, Re-

Act. Erud. An. 1713. M. Mart. gulam nostram generalem de motu projectilium in mediis resistentibus comprehendere etiam casus omnes qui formari possunt de mediis non resistentibus. Velocitas quippe quæ independenter a resistentia se habet ut $\sqrt{CG \times G}$ si ducitur in tempusculum quo percurritur lineola Cc, & quod tempusculum in medio non resistente proportionale esse areæ circa centrum virium descriptæ, hoc est, triangulo CXc vel ejus duplo $CX \times bc$ eleganter demonstravit Newtonus pag. 37. provenit ipsa lineola percursa Cc, ut productum, nempe ut $CX \times bc \times \sqrt{CG \times G}$; (est enim spatium uniformi velocitate percursum in ratione composita ex velocitate & tempore) sumtisque quadratis erit Cc^2 ut $CX^2 \times bc^2 \times CG \times G$; unde G se habebit ut $\frac{Cc^2}{CX^2 \times bc^2 \times CG}$; seu (quia ducta perpendiculari XS ad tangentem $\frac{Cc}{bc} = \frac{CX}{SX}$, & ob similia triangula OCG & XCS, $CG \times CX = OC \times SX$) ut $\frac{CX}{OC \times SX^3}$, quod ipsissimum est Theorema pro lege virium invenienda ex natura curvæ datæ, mihi olim sed sine demonstratione transmissum a pereximio Geometra Abrahamo Moyvræo, a me postea cum demonstratione quamvis ex alio fundamento petita remissum. Eo itaque instar formulæ uti licebit ad determinandam vim centripetam ex natura curvæ datæ, sive etiam hanc ex illa, & ex utravis celeritatem ac tempus periodicum.

§. 64. Hoc vero magni discriminis observandum est inter utrumque, quod prius ubi data curva quæritur vis centripeta, peragitur per methodum differentialium directam, adhibendo nudam tantum & simplicem terminorum differentiationem: Sed posterius, quo nempe ex data lege virium quærenda est curva, paulo plusculum laboris requirit in quibusdam exemplis, in quibusdam aliis ne quidem in potestate adhuc est, concessis licet figurarum quadraturis: nam tunc consulenda venit methodus integralium, quæ prioris est inversa, sed nondum ad optatam perfectionem evecta. Pag. 128.

§. 65. Interim quod non est silentio prætereundum, sæpe per hanc methodum, ut fieri solet, plures diversi generis curvæ eidem quæsito satisfaciunt: Sic ex. gr. si quæratur curva quam mobile in medio non resistente describit, supposita vi centripeta in ratione reciproca cuborum distantiarum, cui quæsito supra cum Celeb. Newtono diximus respondere Spiralem Logarithmicam; præterea aliam alius generis spiralem satisfacere dudum observavi, quæ hanc

hanc habet naturam, ut ducta recta ex umbilico ad quodvis in curva punctum sit reciproce proportionalis angulo, quem eadem recta cum alia positione data constituit: vel quod eodem recidit. Sit X centrum circuli ABH & simul umbilicus spiralis CDE, hac proprietate gaudentis, ut ad ejus quodvis punctum C ducta recta XC se habeat reciproce ut arcus AB initium sumens a puncto quodam fixo A, seu si mavis ut rectangulum XC × AB sit dato æquale, ita ut non incongrue hæc spiralis vocari possit *Hyperbolica*, vel etiam *Archimedea inversa*, utpote quæ cum *Archimedea ordinaria* hoc commune habet, quo in utraque distantiæ punctorum ab umbilico sint proportionales circulationibus emensis, in Archimedea vulgari *directe*, in Nostra vero *inverse*. Act Erud. An. 1713. M. Mart. Tab. I. Fig. 6.

§. 66. Ut itaque hæc nostra Spiralis Hyperbolica CDE, (quæ asymtoton habet LM parallelam rectæ XA, & ab ea distantem intervallo æquali arcui AF, vel cuicunque alii arcui concentrico GC inter axem XA prolongatum, & curvam ipsam intercepto, omnes namque isti arcus sunt inter se æquales) ut, inquam, hæc spiralis describi possit in medio non resistente, dico, requiri vim centripetam quæ sit in triplicata ratione reciproca distantiarum: Hoc ita se habere non secus ac in spirali logarithmica, facile quivis per regulam nostram comperiet.

§. 67. Neque hoc satis est; dico præterea, non tantum infinitas esse curvas, quæ reciprocam rationem triplicatam distantiarum pro lege virium admittant, sed & ex utraque curvarum classe vel potius ex earum duobus summis generibus, nempe tam algebraicarum quam transcendentium suppetere quasdam species quamvis diversissimas: Sunt enim quædam ad quarum constructionem requiritur comparatio linearum circularis & rectæ, quædam aliæ quæ supponunt comparationem arearum circuli & hyperbolæ, quædam etiam, ubi arcus circulares secum invicem comparandi veniunt, atque inter has, quod mireris, innumeræ dantur prorsus algebraicæ, magis minusque compositæ & ad quemvis dimensionis gradum ascendentes: cui asserto ut fidem faciam, docebo hic naturam harum curvarum, pro quibus legem virium centripetarum ope theorematis Moyvræani supra demonstrati quilibet facile inveniet, ac videbit eam eodem modo se habere ut in duabus spiralibus logarithmica & hyperbolica. Quomodo vero ad ipsarum curvarum cognitionem me perduxerint calculi integralis certa compendia mihi usitata, non est hujus loci ut explicem. Pag. 129.

§. 68. Ecce interim Curvarum illarum ex arcuum comparatione universalem constructionem. Per centrum virium quod sit in X ductæ rectæ pro axe inservienti XA, agatur intervallo arbitrario parallela ZG; dein centro X descriptis arcubus concentricis Tab. I. Fig. 7.

tricis

Act. Erud. An. 1713. M. Mart. tricis AM, BN, CO &c. qui singuli ad partem suam a parallela ZG terminatam, habeant datam aliquam rationem constantem, nimirum ut sit $a.b$ :: AG. AM :: BH. BN :: CI. CO :: &c. orietur curva MNOP, quæ algebraica est si ratio data a ad b sit numeri ad numerum, quamvis pro rationis illius diversitate diversæ quoque dimensionis curva existat, secus vero si a & b sint incommensurabiles, erit curva transcendens. Utcunque autem se habeat ea ratio a ad b, & qualiscunque inde emergat curva sive algebraica sive transcendens, dico fore hanc curvam semper ejus naturæ, ut ad ipsam describendam corpus requirat vim centripetam tendentem ad punctum X atque cubis distantiarum reciproce proportionalem; hoc est ut vis in loco M sit ad vim in loco quovis alio N, ut vicissim XN^3 vel XB^3 ad XM^3 vel XA^3. Curva hæc raris affectionibus gaudet, habet enim primo duas asymtotos a centro virium X æqualiter remotas, nempe distantia quæ est quarta proportionalis ad a, b & perpendicularem XZ, Pag. 130. atque una ex illis asymtotis parallela est axi XA, atque altera cum eadem angulum facit qui se habet ad angulum rectum ut $2b$ ad a. Quod insuper animadversione dignum est, si b aliquoties superet $2a$, curva priusquam desinat in asymtotos, tot gyros integros circa centrum X conficit quot sunt unitates in $\frac{b}{2a}$. Et in specie quidem si $b=2a$, curva semel tantum circa centrum circulatur, ab una nimirum extremitate infinita procedens & in alteram desinens: ita ut jam ambæ asymtoti sint axi parallelæ & ab eodem distantes intervallo quod duplum est intervalli parallelæ ZG, h. e. duplum perpendicularis XZ. Si b minor quam a, curvæ MNOP erit convexa versus axem XA, eamque tunc describere potest mobile si vis centripeta sit negativa, hoc est, si mutetur in vim centrifugam, proportionalem tamen reciproce cubis distantiarum a centro X. Sed nimium hisce immoror, pergo ad alia.

§. 69. Quemadmodum igitur ex eo quod pro gyratione corporis in spirali logarithmica requiritur vis centripeta in reciproca triplicata ratione distantiarum, male quis concluderet hujus propositionis conversam, asserendo nempe *quod ergo vicissim posita hac lege vis centripetæ necesse sit, ut curva existat spiralis logarithmica;* siquidem altera spiralis nostra Hyperbolica & aliæ multæ curvæ tam algebraicæ quam transcendentes eadem virium lege gaudeant: Ita quoque ex eo quod demonstratur corpus gyrans in Sectione conica centro virium existente in foco requirere vim centripetam reciproce proportionalem quadratis distantiarum, non sine aliqua paralogismi specie colligitur, supposita ista virium centripetarum pro-

por-

portione curvam motu corporis describendam fore Sectionem Conicam, tametsi Newtonus ipse in eundem lapidem impegerit, vid. pag. 55. Coroll. II. ut & in simili casu pag. 49. Coroll. I. nisi prius demonstretur, hic se rem aliter habere quam in hypothesi virium cubis distantiarum reciproce proportionalium quam diversis curvis convenire posse ostendimus; atque sectiones conicas solas esse, quæ admittant vires in duplicata reciproca ratione distantiarum. Act. Erud. An. 1713. M. Mart.

§. 70. Hanc autem conversam primus ego, quod sciam, inveni ac demonstratam dedi prælaudatæ Acad. Reg. Scient. Gall. quam postea, me monente, sua quoque Demonstratione munivit Celeb. noster Hermannus; ita ut nunc de Orbitis Planetarum veram Ellipsium conicarum formam habentibus dubitare amplius non liceat, concessa scilicet eorum attractione versus Solem quadratis distantiarum reciproce proportionata: de qua veritate antea certi esse non poteramus; quid si enim plures curvæ diversi generis eidem huic virium centralium legi respondissent, ut alteri isti reciprocæ *triplicatæ* respondere vidimus? sane non video, cur Ellipses potius quam alias curvas, quæ æque satisfacerent, Planetarum Orbitis attribueremus. Pag. 131.

§. 71. Atque hactenus prolata sunt quędam tantum ex Observationibus jam olim mihi subnatis ex lectione Operis Newtoniani; ea vero nunc demum cum publico communicare volui, quia intelligo, alteram hujus Operis Editionem parari, quæ hoc adhuc Mense quo hæc scribo prælum sit evasura, multis annotationibus, correctionibus, novisque inventis aucta & exornata; inter quas correctiones eam quoque conspectum iri audio, quam supra §. 32. inserui de non recte definita ratione resistentiæ ad gravitatem in Opere Newtoni pag. 265. quamque Vir incomparabilis ab Agnato meo Nicolao Bernoullio studiorum nostrorum Cultore solertissimo nuper in Anglia degente ante absolutam impressionem novæ editionis opportune monitus, singulari scheda libro suo inserere non fuit dedignatus.

§. 72. Hanc vero materiam præ ceteris enucleandam duxi, quod ea, fatente Viro summo pag. 290. perplexæ esset disquisitionis atque adeo explanationem & dilucidationem imprimis requireret; num vero scopum attigerim, judicium sit penes Lectorem: hoc mihi saltem suffecerit, ubi videro ipsum Newtonum hæc mea qualiacunque approbaturum; si mihi præsertim tam felici esse contingeret, ut quæ Vir laudatissimus de hoc argumento ediderit correctiora (secundæ quippe curæ emendant priores) ea cum hisce meis essent, si non prorsus eadem, saltem quod spero non dissentanea.

§. 73. Ceterum agnoscet, opinor, incomparabilis Newtonus, me hic aliud nihil intendisse, quam quod ipse petit a Lectore suo

Act.Erud. An. 1713. M. Mart. Pag. 132.

in fine præfationis: abfuit nimirum longissime animus reprehendendi lapsus in materia tam difficili; quin potius eos candide corrigere, defectus quosdam (quorum pauci sunt in tam vasto opere) benigne supplere, atque veritatem novis conatibus investigare, fuit id quod ubique mihi proposui.

Additio ad §. 38.

Ut analogia inter resistentiam & gravitatem quæ hic uniformis supponitur, ($R.G :: 2Cb - dCG. \mp 2Cc$,) exponi possit per quantitates ordinarias & finitas, pro universali formula: Concipiantur coradius *cg*, & subradius *og*, priori coradio & subradio proximi, quorum ille secet OG in puncto F. Sitque OH radius evolutæ *secundæ*, per cujus nempe evolutionem generatur evoluta *prima* IO. Sit pariter Evolutæ secundæ coradius OM & subradius HM. Hinc quia per naturam Evolutarum $CO.OH :: Cc.Oo$ & $OH.HM$ ($:: CO.CG$)$:: Oo.Fg$, erit ex æquo $CO.HM :: Cc.Fg$, unde $Fg = \frac{HM \times Cc}{CO}$; adeoque dCG hoc est $cg - CG$ vel $Fg - Cb$ $= \frac{HM \times Cc}{CO} - Cb$, & $2Cb - dCG = 3Cb - \frac{HM \times Cc}{CO}$: quo substituto in analogia nostra $R.G :: 2Cb - dCG. \mp 2Cc$, mutatur in hanc $R.G :: 3Cb - \frac{HM \times Cc}{CO}. \mp 2Cc$, in qua si porro subrogentur pro Cb & Cc earum proportionales OG & CO, prodibit hæc nova $R.G :: 3OG - HM. \mp 2CO$; Hoc est, quod resistentia se habebit ad Gravitatem ut triplum subradii evolutæ primæ multatum subradio evolutæ secundæ, ad duplum radii ipsius evolutæ primæ. Ex quo statim judicare licet de possibilitate physica ascensus vel descensus per curvam: Si enim $3OG - HM$ sit quantitas negativa, vel quod idem est, si subradius evolutæ secundæ major sit triplo subradii evolutæ primæ, ascensum pronunciabimus possibilem; sin ille minor sit triplo hujus, hoc descensum physice possibilem arguet: Si vero æqualis sit, quod fit in parabola ordinaria, natura utrumque admittet, nam resistentia tunc nulla est. Quod attinet ad formulam §. 50. qua exprimitur resistentia $R = \frac{2CB \times G - \overline{dCG \times G}}{\mp 2Cc}$, ubi supponitur vis gravitatis variabilis, pro diversa ratione distantiarum a centro virium, posset illa quoque universaliter exponi per quantitates finitas si tempus & locus id permitteret; sed aliquid Lectori nostro faciendum relinquimus.

S. B.

Act. Erud. An. 1713. M. April. Pag. 159.

S. B. ANIMADVERSIONES QUÆDAM

ad JACOBI GRONOVII *Emendationes in Suida*, conjunctim editas cum Decretis Romanis & Asiaticis, &c.

Quorum mentio in Actis nostris facta Anno super. p. 411.

IN his Decretis prius adhuc monemus, Epistolam Dolabellæ ad Ephesios, quæ habetur pag. 4. minus recte sic inchoari: Ἐπὶ Πρυτάνεως Ἀρτέμωνος Ληναιῶνος πρώτῃ Δολαβέλλας αὐτοκράτωρ Ἐφεσίων βουλῇ καὶ ἄρχουσι καὶ δήμῳ χαίρειν. Quis credat Imperatorem Romanum signavisse tempus indicatione magistratus ejus Civitatis ad quam scribebat, & non potius ejus unde scribebat, vel multo magis quibus Coss.? illa igitur prima verba ad antecedentia sine dubio pertinent, ut sit: γράψας καὶ τῇ Ἐφεσίων πόλει πρωτευούσῃ τῆς Ἀσίας περὶ τῶν Ἰουδαίων ἐπὶ πρ. Ἀρτ. &c. ἡ δὲ ἐπιστολὴ τοῦτον περιεῖχε τὸν τρόπον. Δολαβέλλας αὐτ. &c. Sane versio antiqua hujus loci, quam Vir Clar. adducit p. 48. antecedentibus annectit temporis notationem; etsi non ante, verum post hæc verba ἡ δὲ ἐπιστολὴ τοῦτον περιεῖχε τὸν τρόπον, quæ etiam aliter videtur legisse ejus auctor: & sane illud περιεῖχε suspectum videri possit; mallem utique pro eo hic simplex. Præterea p. 18. editum: ἵνα τε μηδεὶς ἀτελὴς ᾖ ἐκ τῆς Ἰουδαίων χώρας ἢ τῶν λιμένων αὐτῶν ἐξάγων. Latine ita: *& ne quis immunis transeat ex Judæorum regione aut ex portubus eorum educens*; nempe illud ᾖ *transeat* putatur significare; posset fortasse si scriberetur ἴῃ vel ἴοι. Sed non est necesse; delendum potius ἐκ illud, & vertendum: *ut ne quis sit immunis*. Pag. 20. lin. 2. est ἀπεθείμεθα, quod vix est Græcis notum; ἀποτεθείμεθα dicere possunt, sed hoc ibi non quadrat. Sine dubio scribendum ἀπεθέμεθα. Paulo post in ὁ τὴν ἐπιστολὴν ἡμῖν ἀποδοὺς, mallem ἐπιδοὺς. Pag. 24. editum ἐπιτραφθῷ αὐτοῖς, quod Latine conversum: *concedatur eis*, atqui hoc ita scriptum, est primæ personæ, & longe aliud significat, v.g. ἐὰν ἐπιτραφθῶσι Pag. 160.

Act. Erud. An. 1713. M. April. *ſi alicui rei præficiar*; quod ſi ſcribatur *ἐπιτετράφθω αὐτοῖς*, hoc jam erit *concedatur eis*. Hæc non obtrectandi animo annotavi, nec quaſi parum ſentiam quanta ſint & quam præclara Viri Clariſſimi in Remp. literariam merita; ſed quia prodeſt detegi & monſtrari errores, ut vitentur. Nec debet vel is, qui forte unum alterumve nævum in aliis animadverterit, aut ab alio notatum invenerit, propterea inſoleſcere, illosque contemnere: cum nemo qui homo natus eſt, poſſit non errare, aut ſolus omnia perſpicere; vel is, qui erroris admonetur, ſtatim iras concipere & maledictis ulciſci monentem; cum liceat & decorum ſit, placide
Pag. 161. & modeſte ſua quemque defendere, ubi ſe erraſse non putaverit: viciſſimque oſtendere, alteri etiam aliquid excidere potuiſse. *ἀγαθὴ δ' ἔρις ἥδε βροτοῖσι.* Sed nunc ad emendationes in Suida veniamus.

Natæ ſunt illæ Viro Clar. occaſione Codicis MS. qui Iſaaci Voſſii fuerat, & ex Anglia Leidam juſſu Illuſtrium iſtius Academiæ Curatorum translatus, in manus ejus pervenit. Indicio Viri Clar. nunc primum diſcimus, Suidam non tantum illud Lexicon ſcripſiſſe quod ſub ejus nomine habemus, verum etiam eundem eſſe auctorem illius quod ſine auctoris nomine dicitur & habetur Etymologicum magnum: aut certe illum aliud tale itidem edidiſſe, id quod unam illius Codicis Voſſiani partem conſtituit. Operæ pretium autem ſe facturum putavit Vir Cl. ſi alteram partem Codicis illius conferret cum Suidæ Editione Cantabrigienſi, & Emendationes quasdam erueret. In præſenti itaque tres priores literas percurrit; de reliquis poſt, ut ait, deliberaturus. Nos hic ſpeciminis loco afferemus aliqua ex illis Emendationibus, unde appareat bonus vel ſequior ejus operæ ſucceſſus. Recte Cl. Kuſterus in v. Ἀριστέας aliquid deeſſe putat his verbis: *ἔγραψε δὲ ἔπος καὶ καταλογάδην Θεογονίαν εἰς ἔπη ά.* nam abſurde diceretur Ariſteas ſcripſiſſe Theogoniam ſoluta oratione, quæ tamen tot vel tot verſibus conſtiterit, quaſi eadem oratio ſimul & ſoluta & ligata eſſe poſſit; ergo ſic in Notis ſupplet ac diſtinguit: *ἔγραψε δὲ ἔπος καὶ κατα-*

λογά-

λογάδην τινά. καὶ Θεογονίαν εἰς ἔπη α. i. e. *Scripsit autem iste etiam soluta oratione quædam; & Theogoniam, usque ad mille versus.* Ubi tamen τινά non plane necesse erat addi. Contra Cl. Gronovius non addi quicquam, sed potius omitti vult, nempe α illud numerale, quia id non habeatur in MS. illo: & ita locum constituit ac Latine vertit ἔγραψε δὲ οὗτος καὶ καταλογάδην, Θεογονίαν εἰς ἔπη. *Scripsit autem hic quoque soluta oratione, Theogoniam per versus.* Sed ut nihil dicam de interpunctione, quæ recte facta est a Clar. Kustero; quamvis demto illo α numerali, non magis leniter jam fluit oratio, carens conjunctione καὶ ante vocem Θεογονίαν vel post eam, δὲ, quæ ambæ etiam locum habent, sic: καὶ Θεογονίαν δέ. Imo potius non recte ablatum esse inde illud α, & necessario mentionem numeri sive illius, sive alterius alicujus ibi factam fuisse, quilibet videbit, qui recte intellexerit illud εἰς ἔπη α, nempe ita ut nos ante interpretabamur. Dum autem id vertitur: *scripsit per versus*, in eo certe, καὶ ὅπως μὴ ὀργισθῇς ὦ ἀγαθέ, non leviter peccatur. Nec exempla quæ afferuntur, quicquam prosunt; imo unum ex iis plane adversatur, hoc, ex v. Γεώργιος. Ἐξαήμερον δὲ ἰάμβων εἰς ἔπη τρισχίλια. hoc plane suadet retinendam esse numeralem notam α, non delendam: & locum ita vertendum ut nos fecimus, ut significetur, quousque numerus versuum excreverit. Reliqua duo exempla: ἐγκώμιον εἰς τὸν μάρτυρα Ἀναστάσιον. & ex v. Ἄρατος, Ὕμνους εἰς Πᾶνα, aliena sunt, & nihil ad rem faciunt. Melius res geritur in v. Ἄρκτος, ubi pro vulgato, τῆς πλαδωσάσης ἄρκτου τινὰς ἀρκτεύειν, ex MS. τῆς πλαδωσάσης ἄρκτου ποινὰς ἀρκτεύειν afferitur. In v. Ἀτιμότερον locus autoris incerti extat corruptus, quod Editio Cantabrigiensis indicat præfixo asterisco * Εἰν ἀΐδῃ γὰρ μένων Θερσίτης οὐδὲν ἀτιμότερος, qui tamen sensum aliquem exhibet: *Apud inferos enim manens Thersites non est inhonoratior.* In his autem Emendationibus ex MS. ita constituitur:

. . . . . ἐν ἀΐδαο

Γὰρ μὲν ὁ Θερσίτης οὐδὲν ἀτιμότερος,

Act. Erud. An. 1713. M. April.

Pag. 162.

 nem-

Act Erud. An. 1713 M. April. nempe ut sit finis hexametri cum pentametro, nullo interim apparente sensu; hæc enim nihil aliud possunt significare quam hoc: *Apud inferos enim ipsum Thersites non inhonoratior*. Præterea versus inchoatur a γὰρ præter morem, Edit. Act. de qua re aliquid diximus anno 1711. p. 31. seq. & p. 299. Quod si quidlibet Lectori obtrudendum est, en conjecturam nostram. De inferis aliquid dici videtur more Lucianeo. Apud Lucianum Nireus formosissimus Græcorum, qui ad Trojam pugnarunt, & Thersites omnium turpissimus, introducuntur de forma certantes post mortem apud inferos sub judice Menippo. Hic eam litem ita decidit: οὔτε σὺ, οὔτε ἄλλος (ἐνταῦθα) εὔμορφος. ΙΣΟΤΙΜΙΑ γὰρ ἐν ᾅδου, καὶ ὅμοιοι ἅπαντες. Tale quid & ille Poeta dicere voluisse videtur; forte quasi Thersites a Nireo contemtus, illum objurgaverit. atque hoc pacto ex priore versu exciderit verbum νείκεσσεν, aut simile, ut sit:

- - - - νείκεσσεν ἐν ἀΐδαο
Νιρέα Θερσίτης οὐδὲν ἀτιμότερος.

Vocis Νιρέα vestigium aliquod apparet in γάρ μιν. Sed quia in Editionibus etiam vocis Μένιππος extat vestigium in μένων, nec hoc debet negligi: & fortasse plures voces exciderint, ut tale quid fuerit oratione prosa: ἐν ᾅδου γὰρ, Pag. 163. Μένιππος ἔφη, Νιρέως Θερσίτης οὐδὲν ἀτιμότερος, non jam quasi apud inferos res geratur. Hoc Menippi dictum videtur Luciano occasionem dedisse illius dialogi. In v. Αὐτόχθονες legitur Αὐτόχθονες οἱ Ἀθηναῖοι. deinde mox: Αὐτόχθονες δὲ καὶ Ἀρκάδες, καὶ Αἰγινῆται, καὶ Ἀθηναῖοι. ubi ultima vox merito suspecta est Cl. Gronovio, partim quia ultimo loco Athenienses commemorentur, quibus primus locus potius erat assignandus: partim quia jam indicatum fuerit, eos αὐτόχθονας dici. Itaque ex MS. reponit Θηβαῖοι, de quo dubitandum non esse putat, si quis ad Ogygum & Ectenas respiciat, quod sane ita est. Sed potuerunt etiam ita dici propter Spartos, sub Cadmo: ut Æginetæ propter Myrmidonas sub Æaco primum in Ægina ex terra natos. Omnino etiam illud καὶ in Αὐτόχθονες δὲ καὶ indicat,

eat, præter Athenienses, alios ibi, non illos ipsos iterum commemoratos fuisse. Placet etiam emendatio loci illius ex Æliano in v. Ἀφῖγμαι adducti, qui in vulgatis sic exhibetur: ἠντιβόλει δεόμενος τὴν πήρωσιν τῆς ὄψεως quæ verba cum, utcumque licet, significent hominem quendam orasse, ut sibi oculi eruerentur; interpretes in contrarium sensum extulerunt, quasi is deprecatus fuisset oculorum jacturam: id quod verosimilius est illum fecisse, modo id ex Græcis ulla ratione exprimi posset. MSti Lugdunensis lectio eum sensum exhibens quem illi volebant & res postulat, hæc est: ἠντιβόλει ῥυόμενος τὴν πήρωσιν τῆς ὄψεως. Fortasse vera, bona utique. Sed id aliter quoque non inepte dicere potuisset Ælianus, sic: ἠντιβόλει παραιτούμενος τὴν πήρωσιν τῆς ὄψεως. quod παραιτούμενος alicui videri possit genuinum esse, ab aliquo imperito per δεόμενος in margine explicatum (utrumque autem *petendi* significationem habet sed diverso modo,) deinde ab alio, cui id minus quoque notum esset aut placeret, quam δεόμενος, huic locum dare coactum. In v. Βραγχίδαι narratur, istos Branchidas, qui erant Vates Apollinis Didymæi apud Milesios, & a Brancho Apollinis amasio ita dicebantur, istos igitur sub adventum Xerxis prodidisse templum Dei spoliandum Persis: deinde metu ultionis cum Persis ex Græcia revertentibus, ulterius in Asiam profectos, locum a Rege impetrasse, in quo urbem condiderint cognominem sibi ipsis, Branchidas. Posterioribus tamen temporibus Alexandrum M. cum jam in Asia rerum potiretur, hanc perfidiam in posteris ipsorum esse ultum, quos omnes occiderit, urbemque deleverit. Quam historiam cur Vir Cl. *ancipitem* dicat, non video, cum clara sit, & ab aliis etiam tradita, Strabone & Plutarcho. Ea igitur historia apud Suidam in Edd. clauditur his verbis: ἐ τὴν ψευδώνυμον πόλιν κατέκαυσε ἐ ἠφάνισε, recte omnino, nec facile quisquam secus putabit; ex MS. tamen profertur, & ultimæ voci præfertur ἠφανίσθησαν, quod non malum quidem est, sed præ altero illo vix assumendum. In versione etiam Cl. Kusteri nescio quid

Act. Erud. An. 1713. M. April.

Pag. 164.

Act.Erud. An. 1713. M. April. quid carpitur, immerito ut alibi non semel. Locus quidam est ex Polybio in v. Δαιτρὸς p. 516. Tom. I. de quo ita Cl. Gronovius p. 100. *Legitur inter cetera de Dionysio tyranno, illum κλινοκοσμοῦντα καὶ τὰς τῶν ὑφασμάτων ἰδιότητας ἐξεργαζόμενον συνεχῶς. ubi prius sane accedit ad verum, posterius vero quomodo aut dicere potuit Timæus, aut scribere Polybius, aut ex eo describere Suidas? an uspiam aut lanificus inducitur Dionysius, aut pensis sericis intentus, & quidem tanta cum peritia, ut potuerit ἐξεργάζεσθαι ποικιλίας istas? fuit ille magnificus & pretiosus in quacunque supellectili, sed non abs se facta. Accedit sapientissima interpretum cura, dum vident absurdum, si simpliciter reddant &c.* mox: *Si verum vis testor tibi in MS. Lugdunensi esse ἐξεταζόμενον.* Hæc Ille, quasi re jam confecta. Quasi recte Dionysius ab illiberali opificio liberatus sit ope MS. illius; qui tamen adhuc in servili officio relinquitur, in ornandis lectis. Atqui totus ille sibi potius relinquendus: & ἐξεργαζόμενον omnino retinendum, nec aliter nisi simpliciter vertendum. Dicitur enim hoc de Dionysio ita, ut paulo ante ibi de Homero dicebatur, istum voracem sese ostendere, quia sæpe in carminibus suis dapes instruat: cujusmodi & hæc est argumentatio: *Laudibus arguitur vini vinosus Homerus;* sic igitur & Dionysium dicere voluit historicus ille, quia multus esset in describendis tapetibus exquisiti operis, eum talibus delectatum videri. In quo figura orationis usus est, quali Virgilius Ecloga VI.

Tum Phaëthontiadas musco circumdat amaræ
Corticis, atque solo proceras erigit alnos.

Qualiter & Aristophanes Comicos quosdam perstringens, Pag. 165. quod semper servos supellectile onustos introducant ad captandum scilicet risum, dicit in Ranis v. 15. Σκεύη φέρουσ' ἑκάστοτ' ἐν κωμῳδίᾳ, quasi illi ipsi Comici gestarent onera. Ceterum Dionysius in Tragœdiis quas scriptitabat, videtur illas ἐξεργασίας fecisse. In v. Δεινοὶ pag. 355. Tomi I.

mi I. Δεινοὶ πλέκειν τὰς μηχανὰς Αἰγύπτιοι. In hoc versu articulus τὰς offendit Cl. Gronovium, hinc ex MS. reponit πλέκειν τοι μηχανὰς Αἰγύπτιοι. Ita sane & apud Schol. Aristoph. & Steph. Byz. legitur, estque jambus Æschyli. In v. Δημάρατος p. 538. Tom. I. nomen Regis illius, a quo altera series Regum Lacedæmoniorum deducebatur, in obliquo casu scriptum Πατροκλέυς a Πατροκλῆς, pro quo Vir Cl. ex MS. reponit Προκλέυς a Προκλῆς. Dubium quidem est: & potest defendi vulgatum quoque, nam non semel ille Rex apud Autores Πατροκλῆς dicitur, suntque loca a Viris doctis ad Pausaniam p. 206. Edit. Lips. in utramque partem annotata: ubi Xylander etiam causam hujus ambiguitatis aperit, quia videlicet soleant Græci nomina propria virorum signare linea supra transversim ducta (nimirum ut in quibusdam H. Stephani Editionibus videmus,) idemque facere, cum in aliquibus vocibus ταχυγραφίας causa literæ quædam transiliuntur (ut v. g. apud Eustathium p. 1060. lin. 2. Ed. Rom. ubi Π̄ροκλος scribitur nomen Patrocli Homerici) dubitat itaque Vir doctus an, cum Προκλῆς scriberetur, *linea ista proprium nomen designet? an vero πρ pro πατρ sit positum* i. e. Προκλῆς ne, an πατροκλῆς sit legendum? Sed nunc omnem dubitationem Lectori certissima ratione eximam, adducto carmine, ubi Proclis illius ipsius mentio est, | Act. Erud. An. 1713. M. April.

Σπένδοντες δ' ἁγνῶς Ἡρακλεῖ τ' Ἀλκμήνῃ τε
Προκλεῖ, Περσείδαις τ' ἐκ Διὸς ἀρχόμενοι.

Jonis Chii est, apud Athenæum p. 463.

RES-

Act. Erud. An. 1713. M. Julii. Pag. 307.

RESPONSIO

AD IMPUTATIONES JOHANNIS FREINDII

in Transact. Anglicanis Num. 331. p. 330. & seq.

Pag. 308. CUM scientiarum incrementa nobis curae undiquaque sint, non inconsultum duximus, data ab Autoribus, quorum scripta recensemus, occasione, monita ad illarum profectum spectantia subinde inspergere: nec displicuit intelligentibus hoc institutum. Itaque Clar. *Freindii* Praelectiones Chymicas, in quibus vestigia quorundam conterraneorum suorum legens vim attractricem materiae in numerum principiorum physicorum retulerat, A. 1710 Mense Sept. in scenam producentes monuimus, vim hanc attractricem tanquam qualitatem occultam non esse postliminio, ad naturae phaenomena explicanda in physicam revocandam, ne alii eadem licentia usi alias qualitates occultas in philosophiam reducant. Probe autem notandum est, nos impugnasse vim attractricem, quatenus pro vi primitiva habetur, non quatenus ut phaenomenon admittitur, uti diserte legitur in Actis An. 1710. p. 421. Clar. igitur *Freindius*, ad objectiones nostras paucis respondere poterat, se vim attractricem admittere ut phaenomenon, adeoque sibi non adversari objectiones nostras. Hac responsione contenti fuissemus, nisi quod ipsum aliosque rogassemus, ne per eam phaenomena explicent, antequam satis constiterit, dari eo in casu aliquam attractionem. Enimvero prolixas in Transactionibus Anglicanis, quae mense Septembri A. 1711 prodiere, nunc vero demum ad nos deferuntur, inseruit Praelectionum suarum Chymicarum Vindicias, in quibus nobis imputat a mente nostra maxime aliena. Contra quae enim disputat, ea ipsimet improbamus, immo, si ita velit, detestamur.

Nam 1. nobis imputat, quod eam philosophandi methodum rejiciamus, qua olim *Archimedes* in Mechanicis & Hydrostaticis, recentius *Galilaeus* in Staticis, Mathematici in universum omnes in scientiis opticis, *Newtonus* in Philosophiae naturalis principiis mathematicis & *Wolfius* in Aerometria usi fuerint, ut scilicet primum multiplici experimento corporum vires perquirantur & inde, posthabita causarum indagatione, phaenomena enucleentur. Enimvero nos apprime probamus methodum philosophandi, quae Mathesin ad experimenta applicat & theoremata generalia demon-

monstrat, unde phænomena prædicere licet, & ultro concedimus, quæ ex *Wolfii* præfatione ad Aerometriam in Actis A. 1710. p. 15. de eadem retulimus. Miramur vero, qui fieri potuerit, ut contrariam sententiam nobis imputaret *Freindius*. Ipse nimirum statim ab initio Vindiciarum suarum fatetur, *nos modum, quo experimenta chymica ad naturæ leges perpendere aggressus sit, ne attingere quidem; principia ipsa convellere conari*. Qui vero principium aliquod, quo quis ad explicanda phænomena chymica utitur, convellere conatur, is sane methodum ipsam philosophandi non improbat. Præterea Clar. *Freindius* ea methodo, qua *Archimedes* & alii ejus vestigiis insistentes philosophati sunt, minime utitur; sed more vulgari quorundam chymiæ phænomenorum rationes reddere conatur. Neque enim ut *Archimedes* ad experientias indubias Geometria applicata theoremata demonstravit, ex quibus phænomena prædici possunt. Ideo de opusculo ejus disserentes *loc. cit.* p. 416. epilogi loco addidimus: *tum demum dicendum, Chymicos in theoria valde profecisse, cum effecerint, ut experimenta nondum capta ex constitutis principiis prædici possint*, hoc est, quando methodo *Archimedea* philosophati fuerint. Apparet itaque, nos eo in loco commendasse *Archimedeam* methodum, ubi eam impugnari asserit *Freindius*. Quantum enim discriminis inter eam & *Freindianam* intercedat, primo intuitu comparebit, Prælectiones Chymicas *Freindii* cum libris *Archimedis* de insidentibus humido collaturo. *Archimedes* sane eo, quo *Freindius*, modo philosophatus fuisset, si diversum corporum gravium in diversis fluidis pondus observans *vim aliquam absorbentem* in fluidis finxisset, eamque absolute inexplicabilem, & rationes phænomenorum circa gravitationem in fluidis physicas redditurus dixisset, vim illam absorbere tanto majorem gravitatis partem, quo fluidum densius seu pluribus particulis constat, per quas vis illa absorbens æqualiter disseminata. Quod si ita visum fuerit Clariss. *Freindio*, nos eadem concinnitate omnia gravitationis corporum in fluidis phænomena per hanc *vim absorbentem* (quam dubio procul nobiscum pro figmento habet) explicabimus, qua ipse phænomena chymica per vim attractricem enucleat. Immo dabimus theoremata de vi absorbente geometrice demonstrata: Geometria enim æque in figmento, ac in vera hypothesi munere suo fungitur. Sed agedum! potius ipse periclitetur ingenii sui vires in aliquot theorematis chymicis eruendis, qualia in hydrostaticis dedit *Archimedes*, certo persuasus, nos eodem ipsum elogio, quod *Archimedi* tribuit, mactaturos.

Act. Erud. An. 1713. M. Julii. Edit. Act. Pag. 309.

2. Fallitur totus Cl. *Freindius*, dum a nobis ideo potissimum vim Pag. 310.

Act Erud. An. 1713. M. Julii. vim attractricem rejici affirmas, quod per rationes mechanicas minime explicari possit, adeoque velle, ut nihil in physica admittatur, nisi cujus causa sit perspecta. Qui enim verba nostra in Actis Edit. Act. A. 1710. p. 412. cum attentione legit, statim animadvertit, nos vim attractricem impugnare, quatenus pro *primitiva* habetur, ac inde probare, quod Antagonista eam pro primitiva habeat, quia per rationes mechanicas explicari posse negat. Licet autem in suis Vindiciis videri velit, quasi eam saltem ut phænomenon admittat, quomodo gravitatem, elaterem & electricitatem admittimus; sibi tamen minime constat. Neque enim contradicit, *si quis eam neque materiæ necessario ingenitam, neque rationibus mechanicis explicandam censens in voluntatem Dei resolvit.* Enimvero qui vim attractricem admittit ut causam phænomenorum sua natura inexplicabilem, cujus non alia assignari possit ratio præter voluntatem divinam; is utique vim attractricem non admittit ut phænomenon, sed ut qualitatem occultam, adeoque ad scholæ battologias redit: id quod ipso gravitatis exemplo facile illustrari potest. Si quis enim quæsitus, cur corpora sublunaria nitantur versus centrum terræ, causam in gravitatem conjicit, eamque pro vi primitiva in se explicabili & ex mero Dei arbitrio corporibus impressa venditat, gravitatem pro qualitate occulta habet. Phænomenon enim est, gravia niti versus centrum terræ; sed rationem redditurus per gravitatem utique aut ταυτολογίζει, aut monstrum in natura minime existens fingit. Similiter phænomenon est, planetas lineas curvas describere, & hinc ratione colligitur, eas duplici vi urgeri debere, altera qua progrederentur per tangentem in linea recta, altera qua continuo directionem mutare cogantur. Potest aliquis motus rationem per Geometriam demonstrare, insuper habitis causis duplicis istius impulsus: Sed si quis rationem physicam redditurus ad vires a Deo impressas confugiat; is omnino qualitates occultas introducit: neque enim aliam virium notionem habet, quam quæ phænomeno respondet. Unde aut dat sine mente sonos, aut in imaginatione idolum fingit, cujus existentiam probare nequit. Desinat igitur Cl. *Freindius* ægre ferre, quod istiusmodi entia figmenta diximus. Talia enim entia, quorum nulla datur ratio, nisi Pag. 311. voluntas Numinis, in rerum natura existere non possunt, cum essentiis rerum ab indifferenti Dei arbitrio minime pendeant, sed in intellectu divino repræsentatæ fuerint ante omne decretum. Frustra vero veretur Antagonista, *ne hac ratione notio Dei cuncta providentis atque moderantis ex animis hominum evellatur.* Qui enim res metaphysicas altius scrutati sunt, in essentiis rerum, non modo principia geometrica, sed & metaphysica agnoscunt, quorum

rum illa sunt fundamentum ejus, quod in rebus absolute necessa- Act. Erud.
rium; haec gradus perfectionis determinant, ut adeo ex multis An. 1713.
possibilibus in intellectu divino repraesentatis unum cum ratione M. Julii.
eligi potuerit. Atque adeo in philosophicis nunquam recurrendum ad voluntatem Dei, nisi cum quaestio fuerit, cur ex numero multorum sua natura aeque possibilium hoc potius existat, quam aliud. Neque hic ad nutum Numinis sine ratione provocandum, quin semper demonstrandum, Deum hoc voluisse cum summa ratione, hoc est, rem in suo genere esse perfectissimam. Quamvis autem Clar. *Freindius* admodum confidenter vim attractricem *inter principia jam diu pro certissimis habita* reponat; quo jure tamen id fiat, utique nos ignorare lubentes fatemur. Antequam enim Latina Opticae *Newtonianae* editio prodiret (prodiit autem An. 1706.) nihil, saltem apud nos, de vi ista inauditum, nec ullum hactenus videre contigit, qui ad eam adstruendam argumenta quaedam proferret. Omnes, quos vidimus, unice ad Latinam Opticae *Newtonianae* editionem provocant & in ea vis hujus existentiam demonstratam esse affirmant, autoritate professoris magis, quam rationibus adducti. Etenim in Actis An. 1711. p. 221. (*Edit. Actor.*) jam monuimus illustrem *Newtonum* pro ea, quae ipsi est, ingenii perspicacia per sua experimenta nondum plene convictum esse, quod vis ista *tanquam phaenomenon* sit admittenda; sed intra conjecturarum limites subsistere. Neque inter Anglos ipsos eandem omnes admittunt. Certe Cl. *Listerus* jam An. 1709. illam in numerum *principiorum precariorum* retulit & phaenomenorum rationes inde reddentes *ignotum per ignotius exponere* judicavit. Inter exteros nemo adhuc repertus est, qui novum attractionis systema physice probaret. Sunt vero plures, qui idem impugnarunt. Si gravitatis existentia adeo adhuc in obscuro lateret, ut plures eandem improbarent, quam defenderent, & nonnisi unus ex quibusdam phaenomenis, quae tamen Pag. 312.
ipsemet insufficientia agnosceret ad aliquid certo statuendum, eam suspicaretur; nemo profecto gravitate tanquam principio concesso uti posset, nisi in leges philosophandi fundamentales peccare vellet. Agnoscat igitur Cl. *Freindius*, nos multo aequius cum ipso egisse, quam par erat. Poteramus enim attractionem rejicere ut phaenomenon, quamdiu ejus existentia sufficienter probata non est: sed nos tantum eam impugnavimus, quatenus habetur pro principio primitivo seu absolute inexplicabili, in dubio relinquentes, utrum aliquando experimenta sufficientia quispiam allaturus sit, nec ne, ad eam ut phaenomenon persuadendam. Cum igitur *Freindius* glorietur, plura sibi praesto esse experimenta vis attractricis existentiam probantia, quam unquam alii ad

 demon-

Act. Erud. An. 1713. M. Julii.

monstrandam aeris gravitatem sunt allaturi, rogamus ipsum, ut ea in publicum proferat, & si per ea eadem evidentia constabit, materiæ massulas se mutuo attrahere, qua gravia deorsum niti experimur, attractionem in posterum ut phænomenon admittentes, patiemur, ut in corporibus, quibus ea attractionem inesse clarissime observatur, tanquam causa aliorum phænomenorum allegetur, quæ per eam sufficienter explicari possunt, licet constanter inter qualitatum occultarum defensores relaturi simus, quotquot ex hoc phænomeno principium quoddam primitivum, hoc est, absolute inexplicabile effingunt. Ni fallimur, *Freindius* demonstrare satagit vis controversæ existentiam, dum ait: *Experientia comprobatum est, radios lucis, qui a Sole, stellis inerrantibus, vel etiam ab eo, quo utimur igne, dimanant, versus oras solidorum corporum æqualiter allici; ea autem immutabilis naturæ lex est, ut, ubicunque sit actio, ibi una non possit non esse reactio: itaque vere & jure conclusuri videmur, principium hoc, quod* attractionis *nomine vocamus, tum revera existere, tum per universam omnino materiam diffundi: Quod licet in omni materia inhærescat*, id tamen *in minutissimis Corpusculis vim suam ad sensum magis patefacere demonstravit Vir in Physiologia versatissimus D. Keillus*. Enimvero quis non videt, assumi, minime autem probari, radios lucis a corporibus *allici* seu *attrahi*, quasi vis quædam in corpore illuminando residens in distans operetur & radios alioquin prætervecturos ad objectum adducat? Quis enim obsecro

Pag. 313. unquam dixerit, causam, cur globus propulsus in parietem impingat, esse vim quandam attractricem, quæ in pariete residet modoque ignoto in distans operatur? Profecto qui ita ratiocinantur, eos qualitates occultas in philosophiam revocare, immo nugari, nobiscum fatebuntur omnes.

3. Cum adeo pro certo habeamus, vim attractricem ut principium primitivum esse physice loquendo absolute impossibile, nec sufficienter hactenus probatum existimemus, quod tanquam phænomenon in omni materia sit admittendum; sine ulla veritatis specie asserit Antagonista, omnem nostram argumentationem huc tandem redire: *Si unum aliquod principium, quod in rerum natura existere observatione certa compertum est, concedimus, ideo oportet etiam alia, quæ nunquam extiterunt, approbare, uti verbi gratia, si gravitatem agnoscimus, quam corporibus quibuscunque inesse certo animadvertimus, quanquam illius causam prorsus nescimus, idcirco fabulas Philosophorum omnes & commenta amplecti necesse est, quæ nec experientia ulla confirmari, nec ratione explicari queunt*. Huc enim nostra redit argumentatio: si uni concedendum, ut sine ratione assumat principium aliquod, quod in rerum

rum

rum natura existere fingit, quia veras phænomenorum causas ignorat, &, ut probandi onus declinet, pro absolute inexplicabili venditet; pari certe jure & alteri concedendum erit, ut sine ratione assumat principia alia, quæ NB. *ipse agnoscit inexplicabilia*. In hac vero argumentatione nihil unquam absurditatis monstrabit Antagonista. Act. Erud. An. 1713. M. Julio.

4. Denique cum asseruimus, si quo in casu massulæ corporum se attrahi videantur, id non inepte a Viris doctis jam explicatum esse, statuendo plurimas materiæ particulas sphæra quadam magnetica fluidi subtilioris esse circumdatas, cujus motu (ut in magnetibus nostris videmus) attrahant se invicem aut repellant; quivis, cui est animus ab affectibus ac præjudiciis liber, facile intelligit, nos contendere, attractionem massularum eodem modo fieri debere, quo magnes trahit ferrum, consequenter a pulsu fluidi cujusdam ambientis rationem petendam esse. Nequaquam igitur fingimus sphæram magneticam ut ens sua natura inexplicabile, etsi fieri possit, ut nondum adæquate eam explicare valeamus: neque ipsimet, quia voce attractionis utimur de phænomeno ex hypothesi loquentes, vim attractricem in subsidium vocamus. Quis enim unquam affirmare ausus est, Pag. 314. Copernicanos ipsos motum Solis ad explicandum ejus ortum in subsidium vocare, quando ajunt, Solem intervallo 24. horarum semel appellere ad horizontem ortivum, quia tellus intra hoc spatium motum vertiginis intra axem absolvit. Sed piget iis ulterius immorari, quæ sponte sua corruunt: id unice adhuc addidisse contenti, illustris *Leibnitii* dynamica Cl. *Freindio* minime esse perspecta, siquidem vim, quam is materiæ essentialem statuit, eandem cum vi sua attractrice judicat. Tanto enim intervallo dissident, quanto cœlum distat ab astris. Fallitur quoque idem *Freindius*, dum audacter pronunciat, quæ *Leibnitius* in his Actis de communi errore momenta corporum ex ratione composita massæ ac celeritatis æstimantium annotavit, *una fere Mathematicorum voce atque sententia improbari*. Geometræ enim perspicacissimi dudum agnovere hanc veritatem & rigorosis demonstrationibus corroborarunt. Certe acutissimus *Bernoullius*, cui summorum Geometrarum paralogismos perspicere datum est, demonstrationem geometricam theorematis *Leibnitiani* invenit, quam dudum cum *Voldera* & *Wolfio* aliisque communicavit & qua priorem pertinaciter receptæ opinioni adhærentem tandem eo adduxit, ut manus victas daret. Similiter aliam invenit celeberrimus *Hermannus*, qua celebris nominis Mathematicos ejusdem veritatis convicit. Immo ipse inventor *Leibnitius* elegantem theorematis sui ex principiis mere metaphysicis contexuit demonstratio-

Act. Erud. An. 1713. M. Julii. strationem, sed eam rigorosam maxime atque profundam, quam ante annos complures cum *Bernoullio* atque *Wolfio*, forsan & aliis communicavit. Hæc quidem hac vice ad Cl. *Freindii* vindicias respondere visum est: sed ne præter intentionem nostram Acta Eruditorum in theatrum controversiarum abeant, in posterum nostra spernentes suo abundare genio patiemur. In primis eos responsione indignos judicabimus, qui conviciis extorquere voluerint, ut doceantur. Quamobrem *Mayerum* quendam non eo, quo par erat, animo agnoscentem, quæ commodo ipsius in Edit. Act. Actis An. 1712. pag. 348. monueramus, suo in fingendo sensu abundare & vano affectuum impetui pœnas dare facile patimur: lites enim ut eruditos dedecent, ita nec in Actis Eruditorum locum merentur.

Pag. 315.

JOHANNIS CRAIGII

Additio ad Schediasma de Linearum Curvarum Longitudine Actis An. 1710. p. 499. insertum,

excerpta ex Transactionibus Anglicanis An. 1710. *num.* 328. *pag.* 195.

Lectorem monitum volo, quod curva, quæ ex nostra problematis de longitudine linearum curvarum analysi reperitur, eadem sit cum proposita. Ego quidem de recte instituta tantum analysi sollicitus hanc curvæ propositæ & inventæ coincidentiam minime observaram, priusquam de ea me certiorem fecerit Cl. D. Jo. Bernoulli in litteris suis ad D. Guil. Burnetum Reg. Sc. Soc. missis, in quibus etiam celeberrimum Virum meis contra *motum* suum *reptorium* objectionibus plene satisfecisse, ex puro (quam colo) veritatis amore libenter agnosco.

Act. Erud. An. 1713. M. Julii. Pag. 318.

OBSERVATIO DE CASU HYDROPICO,

in quo folliculus fellis in molem insolitam erat distentus,

Communicata a JACOBO YONGE, *Societ. Reg. Socio & Chirurg.*

Excerpta ex Actis Philos. Angliæ. A. 1712. num. 333.

Mulier *Dyer* 30. ætatis annos excedens materque aliquot liberorum optime valebat, usque sub finem Januarii, postquam extraordinaria occasione frequentes egisset vigilias, dolore abdominis, veluti colico, inciperet vexari. Sub quo tamen *Ascites* latebat adeo celeriter increscens, etiamsi omnis generis adhiberem remedia, ut die 9. *Martii*, cum suffocanda videretur, Paracentesin in loco solemni cogerer acu cannulata instituere, hancque operationem repetere, quoties abdomen sero turgeret. Sicque variam seri quantitatem variis hic adscriptis evacuavi temporibus:

Die *Mart.*	9.	extraxi	9 Sextarios
	14.		8
April.	2.		12
	16.		10
Maj.	17.		14
	31.		14
Jun.	14.		14
	24.		14
Jul.	7.		17
	21.		15
	30.		16
Aug.	6.		14
	17.		14
	26.		13
Sept.	1. 6. & 22.		11 ½
Octob.	1.		3
	30.		15
			214 ½

Pag. 319.

Octo nempe mensium intervallo aquæ ducentos & quatuordecim sextarios cum dimidio evacuavi. Interea temporis nihil eorum omittebam, quæ fonti obstruendo conducerent, sed incassum om-

Act. Erud. An. 1713. M. Julii. omnia: die namque 4. *Novembris* An. 1711. exspirabat, in abdomine autem inciso sequentia notatu digna & incredibilia occurrebant.

Ex abdomine 14. sextarii manabant viridescentis seri, commixti cum materia vere purulenta, nullatenus licet fœtida.

Cuncta *intestina*, speciatim *Colon*, livebant diversisque in locis *peritonæo* adhærescebant, quod aquæ tam diu fuissent immersa.

Omentum, fere consumtum, nigrescebat.

Hepar, quod induratum conjiciebam, omni carebat vitio, nisi quod lobus sinister duobus levibus obsideretur ulcusculis.

Hoc atque *peritonæum*, in hydropicis plerumque referta *hydatidibus*, ab his prorsus cernebantur immunia, quarum plurimæ in ventriculo erant ac intestinis.

Summopere vero mirabamur ingentem vesicam instar bubulæ distentam, quæ tantum non omnem *hepatis* & *ventriculi* regionem occupabat & tam arctam cum adjacentibus partibus cohæsionem alebat, ut non nisi difficulter eam sejungere potuerimus, nec omnem penitus auferre. Tanti tamen prodigii admiratio nostra mox in stuporem vertebatur, cum eam *folliculum esse fellis* deprehenderemus, qui dilatatione sua hepar ita separaverat, ut altera hujus pars sinistrorsum cum monstrosa hac *vesica*, & altera retro cum dorso cohæreret, utraque vero cum illa expanderetur & uniretur simili modo, ac musculus temporalis cum *cranio*.

Pag. 320. Tota decem libras & duodecim uncias pondere adæquans, omni destituebatur meatu, per quem materia contenta emitteretur, licet ipsam fortiter ideo comprimeremus, nec talem ope styli poteramus detegere, ita ut viam scalpello parare haberemus necesse, per quam septem sextarii liquoris atri instar *Coffee* effluebant, e quo per noctem in pelvi reposito duo sextarii circiter crassarum *fæcum* flavarum subsidebant.

Liquor hujus vesicæ & qui ab obitu in abdominis cavo repertus, si addatur quantitati seri per paracentesin extractæ, summa crescet ad 23. sextarios.

Præter prodigiosam quantitatem materiæ, vesicam magnam replentis, multas quoque portiones advertebamus tunicarum, instar intestini vel folliculi in frusta dissecti, quid tales autem fuerint & unde provenerint, assequi conjectura nequeo.

Hoc miratu imprimis dignum erat, quod mulier per totum morbi decursum tantum fere per urinam redderet, quantum potulenti ingerebat, & nihilominus, ratione subducta, sextarium circiter singulis propemodum 24. horis a *Martio* ad *Novembrim* usque in *abdomen* trajiceret.

Cum abdomen ejus fere oppletum esset, femora & crura solebant

bant intumescere, ac decolorari, veluti *gangræna* immineret, utrumque vero post seri evacuationem adminiculo frictionis & lotionis calidæ tollebatur. Act. Erud. An. 1713. M. Julii.

Vesicam partesque hepatis adjacentes curavi exsiccari, ut quam proxima occasione transmitterem.

Quatuor ex Facultate coram aderant, qui de veritate hujus relationis testimonium perhibebunt.

EXPLORATIO FUNDAMENTI,

M. Sept. Pag. 419.

Quo Dn. RENAU navis bellicæ præfectus, & in re maritima Inspector generalis, suam de Opera Navali theoriam struxit.

Ex Epistola F. D. C. Abb. Vall.

ABhinc aliquot annos Dn. Renau, præfectus Navis in nauticarum rerum scientia maxime versatus, quo munus suum impleret dignius, proposuit sibi suo studio curandum, ut quod in exercitatione navali jam dudum usus invexerat, non ars sola comprobaret, sed ipsa scientia firmaret ac perficeret. Quapropter Opusculum, cui titulus est *Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux*, notabile utilissimi operis specimen, publici juris fecit. Statim atque editum est, multa eruditorum turba non notum sibi sedulo observavit, probatumque plausu excepit.

Elapso tempore, tandem eximius Geometra Hughenius, quem ab adolescentia de Mathesi præclare meritum, jam ingravescente ætate de cultu, nitore & gloria Matheseos decebat esse sollicitum, scrinia sua, plurimis recentiorum Scriptorum libris plena, diligenter perlustranda esse censuit: ne quid forsan in Mathematicorum neotericorum inventis incaute erratum aciem oculorum suorum in propria inventa examinanda defixorum fugisset. Itaque conquirenti sibi forte obviam Renavii theoriam districto examini subjicere decrevit. Libellum evolvit, perlegit; propositionem theoriæ præcipuam, quam attentissime se perpendisse ratus est, totam falsam existimavit. Propterea veritus, ne quid detrimenti res navalis hinc aliquando caperet, partes autumavit esse suas, ut gravissimum errorem, jam tacite quasi approbatum magno veri damno, sine mora detegeret atque confutaret. Publicato igitur scripto theoriam illam oppugna-

Act.Erud. An. 1713. M. Sept. Pag. 420. gnavit; positum ejus fundamentum evellere, novum jacere aggressus est.

Quæ suborta disputatione Renavio objecit Hughenius, quæ Hughenio respondit Renavius, norunt viri Mathematici, quibus rationes ex utraque parte allatas & typis mandatas expendere libuit. Veritas commune bonum est, in quod cuique jus suum natura stat. Bernullio, qui dum viveret, Professor erat Basileæ celeberrimus, eandem theoriam argumentis quoque suis impugnare placuit. Liceat etiam nobis palam dicere, quid de ea sentiamus.

Tab.III. Fig. 1. En porro præcipuus cardo, circa quem tota quæstio versatur. Parallelogrammi rectanguli ABDE (*Fig.* 1.) duo latera AB, AE repræsentant directiones, secundum quas cum velocitatibus proportionalibus duæ potentiæ motrices ad mobile, cujus nec magnitudo, nec figura, sed solum gravitatis centrum in A positum considerare hic oportet, admotæ illud eodem momento impellunt, altera versus B, altera versus E. Mobile sic propulsum, nec latus AB, nec latus AE Rectanguli, sed diagonalem lineam AD percurret eodem temporis intervallo, quo utrumque latus separate cum velocitate proportionali conficeret. Unde sequitur, in spatio materiæ fluidæ amovendæ pleno, quum resistentiæ sint inter se in duplicata velocitatum ratione, requiri, ut vis quadrato diagonalis AD, hoc est, ex natura Rectanguli, quadratis laterum AB, AE simul sumptis æquipollens, a potentiis motricibus mobili incutiatur; proindeque ut æquali tempore non minus virium (nempe $= AB^2 + AE^2$) sed minus velocitatis (nimirum $= AD < AB + AE$) ad solum motum per diagonalem conjunctim imprimendum quam ad duos motus separatim imprimendos impendatur.

Omnes autem Geometræ vim ad movendum, certo tempore, secundum rectam AE vel AB, intra medium resistens, exprimendam esse per quadratum AE^2 vel AB^2 uno consensu D. Renau concedunt. Sed post Hughenium & Bernullium non pauci negant, per horum quadratorum summam explicari debere vim necessariam ad æquidiuturnum motum diagonicum ab A ad D, qui ex lateralibus motibus ab A ad B, & ab A ad E compositus in Rectangulo a duabus simul potentiis intra medium plenum producitur.

Porro dissensio super hac quæstione physico-mathematica mihi videtur ex eo potissimum oriri, quod non satis attendatur, quonam modo potentiæ motrices cum certis velocitatibus intra

Pag. 421. medium demovendi fluidi plenum vires suas simul eidem mobili applicatas exerceant. Patet, quum materia, ex qua omne corpus constat, impenetrabilis substantia sit, nullum mobile per spatium

ple-

plenum, dato tempore, transferri posse quin sibi viam aperiat, hoc est, loco demoveat eum eadem celeritate tot materiæ replentis quatitates mole ac volumine sibi æquales quot continuo secum ordine in spatio transeundo continentur. Corpus enim sibi ipsi locus est; locum sibi absolute æqualem quem occupet exigit. Hinc duo necesse est concludere: Primum, ut diximus, concessum; nempe quod velocitas, qua in pleno mobile fertur, multiplicatur per decursum spatium ipsam exprimens, seu quod motus intra resistens medium vim quadrato velocitatis æqualem requirit: Secundum vero, hic præsertim notandum; quod moles, cui vis vel inest vel applicatur, non aliter ac tanquam unitas ob æquales moles de spatio dimovendas consideranda est. | Act Erud. An 1713. M. Sept.

His positis, nota Causam sic dici quantum ad Effectum confert; ideoque solum effectum in sua causa spectandum esse, qui ipsius efficientiam adæquet. Non alia igitur ratione in medio secundum velocitatum quadrata resistente, dato temporis intervallo, duæ potentiæ eidem mobili sic simul applicatæ, ut dum illud una per unum Rectanguli latus movere nititur, ipsum altera per alterum latus pellere conetur; comparari inter se debent nisi quatenus æquivalent duabus materiæ quantitatibus sigillatim mole ac volumine huic corpori movendo æqualibus, motusque quantitates habentibus quarum unamquamque unitas in quadratum velocitatis ducta exprimit. Hoc quippe solum ad effectum quæsitum pertinet, talis motus per plenum nihil aliud in causa motrice supponit; quidquid amplius potentiis moventibus inesse potest, veluti varia pororum conformatio, successivus particularum interiorum impulsus, &c. nullatenus motuum, determinato tempore in duplicata velocitatum ratione, molibus mobilium æqualibus imprimendorum necessitatem tollit. Id ergo tantum utpote quæstioni nostræ proprium attendamus.

Intelligantur itaque potentiæ motrices duæ *b* & *e* (exempli causa duæ quantitates aeris certo impetu commoti qui ventus dicitur) esse tales, ut cum velocitatibus per rectas AB & AE expressis viresque idcirco per quadrata AB^2. & AE^2. expressas exigentibus, aliquod mobile (videlicet duorum velorum omnino æqualium antennas normaliter firmiterque junctas) secundum easdem rectas seorsus propulsum paribus temporis intervallis transferre queant. Si una nimirum *b* actionem suam prima exerceret ab A ad B tantummodo, statimque altera *e* suam secunda produceret a B ad D ita ut ipsi AE æquetur BD; mobile necessario ad quoddam punctum D intra data puncta B & E duobus temporibus æqualibus sive duplo temporis intervallo perveniret: Vice versa, si actio ipsius potentiæ *e* impressa dumtaxat ab A ad E præcederet, & | Pag. 422.

extemplo alterius potentiæ b actio incussa ab E ad d, ita ut Ed sit = AB, succederet: Dico, easdem præcise vires movendo insumi, idem tempus consumtum iri, punctum d idem atque D necessario fore; spatia namque in medio pleno peracta AB & BD ex una parte, AE & Ed ex altera, sunt manifesto respective sibi parallela & æqualia. Jam vero concipiantur illæ duæ potentiæ motrices b & e eodem momento mobili A applicari, tunc utravis erit ad movendum prima simul & secunda; tunc ergo non alius fiet impulsus quam si alternis vicibus impellerent; quum tota differentia in tempus solum cadat, quod simplex dabitur ob impulsionem communem, non vero duplex propter duas impulsiones successivas. Cujus consequenter impulsionis communis terminus ipsum est punctum D sic inter puncta B & E respectu puncti A positum ut rectarum Ed & Bd ipsis AB & AE parallelarum intersectio sit, atque ideo rectanguli AEDB diagonalem AD, propulsi mobilis viam, determinet. Atqui ex proprietate Rectangulorum, diagonalis lineæ quadratum quadratis laterum simul sumtis æquale est; vis igitur ad materiam a diagonali amovendam necessaria summam virium materiæ de lateribus Rectanguli separatim æquali tempore dimovendæ idonearum adæquat. Talem virium summam potentiæ b & e simul habent. Quid, quæso, impedit quominus ab A ad D conjunctim moveant tam prompte quam ipsarum una ab A ad B, vel altera ab A ad E separatim moveret? movebunt ergo: Quod erat propositum.

Insuper, cogitemus rectas AE & AB rectum angulum constituentes omnibus datis similibus esse minores. His exprimentur nascentes potentiarum e & b conatus movendi momento temporis quantumvis brevi ab eodem puncto dato A ad diversa fixa E & B.

Pag. 423. Atqui dum potentia e movere ad terminum fixum E nititur, statim a recta AB per fixum quoque terminum B transeunte retrahere incipit; Pariter potentia b quo nisu ad movendum per punctum fixum B disponitur, eodem a recta AE ad punctum fixum E terminata retrahat necesse est. Duo igitur illi conatus ad diversa puncta fixa tendentes sese mutuo impediunt. Unde efficitur ut mobile his impulsionis nisibus affectum neque ad E neque ad B perveniat. Sed quoniam inde necessario resultat ut a momentanea impellendi centrum A per spatiolum AB actione urgeatur in BD, cui parallelum & æquale est spatiolum AE, altera actio isochrona impellendi idem centrum A per illud spatiolum AE; & sic reciproce eodem instanti: liquido constat particulares versus B & E potentiarum motricium conatus in se mutuo ope interpositi ejusdem mobilis A cadentes coire in communem hujusce mobilis impulsionem ad unum atque idem punctum D intra bina data B

& E

& E ita situm ut distantia similium minima DB sit = AE & DE sit = AB; hoc est per diagonalem AD nascentis rectang. DBAE. Trans spatium autem materia demovenda plenum motus peragitur: Quadrato ex diagonali summam quadratorum ex lateribus Rectanguli adæquante, non minor est medii, dato tempore amovendi resistentia in diagonali sola quam in uno & altero latere. Vires ad movendum separatim per hæc latera tempore pari necessarias potentiis motricibus *b* & *e* inesse conceditur: Liquet ex dictis vires illas nequaquam in transferendo per ista latera mobili insumi posse dum ipsi simul applicantur: Integræ ergo supersunt quæ in communem impulsum per diagonalem impenduntur. Quid igitur causæ esset, cur diagonalem Rectanguli eodem temporis intervallo quo latus utrumlibet, impressa illarum virium summa velocitatem convenientem producente, mobile non percurreret? Act. Erud. An. 1713. M. Sept.

Denique, momentaneo divergentium directionum AE, AB obstaculo efficitur ut ad æquilibrii momentum origo motus compositi revocari possit. Duæ potentiæ *b* & *e* (quarum huic ex A in E & illi ex A in B facultas movendi pari tempore, superata medii resistentia, tribuitur) quo momento ad aliquod corpus A in medio pleno quiescens admoveri supponuntur, eodem ob actiones suas ad diversa puncta fixa E & B tendentes sic sibi obstare & æquiponderare intelligantur ut neutra effectum proprium in his punctis completum obtineat. Cujus generis æquilibrium ita probamus. Datis positione ac magnitudine duabus rectis AE & AB, perficiatur parallelogrammum rectangulum EABD; agaturque ejus diagonalis DA per quiescens adhuc corporis movendi centrum A, quæ propter medii resistentiam vicem fulcri ad momentum præbeat. Si ex hujusce lineæ fulcientis puncto quocunque δ, in directiones potentiarum isochronas velocitatibusque seu actionibus ipsarum particularibus proportionales AE & AB, demittantur normales rectæ $\delta\varepsilon$ ac $\delta\beta$; semper illæ normales erunt inter se in reciproca istarum directionum sive actionum isochronarum ratione: In Triangulis enim similibus DAB, $\delta A\varepsilon$, sicut se habet DB hoc est AE ad AB, ita $\delta\beta$ ad $A\varepsilon$ hoc est ad $\delta\varepsilon$. Quæ lex æquiponderantium sibi in Mechanica datur. Propria igitur velocitate seu directa per ipsum Rectanguli latus impulsione quælibet harum potentiarum alteram superare nequit. Quare ex æquilibrii proprietate ambæ in fulcrum etsi momentaneum AD directionibus suis isochronis AE, AB respondens una recidunt: Quod fulcrum consequenter communi impulsu statim urgent. Conjunctæ autem earundem potentiarum vires, quæ in producendis secundum latera Rectanguli velocitatibus ad dissita puncta eodem Pag. 424.

in-

Act. Erud. An. 1713. M. Sept. instanti idem mobile translaturis consumi nequeunt, æquivalent medii resistentiæ per diagonalem diffusæ. Hæc ergo resistentia, non ex motu contrario, sed ex materiæ loco demovendæ necessitate resultans, cesset exemplo necesse est. Hoc ergo mobile A cum velocitate quæ a conjunctis potentiarum sibi applicatarum in angulo recto EAB viribus per quadrata AE^2. & AB^2. expressis producetur, ipsam diagonalem AD dato temporis intervallo necessarie transibit: Posita quippe sufficienti causa ponitur requisitus effectus.

Fundamentum itaque, quo theoria Operæ Navalis a D. Renau proposita nititur, solidum stare & inconcussum non minus evidenter perspicimus quam fidenter publicamus.

Tab. III. Fig. 2. 3. Hic addi potest, coronidis loco, in Parallelogrammate non rectangulo EABR (*Fig.* 2. 3.) sive acutus sive obtusus sit angulus cujus vertex motus compositi initium est, si ratio diagonalis AR = AR ad diagonalem AD Rectanguli EABD ex iisdem lateribus AB, AE constructi esse eadem quæ n ad 1 ponatur; fieri hanc diagonalem $= AD \times n$. hoc est $= n \surd (AB^2. + AE^2.) = \surd (AB^2 n^2. + AE^2 n^2.)$

Pag. 425. Vis ergo ad tollendam medii resistentiam ut eodem tempore intra Parallelogramma non rectangulum quo intra Rectangulum linea diagonalis peragretur, esse debet $= AB^2 n^2. + AE^2 n^2.$ composita videlicet ex duabus viribus majoribus vel minoribus $AB^2 n^2. = AB^2.$ & $AE^2 n^2. = AE^2.$ quam quæ $AB^2.$ & $AE^2.$ ad conficienda separate latera pari temporis intervallo requiruntur. Quod discrimen, emanans non ex ipsa mobilis composita motione, sed ex ipsa dimovendi dato tempore majoris vel minoris medii necessitate, nequaquam ad theoriam Renavii sola Rectanguli proprietate nixam attinet.

M. Octob. Pag. 448.

RELATIO EORUM,

Quæ in dissecto cadavere Dn. Dove observavit GUILIELMUS COWPER, Chirurgus, Societat. Reg. Socius.

Excerpta ex Actis Philos. Anglic. A. 1712. N. 335.

SI occasio fuisset oblata, citius communicassem, quæ in Dn. Dove dissectione annotaverim. Cadaver diversis in partibus nigrum, cœruleum, lividum variumque præseferebat colorem, antequam

tequam illud inciderem; speciatim dorsum (cui sanguis inhærebat suffusus) nigredo cadaverosa occupabat, ubi cuticula hinc inde in vesicas a sero erat elevata sive distenta, quale quid ante mortem haud comparuerat.

Act. Erud. An. 1713. M. Octob. Pag. 449.

Musculi abdominis sphacelosi deprehendebantur, utpote subnigro cœlureo colore infecti. Hepar omne sphacelo erat correptum. Lienis superficiem latæ maculæ nigræ obsidebant. Utraque hæc pars levior occurrebat, quam in statu naturali, dum portiones utriusque innatarent æquæ, plusque aeris continere viderentur, quam pulmones in naturali alias statu solent. Reliqua infimi hujus ventris viscera haud adeo prave erant constituta, licet intestina maculis nigricantibus hinc inde notarentur.

Musculorum pectoralium dispositio paulo melior advertebatur, quam abdominis, nec musculi intercostales similes erant lumborum musculis. Cuncti videlicet musculi, respirationi vacantes, plus minus nigricantes mihi videbantur. Dextri pulmonum lobi cernebantur morbosi, idemque thoracis latus parum seri comprehendebat. Alterius autem lateris pulmones a præternaturali constitutione existebant immunes. Cor vere flaccidum erat & amplum: ventriculus dexter & vena cava polypos haud exiguos continebant. Vena pulmonalis prope cordis basin nimium dilatabatur: ventriculus cordis sinister parvum polypum multumque sanguinem grumosum recondebat. Arteria magna vere tenuis existebat, nec leviter distenta apparebat, exhibens una corpuscula quædam cartilaginosa, suis tunicis intertexta.

In capite mater dura cum superiori calvariæ parte arctius cohærebat, quam ut potuerit separari. Ex suprema cerebri vena, quæ sinus falcis superior audit, eximebatur polypus.

Arteriæ carotides vere tenues erant & ampliores, quam debebant, priusquam cerebri substantiam intrarent. Breviter, omnia vasa sanguifera, a me examinata, nimium videbantur distenta, tantoque flatu, ac sanguine, turgida.

FABU-

Act. Erud.
An. 1713.
M. Octob.
Pag. 458.

FABULA DE HIPPOCRATE,

Democriti insaniæ medicinam adhibere jusso, ex historia veterum Philosophorum

eliminata a C. A. H.

NImis credula est mortalitas in historiis antiquis. Sufficit plerisque, rem olim narratam esse. Non expenditur, an res veri habeat speciem, nec quam autor quisque sit fide dignus, inquiritur. Scilicet secure hic dormitur, & ut *Taciti* verba *de mor. Germ. cap.* 34. paulum immutata faciam mea, *sanctius ac reverentius nobis videtur, de actis veterum credere, quam scire.* Philosophorum saltim historiam decebat ab fabulis esse immunem, φιλόμυθος enim non est φιλόσοφος. Verum ista quoque historia tot scatet fabulis, ut vix Hercules par videatur expurgando huic stabulo. Multas tamen jam fabulas hic viderunt & exploserunt feliciora ingenia: plures ostendet cautior posteritas. Liceat mihi jam errorem historicum tollere e vita Democriti, quæ pluribus fœdata fabulis est. Cui enim non dictus est Democritus oculis se privasse? Testantur id monumenta historiæ Græcæ, ad quæ provocat *Gellius* in *Noctibus* suis *lib.* x. *cap.* 17. testantur alii complures. Sed mera fabula est. Ciceroni jam olim fraus mendacis Græciæ suboluit, *Lib. V. de Finibus* ita scribenti: *Democritus vere falsone dicitur oculis se privasse*. Plutarchus libro περὶ πολυπραγμοσύνης plane falsum id esse pronunciat. Inter recentiores cordatissimus quisque Plutarcho subscribit, Jac. Thomasius in *Diss. de nigredine nivis*, Tom. II. *Observat. Halensium* inserta, §. 2. p. 329. Jo. Clericus *Logic. P. III. cap.* 2. §. 8. Dan. Clericus in *Historia Medicinæ T. I. pag.* 92. Bælius in *Dictionario*, p. 1030. Unde hæc fabula sit orta, si ex me quæres, crediderim, Democritum præ senio cœcum factum esse. En occasionem fabulæ! Certe eum ad ultimam pervenisse senectutem, auctores consentiunt. Sed mitto hanc fabulam, progressurus ad aliam, nullo fraudis metu vulgo referri solitam. Audiamus, quæso, eam. Cum externarum rerum incuriosus Democritus in solitudine philoso-
Pag. 459.
pharetur & humana omnia rideret, Abderitæ eum insania correptum esse putarunt. Quare legatum mittunt ad Hippocratem cum litteris, quibus eum rogitant, ut quamprimum adveniat, infelicem

curaturus Philosophum. Hippocrates dicto Abderitarum protinus audiens advolat Abderam. Verum nihil insaniæ animadvertere licuit in Democrito. Potius Hippocrates, summam ejus sapientiam demiratus, Abderitas docuit, Democritum perspectissime sapere, ipsos vero eo laborare morbo, quo conflictari dicant Democritum. Memoratu profecto digna fuit hæc historia, si quidem vera est. Nec credibile, eam fuisse præterituros veteres, in tot monumentis tam crebram tamque honorificam injicientes mentionem Democriti. At vero nec Cicero, nec Gellius, nec Valerius Maximus, nec Ælianus, nec Seneca, nec alii veterum id memoriæ prodiderunt. Hippocrates quoque in tot suis operibus nusquam ejus rei meminit. Quid? quod Diogenes Laertius, satis diligenter *lib. X.* historiam Democriti describens, tacet, &, dum tacet, clamat una cum ceteris, quos nominavi, hanc esse fabulam. Sola igitur epistolarum Hippocrati vulgo tributarum (quæ exstant in Operibus Hippocratis, & hinc Latine in Stanlejo, *pag.* 889. *seq.* & in Thomasii *Historia sapientiæ & stultitiæ T. II. pag.* 8. *seq.* quorum uterque eas agnoscit pro genuinis,) fide & auctoritate nititur illa relatio, neque vel Stanlejus vel doctissimus ejus Interpres alium quenquam scriptorem adjunxerunt testem. Nec vero dissimulare fas est, eandem historiam in Sorani Vita Hippocratis legi. En verba ejus Latine redita: *Ab Abderitanis etiam vocatus est* (Hippocrates), *ut eo se conferret, & Democritum quidem insania laborantem curaret, totam vero urbem peste liberaret*. Sed constat inter eruditos, autorem hunc Sorani nomen mentiri. Immo eum istis epistolis juniorem esse, vel ex eo facile crediderim, quod addit, Hippocratem ideo quoque arcessitum esse ab Abderitis, ut urbem pestilentia liberaret. Hac enim de re in memoratis epistolis ne mussitat quidem S.P.Q. Abderitanus; ut adeo hoc novum sit additamentum, receptæ jam fabulæ attextum. Hinc manifestum fit, non alio tibicine niti historiam istam, quam fictitiis illis epistolis. Hic mihi necessitatem video impositam probandi, epistolas illas inter falsas merces esse rejiciendas. Ac facile quidem cordato Lectori id probavero. Primum namque Diogenes ille Laertius in Vita Democriti non solum nullam earum facit mentionem, sed etiam eas sua ætate fuisse incognitas, silentio indicat suo, vel, si jam tum exstiterunt, non obscure rejicit. Longam enim scriptorum Democriti recensionem hisce verbis concludit: *Cetera quæ ad illum* (Democritum) *quidam referunt, partim ex ejus opusculis decerpta, partim omnino aliena consensu omnium sunt*. Ergo Democriti illa ad Hippocratem epistola: ergo & Hippocratis illa ad Democritum cum ceteris. Deinde & hoc certissimum νοθείας indicium habeo, quod epistolæ illæ perfectum historiæ ordinem ita

Act.Erud. An. 1713. M.Octob.

Pag. 460.

Act.Erud. An. 1713. M.Octob.

ita sequuntur, ut nullus plane in historia hiatus appareat. Certe nullo modo mihi fit verosimile, tales epistolas vere scriptas fuisse, vel, si vel maxime revera scriptæ fuissent, universas fuisse ad posteritatem servatas. Ne Ciceronis quidem epistolas omnes Tyro, libertus ejus doctissimus, conservare potuit, nec eas, quas vindicavit ab interitu, eo, quo scriptæ fuerant, exhibet ordine. Plinius quoque epistolas suas collegit atque edidit, *non servato temporis ordine*, *Lib. I. epist.* 1. Atqui Ciceronis ac Plinii ævo longe major erat hominum curiositas ac studium in talibus conservandis, quam antiquioribus temporibus. Atque hoc argumentum late patet, & ad alias quoque veteribus tribui solitas epistolas accommodari potest, quarum recensum facit Vir doctissimus, J. A. Fabricius *Bibl. Græc. Lib. II. cap.* 10. quibus addi debent Salomonis ad Vaphrem Ægypti, & Hiramum Tyri Regem epistolæ, quas ex Eusebio nuper inseruit *Codici Pseudepigrapho V. T.* idem Fabricius *pag.* 1020. *seq.* Dixi modo, non esse credibile, conservatas fuisse omnes illas epistolas, si vel maxime scriptæ fuissent. Jam ostendam, ne id quidem probabile esse, eas omnino scriptas fuisse. Age videamus ipsum ordinem & argumentum earum, de quibus disputamus, epistolarum, quo magis eluceat, incredibile esse, eas illis deberi autoribus, quibus vulgo tribuuntur. Prima Senatus populusque Abderitarum per legatum mittunt Hippocrati litteras, quibus eum orant, ut curandi Democriti gratia sine mora ad ipsos veniat. Altera epistola, declamatoriis formulis amplificata, respondet Hippocrates, se celeriter adventurum. Sistamus hic gradum. Quis credere possit, Abderitas tam longam missuros fuisse epistolam? Publice scriptæ epistolæ breviter & cum decenti gravitate voluntatem sive Principis sive Reip. exponunt. Quis porro, si rem secum reputet, sibi persuaderi patiatur, integram aliquam Remp. solemni legatione arcessituram esse Medicum civis vel præstantissimi curandi causa? non id potius fecisse cognatos & amicos Democriti? Ad hæc quis nescit, præsentem virtutem contemni, post fata demum laudari? At in ista epistola tantis ornatur laudibus Democritus, ut majoribus non possit. Hic Democritus vocatur *æterna gloria illius urbis: timent, ne si Democritus mente motus fuerit, cœlum ruat, & Abderitarum Resp. pessundetur.* Altera epistola, nempe responsoria Hippocratis, æque inepta est, & declamatorem manifesto prodit autorem. Quam enim ridiculum est, longam mittere epistolam ad eos, ad quos jam proficisci nulla interposita mora cogitas? quam ἀπροσδιόνυσον, in ejus generis epistola multis philosophari suamque ostentare sapientiam? Sed tanta est festinatio Hippocratis scilicet, ut aliam quoque satis longam scripserit epistolam ad

Pag. 461.

Philo-

Philopœmenem Abderitam, cujus usurus erat hospitio. In hac non jam solum declamitat Hippocrates ille ὑποβολιμαῖος, sed plane vaticinatur. Prædicit enim, fore, ut Democritum satis sanum offendat, & Abderitæ per ignorantiam eum habeant pro insano. Quam hæc abhorreant ab omni veri specie! Sed nondum satis nugarum. Nam quatuor adhuc alias ante scripsit epistolas Hippocrates, quam ad iter destinatum sese accingeret. Prima data est ad Dionysium quendam, quem rogat, ut ipso absente rei familiaris curam gerat, ac maxime uxoris, ne forte in thorum Hippocratis admittat alios: scilicet nusquam tuta fides. Altera est ad Damagetum, a quo petit, ut navis Rhodi comparandæ curam gerat, qua vehi velit Abderam. Tertia rursus ad Philopœmenem, cui narrat somnium suum de Democrito, & promittit, se propediem Abderam eam ob rem, cujus causa vocatus erat, venturum esse. Quarta est ad Cratevam, quem rogat, ut herbas varii generis, quibus usurus sit ad Democritum curandum, colligat atque ad se mittat. Scilicet hoc est festinare ad ægrotum, qui, dum molitur, dum comitur Hippocrates, centies misere perire poterat. Sequitur epistola Hippocratis alia Abderæ scripta ad Damagetum, cui non tam epistolam, quam librum mittit, eique tædiosa copia enarrat statum, in quo deprehenderit Democritum. Non lubet eam sub examen revocare. Illud rogo Lectorem gustu satis acuto præditum, ut attente eam legat. Spondeo, eum judicaturum, & hanc & ceteras epistolas esse subditicias. Adeo declamatorie & scholastice, ne dicam putide, scriptæ sunt omnes: ubique affectata & jejuna in iis apparet philosophia. Agmen harum epistolarum claudunt duæ Democriti & Hippocratis mutuæ, sed quarum autor soricis more suopte se prodit indicio. Democritus enim ibi commemorat, se adveniente Hippocrate *de mundi dispositione* scripsisse, item *de polis & astris cœlestibus*. Contra Hippocrates in longa illa ad Damagetum epistola refert, se deprehendisse Democritum *de insania ejusque causis* scribentem. Nimirum mendacem harum epistolarum autorem decebat esse memorem. Porro Hippocrates in sua ad Democritum epistola meminit, *se jam senem esse*. Facile autem ex natali Hippocratis, & emortuali Democriti anno colligitur, eo tempore Hippocratem, quo Abderam vocatus esse traditur, vix quinquagesimum vitæ annum superasse. Ex hisce satis, opinor, liquet, epistolas illas esse confictas, nec ullo jure ad Hippocratem & Democritum autores referri. Nec opus est alia circumspicere νοθείας indicia, cum hæc abunde sufficiant. Quæris, quis igitur architectus earum fuerit? Paucis habeto, Græculum fuisse rhetorem. Solebat enim id hominum genus veterum nomine compone-

Act. Erud. An. 1713. M. Octob.

Pag. 462.

Act. Erud. An. 1713. M. Octob.

ponere epistolas ad ingenium & eloquentiam ostentandam, eodem modo, quo Livius, Curtius, aliique historici narrationibus suis intexunt orationes, haud sane ab iis prolatas, quibus tribuuntur, sed confictas ex ingenio. *In scholis*, inquit Jonsius *de Script. hist. philos. Lib. III. cap. 1. p. 216. celebriorum rhetorum nomine omnis generis orationes exercitii gratia conficiebantur, quas scholasticas declamationes a veris rhetorum orationibus distinguere, earumque discrimen indicare, Grammaticorum erat, cum non raro ea incautis lectoribus imponerent*. Nec vero Græci soli, verum etiam Latini ejusmodi epist. styli exercendi causa contexebant, nec dubitarunt se ipsarum autores profiteri: quemadmodum patet exemplo Joannis Lemovicensis in præfatione ad epistolas Pharaonis & Josephi a se compositas, apud Fabricium *Cod. pseudepigr. Tom. V. pag.* 443. Hac de causa pleræque antiquorum epistolæ suspectæ sunt Jonsio *Lib. I. cap.* 18. *pag.* 99. aliisque doctissimis & emunctissimæ naris viris, quos adducit Fabricius *Bibl. Græc. Lib. II. cap.* 10. *p.* 417. *extrema*, & *Lib. I. cap.* 35. §. 3. *p.* 239. Ceterum has ipsas Hippocratis epistolas subditicium esse fœtum, jam agnovit Josephus Scaliger

Pag. 463. *Epist.* 106. cujus verba relege sis apud Fabricium. Cum igitur fundamentum illius historiæ sit plane fabulosum, ipsam quoque fabulosam esse consequitur. Restat, ut investigemus hujus originem fabulæ. Scilicet, verum est, Democritum civibus suis furere visum esse: idque Seneca diserte testatur *epist.* 79. Cui opinioni duplicem præbuit occasionem Democritus. Nam & in speluncis ac solitudine vitam agebat, & humana ridebat omnia, id est, omnes homines dicebat stultos esse. Rectius vero sentiebat Hippocrates, qui, Diogene Laertio teste *Lib. IX. cap. de Melisso*, eum Abderitis commendavit. Nam licet ipse Hippocrates in primo congressu Democritum pro homine mentis impote haberet, postea tamen, quum familiarius cum ipso collocutus est, mirum in modum ejus admiratus est sapientiam, teste Æliano *Lib. IV. Var. histor. cap.* 20. Habes, Lector, ob oculos fabulæ nostræ cunabula. Cum enim Hippocrates fuerit celeberrimi nominis Medicus, Abderitarumque stultitia vel proverbio celebrata sit, ut ex Cicerone patet *Lib. IV. ad Attic. epist.* 15. & Martiale *Lib. X. epigr.* 25. item ex priore Pseudo-Hippocratis epistola ad Damagetum; hinc lepidi nugivenduli finxerunt, Abderitas, stultissimos scilicet homines, inter alia stultitiæ suæ documenta hoc quoque edidisse, ut publico nomine nuntium miserint ad Hippocratem Medicum, eumque rogarint, ut Democritum stultitia & furore correptum propere sanaret, cum ipsis opus esset helleboro.

NOVA

Act. Erud. An. 1713. M. Nov. Pag. 519.

NOVA ANALYSIS PLANO-GEOMETRICA

ex solo calculo detecta & expedita a FERDINANDO ERNESTO *Comite ab* HERBESTEIN.

METhodus, quam Geometris hoc Schediasmate propono, nova est, atque ab illa distincta, quam Hugo de Omerique sub finem sæculi præteriti Gadibus publicavit. Quanquam enim negari non debeat, insignem hunc Analystam Geometriæ præclaris adminiculis opem tulisse non contemnendam; in propatulo tamen est, illum arrepta occasione ex solutionibus Problematum via Analyseos ordinariæ expeditis, ad synthesin se convertisse, atque inde contigisse, quod superata tandem difficultate in concinnas brevesque Problematum selectorum constructiones, earundemque demonstrationes feliciter inciderit. Analysin manuducere ad synthesin, nemo Geometra hactenus dubitaverat: at rationum compositarum aliarumque difficultatum scopulos, qui Jasonio remige erant superandi, horrebant ad unum omnes. Desiderabatur scilicet Analysis, quæ neglectis ejuscemodi syrtibus, facili ductu Geometris ad sinthesin aditum patefaceret: quo in conatu an scopum attigerit nostra hæc methodus, an secus, ex gemino subjecto paradigmate, quorum primum *lib. 3. prop. 2. Analyseos Geometricæ* solvit laudatus Hugo, sententiam ferant acutissimi almæ Geometriæ Cultores. Secundi problematis duplicem concinnavi Analysin; ut ex earum posteriori elucescat, quantum nova hæc methodus conferat ad plures incognitas facili negotio extirpandas. Sit itaque Pag. 520.

PROBLEMA I.

Datam rectam in duas partes secare, quarum quadrata æqualia sint dato plano.

ANALYSIS HUGONIS.

Esto data AB dividenda in X, ut quadrata AX, XB æqualia sint quadrato datæ PQ. bisecetur AB in M. Tab. III. Fig. 4.

sit igitur $axa + xbx = pqp$

sed p. 9. secundi El. $axa + xbx = 2ama + 2mxm$

Ergo $2ama + 2mxm = pqp$

& dividendo $ama + mxm = \frac{1}{2} pqp$ Ergo solutum.

Ulterius enim progredi non licet, cum quantitas ignota mxm æquari possit quantitati cognitæ. Unde problematis constructio

patet,

Act. Erud. An. 1713. M. Nov.

patet, & etiam determinatio. Nam si a dimidio quadrati pq auferri non possit quadratum am, problema erit impossibile.

ANALYSIS NOVA.

Sit recta $AB=a$, $PQ=b$, $AX=x$ ergo $XB=a-x$

$$a^2:b^2=a^2:a^2+2x^2-2ax$$

$$a^2:a^2-b^2=\frac{a^2}{2}:ax-x^2 \text{ Ergo solutum.}$$

Patet igitur excessum, quo quadratum datæ rectæ AB superat quadratum rectæ PQ, esse duplum quadrati æqualis rectangulo sub segmentis AX & XB.

Pag. 521. Tab. III. Fig. 5.

PROBLEMA II.

Datis perpendiculo BD, & ratione quadrati segmenti AD ad quadratum basis AC, construere Triangulum rectangulum.

Esto $BD=p$, ratio data $=m:n$, $AC=x$, $AD=y$, $BC=z$, $AB=\sqrt{x^2-z^2}$.

ANALYSIS I.

$$m:n=y^2:x^2$$
fiat $$m:n=p^2:q^2$$
$$p^2:q^2=y^2:x^2$$
$$p:q=y:x$$
$$q-p:p=x-y:y$$
$$q-p:p=xy-y^2:y^2$$
$$xy-y^2=p^2$$
$$q-p:p=p^2:y^2 \text{ Ergo solutum.}$$

ANALYSIS II.

$$m:n=y^2:x^2$$
$$x:\sqrt{x^2-z^2}=z:p$$
$$x^2:x^2-z^2=z^2:p^2$$
$$x^2:xy=z^2:p^2$$
$$x:y=z^2:p^2$$
Esto $$p:z=z:u$$
Ergo $$pu=z^2$$
$$x:y=pu:p^2$$
$$x:y=u:p$$
$$x^2:y^2=u^2:p^2$$
$$x^2:y^2=n:m$$
$$m:n=p^2:u^2 \text{ Ergo solutum.}$$

EX-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS, TOMI QUINTI SUPPLEMENTORUM.

EPISTOLA G. G. L.

Ad V. Clariss. CHRISTIANUM WOLFIUM, *Professorem Matheseos Halensem, circa scientiam infiniti.*



Uæris a me, Vir Celeberrime, quid de Quæstione nuper a Clariss. *Guidone Grandio* renovata sentiam, utrum $1-1+1-1+1-1+$ &c. in infinitum fit $\frac{1}{2}$; & quomodo absurditas evitari possit, quæ in tali enuntiatione se ostendere videtur. Nam cum infinities occurrere videatur $1-1=0$, non apparet quomodo ex veris nihilis infinities repetitis possit fieri $\frac{1}{2}$. Intelligo, Dn. Grandium hanc vim infinito tribuere, ut ex nihilo faciat aliquid, & hinc non ineleganter illustrare velle creationem rerum, quæ ex nihilo fit per divinam omnipotentiam. Sed Creatio non est simplex repetio Nihilorum, continetque realitatem novam & positivam superadditam. Audio etiam Cl. *Marchettum* Pro-

Tomi V. Supplem. Sect. VI. Pag. 264.

Tomi V. Supplem. Sect. VI. Professorem Matheseos Pisanum Grandianæ sententiæ contradixisse, quanquam rationes ejus ad me non pervenerint. Sed rem, cum jucundæ sit disquisitionis, & inprimis ad *Scientiam infiniti* (hactenus nondum pro dignitate tractatam) illustrandam faciat; paulo altius repetere & ad fontes suos revocare operæ pretium erit, quod ipsi Cl. Grandio non ingratum fore confido, cujus primariam hic conclusionem confirmamus, etsi nonnullas ejus ratiocinationes & consequentias animadversione indigere putemus,
Pag. 265. ne quid scientia detrimenti capiat.

Ostensum est dudum ab iis qui summam terminorum progressionis Geometricæ (post magni Archimedis exhibitum in quadratura parabolæ specimen) dederunt, sed inprimis a Gregorio a S. Vincentio, esse $\frac{1}{1-x} = 1 + x + xx + x^3 + x^4$ &c. in infinitum, si scilicet ponatur X esse quantitas minor unitate. Hoc Nicolaus Mercator Holsatus transtulit ad $\frac{1}{1+x} = 1 - x + xx - x^3 + x^4 - x^5 +$ &c. in infinitum, quod (una cum priore) ostendit ex continuata quadam divisione; quanquam hoc etiam ex priore sequatur, pro $-x$ ponendo $+x$. Idem primus in edita a se Logarithmotechnia docuit hoc applicare ad Quadraturam per seriem infinitam, atque hoc modo Quadraturam Hyperbolæ Arithmeticam nobis dedit, eamque ad Logarithmos adhibuit. Ego exemplo ipsius excitatus feliciter inveni, non solum quadraturam Areæ, cujus ordinata est $\frac{1}{1-xx}$, inservire ad Quadraturam Hyperbolæ; sed etiam similiter Tetragonismo Arithmetico Circuli inservire $\frac{1}{1+xx}$. Cum enim (loco x ponendo xx) $\frac{1}{1+xx}$ sit $1 - xx + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10} +$ &c. in infinit. hinc sequebatur $\int \frac{dx}{1+xx}$ (quæ summa dat quadraturam sectoris Circuli, ut singulari quadam methodo detexeram) fore $\int dx - \int xxdx + \int x^4 dx - \int dx^6 dx +$ &c. seu (ex nota Quadratura Paraboloeidum) $\frac{x}{1} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} +$ &c. Unde in eo casu quo $x = 1$. prodit $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} +$ &c. in infinit. quæ series infinita est ad unitatem, ut area Circuli ad quadratum Diametri. Hoc multo ante repertum in primo An-
Pag. 266. no Actorum Reipublicæ Literariæ Lipsiensibus publicavi. Postea autem in iisdem Actis generalem expressionem dedi, quæ Quadraturam sectoris Conicæ cujuscunque centrum habentis uno theorema-

rema-

remate complectitur. Atque hæc Cl. Grandius suo more ad captum eorum, qui minus in calculo generali versati sunt, per lineas demonstrare non spernendo consilio voluit, ut res magis imaginationi subjiciatur, quod ego ipse juvenis olim (sed cum multis aliis cognatis inventis) cum Parisiis agerem, in publicum dare constitueram, simulque aperire originem inventionum, quæ fortasse ne nunc quidem satis patet. Sed ad alia postea vocatus intermisi. Sane facilius multo est inventionum dare demonstrationem, quam originem, quæ auget ipsam inveniendi artem. Tomi V. Supplem. Sect. VI.

Nunc omissa quadratura redeamus ad seriem ex terminis progressionis Geometricæ (qua sola ad scopum nostrum nunc indigemus) qualis est $\frac{1}{1+x} = 1 - x + xx - x^3 +$ &c. in infinit. vel $\frac{1}{1+xx} = 1 - xx + x^4 - x^6 +$ &c. in infinit. consideremusque, quid fiat, si fit $x = 1$: ibi vero prodit, non sine admiratione considerantis, $\frac{1}{1+1}$ seu $\frac{1}{2} = 1 - 1 + 1 - 1 +$ &c. in infinit. Idque oculis quodammodo admovet figura a Dn. Grandio adhibita. Sit enim quadratum $bIAV$; ducatur recta diagonalis Ab, vel $A1b$, ducantur & infinitæ parabolæ vel paraboloeides, $A2b$, $A3b$, $A4b$, $A5b$ &c. ita ut latus quadrati appellando unitatem & abscissam AG vocando x, & ducendo rectam yG, ad AG normalem quæ secet diagonalem & paraboloeides in 1, 2, 3, 4, 5, &c. tunc ordinata, Gy, $G1$, $G2$, $G3$, $G4$, $G5$ &c. respective futuræ sint, 1, x, xx, x^3, x^4, x^5, &c. ut proinde rectæ Gy, $G1$, $G2$, $G3$, $G4$, &c. sint progressionis Geometricæ. His positis, producatur bV usque in B, ita ut BV sit $= bV$; & yG usque in D, ita ut GD sit aggregatum harum ordinatarum alternis per additionem & subtractionem conjunctarum seu ut GD sit $Gy - G1 + G2 - G3 +$ &c. vel quod (per supra ostensa) eodem redit, ut GD sit $= \frac{1}{VA + AG} = \frac{1}{1 + AG}$ & completo quadrato $BVAH$ describatur curva SDH, transiens per quæcunque puncta ut D, & occurrens ipsi AH, in H, & ipsi BV in S: patet in casu quo fit $AG = VA = 1$ fore $GD = \frac{1}{1+xx} = \frac{1}{2} = VS$ seu $DG = \frac{1}{2}BV$, & proinde in eo casu, quippe quo G cadit in V & D in S, fore $VS = \frac{1}{2}BV$ vel $\frac{1}{2}AV$. Et quia in eo casu omnia puncta 1, 2, 3, 4, 5, &c. coincidunt in unum idemque punctum B, hinc $G1$, $G2$, $G3$, $G4$ &c. fiunt Gy,

Tab. I. ad Ann. 1713. Fig. 8.

Pag. 267.

Tomi V. Supplem. Sect. VI. vel BV, & postremo ex $Gy - G1 + G2 - G3 +$ &c. fiet $BV - BV + BV - BV +$ &c. $= \frac{1}{2}BV$.

Atque hoc consentaneum est *Legi Continuitatis*, a me olim in Novellis Literariis Bælianis primum propositæ & Legibus Motus applicatæ: unde fit, *ut in continuis extremum exclusivum tractari possit ut inclusivum*; & ita ultimus casus, licet tota natura diversus, lateat in generali lege cæterorum, simulque paradoxa quadam ratione, & ut sic dicam, *Figura Philosophico-rhetorica* punctum in linea, quies in motu, specialis casus in generali contradistincto comprehensus intelligi possit; tanquam punctum sit linea infinite parva seu evanescens, aut quies sit motus evanescens; aliaque id genus, quæ *Joachimus Jungius*, Vir profundissimus, *toleranter vera* appellasset, & quæ inserviunt plurimum ad inveniendi artem, etsi meo judicio aliquid fictionis & imaginarii complectantur, quod tamen reductione ad expressiones ordinarias ita facile rectificatur, ut error inveniri non possit: & alioqui natura ordinatim semper, non per saltus procedens, legem continuitatis violare nequit.

Verum enim vero hic ostendit se difficultas & a Te, Vir Clarissime, & a Cl. Marchetto merito objecta. Cum enim $BV - BV$, vel $1 - 1$ sit 0; nonne sequitur $BV - BV + BV - BV + BV - BV +$ &c. in infinitum, vel $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 +$ &c. in inf. nihil aliud esse quam $0 + 0 + 0 +$ &c. quod quomodo facere possit $\frac{1}{2}$, non apparet. Cl. Grandius difficultatem simili quodam ingeniose tollere conatur. Fingit, duos fratres in familia herciscunda occupatos invenire in paterna hæreditate immensi pre-
Pag. 268. tii gemmam, eamque alienare testamento prohiberi; itaque ita convenire inter se, ut alternis annis in alterutrius museo collocetur. Itaque si in æternum hæc lex inter hæredes servari ponatur, alterutram fratrum lineam, cui infinities detur, & infinities adimatur gemma, dimidium juris in ea recte habituram.

Sed re accuratius considerata, similitudo hic nimis claudicat, & *primum* quidem quia in casu nostro (ipso sentiente Cl. Grandio) res pendet a privilegio infiniti, quod, secundum ipsum, repetitione ex Nihilo Aliquid faciat. At in casu isto familiæ herciscundæ res æque locum habet, licet finitus sit annorum numerus. Finge enim, duobus gemmam non ex hæreditate paterna, sed legato amici, obvenisse, nec proprietatem relictam in perpetuum, sed usum tantum in centum annos; patet eodem modo jura eorum salva fore, si alternis eam annis possideant. At vero in casu nostro, si centies ponantur unitates, alternis addendo & subtrahendo, seu si quinquagies ponatur $1 - 1$, imo quingenties millies, semper prodibit 0.

Et

Et *secundo* ipsa ratio differentiæ in eo consistit, quod in casu communis juris duorum, alternis possidentium, id quod datur & tollitur, non est totum jus in re, sed usus unius anni, & non nisi totius juris particula: & toto jure in annos distributo, usque in centum annos concesso, patet usum unius anni non esse nisi centesimam partem juris integri; & ita cum unusquisque hoc modo obtineat quinquaginta centesimas, patet unumquemque totius juris dimidium habere. Sed in casu nostro ipsa unitas, ipsum totum (non particula) nunc datur, nunc adimitur. Ita similitudo illa, etsi speciosa, si accuratius intueare, nihil ad rem facit. Tomi V. Supplem. Sect. VI.

Nunc ergo veram, & fortasse inexpectatam, certe singularem, *ænigmatis* solutionem, & *paradoxi* rationem afferamus; redeundo ad seriem finitam, & deinde transeundo ad infinitam. Considerandum est nempe, casus seriei infinitæ mira quadam ratione confundi. Nempe *series finita* $1 - 1 + 1 - 1 +$ &c. dupliciter explicari potest, vel enim constat ex *numero membrorum pari* & terminatur per — veluti

$1 - 1$, aut $1 - 1 + 1 - 1$, aut $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$, Pag. 269.

aut quousque tandem progrediare; quibus casibus semper prodit 0: vel *numero membrorum impari*, & terminatur per $+$, veluti

1 aut $1 - 1 + 1$, aut $1 - 1 + 1 - 1 + 1$,

aut quousque tandem progrediare; quibus casibus semper prodit 1. At cum *Series* est *infinita*, nempe $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 +$ &c. in infinitum, ita ut excedat numerum quemcunque; tunc evanescente natura numeri, evanescit etiam paris aut imparis assignabilitas: & cum ratio nulla sit pro paritate magis aut imparitate, adeoque pro prodeunte 0 magis quam pro 1, fit admirabili naturæ ingenio, ut transitu a finito ad infinitum simul fiat transitus a disjunctivo (jam cessante) ad unum (quod superest) positivum, inter disjunctiva medium. Et quoniam ab iis qui de æstimatione scripsere, ostensum est, cum medium inter duas quantitates pari ratione nitentes sumendum est, sumi debere medium Arithmeticum, quod est dimidium summæ; itaque natura rerum eandem hic observat *justitiæ legem*; & proinde cum $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 +$ &c. in casu finito numeri membrorum paris sit 0, at in casu finito numeri terminorum imparis fit 1; sequitur evanescente utroque in casu membrorum multitudine infinitorum, ubi paris imparisque jura confunduntur & tantundem rationis pro utroque est; prodire $\frac{0+1}{2} = \frac{1}{2}$ quod proponebatur.

Tomi V. Supplem. Sect. VI. Porro hoc argumentandi genus, etsi Metaphysicum magis quam Mathematicum videatur, tamen firmum est: & aliorum Canonum *Veræ Metaphysicæ* (quæ ultra vocabulorum nomenclaturas procedit) major est usus in Mathesi, in Analysi, in ipsa Geometria, quam vulgo putatur. Hoc loco autem aliunde, ratione scilicet initio posita (cum quævis ordinata GD sit $\frac{1}{1+AG}$, adeoque cum AG fit AV, vel 1, fiat VS, $\frac{1}{1+1}$) scimus VS esse $\frac{1}{2}$ BV, & possemus etiam ostendere, sumendo G quantum libet vicinum ipsi V, fore etiam GD quantum libet vicinum ipsi $\frac{1}{2}$ BV, ita ut differentia reddi possit minor data quavis Pag. 270. quantitate; unde, Archimedeo inferendi more, etiam sequitur VS esse $\frac{1}{2}$ BV. Interim ex ipsa serierum & infiniti natura idem colligi, non jucundum tantum, sed etiam ad accuratas de infinito ratiocinationes instituendas recludendosque magis magisque novæ doctrinæ fontes, utilissimum futurum est. Simul cavebitur, ne scientia nova per paradoxa minime defendenda infametur. Itaque ad objectionem, quod ex nullitatibus quotcunque minime fieri possit aliquid, non respondendum erat distinguendo inter finitum & infinitum, quasi regula in infinito fallat; sed concessa generaliter regula, ostendendum erat, uti nunc factum est, applicationem ejus hic cessare.

PROBLEMATIS

a Præstantissimo Geometra Anglo Matheseos practicæ studiosis proposito, solutio duplex.

Sect. VII. Pag. 317.

Aut. F. D. C. Abb. Vall.

QUÆ scitu facilia videntur, non ideo despicienda, imo quadam notatione digna censenda sunt, quoties aliquid, quantulumcumque sit, aut ad ingenii exercitationem aut ad utilitatem conferre queunt. Cujus generis est subsequens Longimetriæ problema.

„ *Metiri altitudinem profundi aut præcipitis loci, dato solum*
„ *temporis intervallo, quod inter incboatum alicujus gravissimi pon-*
„ *deris*

„ *deris lapsum, & auditum obicis in fundo ab isto pondere per-* Tomi V. Supplem. Sect. VI.
„ *cussi sonum sedulo observetur.* . . . .

Ad solutionem maxime generalem, qua involvitur hæc, quam dico *primam* (denominatis, tam secundorum horariorum, quæ temporis observati intervallo continentur, multitudine t; quam certo, cuius ope spatia a gravibus cadentibus, & a sonis transmissis pari tempore decursa conferri inter se possunt, numero n; tum etiam multiplicanda per 15 pedes vel per $\frac{5}{2}$ hexapedas altitudinis quæsitæ mensura x) invenio, nulla resistentis aeris habita ratione, $x = \frac{1}{2} n + nt - \frac{1}{2} n\sqrt{(nn + 4nt)}$ (A) ubi, quod ad usum attinet, in locum literæ n substituendus est numerus. 72, quemadmodum mox ostendam supposito de sonorum propagatione experimento, ex quo sonum uno minuto secundo per spatium hexapedarum 180; seu pedum Gallicorum 1080 transferri sat præcise compertum est: quo eodem minuto secundo pondus per aerem decidens (cujus aeris omne removeatur impedimentum) pedes conficeret 15 accelerato motu; cum quo descenderet per spatium triplum minutis secundis duobus, per quintuplum minutis secundis tribus, & sic deinceps servata numerorum imparium serie ex hypothesi Galilæana, cui eo magis experimenta consentiunt, quo major datur ponderis cadentis gravitas. Interea dum sonus editus, sic motu per aerem æquabili progrederetur, ut spatium perageret duplum tempore duplo, triplum tempore triplo, atque ita deinceps secundum seriem numerorum naturalium, hoc est, *radicum ex omnibus quadratis per continuam horam imparium additionem genitis*. Adeo ut si conferantur inter se spatia, quæ temporibus æqualibus per medium liberum a pondere verticaliter delapso & a sono recte propagato transmitterentur, liquido appareat, 1°. post certum tempus certo spatio (1) aut per pedes aut per hexapedas menso, quod gravia deorsum percurrerent, aliud respondere spatium (n) ex iisdem constans mensuris, quod soni quoquoversus traiicerent, 2°. post duplum tempus aucto gravium spatio $1+3=4$ (quadrato ex 2) respondere auctum quoque sonorum spatium $n+n=2n$ (multiplex ipsius 2) 3°. post triplum tempus aucto adhuc gravium spatio $1+3+5=9$ (quadrato ex 3) respondere auctum etiam adhuc sonorum spatium $n+n+n=3n$ (multiplex ipsius 3 & sic consequenter; hoc est in genere post tempus quodcumque $\sqrt{x}$ secundum Galilæi hypothesin, omni gravium spatio x (quadrato ex $\sqrt{x}$) respondere certum sonorum spatium $n\sqrt{x}$ (multiplex ipsius $\sqrt{x}$). Pag. 318.

Quibus perspectis & quoniam motus sonum deferens æquabilis

Tomi V. Supplem. Sect. VI. lis est proindeque spatiorum, quæ decurrit & temporum, quibus durat, eadem habetur ratio; necessarie concluditur hæc analogia: Sicut a sono emensum tempore $\sqrt{x}$ spatium $n\sqrt{x}$ est ad peractum tempore quæsito spatium x, in idem tempus $\sqrt{x}$ est ad illud tempus quæsitum nempe $x:n$. Hoc itaque tempore $x:n$ (soni a pondere lapso producti atque ex profundo auditi) & tempore $\sqrt{x}$ (ponderis altitudine cognoscenda libere cadentis) in unam summam collectis fit, per propositum problema $x:n+\sqrt{x}=t$; & inde per notas Algebræ regulas prodit æquatio secundi

Pag. 319. gradus $x^2 \left.\begin{matrix}-nn\\-nt\end{matrix}\right\} x + nntt = 0$, unde extractam radicem x supra exhibuimus nota (A) insignitam, ut facilius discernatur. Quæ quidem radix ambarum minor hic assumitur; quandoquidem pondere descendente, & sono subinde ascendente per idem spatium verticale x, tempus solius descensus $\sqrt{x}$ tempore tam ejusdem descensus anterioris quam ascensus posterioris conjunctim t brevius necessario est.

En autem quo modo quantitati indeterminatæ n (generali expressione designatæ, quatenus refertur ad omne de motu soni experimentum, quod accuratius fieri unquam possit) subrogandus invenitur numerus, quem recentiores observationes, Robervallianis, Mersenianis, ac Newtonianis ob adhibitam in explorando subtilitatem præferendæ, admittant. Sonum, uti jam diximus, progredi ad distantiam hexapedarum $90 = 540$ ped. Parisin. tempore semiscrupuli sevandi hexapedarum $180 = 1080$ ped. tempore unius scrupuli secundi; hexapedarum $360 = 2160$ ped. tempore duorum scrupulorum secundorum; & ita semper velocitate æquabili nupera experientia docuit. Dividantur autem numeri 90, 180, 360, &c. per $\frac{1}{2}$ ex una parte, & ex altera numeri 540, 1080, 2160, &c. per 15; prodibunt iidem pariter quotientes $72\sqrt{\frac{1}{4}}$, $72\sqrt{1}$, $72\sqrt{4}$ &c. idest in genere $72\sqrt{x}=n\sqrt{x}$: Ergo secundum posteriora ipsaque certiora experimenta datur $n=72$. Hinc per formulam (A) superius expositam facta substitutione 72 in locum literæ n obtinetur quantitas $x=1296+36(36+2t)-432\sqrt{(36+2t)}$ (B) æquivalens numero 144 ducto in $18+\frac{2t}{4}-3\sqrt{(36+2x)}$, quæ multiplicanda est ad libitum aut per 15 (numerum pedum Parisinorum) aut per $\frac{1}{2}$ (numerum hexapedarum Gallicarum.) Et hæc est specifica problematis propositi solutio *prima*, secluso nempe medii aeris renixu, positaque Galilæi de descensu gravium theoria. *Specificam* porro diximus, quia si diligentiori adhuc exploratione velocitas transmissi per aerem soni investigaretur, & aliquid postremis observationibus corrigendum deprehenderetur, tunc mutata spatii quantitate mutandus quoque foret

ret numerus n. Statuatur ex. causa, hujusce spatii mensura non quidem 90, sed vel 100 vel 80 hexapedarum esse tempore dimidii minuti secundi; jam n fieret vel 80 vel 64 loco numeri 72. divisis quippe 100 vel 200 vel 400, & 80 vel 160 vel 320 per $\frac{1}{2}$ prodeunt quotientes $80\sqrt{\frac{1}{4}}$ vel $80\sqrt{1}$ vel $40\sqrt{4}$ & $64\sqrt{\frac{1}{4}}$ vel $64\sqrt{1}$ vel $64\sqrt{4}$, ubi $\sqrt{\frac{1}{4}}$, sicut $\sqrt{1}$, $\sqrt{4}$, &c. est numerus temporis ad secunda horaria revocati. Idem de similibus intellige. At stantibus observatis; quum propriorum esse $n=72$ ostendimus; præcedentem solutionem, per quam loci profundi altitudo ex temporibus ab inito gravissimi ponderis lapsu usque ad auditum soli percussi sonum observatis innotescit, aliquot illustremus exemplis. Tomi V. Supplem. Sect. VI. Pag. 320.

I. Diligentissime facta & attentissime iterata temporis observatione, ex quo grave manu dimissum impetuque naturali præceps imo præcipitio impactum est, & sonus percussione editus aures observatoris perculit; numeratæ supponuntur, exempli causa viginti duæ penduli novem pollicibus cum duabus lineis longi vibrationes, quarum singularum semisecundum horarium meritur. Ergo $28=2t$; quo casu $\sqrt{(36+2t)}$ fit $\sqrt{64}=8$. Hic numerus 8 ejusque quadratus 64 substituti in valore quantitatis x supra invento (B) præstant $x=1296+2304-3456=3600-3456=144$; cujus producto per 15 dante 2160 pedes, sive producto per $\frac{5}{2}$ efficiente 360 hexapedas, habetur mensura quæsitæ altitudinis ex qua pondus (sic grave ut resistentis aeris impedimentum negligi in calculo sine notabili errore queat) primum descendisset tempore secundorum $\sqrt{x}=12$; & ad quam deinde percussionis sonus tempore secundorum $x:n=\frac{144}{72}=2$ ascendisset. Manifeste enim $x:n+\sqrt{x}=2+12=14$ est semissis t numeri semisecundorum observatorum $28=2t$. quod problematis propositi beneficio erit inveniendum.

Qui autem simili observatione scrupula penduli oscillantis semisecunda numerasset duntaxat $13=2t$, quæsitam præcipitis loci altiudinem esse tantummodo hexapedarum 90 sine pedum 540 invenisset per æquivalentem ejusdem formulæ (B) expressionem. Etenim tunc darentur $\sqrt{(36+2t)}=\sqrt{49}=7$ & $x=$ numero 144 ducto in $18+\frac{13}{4}-3\sqrt{49}=144\frac{1}{4}=36$. Unde consequitur fieri $36\frac{5}{2}=90$ hexaped. & $36.15=540$ ped. nec non $\frac{x}{72}=\frac{36}{72}=\frac{1}{2}''$, $\sqrt{x}=\sqrt{36}=6''$ & $t=\frac{1}{2}+6=\frac{13}{2}''$. Pag. 321.

Generaliter sunto $t=12a+12aa$ secund. hor. fierent $\sqrt{(36+t)}=6+2a$ & $x=144aa$ huic facta per $\frac{5}{2}$ multiplicatione perpendicularem præcipitii depressionem adæquare $360aa$ hexapedas, quæ a pondere in imum delapso intra secundorum numerum $\sqrt{x}=12a$ & a sono collisus audito intra parium scrupulorum

Tomi V. Supplem. Sect. VII. rum numerum $x : 72 = 2aa$ peragrarentur, observator certo concluderet.

II. Dum jussu Christianissimi Regis, anno 1674. d. Picard. Regiæ Scientiarum Academiæ Socius & in Observatorio Regio Astronomus, subtilissimis ope instrumenti, quod *Libella* vocant, observationibus vacabat: inter aliam quæ ad susceptam operam utilia ipsi videbantur, accuratiore opus habuit mensura altitudinis turrium, quæ Parisiis in atrio Templi B. V. Mariæ, vulgo Notre Dame, ad utrumque portæ latus extructæ sunt. Ambarum itaque illam quæ Meridiem spectat, a pavimento ad superum usque loricæ muro impositæ limbum summa cura dimensus, altam esse 34, hexapedas sive 204 pedes Parisinos præcise deprehendit. Tanta erat, qua solebat uti in observando diligentia, ut isti mensuræ, quam statuit, stare tuto possimus. Experiamur jam quid hic jam nostra solutio problematis a doctiss. Geometra Anglo excogitati præstare queat.

Constat apud Mechanicos mobile, cujus perpendiculariter cadentis urgente pondere sic superaretur resistentis aeris impedimentum, ut sensu percipi non posset, ex altitudine pedum 204 descendere sensibili tempore in subduplicata ratione numeri $\frac{204}{15}$ idest, intervallo secundorum horariorum $\sqrt{13\frac{3}{5}}$ notum est etiam, æquabilem soni motum qui secundum certiorem experientiam pedes
Pag. 322. 180 intra sextam partem scrupuli horarii, proindeque 24 pedes intra $\frac{1}{45}$ ejusdem scrupuli particulam, percurreret, debere consequenter intra unius secundi partes $\frac{17}{90} = \frac{1}{6} + \frac{1}{45}$ spatium pedum $204 = 180 + 24$ conficere. Si quis ergo constitutus in suprema parte Turris, quæ Lutetiæ ad latus Meridionale Ædis B. V. Mariæ ædificata est, e sublimiore fulcri circum erecti limbo globum plumbeum, molis ad aerem libere permeandum aptæ, dimitteret perpendiculari in subjectum atrii pavimentum lapsu; is attentam aurem præbens, editum hujus globi hujusque pavimenti collisu sonum post breve tempus audiret. At ex datis pauca illud tempus minuta secunda adæquaret plura quidem quam $3\frac{1}{2}$ pauciora vero quam 4, præcise autem $\frac{17}{90} + \sqrt{13\frac{3}{5}}$. Hujus porro numeri duplus $\frac{17}{45} + 2\sqrt{13\frac{3}{5}}$ scribatur pro $2t$ in formula superius denotata (B) emanebunt, inde 1°. $36(36+2t) = 1296 + \frac{68}{5} + 72\sqrt{13\frac{3}{5}}$. 2°. $\sqrt{(36+2t)} = \sqrt{(36 + \frac{17}{45} + 2\sqrt{13\frac{3}{5}})} = 6 + \frac{1}{6}\sqrt{13\frac{3}{5}}$, tandemque $x = 1296 + 1296 + \frac{68}{5} + 72\sqrt{13\frac{3}{5}} - 2592 - 72\sqrt{13\frac{3}{5}} = \frac{68}{5}$. Atqui 15 pedes in $\frac{68}{5}$ ducti faciunt 204, pro mensura altitudinis proposita tali omnino, qualem dimensa ipsa tunc fuisse repertam, ex Tractatu D. Picard de Libellæ usu (*du Nivellement.*) pag. 148. disciturus. Recte igitur se habet calculus noster primæ solutionis sed accurata veri temporis observatio re-

motis

motis medii impedimentis cardo est præcipuus, circa quem difficultas Problematis, sicut mox ostendam, versatur. Tomi V. Supplem. Sect. VII.

III. Ultimum esto nobis hujusce generis exemplum una ex observationibus de gravium descensu & completa velocitate, quas D. Mariotte e Regia Scientiarum Academia sagax & expers Physicus, adscitis peritissimis adjutoribus, summa sedulitate a se factas, suo de percussione (*de la percussion ou choc des Corps*) scripto mandavit. Legantur, si placet, ipsius rem singulatim enarrantis verba a pag. 407. usque ad 410. editionis tertiæ Ann. 1689. Parisiis: qua in narratione ea potissimum attendantur, quæ ad nostrum exemplum attinent, nempe 1°. quod illa experimenta facta fuere intra cavum nucleum scalarum, quæ, cochleæ in modum ad descendendum in subterranea observatorii regii loca structæ sunt. Ita ut per mediam hujus nuclei vacui cavitatem, directo & adæquate respondentem tot circularibus tripedalis diametri aperturis, quot insunt huic ædificio contabulationes, globi plumbei demittebantur perpendiculari lapsu e strato toti structuræ superimposito, in subjectam tabulam ligneam, quæ ab ipsis observatoribus situ horizontali posita dimidio pede ab uno solo distabat: 2°. quod inter fundum ejusmodi putealis cavi & pavimentum areæ in summo ædificio constructæ, distantia erat pedum Parisinorum $163\frac{1}{2}$ accurate dimensa; a tabula autem lignea horizonti parallela usque ad Observatoris globos deorsum dimittentis manum tripedali intervallo supra illud pavimentum elatam & circinatæ in eo aperturæ imminentem, intermedia dabatur eorundem pedum præcise $166\frac{1}{2}$ altitudo: 3°. quod is, qui præcipuam experientiæ operam dabat, tum sphærulam penduli per semisecunda horaria oscillationes suas absolventis, tum globum plumbeum casu suo tabulæ infra positæ illidendum, eadem manu tenebat; hunc pollice ac digito medio, illam pollice ac digito indice premens: Tunc intentis astantium adjutorum oculis, attentisque auribus, subito dilatans manum sphæram utramque proprio pondere simul permittebat. Altera libera in præceps agebatur; altera suspensa in latus agitabatur; Nec mora, numerabantur oscillationes, donec sonus a tabula usu globi incidentis concussa productus audiebatur: (denique quod repetita sæpe numero experientia, ope globorum plumbeorum diametro duntaxat semipollicari; nunc plura nunc pauciora semisecundorum intervalla numerata sunt, sic nimirum præterpropter computata ut temporis inter casum globi inchoatum & sonum tabulæ auditum consumpti quantitatem Observatores æstimaverint semisecundorum $7\frac{1}{2}$ hoc est, secundorum integrorum $3\frac{3}{4}$.

Pag. 323.

Tomi V. Supplem. Sect. VII. Pag. 324. Porro in observatione toties & tam attente habita illud inevitabile *plus minusque* argumento est præcisum, quod quærebatur, tempus e septem semisecundis differre quadam semisecundi particula, quæ nec oculis in pendulum vibratum defixis nec auribus ad ictum globi audiendum arrectis certo observari poterat, ad solam proinde æstimationem revocanda. Quare quum verissimum sit, quod in eodem Tractatu de percussione (pag. 415.) D. Mariotte sæpe rem expertus monet, nempe in his experimentis nihil difficilius esse quam tempus accurate observare, quia in errorem octavæ aut decimæ partis minuti secundi pene impossibile est non deferri; haud dubitemus quia hic error, a quo diligentia vel maxima carere nequit, paulum ultra octantem minuti secundi quandoque evadat, dum tempus experientiæ per semisecundorum intervalla vibrationibus penduli sat promptis designata observatur: Faciamusque ideo $2t = 6\frac{35}{36}$ semisecundi, idest æquale duplo secundorum $3\frac{3}{4} - \frac{19}{72}$ qui numerus (ob mediocrem assumpti ab observatoribus ponderis gravitatem impedimentum aeris traiiciendi non satis prompte removentem) hic ponitur paulo minor quam medius ille $3\frac{3}{4}$ ex observatorum æstimatione collectus. Hinc habemus $\surd(36 + 2t) = \surd 42\frac{35}{36}$ quod est quam proxime $6\frac{2399}{4320}$, cujus productum per 432 nempe $2831\frac{9}{10}$ simulque productum 1547 factum multiplicatione ipsius $42\frac{35}{36}$ per 36 præstant ope formulæ supra designatæ (B) numerum $x = 1296 + 1547 - 2831 - \frac{2}{20} = 11\frac{2}{20}$ qui ductus in 15 pedes producit pedum numerum $166\frac{1}{2}$ pro altitudinis de qua agitur mensura præcise tali qualem in observatorio regio ipse D. Mariotte ad facienda sua de descensu & completa celeritate gravium experimenta accuratissime mensus est. Quod autem motum Soni a tabula intra globi tremefacta editi spectat, ex eadem solutione concludimus, tempus ejus fuisse $x : 72 = \frac{111}{720} = \frac{1}{6} - \frac{1}{80}$ minuti secundi sicut convenit de differentia vero $\frac{19''}{72}$, qua temporis in experimento consumti æstimatio una alteram excedit, judicandum videtur, veluti jam innuimus, ipsam ex eo præsertim oriri, quod obstaculum medii aerii cadentia gravia minus ponderosa magis retardantis negligitur totum in calculo, at in experientia nullum non fuit durationemque pendulum produxit.

SCHOLIUM I.

Pag. 325. His patet exemplis, tres problematis propositi casus, si primæ solutionis usus attendatur, esse distinguendos. Primus quum, impedimento aeris per gravitatem molis in profundum locum demissæ ita superato, ut sensu percipi nequeat, vera mensura temporis

poris impensi in descensu ponderis subiectum solum percussuri, & in ascensu soni percussione producti datur notando expressa semisecundorum numero, qui quadrato 36 additus alium quadratum perfectum constituat. Tunc semper quantitas x formulæ resolventis (B) præcise cognosceretur; sed vix ullus problematis usus in hoc casu foret: Generali quippe primi trium exemplorum præcedentium solutione palam fit præcipitia tunc requiri alta tot hexapedas quot unitates continet quantitas $360aa$ (ubi a omnem naturalem numerum significat) sive quæ profunda sint multis ad perpendiculum leucis, quarum singula ex 2000 Parisinis hexapedis constet. Assumatur enim $a = 3$. verbi gratia: inde fit $\frac{1}{2}x = 360aa = 3240$ hexapedis pro altitudine loci præcipitis: Atqui in Terrestri superficie, quam inhabitamus, horum perpendiculariter 160 hexapedis seu 960 pedibus excelsum difficillime quisquam invenerit. Tomi V. Supplem. Sect. VII.

In secundo casu expressio temporis præcisi, quo experientia duraret, numerus quidem esset semisecundorum horariorum integer; at una cum quadrato 36 alium perfectum quadratum non efficeret; summa ea illis collecta quantitas fiet commensurabilis, sed cujus radix quadrata non haberetur nisi prope accedens proinde major aut minor quam vera. Quapropter ad calculum sine errore notabili ineundum non pauca attentione opus esset, ut per numerum, rationalem radici quadratæ $\sqrt{(36+2t)}$ penissime æqualem ad veram quæsitæ x quam proxime accedere liceret valorem; in quo si quis errare vel decimaquinta parte unitatis non caveret, in altitudine dimetienda non minus quam uno Parisino pede erraret.

Tertius denique casus is est, in quo dum observatio accuratissime haberetur & attentissime repeteretur, nunc plura nunc pauciora numerarentur penduli oscillantis semisecunda; certissimum indicium temporis intra duo penultimum nempe & ultimum, semisecunda desinentis. Quum idcirco tempus aliquis numerus aut fractionarius aut irrationalis, particula sui vel fracta vel surda incognitus exprimeret. Unde necesse foret usum problematis tunc esse errori maxime obnoxium. Error namque (nisi diligenter caveatur, æstimationibus requisitis sagacissime factis) pauci forsan momenti in $2t$, sæpe esset magni in $\sqrt{(36+2t)}$ majoris in x, & maximi in $\frac{1}{2}x$ hexap. vel in $15x$ ped. altitudinis ex observato tempore $2t$ primaque problematis solutione cognoscendæ. Adde quum casus iste difficilior sese frequentius offeret, ad mediocres quippe altitudines pertinet, quæ circa Terram haud difficulter reperiuntur. Fac in primo exemplo nostro generaliter Pag. 326.

Tomi V. Supplem. Sect. VII. expresso, $a = \frac{1}{3}$ vel $= \frac{1}{4}$ &c. Erant inde tibi fractionaria temporis intervalla $2t = 24a + 4aa = 8\frac{4}{9}$ vel $= 6\frac{1}{4}$ &c. semisecund. horar. & mediocres altitudines $\frac{1}{2}x = 360aa = 40$ vel $= 22\frac{1}{4}$ &c. hexaped. Atque ita de similibus.

Sect. VIII. Pag. 339.

Altera Problematis Supplementorum

Tomo V. Sectione VII. propositi, Solutio.

Etsi rebus facilibus immorari plerumque tædet, nihilominus ab incœpto desistere qui dimidium facti jam habent minime decet. Pag. 340. Quæstionem propositam de altitudine loci profundi investiganda per sonum collisu ponderis in ima delapsi editum sursumque ascendentem, haud difficile fuit solvere secluso aeris impedimento. Sed hoc susceptæ opellæ pars prima tantum est; hic in re facili hærere, nec cœptum persequi dedeceret. Superest ut effectu aeris gravibus permeantibus obstantis non neglecto problema, quoad ejus fieri potest, resolvatur. Rem itaque, quantum licebit per experientiam, cujus D. Mariotte sedulus explorator fuit, exsequamur.

Sciendum est, corpora solida, quorum nec figuræ nec moles hic nobis considerandæ sunt, utpote quas inter se non comparamus, mersa & mota in fluidis, velut in aere, urgere & impellere certa vi obvias sibi eorum fluidorum particulas, quæ transmeandum certo tempore spatium replentes intercludunt. Hæc autem mobilia solida has fluidas particulas impellunt, donec propulsæ loco cedant; quod fieri nequit nisi tanta cum velocitate singulæ recedant, quanta cum celeritate depellens mobile proximæ illarum cedenti succedit. Quantitas ergo motus tam ad dimovendum quam ad decedendum de certo spatio determinato requisita æquatur producto hujusce spatii per datam velocitatem: diciturque nobis tum vis corporis solidi, qua sibi viam per fluidum aperit, tum corporis fluidi impedimentum, quo solidi motus retardatur. At si mobilium velocitates arithmetice crescunt, quales gravium libere cadentium intelliguntur; liquet, non per primam seu enascentem velocitatem, quippe quæ minima est, nec per ultimam sive totalem, utpote maximam, multiplicandum esse spatium toti accelerationis tempori respondens, sed per velocitatem arithmetice mediam, quæ æqualis dimidio ambarum extremarum aggre-

aggregato nec parva nec magna nimium est. His animadversis, esto ponderis casum in aere inchoantis prima velocitas $= 1$, siquidem quantulacunque supponatur, non est zero: sitque $\sqrt{x}$ ultima velocitas, quam adipisceretur ex aliquapiam altitudine intra aeris sphæram descendens: erit velocitas media arithmetica $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{x}$.

Tomi V. Supplem. Sect. VIII.

Quoniam autem grave, quod aerem deorsum permeat, plus motus ad descendendum habet quam impendit ad istum aerem de via dimovendum; hic intelligimus numeri; hic unitates repræsentare spatii particulas, quæ singulæ sint minores, quando hujus numeri radix quadrata $\sqrt{x}$ nobis significat velocitatum variarum, cum quibus aer per hæc spatiola diffusus accelerato gravi decedere posset, quam quum eadem radix quadrata $\sqrt{x}$ maximam ejusdem gravis velocitatem ultimo descensus per medium vacuum momento acquisitam exprimeret. Secundum hypothesin Galilei, ratio altitudinum, unde gravia in medio libero descenderent, non alia datur quam quadratorum x factorum ex numeris $\sqrt{x}$ velocitates ultimo instanti acquisitas sive tempora illas acquirendo insumpta exprimentibus: At habitis ea de re observationibus compertum est singulas hujusce quadrati x ad spatium relati unitates adæquare quindecim pedes Parisinos, quoties unaquæque unitas $\sqrt{x}$ ad tempus relati pro uno horario secundo assumitur. Dum ergo de sola aeris cadentibus ponderibus obvii expulsione quæstio est, quantitas x debet concipi ex unitatibus composita minoribus, quarum scilicet singula ad spatium relata pedes valeat non 15 sed $1 : m$, ubi m significet tum unum de numeris fractis ab $\frac{1}{15}$ usque ad $\frac{1}{1}$, tum aliquem omnium supra unitatem numerorum integrorum. Fit itaque nobis $\frac{x \cdot 1}{m}$, seu $\frac{x}{m}$ expressio, semper minor quam $15x$, multiplicanda per $\frac{1+\sqrt{x}}{2}$, ut producatur quantitas $(x + x\sqrt{x}) : 2m$ suis unitatibus tam ad spatium uti ad effectum quam ad motum uti ad causam relativa: Si ad motum referre velis, exprimet quantitatem motus a gravibus aeri imprimendam, ut sibi suapte vi descendentibus de loco decedat; si referas ad spatium, quum effectus suis causis sint proportionales, erit expressio spatii per pedes mensi quod (propter amissam in pondere deorsum moto & impressam aeri demovendo motus partem) demitur majori spatio pedum $15x$ per quod intra medium vacuum seu omnimode liberum idem pondus tempore per scrupula secunda computato descenderet. Hinc habemus $(15x - x - x\sqrt{x})$

Pag. 341.

Pag. 342.

$\sqrt{x}):2m = (30mx - x - x\sqrt{x}):2m$ (C) numerum pedum, quos loci profundi altitudo secundis horariis numero $\sqrt{x}$ transmittenda continet. Ex qua altitudine pondus propriæ gravitati permissum si caderet, pedes duntaxat $15 - \frac{1}{m}$ ob aeris impedimentum in primo descensus secundo horario conficeret. Posito enim $\sqrt{x} = 1$ & consequenter $x = 1$, resultat $(x + x\sqrt{x}):2m = (1 + 1):2m = 1:m$: quæ quidem spatii per pedes dimensi, initio lapsus dempta, pars linearis nec generaliter nota nec constans est, sed experimentis peculiaribus exploranda pro tali pondere in tali fluido, videlicet pro globo semipollicaris diametri aerem deorsum permeante, ut inde numerus m proprius innotescat.

Hæc hactenus animadversa nunc ad solutionem propositi problematis alteram accommodemus. Fiat itaque 1°. Sicut 1080 (numerus pedum Parisinorum quos sonus in aere recta percurrit unius secundi horarii intervallo) est ad 1, ita $(30mx - x - x\sqrt{x}):2m$ (numerus parium pedum ex quo quæsita præcipitii altitudo constat) sese habet ad quartum proportionalem nempe $(30mx - x - x\sqrt{x}):2160m$ (numerum secundorum horariorum quæ sonus ictu ponderis in ima præcipitis editus ad eandem altitudinem quæsitam ascendendo insumit.) 2°. Statuatur (secundum expositas superius quæstionis conditiones) $(30mx - x - x\sqrt{x}):2160m + \sqrt{x} = t$; unde per notas Algebræ reductiones elicitur trium dimensionum æquatio

$$x^3 \left.\begin{matrix} -900mm \\ -4260m \\ -t \end{matrix}\right\} x^2 \left.\begin{matrix} +4665600mm \\ +129600mmt \\ -4320mt \end{matrix}\right\} x - 4665600mmtt = 0$$

(D) quæ supponit, ut patet, numericas quantitates per m & per t designatas speciatim determinari; quod ab experientia, quemadmodum diximus, accurate habita pendet.

Si quis ergo loci ad perpendiculum profundi depressionem dimisso in præceps pondere auditoque obicis in fundo percussi sono dimensurus, globos plumbeos diametro sex linearum ac pendulum novem pollicibus cum duabus lineis longum sibi comparasset; hisque ad experimentum problematis sedulo usus, semisecunda horaria nunc quatuor nunc quinque, sed 4 paulo citius & 5 aliquanto tardius quam sonus ad aures pervenerit, numerasset; ita ut facta quam accuratissime potuerit æstimatione verum observationis tempus $2t$ esse $4\frac{1}{10}$ semisec. inferret; is in æquatione præcedente (D) numerum $2\frac{1}{20}$ pro litera t scribendum reservaret. Deinde fidem habens verbis D. Mariotte, Physici dum vixit apprime experientis, statueret, quod in Tractatu de percussione (pag. 387. editionis tertiæ) experi-

Pag. 343.

mentis peniſſime præciſis conſtare notatur, nimirum Sphæram plumbeam diametro ſex linearum in aere propria gravitate deſcendentem, pedes quatuordecim uno ſecundo horario percurrere, quo quindecim conficeret ſi per medium vacuum delaberetur. Poſitis itaque $\sqrt{x}=1$ propter unius ſecundi tempus conſequenter $x=1$, & hinc $(x+x\sqrt{x}):2m=1:m$ quod exprimit ſpatium impedimento aeris demptum; tunc $15-\frac{1}{m}$ evaderet $=14$ ped. unde obſervator colligens $m=1$, unitatem in locum litteræ m in æquatione ſuperius inſignita (D) ſubſtitueret; quæ ſic mutaretur in aliam pro plumbeo diametri ſemipollicaris globo in qualibet problematis per tempus $2t$ facta obſervatione ſpecificam $x^3-5161x^2\left.\begin{matrix}+4665600\\+125280t\end{matrix}\right\}x-4665600tt=0$ (E) ubi ille ſcribens pro charactere t reſervatum numerum $2\frac{1}{20}$, obtineret demum æquationem caſus particularis propriam $x^3-5161x^2+4922424x-19607184=0$; quæ quum reſolvatur in $x^2-5157x+4901796=0$ & $x-4=0$, radicem quæſtioni facientem ſatis ipſam eſſe $x=4$ oſtendit: Inde enim emanant $\sqrt{x}=2''$. pro tempore deſcenſus globi, & $(30mx-x-x\sqrt{x}):2160m=(29x-x\sqrt{x}):2160=\frac{108}{2160}=\frac{1''}{20}$. pro tempore aſcenſus ſoni; quorum aggregatum eſt evidenter $t=2\frac{1''}{20}$, pro noto obſervationis tempore. Ergo datur $(30mx-x-x\sqrt{x}):2m=(29x-x\sqrt{x}):2=\frac{108}{2}=54$ ped. pro invenienda præcipitii altitudine, minore quam $15x=15.4=60$ pedibus, quos idem globus eodem ſecundorum 2 intervallo per medium ab aere aliove fluido demovendo vacuum tranſmitteret ſua gravitate præceps.

Tomi V. Supplem. Sect. VIII.

Pag. 344.

Simili modo, ab inſtanti quo par globus in profundum ex alto dimitteretur usque ad momentum, quo ictus ipſius in fundum ruentis audiretur, ſunto ſemiſecunda penduli numerata nunc 12, nunc 13, ſed ſæpius 13 quam 12; adeo ut accuratiori æſtimatione $12\frac{23}{30}$ ſtatuenda ſint $=2t$. Unde ſcribendo $6\frac{23}{60}$ pro littera t in æquatione ſuperius indicata (E) ad globos diametrum ſex linearum habentes pertinente prodit alterius hujuſce caſus propria $x^3-5161x^2+5465304x-190108944=0$, reducibilis per $x^2-5125x^2+5280804=0$ ad $x-36=0$ ſeu $x=36$. Quod patefacit tunc eſſe tempus motus globi deorſum $\sqrt{x}=6''$, tempus motus ſoni surſum $(29x-x\sqrt{x}):2160=\frac{414}{1080}=\frac{23''}{60}$, horum ſummam bis ſumptam $12\frac{23}{30}=2t$ numero ſemiſecundorum obſervationis, & altitudinem loci profundi cognoſcendam $(29x-x\sqrt{x}):2=\frac{1044-216}{2}=414$ ped. quæ in medio vacuo, pari ſe-

cundo-

Tomi V. Supplem. Sect. VIII. cundorum 6 intervallo, ad $15x = 15 . 36 = 540$ ped. usque ſeſe extenderet.

Denique, ſi forte unquam hoc Longimetriæ problema uſui eſſet; tabula nullo negotio conſtrui poſſet; quæ in duas columnas, alteram ſiniſtram alteram dexteram, diſtributa complecteretur in earum prima ſingulos ſemiſecundorum horariorum numeros $(2t = (29x - x\sqrt{x}) : 1080 + 2\sqrt{x})$ quibus obſervationes duraſſe ſupponerentur, & contineret in earundem columnarum ſecunda totidem e regione poſitos pedum numeros $\frac{(26x - x\sqrt{x})}{2}$ ex quibus altitudines cognoſcendæ conſtarent. Ad conſtructionem enim tantummodo requiritur, ut pro $\sqrt{x}$ omnes ordinati numeri naturales, & pro x omnes eorum quadrati ſcriberentur. Quod autem ad reliquos caſus in hac tabula non comprehenſos attinet, ſtatim ejus ſubſidio prævideretur quasnam inter duas proximas altitudines quæſita occurreret, quæ ſic magna ex parte jam innoteſceret poſt habitam ſedulo temporis $2t$ obſervationem. Pag. 345. Exempli cauſa, ſit tempus inter lapſum ponderis & auditionem ſoni æquale ſeptem præciſe ſemiſecundis: Tabula extemplo oſtenderet, dato illo tempore longiore quam $6\frac{13}{60}$ ſemiſecundorum intervallum, & breviore quam $8\frac{10}{27}$, altitudinem inveniendam excedere pedes $(261 - 27) : 2 = 117$ (qui caſus eſt ipſius $\sqrt{x} = 3$ & $x = 9$) eſſe vero minorem quam pedum $(464 - 64) : 2 = 200$ qui caſus ad $\sqrt{x} = 4$ & $x = 16$ pertinet.

Deinde quando peculiaris æquatio ex ſpecifica præcedente (E) ope dimidii numeri ſemiſecundorum obſervatorum t diducta (velut hic $x^3 - 5161x^2 + 5104080x - 57153600 = 0$ propter $t = \frac{7}{2}$) non eſſet algebraice reducibilis; en quo modo ad verum ipſius x valorem propior tentaretur acceſſus.

Ex Tabula, de qua nunc agitur, caſus problematis quem proponimus, reperiretur inter numeros 3 & 4; qui tanquam duo quantitatis variabilis $\sqrt{x}$ valores proxime diverſi primum ſtatuerentur. Dein conſiderandum foret $4 - 3 = 1$; qua differentia bipartita poneretur $3\frac{1}{2} = \sqrt{x}$; qui appareret multo major quam par eſt, quoniam cum ſuo quadrato $x = 10\frac{9}{16}$ facit $2t = 6\frac{51967}{69120}$ quod nimio defectu ab eodem numero 7 differt. Simili ordine ſumerentur $3\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$; $3\frac{1}{4} = \sqrt{x}$; & $11\frac{25}{64} = x$; unde fit $2t = 7\frac{83}{4096}$ haud tanti exceſſus ſupra eundem obſervatum 7: Quapropter e formula altitudinum ſuperius quoque exhibita eliciatur altitudo ſuppoſita, quæ $= 145\frac{965}{1024}$ ped. veram non multum exſuperat. Itidem continuata operatione obtinerentur $5\frac{3}{8} - 3\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$; $3\frac{3}{8} - 3\frac{5}{16} = \frac{1}{16}$; $3\frac{3}{8} - 3\frac{11}{32} = \frac{1}{32}$; $3\frac{23}{64} = \sqrt{x}$, & $11\frac{1169}{4096} = x$:

Hinc

Hinc colligitur $2t = \frac{5046075}{18374368}$ non tam magnæ infra datum numerum 7 differentiæ; quamobrem altitudo respondens ab eadem formula altitudinum deducatur quæ $= 144 \frac{193653}{524288}$ ped. a vera quæsita paululam superatur. Hæc igitur vera (partita bifariam majoris ac minoris differentia) esset quam proxime $144 \frac{3128197}{4194304}$ pedum, major quidem quam 144, at minor quam 145. Atque ita de aliis similibus. Tomi V. Supplem. Sect. VIII. Pag. 346.

His porro ostensis probandum restat, quod si quis primam solvendi problematis methodum, globo plumbeo diametri tantum semipollicaris ad experientiam usus, adhiberet; non parum discrepantem quæsitæ altitudinis mensuram inveniret, proindeque satis notabiliter a vero propter neglectum prorsus in calculo aeris impedimentum erraret. Sufficit autem si præcedentis exempli habita ratione demonstremus, pondus requiri ita grave, ut altitudinem pedes 144 excedentem & 145 non adæquantem percurreret citius quam globus ille, hoc est, ut tempus experientiæ daretur brevius intervallo septem semisecundorum. In formula (B) supra, qua numerus 144 ducendus est in $18 + \frac{2t}{4} - 3\sqrt{(36 + 2t)}$, scribatur pro $2t$ valor $\frac{29}{108} + 2\sqrt{9\frac{2}{3}}$ exprimens summam temporum cujusdam ponderis deorsum moti & soni sursum subinde transmissi. Fiet $\sqrt{(36 + 2t)} = \sqrt{(36 + \frac{29}{108} + 2\sqrt{9\frac{2}{3}})}$ $= 6 + \frac{1}{6}\sqrt{9\frac{2}{3}}$ præcise; $\frac{2t}{4} = \frac{29}{432} + \frac{1}{2}\sqrt{9\frac{2}{3}}$; & $18 + \frac{29}{432} + \frac{1}{2}\sqrt{9\frac{2}{3}}$ $- 18 - \frac{1}{2}\sqrt{9\frac{2}{3}} = \frac{29}{432}$, in quem ducto 144, si productum $\frac{29}{3}$ multiplices per 15 ped. habebis 145 pedum altitudinem quæsita majorem. Insuper ponatur pro $2t$ in eadem solutionis 1 formula alius valor $\frac{4}{15} + 2\sqrt{9\frac{1}{3}}$; evadent inde $\sqrt{(36 + 2t)} = 6 + \frac{1}{6}\sqrt{9\frac{1}{3}}$ præcise, $\frac{2t}{4} = \frac{1}{15} + \frac{1}{2}\sqrt{9\frac{1}{3}}$, & $18 + \frac{2t}{4} - 3\sqrt{(36 + 2t)} = \frac{1}{15}$ in quem ductus 144 producit $9\frac{3}{5}$, cujus per 15 pedes multiplicatio dat 144 pedum altitudinem invenienda minorem. Atqui duorum temporum, quæ primam solutionem problematis ad has

Tomi V. Supplem. Sect. VIII. Pag. 347.

mensuras non omnino congruentes redigunt, utrumque a tempore observato semisecundorum $7 = \frac{24}{199} + 2\sqrt{(9\frac{2}{3} + \frac{1}{11})} = \frac{12}{15} + 2\sqrt{(9\frac{1}{3} + \frac{1}{120})}$ superari patet. Ergo tempus descensus ponderis ascensusque soni huic primæ solutioni ad inveniendam altitudinem, cujus mensura inter 145 & 144 pedes cadere ostendimus, conveniens; quum medium quoddam inter ista duo tempora necessario (teneat) brevius quoque eodem observato 7 semisecund. tempore esse debet: Nec per consequens sine aliquo errore æquale ipsi in hac nostra solutione 1 poneretur; ad nimiam quippe altitudinis quæsitæ mensuram perduceret. Graviora certe quam est globus plumbeus diametri sex linearum calculo secundæ solutionis commodus, pondera requirit usus calculi solutionis primæ medium aerium penitus liberum supponens.

Ceterum hic operæ pretium est determinare aut in prima solvendi problematis methodo talem ponderosi globi diametrum, ut illi cadenti aer obvius quam minimum obstet; aut in secunda methodo aliquam imminutionem motus ab initio descensus sensibilem ob aerem demotum, data globi mole cujus in ima ruentis ictu inflicto sufficiens sonus producatur. Quid in hac quæstione satis abstrusa calculus algebraicus noster Physici nostratis sæpe laudati tentamine & experimentis nixus audeat, sequenti scholio liceat exponere.

SCHOLIUM II.

Sunto, quemadmodum supra suo loco diximus, $\sqrt{x}$ quibet secundorum horariorum numerus: m vel pedis Parisini pars, vel pedum Parisinorum numerus minor quam 15 illi pedes qui per medium vacuum sive omnimode liberum a gravibus deorsum motis perpendiculariter conficerentur unius secundi horarii intervallo. Quæ quidem spatii verticalis quantitas propter impressum aeri depulso motum eodem tempore amitteretur.

3°. $(30mx - x - x\sqrt{x}) : 2m$ (C) verticalia spatia quæ intra tempus per minuta secunda computatum $\sqrt{x}$ a ponderibus cadentibus transmitterentur minora in medio aerio quam in vacuo.

4°. $(30m - x - \sqrt{x}) : 2m + x + 2\sqrt{x}$ esse similia spatia intra tempus uno secundo addito sumptum majus $1 + \sqrt{x}$, motu continuato ab iisdem ponderibus in aere deorsum peragrata manifeste consequitur.

Pag. 348. 5°. $(30m - 2 - 3x + (60m - 5)\sqrt{x}) : 2m$ (L) sunt ergo intervalla intra unum secundum horarium decursa, quibus ab invicem differunt spatia in Articulis præcedentibus 4 & 3 expressa. Illorum autem intervallorum semper maximum dari, post certum

motus

motus deorsum continuati tempus, Regula de maximis & minimis beneficio calculi differentialis seu quantitatum indefinite exiguarum proprii adhibita sic demonstrat. Tomi V. Supplem. Sect. VIII.

Duo termini formulæ præcedentis (L) variabiles $-3x + (60m - 5)\sqrt{x}$ mutentur in differentiales $-3x^{1}, ^{-1} + \frac{(60m-5)^{1} x^{\frac{1}{2}-1}}{2}$ id est $-3 + (60m - 5) 2\sqrt{x}$; quibus positis $= 0$ quoniam maximi nulla est a majori altero differentia, resultat $\sqrt{x} = (60m - 5) : 6 = 10m - \frac{5}{6}$ (N) pro numero secundorum horariorum queis ab exordio descensus elapsis grave, ad perpendiculum cadens, intra secundum horæ continuo subsequens percurreret maximum spatii verticalis incrementum. Illo numero in locum $\sqrt{x}$ ejusque quadrato in locum x subrogatis in eadem formula (L) obtinetur hujus incrementi maximi mensura $= ((60m - 5)^{2}. + 360m - 24) : 24m = (60m - 5).^{2} : 24m - 1 : m + 15$ (P).

Nota maximum illud incrementum spatii a gravibus aerem permeantibus deorsum confecti certum esse terminum quem ultra nec ului problematis propositi nec calculo secundæ solutionis nostræ ullus est locus; ut ex sequentibus patebit.

Ad explorandam alicujus præcipitii depressionem, quo modo in hoc problemate præscribitur, haud consentaneum videtur pondera globo plumbeo diametri semipollicaris minora in profundum demitti [illegible] obstantem aerem facile [illegible] fundum feriant ut [illegible]. At talis globus, qui pro [illegible] aptorum ad hujusmodi experimenta habendus est, si perpendiculariter in aere decidens transiret spatium non minus quam 973 pedum tunc ad maximum ejus incrementum perveniret. Teste enim experientia a D. Mariotte accuratissime, quam fieri potuit, habita, globus ille ex quindecim pedibus in vacuo transmittendis [illegible] unum amitteret in aere, unde, sicut jam diximus, $\frac{1}{m}$ facto $= 1$ sequitur $1 = m$; quo datur $10m - \frac{5}{6} = 10 - \frac{5}{6} = 9\frac{1}{6}$ scrup. secund. horariis pro tempore $\sqrt{x}$ descensus ad maximum usque spatii verticalis incrementum uno secundo peragendum, nempe ex formula (P) æquale pedum quantitati $\frac{55^{2}}{24} - 1 + 15 = 140\frac{1}{24}$ ped. Verum quia perpendicularis 950 pedum altitudo circa terram habitabilem difficillime inveniretur, & formula superius notata (C) numeris $9\frac{1}{6}$ & $84\frac{1}{36}$ in locum $\sqrt{x}$ & x substitutis præstat $1260 + \frac{5}{18} - 427 - \frac{1}{432} = 833\frac{119}{432}$ cujus cum $140\frac{1}{24}$ summa est æqualis $973\frac{137}{432}$ pedibus; liquido constat talo spa-

Pag. 349.

Cc 2 tium

Tomi V. Supplem. Sect. VIII. tium verticale inter altitudines quæ ad problematis propositi usum calculumque secundum attinent, nullatenus comprehendendum esse: quanto magis earum numero excludenda sunt ejusmodi spatia a plumbeis majorum diametrorum globis peragranda.

Nota etiam, idem spatii ad horizontem perpendicularis maximum incrementum esse quidam comparationis medium; quo, globis plumbeis quarumcumque diametrorum collatis cum globo diametrum sex linearum habente, determinari sat præcise queunt, aut datis eorum diametris quantitas $1 : m$ demenda ob aeris impedimentum spatio 15 pedum quod primo descensus verticalis minuto secundo globi illi per vacuum decidentes transirent, aut data ista quantitate ipsorum diametri: donec experientia rem explorare commodum sit. Quæ quidem comparatio hoc nititur principio, quod ejusdem materiei globis intra idem fluidum movendis resistitur in ratione quadratorum (d^2, δ^2) ex illorum diametris (d, δ) nec resisti posset sine aliquo impulsu, ideoque nisi cum certis velocitatibus (u, υ) per quædam spatia (e, ε) determinato tempore, id est cum conatu

Pag. 350. quodam ($eudd$, $\varepsilon\upsilon\delta\delta$) qui quum eo tendat ut fluidi volumina soliditatibus globorum immersorum æqualia in ratione d^3 ad δ^3. de loco dimoveat, æquipollet quantitatibus seu designari potest expressionibus d^3, δ^3. quare habetur $eudd = d^3$, $\varepsilon\upsilon\delta\delta = \delta^3$. Præterea spatia verticalia (e, ε) de quibus sermo nunc nobis est, respondentia, utpote omnium similium maxima, certis velocitatibus (u, υ) quæ non crescunt amplius, ipsas velocitates constantes æqualibus temporibus (exempl. caus. iisdem genere ac numero scrupulis horariis) metiuntur. Licet ergo tunc analogice in locum expressionum u, υ expressiones e, ε substituere; quod dat $eu = ee$, $\varepsilon\upsilon = \varepsilon\varepsilon$, ac consequenter $eedd = d^3$, $\varepsilon\varepsilon\delta\delta = \delta^3$ hoc est reductione facta $ee = d$, $\varepsilon\varepsilon = \delta$; unde tandem colligimus $e = \sqrt{d}$, $\varepsilon = \sqrt{\delta}$ quantitates quarum eadem ratio est atque horum spatiorum, quæ unius secundi tempore per medium vacuum Sphæræ homogeneæ (quales sunt duo globi plumbei diversorum diametrorum 6. lin. & d. lin.) deorsum proprio pondere motæ conficerent maximis velocitatibus acquisitis. Secundum itaque principium istud poneretur analogia $\sqrt{6} | \sqrt{d} || 140 \frac{1}{24} | (60m - 5) : 24m - 1 : m + 15$, ex qua eliceretur $1^{o}.3361 \sqrt{\frac{1}{6}}\, d = 3600m + 1 : m - 240$ (G) ubi per litteram d quæsita globi plumbei diameter in partibus unius pollicis duodecimis seu certo linearum numero exprimitur; at per litteram m nihil aliud significatur quam numerus, qui ex nota vel data $1 : m$

pe-

pedum quot partim pedis infra 25 quantitate resultat quemadmodum superius explicavimus. Tomi V. Supplem. Sect. VIII.

$$m^2 - \frac{3361}{1800}\sqrt{\tfrac{1}{6}}\,d \; [illegible] \; - \frac{1}{15} \Big\} m + \frac{1}{3600} = 0 \text{ (H)}$$

in qua æquatione secundi gradus, suppositis brevitatis causa $3361\sqrt{\frac{1}{6}}d = q$, & $3600 = r$, habetur $m = \frac{1}{30} + \frac{q}{2r} + \sqrt{\left(\left(\frac{1}{30} + \frac{q}{2r}\right)^2 - \frac{1}{r}\right)}$; estque d notus numerus linearum aut partium lineæ diametrum globi dati constituentium, massa ex plumbo constante.

EXEMPLUM.

Quæritur, cujusnam diametri esse debet plumbea sphæra, ut in primo verticalis casus secundo horario, propter aeris impedimentum, ex 15 pedibus in vacuo conficiendis tres amitteret; sive ut per aerem propria gravitate perpendiculariter præceps, 12 tantum pedes Gallicos prima primi minuti horarii parte sexagesima percurreret. Statuatur $\frac{1}{m} = 3$; fit $m = \frac{1}{3}$, quo subrogato in præcedente æquatione specifica (G), emergit particularis $3361\sqrt{\frac{1}{6}}d = 1200 + 3 - 240$, id est $\sqrt{\frac{1}{6}}d = \frac{963}{3361}$. Hinc Sphæræ propositæ diameter invenienda cognoscitur esse $d = \frac{[illegible]}{[illegible]}$ unius lineæ; paulo plusquam pars ejus tertia, & aliquanto minus quam dimidia.

Eadem methodo sed diverso prorsus exemplo inveniendum sit, quam haberet diametrum globus plumbeus, cujus propter ponderis aerem permeantis motus sic ab initio retardaretur, ut prima primi minuti horarii sexagesima spatium una tantummodo centesima pedis parte a pedum quindecim longitudine differens pertransiret. Propter datum hic $1 : m = \frac{1}{100}$, scribens numerum 100 pro littera m, æquationem specificam supra affectam nota (G) mutabis in peculiarem $3361\sqrt{\frac{1}{6}}d = 360000 + \frac{1}{100} - 240 = 359760\frac{1}{100}$, unde colligitur $\sqrt{\frac{1}{6}}d = 107\frac{13302}{336100}$ & $d = 68744\frac{4648973 6003}{5648160 5000}$ lineis, quæsitæ diametri mensura notatu digna, quippe quæ hexapedas 79, pedes 3, pollices 4, & lineas $8\frac{4648973 6003}{5648160 5000}$ adæquaret. Certe globus plumbeus hujusce diametri ea mole forret, ut ad usum problematis propositi, non magis, imo mul-

Pag. 351.

to

Tomi V. Supplem. Sect. VIII.

to minus quam primus supra inventus diametrum dimidia linea minorem habens, accommodari posset. Hic enim enormi crassitie, ille nimia exilitate prorsus esset inutilis. At hic considerare ambos licet tanquam extremos, quos ultra citraque nullus datur globus materiei præter aurum ponderosissimæ huic Longimetriæ experimento idoneus. Etenim molem habeat non tantum portatu facilem verum etiam ad ictum valide infligendum aptam, cui præterea decidenti medium aerium quam parum obstet, necesse est. Si quos ergo experientiæ convenientes reperire est, medii inter illos duos, ut competere videbitur, assumendi sunt.

Pag. 352. At sufficiat hic nobis nostri calculi beneficio ostendere, pro globis plumbeis aut pollices duos præcise aut pollices quatuor auctos uno semisse longam habentibus, spatii segmentum non minus quam vel semissem vel trientem unius pedis ob aeris impedimenta demendum esse spatio verticali quod propria gravitate præcipites primo casus sui scrupulo secundo percurrerent.

Detur 1°. diametri quantitas $d = 2$ poll. $= 24$ lin. Fiet $\sqrt{\frac{1}{6}d} = \sqrt{\frac{24}{6}} = 2$; qui numerus æquationem superius affectam nota (H) mutat in $m^2 - \frac{3481}{1800}m + \frac{1}{3600} = 0$; unde concluditur $m = (3481 + \sqrt{12113761}) : 3600$; cujus præcisus valor inter $1\frac{3361}{3600}$ & $1\frac{3362}{3600}$ cadens, paululum superat numerum $1\frac{14}{15}$ paululumque superatur a numero 2; Quadratus enim perfectus 12117361 ex radice 3481 est major, perfectus vero 12110400 ex radice 3480 est minor quam imperfectus 12113761. Ita ut hoc casu imminutio $\frac{1}{m}$ unum pedis semissem paulisper excederet. 2°. autem ponamus $d = 4\frac{1}{2}$ poll. $= 54$ lin. tunc habebimus $\sqrt{\frac{1}{6}d} = \sqrt{\frac{54}{6}} = 3$, atque inde eandem æquationem (H) supra generaliter inventam reducemus ad particularem $m^2 - \frac{3441}{1200}m + \frac{1}{3600} = 0$ quæ resolvitur in $m = (3441 + \sqrt{11838881}) : 2400$ valoris inter $2\frac{3081}{2400}$ & $2\frac{3082}{2400}$ positi, idest, majorem quam $2\frac{11}{12}$ ac minorem quam 3; quandoquidem quadratum imperfectum 11838881 perfectus 11840481 ex radice 3441 factus superat, & ab eodem imperfecto perfectus 11833600 ex radice 3440 genitus superatur. Pari modo de reliquis similibus, si opus sit, inquiri poterit; quorum moles multo magis augeri quam impedimentum aeris minui deprehendet qui requiret: Quod profecto ad usum problematis propositi promovendum minime confert.

Quapropter omnibus perpensis hocce Longimetriæ problema physico-mathematica subtilitate potius quam physico-mechanica utilitate notabile mihi videtur: Et facile adducor ut credam, illud

lud a doctissimo Autore libri cui titulus est *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, Geometris propositum fuisse, ob eam præcipue causam, quod in suo genere, non minus quam alia non pauca, Naturam, etsi plerumque sagacissimis hominum investigationibus inaccessam, Geometricam esse manifeste ostendat. Tomi V. Supplem. Sect. VIII.

Mense Majo Anno 1711.

L. S. SCHMIEDERI OBSERVATIO, Sect. IX. Pag. 408.

De Seminis Regressu ad Massam Sanguineam.

Mihi nonnunquam variis de rebus naturalibus, corpore humano ejusve structura mirabili, motu atque humoribus corporis, &c. meditationes instituenti, inter alia quoque paulo intimius sese considerandus obtulit liquor genitalis. Hujus naturam, constitutionem, partes constitutivas, vasa, receptacula atque secretionem, cum paulo penitius aliquando mecum ponderarem, menteque ultro citroque volverem, de ejus *MOTU*, non autem *ejaculatorio*, in amplexu venereo, vel alia nefanda titillatione excitato, nec *intestino*, de quo, cum spirituosis sulphureisque partibus copiosis polleat, non dubitandum est; sed *progressivo* quodam, e suis iterum receptaculis ad massam sanguineam, nonnulla in mentem mihi venerunt, meque, ut tam diu crederem istum atque assererem, adegerunt, donec contrarium clare, manifeste atque apodictice mihi fuerit demonstratum. Evolvi igitur hanc in rem multorum tam veterum quam recentiorum libros & Anatomicos & Physiologicos, sed irrito semper fere successu, parum enim vel nihil de hoc seminis motu progressivo vel circulatorio reperire potui, præterquam apud *Hippocratem* in *L. de Nat. Puer. S. III. p. m.* 240. *Edit. Fæs.* *Guernerum Rolfincium* in *L. de Ordin. & Method. Part. Genital. cap.* [illegible] *pag.* 84, & *Danielem Tauryr* in *nova Anatom. ratiocin. illustr.* [illegible] *Edit. Latin. pag. m.* 192, 193, & pauca quædam apud *Franciscum Baylo*, in *Institut. Physic. Tom. III. pag. m.* 568. Verba Hippocratis, in quibus umbra hujus sententiæ latet, ita fluunt: ἅμα γὰρ τῷ χρόνῳ γινομένῳ, ἡ σὰρξ ἀραιὴ γίνεται, καὶ ἡ ἐπιδερμίς, καὶ τὰ φλέβια στομοῦται μᾶλλον, ἢ ἐν τῷ πρὶν χρόνῳ. & paulo post: ὁκόσοι δὲ εὐνοῦχοι παῖδες ἐόντες γίνονται, διὰ

τοῦτο

Tomi V. Supplem. Sect. IX. Pag. 409. τοῦτο οὔτε ἡβῶσιν, οὔτε γενειῶν, λεῖόν τε γίνονται ὅλοι, ὅτι ἡ ὁδὸς τῇ γονῇ οὐκ ἐπιγενομένη, οὐκ ἀραιοῖ τὴν ἐπιδερμίδα ἐπὶ τῷ ξύμπαντι δέρματι. ἀπολέληπται γὰρ ἡ ὁδὸς τῆς γονῆς ὥσπερ μοι εἴρηται ὀλίγῳ πρότερον. Ex his verbis non obscure patere arbitror, Hippocratem de regressu seminis ad sanguinem & corpus sermonem fecisse, cum ab hoc sc. spermate, carnem ac extrema cutis rarefieri, quo barba pilive in pube egredi queant, ab ipso asseratur, quod jam via nunc genituræ facta sit, quæ autem ante pubertatis annos atque in Eunuchis ipsi sit adhuc intercepta. *Rolfincius* l. c. paucis ejus mentionem injicit, simul autem quoque negat hanc seminis circulum, ut ex sequentibus patebit, quæ ita se habent: „ Circulationis ambitiosum nomen non indulget curiosis quietem. Videtur semen non circulari, neque in testibus, neque extra testes. Animositas, quam testes addunt corpori, non adscribenda est τῷ ὄγκῳ, ἀλλὰ τῇ δυνάμει, *moli, sed virtuti*. Inficias ire nolumus, cum sanguis a nutritione testium residuus in venas reassumitur, atomos quasdam seminales illi permisceri. Verum, hæc verba seminis regressum ad sanguinem negare non possunt, tanta vi non gaudent, nec atomi quædam, ad animositatem corpori conciliandam, vigorem roburve ipsi addendum, sufficiunt, haud enim exigua, ad hoc præstandum, earum requiritur quantitas. *Dn. Taury* loc. cit. de spermatis usu, respectu individui differens eumque considerans, ob ejus effectus in corpus observabiles, dubio procul in hanc, de seminis motu circulatorio, venit opinionem. Integrum locum ex isto, dignus enim est, qui legatur, afferemus, qui ita se habet: „ Nemo est hominum, qui semini nostram nos debere originem, illudque nos immortales quasi reddere, dum redivivos nos in aliis Entibus nobis similibus sistit, in dubium vocet: At vero usus, quos subjecto, in quo producitur, præstat, explicare & cognoscere, id vero paulo est difficilius. Attamen illud quen-
Pag. 410. dam nobis perfectionis, vigoris & roboris gradum largiri cernimus, quoniam Eunuchi, fœminæ, ac illi, qui per continuos actus venereos nimium enervantur, fere instar infantum ac puerorum imbelles & imperfecti existunt. Ob eandem quoque rationem barbam producit, & vocem magis gravem reddit. Quandoquidem inter Eunuchum & alium hominem nulla alia intercedit differentia, nisi quantum ad liquoris hujus generationem attinet, credere fas est, ipsum hunc liquorem in massam sanguineam revertentem, egregios hosce nobis afferre fructus. Hæc sunt hujus Autoris verba atque argumenta, qui-

bus

bus nunc quoque nostras addemus rationes pro hac sententia confirmanda. Primam & potissimam fere vesicularum seminalium parvitas constituit, atque continuus ac quotidianus ad has seminis affluxus. Quod parvæ sint, ex oculari inspectione patet, longitudine enim vix tres digitos transversos excedunt, latitudine autem & crassitie transversum fere digitum æquant, quanquam in uno latere quam in altero plerumque paululum deprehendantur majores. Perpendat nunc quis secum continuum ad vascula hæc exigua & quotidianum seminis accessum, quem nemo, nisi simul etiam absurde & contra omnem rationem sanam atque experientiam, sanguinis circuitum, omnium in toto corpore humorum & laudabilium & illaudabilium secretionis autorem, negare velit, inficias ire potest. Perpendat, inquam, continuum hunc seminis accessum vesicularumque seminalium exiguitatem, quæ ad tantam seminis tantummodo quantitatem, quæ intra sex, septem vel octo hebdomadum spatium colligitur, (de multis annis jam non dicam) recipiendam, atque tam diu, donec homini legitime cum muliere congrediendi concedatur potestas, retinendam, nequaquam sufficit. Hæc itaque cum inter se cohærere nequeant, utique semen iterum abire, & quidem ad massam sanguineam corpusve, necesse est, ob rationes tum supra a *Domino Taury* allatas, tum adhuc afferendas. Corporis temperies mutata, quæ post castrationem observatur, hunc seminis motum regressivum aperte satis quoque indicat. Observamus enim, quod animalia post testium exsectionem fiant pinguiora, languidiora, minusque animosa. In Eunuchis præter alia & hoc attendendum, quod pili in barba pudendisque ante castrationem ipsis non decidant, & nondum in barba aliisve partibus egressi, nunquam nasci observentur, secus ac alias in non castratis fieri solet. Accedit etiam, quod ab hac virilitatis privatione vox mutetur atque acuta fiat. De Cervis ad congressum jam aptis fertur, quod, si depositis cornibus, quæ singulis annis dejiciunt, mox sua priventur virilitate, nunquam postea ipsis nova renascantur cornua. Testantur ulterius hunc seminis motum per corpus odor atque sapor graveolens in nonnullis animantibus brutis eorumque carne, nec non certa istorum coeundi periodus, quam servare observantur, ut experientia testatur. Ubi vero latet seminis copia, quando animalia cum fœmellis non congrediuntur? Vellet quis dicere, semen hoc tempore non secerni, respondeo: quod contra rationem atque experientiam ejusmodi homo tale asserens loquatur. Adsunt enim organa secretioni destinata, quæ nunquam suis in muniis rite obeundis juxta naturæ leges segniora depre-

Tomi V. Supplem. Sect. IX.

Pag. 411.

Tomi V. Supplem. Sect. IX. henduntur. Adest materia, sanguis nempe arteriosus, a quo semen separatur. Docet quoque experientia omni tempore seminis in animantibus præsentiam; dissecetur enim modo animal, quocumque tempore lubeat, semper vesiculæ seminales spermate, eoque recenti, turgidæ apparebunt. Porro, credo, quod si non seminis in corpore esset circulus, a scortationibus plane non abstinere possent homines, nempe non uxorati, ob accrescentem spermatis copiam, ejusve exinde continuum ad nefandam libidinem exorientem stimulum, ut taceam varia eaque gravissima morborum genera, quæ ex spermatis abundantia, si nullo modo (excepto conjugio) imminui deberet, exoriri possent. Verum enim vero, scortationem abominatur Numen sanctum, Pag. 412. eamque severissime in sacro Codice prohibuit, quod non fecisset, si homini nulla media ad ejusmodi scelera evitanda concessisset. Nonne, si secus statueremus, causa peccati in Deum recideret? quod vero absonum atque blasphemum. Quid dicendum est de Patriarcharum aliorumque virorum sanctorum castitate? annon in hac etiam seminis circulatio deprehenditur? non credibile est omnino. Adfuit in istorum corporibus sanguinis continuus circulus atque continua spermatis secretio, eadem habuerunt secretionis organa atque pares, nec inordinatas tamen exinde perceperunt cupiditates, vixerunt enim vitam sanctam, victu tenui & simplici contenti fuerunt, ut ipse sacer Codex de iis testatur. Potest sic eodem modo homo, si modo facere velit, ut debet, legesque sanctæ ipsum jubent, caste vivere. Semen enim juxta naturæ leges sibi præscriptas, hominem ad talia peccata committenda concitare haud valet, quantum enim ejus e sanguine ad vascula seminalia accedit, tantum etiam iterum secedit atque ad sanguinem abit. Potest vero omnino corrumpere & turbare hunc spermatis motum homo, quando in Diæta excedit, variisque vel spermatis copiam nimis augentibus, vel acriorem reddentibus, vel vasa obstruentibus, seminisque stagnationem ejusque corruptionem excitantibus, vescitur, ut adeo postea non mirum sit, sæpissime inordinatos motus, concupiscentias pravas, variaque inde exoriri morborum genera. Non improbabile etiam videtur, inter *Furoris uterini s. Hysteromaniæ*, *Priapismi*, *Satyriaseos* causas morbificas, spermatis stagnationem ab obstructione obortam, indeque contractam acrimoniam, interdum quoque esse referendam. Patet hoc vel exinde, quod, si in quibusdam subjectis fœmineis, *Furore uterino* affectis, moscho & ambra fricantur pudenda vel ejusmodi enemata applicantur, insignem materiam ejiciunt spermaticam cum

præ-

præsentanea mali levatione. Ex his jam hactenus adductis, abunde nunc patere arbitror spermatis e vasis suis regressum ad sanguinem, atque ex isto iterum ad hæc: sed ubi est via, per quam ad sanguinem defertur? non satis ista adhuc nobis est cognita, num vero ob insufficientem ejus notitiam neganda? minime. Alicujus enim rei veritatem nostra ignorantia & diffidentia tollere non potest. Dic sodes, per quasnam vias non raro materia purulenta ex Empyemate Thoracis, ex abscessu in Abdomine latente, ex inflammatione Pleuræ, Pulmonum &c. ad vias urinarias, intestina, fauces deferatur? Videmus enim in Pleuritide materiam quidem ordinarie per os rejici, sed alio quoque tempore eandem una cum urina & fecibus alvinis excludi cernimus. Imo, quod magis adhuc mirandum est, varia corpuscula solidiora, quæ deglutita fuerunt, v. g. acus &c. per vasa urinaria excreta cum urina fuerunt, uti varia ejusmodi exempla in *Miscellan. N. C. A. II D. I O. III pag. m.* 4 & *Act. Erudit. Mens. August. Anni MDCCXII. pag. m.* 347. quibus fides non deneganda est, adferuntur. Per quas vias venere ista peregrina corpuscula ad vasa urinaria? per arterias ac venas vasaque capillaria secum hæc rapuisse sanguinem, conceptu est difficillimum. Perpendat atque consideret saltem Anatomiæ peritus chyli ex ventriculo curiosum & anfractuosum ad sanguinem progressum. Consideret porro sanguinis circuitum per varios anfractus vasaque capillaria, atque corpuscula peregrina cum hoc conferat, judicetque, num ista æque facile ad organa urinæ secretoria ferri, & eadem facilitate ac urina a sanguine illæsis vasis separari queant? Supra laudatus *Taury*, loc. cit. per poros venarum semen ad massam sanguineam iterum regredi, existimat, huncque regressum sic fieri sibi concipit: „Semen vasis inclusum, inquit, fermentatur, & ibi morans „quandam acquirit constitutionem, qua antea non gaudebat, „plus nempe motus & subtilitatis acquirit. Quando igitur in „massam sanguineam revertitur, mutationes in illa producit, „quas producere non potuisset, nisi in vasis seminalibus exaltatum fuisset. Quando hæc vasa semel repleta sunt, & alius „liquor ad illa accedit, tum antea inibi contentus, in poros „venarum sensim abire cogitur, atque cum sanguine circulans, „spiritus quasi inviscat, retinet & dissipationem illorum impedit. Indeque est, quod postquam insignis hujus olei copia „in actu venereo pluribus repetitis actibus est profusa, spiritus aufugiant. Et ex hoc principio debilitas illorum oritur, qui hoc liquore destituuntur. Eandem opinionem fovet *Dn. Bay-*

Tomi V. Supplem. Sect. IX. Pag. 413.

Pag. 414.

Tomi V. Supplem. Sect. IX. le suppa allegatus. Ad me quod attinet, credo, quod sperma in testibus & vesiculis seminalibus attenuatum & subtilisatum, per vasa lymphatica, una cum vasis deferentibus sursum in abdomen ascendentia, suamque lympham illic in chylifera vasa deponentia, regrediatur, ac chylo & sanguini sic iterum affundatur in insignem totius corporis usum. Optamus, ut Anatomici exercitatissimi & Physiologi acutissimi ulterius in hanc rem inquirant utilissimam. Sed hæc de hac materia in præsenti allata sufficiant, quæ L. B. æqui bonique consulat, & si quæ habet his meliora, nostris addat, eaque emendet, quod peramanter rogamus. Cur enim ego, (ut cum *Dn. D. Deylingii* verbis *in Præf. Obs. Sac. P. I.* finiam) doctiorum judicia refugerem, cum ipse eruditorum Virorum sententias libere examinarim & judicium de iis tulerim? Certe a Viris in hoc studiorum genere exercitatis admoneri & discere proficuum mihi & gloriosum ducam: sed rude imperitorum judicium, quod solum fere nostra ætate auditur, secure spernam. Idem enim apud nos usu venire video, quod apud Græcos olim ANACHARSIS mirabatur, ut artifices certent, & judicent illi, qui non sunt artifices.

Sect. X. Pag. 464.

Experimentum Coagulationis extraordinariæ ex *Diarii Trevoltiensis Anni* 1711. *Articulo* 174. *pag.* 2120. *excerptum.*

CL. *Matte*, Demonstrator Chymiæ Regius Monte-pessulano, singularem observavit coagulationem, quam breviter hic describi consultum duximus. In pulverem scilicet redegit materiam, quæ post destillationem subitam volatilis salis Ammoniaci cum calce factam in cornu restat, & in aqua limpida ad ignem ebullire curavit duarum circiter horarum spatio. Hanc aquam postea filtravit & aliquam ejus quantitatem evaporari passus est, donec superior superficies pelliculam contraheret. Tum ejus drachmas duas miscuit totidem drachmis olei tartari per deliquium vitro infusis, & exiguo temporis intervallo ad eam consistentiam redacta est mixtura, ut globulos inde conficere liceret, sine damno in tabula huc illucque devol-

Pag. 465. vendos. Affuso spiritu nitri, liquor vero salis ammoniaci pristinam

ſtinam recuperavit fluiditatem, affuſo oleo tartari per deliquium denuo ſublatam. Tomi V. Supplem.

L. S. S. OBSERVATIO, Sect. XI. Pag. 527.

DE HIPPOCRATIS

Purgatione morali.

HIppocratem non tantum egregium atque incomparabilem fuiſſe Medicum, verum etiam Philoſophum & naturalem & moralem præclarum, abunde ex ejus conſtat ſcriptis, virique eruditi tum veteres tum recentiores ſatis teſtantur. Pag. 528. *Seneca* ad *Lucil.* & in *Epiſtol. XCV.* iſtum vocat Medicorum maximum hujusque ſcientiæ Conditorem. *Nicomedes L. I. Epigramm.* de eo ita canit:

Ἱπποκράτης φάος ἦν μερόπων, ϗ σώετο λαῶν
Ἔθνεα, ϗ νεκύων, ἐν σκότεσιν εἰν ἀΐδῃ.

Galen. L. de Fin. Med. Praeam. hunc in modum, de iſto ſcribit: Hippocrates in Libello de Arte eam finivit, ille nimirum, qui ſemper honorum Autor & Princeps fuit; cujus apud Græcos omnes memoria in æternum durabit, quandoquidem publice de omnibus eſt bene meritus. Ex recentiorum numero celeberrimus *Baglivius* in aureo *Lib. de Prax. Med. ad priſc. obſervat. rat. revocand. L. I C. I §. III p.* 2. de Hippocrate ita judicat: Naturæ non hominis voce loquitur Hippocrates, Medicorum Romulus; cui nec ætas priſca vidit parem in re medica, nec videbit futura, niſi demum reſipiſcant Medici, & velut ab alto ſomno excitati, videant, quantum differat hiſtorica & maſcula Græcorum Medicina a ſpeculativa, & penſili novorum hominum. Hæc ille. Naturalis ſcientiæ peritiam Coi vel ſolus *Liber* de *Aere locis*, & *Aquis* teſtari poteſt. Matheſeos quoque, qua Medicus & Phyſicus plane carere nequeunt, non fuiſſe rudem, epiſtola ipſius ad Theſſalum filium conſcripta docet, ubi elegantem uſum harum ſcientiarum, quæ alias Matheſeos Univerſalis nomen gerunt, quod nemo in aliis diſciplinis Mathematicis abſque earum cognitione exoptatos progreſſus facere queat, exponit atque explicat. Quomodo

Tomi V. Supplem. Sect. XI. do Medicus Matheseos notitia destitutus, eruditi nomen tuebitur? Quomodo de Auditu, visu, potentia musculorum, corporis vario motu, inflexione, incessu, sanguinis & chyli admirabili circulo & motu, apte, vere & docte absque ejus scientia judicare & discurrere poterit? Hæc autem ὡς ἐν παρόδῳ. Eruditionem in Philosophia Morali, quia plane quoque Medicus carere non debet, vel sola illa locutio *L. de dec. Habit.* quando ait: Ἰητρὸν φιλόσοφον εἶναι ἰσόθεον, posset docere, nisi plura adhuc
Pag. 529. essent loca, imprimis *L. de Med. de dec. Habit.* nec non in *Epistolis* ejus. Testantur mecum Hippocr. Philosophiæ moralis eruditionem *Petrus Andr. Canonherius SS. Theol. & Med. Doct.* nec non celeberrimus *Thomasius*, iste in suo commentario *Medico-Politico-Ethico-Theologico*; hic in sua *Historia Sapientiæ & Stultitiæ* Tom. II. mens. April. ubi Democritum & Hippocratem ex epistolis sistit Philosophos morales. De eodem in præf. pag. 6. ita disserit: Constare arbitror, Theologos, Jurisconsultos, Philosophos & Politicos parum Hippocratis curare opera. Medici nostri, an præter Aphorismos ejus & forte paucissimos ejusdem tractatus alios medicos, ejus opera cognita habeant, & an ex centum Medicis unus aut alter sit, qui forte rogatus de Epistolis Hippocratis ex vero respondere valeat, an Epistolas scripserit Hippocrates? & quid eæ contineant? ab ipsis edoceri mallem, quam animi sententiam mei ipsis sincere exponere. Ceterum & hinc inde Hippocrates de suo admiscuit monita nonnulla & sententias morales aureas omnino, & (ut stultitiæ seculi me accommodem, Confutii Sinensis doctrinam, utpote novam & ad æmulationem in Diariis Eruditorum excerptam, ut rem rarissimam suspicienti) plus quam Confutianas. Quamvis non diffitendum sit, Hippocratem in Epistolis, magis opere & exemplo, quam doctrina monstrare Philosophum moralem, &c. Plura testimonia pluraque loca de Hippocr. notitia morali adduci possent, sed non opus est ut in hac re simus prolixi. Adspiciemus saltem unicum locum, qui occurrit in *L. de Dec. Habit.* ubi Medicinam cum sapientia comparat, eam Medico suadet, interque alia verba, *Purgationum in vita utilium atque necessariarum* mentionem injicit. Quid itaque sint hæ purgationes utiles, in quo consistant & quo sensu demum accipiendæ sint, nunc videbimus. Quo autem res clarior evadat, & in eorum gratiam, qui Hippocratis opera non possident, L. B. pace, integrum Latinis verbis huc transferemus locum, qui ita se habet: Quapropter prædicta singula colligere oportet, & sapientiam ad Medicinam traducere, & Medicinam ad sapien-

sapientiam. Medicus enim Philosophus, Deo æqualis habetur. Nam non multum inter se differunt, & quæ ad sapientiam requiruntur, in Medicina insunt omnia, pecuniæ contemtus, verecundia, reverentia, modestia in vestitu, bona existimatio, judicium, levitas, promtitudo, mundities, sententiosa eloquendi concinnitas, ad vitam *utilium ac necessariarum Purgationum cognitio* (εἴδησις τῶν πρὸς βίον χρηςῶν καὶ ἀναγκαίων καθαρσίων,) abstinentia a mercimoniis, superstitiosi Deorum metus, aversatio, præstantia divina &c. Quot verba, tot memorabilia in iis latent. Nos tantum explicationi τῶν καθαρσίων inhærebimus. Per hanc vocem τῶν καθαρσίων, sunt qui expiationes intelligunt, dicentes, Hippocratem hisce verbis Medicis expiationes seu purificationes suasisse, easdemque in usum olim ipsummet vocasse. Verum, quia constat, expiationes absque superstitione haud fieri potuisse, Hippocratemque multis in locis superstitionem rejecisse atque damnasse; hoc loco per τὸ καθάρσιον expiationem superstitiosam intelligi posse ac deberi, nequaquam probabile videtur. De purgationibus proprie sic dictis quoque hoc loco minime sermo esse potest, quod ex contextu clarum est, quanquam alii τὸ καθάρσιον pro purgatione in sensu Medico, accipiant, uti hoc facit *Dn. D. Alberti* in *Diss. de offic. Med. circa Adiaphora*, pag. 6. ubi sic locum hunc exponit: *Purgationum, sive sponte fientium sive per medicamenta edendarum*. Audiamus super hunc locum *Dan. Clerc.* judicium; quod exstat *Histoire de la Medicine Part. I. Livr. 3. chap. 18*, ubi sic disserit: Melampum, ait, aliosque, purgationibus s. expiationibus criminum & morborum fuisse usos, supra recensuimus. Et Hippocrates ipse quidem ab iis non plane abhorruisse videtur, alias enim inter scientias Medico dignas refert. Cornarius certe eum sensum verbis hisce tribuit, nec sane alia ratione eadem explicanda videntur. Enimvero h. l. de purgationibus in proprio sensu acceptis Hippocr. non loqui, ex contextu patet, hinc illi commentatores, qui eum sic explicant atque interpretantur, falluntur. Verum enim vero Manuscripta discrepant, & pro καθαρσίων, nonnulla καθαρσίης habent; qua voce admissa, longe alius emergit sensus, ac sic Hippocrates animo longe fortassis ab his diverso fuisse dicendus erit. Præsertim, cum hæ & proximæ voces summa obscuritate laborent. Superstitionis defectus, quem eodem loco in Medico desiderat, vix hanc de expiationibus sententiam admittere videtur, quæ quidem absque superstitione fieri non poterant. Negari interim non potest, Fabium Calvum,

Tomi V. Supplem. Sect. XI. Pag. 530.

Pag. 531.

primum

Tomi V. Supplem. Sect. XI. primum Hippocratis interpretem sic vertisse, quasi legisset δεισιδαιμονίη. At vero nimia superstitio nunquam Philosophis fuit imputata, quos inter tamen & Medicos h. l. Hippocrates comparationem instituit. Ceterum, ad hanc sententiam convellendam ac avertendam, una libri de *Morbo Sacro* inspectio sufficit, ubi vanos hominum sui temporis mores pravos deridet, quippe qui varias expiationum ceremonias ad hunc morbum expugnandum adhibebant. Hic saltem notamus, illum omnes, qui hoc curationum genere utebantur, cum Magis & Præstigiatoribus uno modio metiri, tandemque hæc in verba, christiano homini, quam Pagano digniora, c. 4. desinere: *Τὰ γοῦν μέγιστα τῶν ἁμαρτημάτων καὶ ἀνοσιώτατα, τὸ θεῖόν ἐστι, τὸ καθαῖρον καὶ ἁγνίζον, καὶ ἔρυμα γενόμενον ἡμῖν*. Non ignoro quidem, librum, ex quo hæc attuli, ab haud paucis alii adscribi Autori, quicquid vero hujus sit, maximum argumentum *τῆς ἀδεισιδαιμονίης* Hippocratis est, quod omni in ejus praxi nullum reperiatur remedium, quod superstitionem redoleat. Evolvi potest & alius adhuc locus *περὶ παρθενίων*, cap. 2. ubi Mulieres, Dianæ vestes, a vatibus fit jussæ, consecrantes, *ἐξαπατώμεναι* h. e. *deceptæ* vocantur. Vir quidam doctus, qui Hippocr. in Gallicam Linguam transferre aggressus est, *mentis purgationes* h. l. Medicis *Coum* commendasse sibi persuadet, quæ Philosophos maxime decerent. Alius Vir doctus per purgationes has intelligi existimabat *excusationes*, v. gr. si quis medicum erroris cujusdam insimulare vellet commissi, necesse esse, ut se excusaret, purgaret, ne fama ejus periclitaretur, *Er muste sich purgiren, verantworten, damit er an seiner Renommée keinen Schadenleide*. Provocabat etiam ad hanc Pag. 532. opinionem & expositionem confirmandam, ad Jurisconsultos & locutiones nonnullas Latinas, quod Jurisperiti hoc vocabulo utantur, ac *Juramentum*, quo quis culpam a se declinaret, *Purgatorium* appellent, nec non in lingua Latina in hoc sensu hæc vox occurrat. Sic v. gr. *Terentium Heaut.* dicere: *Nescio quid peccati portet hæc* purgatio. *Curt. L. 7. C. I. Blanda oratione maledicta* purgare. *Plaut. Aulul. 4. Qui homo culpam admisit in se, nullus est tam parvi pretii, quin* purget sese. *Cic. pro Sext. Rosc. cap. 14. De Luxuria* purgavit *Erucius, cum dixit, hunc ne in convivio ullo fere interfuisse*. Hanc meditationem atque interpretationem quod attinet, aliis ulterius pensitandum relinquo, num admitti queat? Certum interim est, quicquid alii contradicant hic & oggranniant, nec de Purgatione sic dicta, sive ista fiat per superio-

periora vel inferiora, vel per diaphoresim; nec de superstitiosa expiatione, purgatione, cujus olim, testante *Eduardo Herb. de Oberbury*, de *Religion. Gentil. pag. m.* 272. aliisque, triplex genus Gentiles inter extitit, nempe *Aere*, *Aqua* & *Igne*, ob supra adductas rationes, has purgatis in vita utiles atque necessarias posse intelligi. Ad me quod attinet, credo, quæcunque etiam vox, sive ἡ *καθάρσια*, in Genitivo pro *ίας* Jonic. *ίης*, sive ἡ *κάθαρσις*, quæ vox, licet proprie purgationem per medicamenta denotet, tamen etiam alias quoque purificationem significat) inveniatur, quod h. l. per τὸ *καθάρσιον*, vel τὴν *καθαρσίην* vel τὴν *κάθαρσιν* Hippocrates noster purificationem non aliquam superstitiosam sed Philosophicam indigitet, quas in vita utilissimas putat. Etenim Pythagoreorum & Platonicorum *Purgationes Morales*, docente ipso *Porphyrio P. II. Sentent. Cap.* 34. nihil aliud sunt, quam *divortium animi a corpore & irrationalium passionum motu*. Ex hac descriptione patet, cum Pythagora & Platone Hippocratem nostrum, qui isto tempore, quo hæc doctrina florebat, vixit, nihil aliud, quam appetitus pravi omniumque inordinatorum affectuum abnegationem atque depositionem innuere, istamque Medicis suadere & inculcare voluisse. Lucem affundit quoque huic sententiæ, eodem in loco Hippocratis, encomium medicum, quando Ἰητρὸς *φιλόσοφος*, *ἰσόθεος* appellatur, qualem *ἰσοθεότητα* vel *ὁμοίωσιν τῶ Θεῶ* Pythagorici affectabant, quamque per media sequentia 1) cognitionem sui ipsius, 2) *κάθαρσιν* cum *ἐπιστροφῇ εἰς ἑαυτὸν* conjunctam, & denique 3) *ἄνοδον*, s. ascensum, vel arctiorem quandam cum Deo conjunctionem, Philosophum sibi comparare posse, credebant. Hinc etiam Plato plus simplici vice in *Phædone*, animæ a corpore recessum, ad *ὁμοίωσιν τῶ Θεῶ* necessarium, commendat, & purgationem describit, quod in hoc nimirum consistat, *quo, quam maxime possimus, a corpore sejungamus* animam. Credebant enim & ejus sectatores, corpus animæ esse carcerem, cui ipsa esset inclusa. Ad hanc itaque divini spiritus particulam corpori immersam iterum liberandam, Deoque uniendam, pernecessariam ejusmodi esse a corpore animæ sejunctionem, vel ut alii vocant, mortem Philosophicam, isti docebant. Cum itaque, ut aliquoties diximus, Hippocrates cum Pythagoreis hac in re convenire videatur, Artemque ipsam cum Morali Philosophia loc. cit. comparet, nullumque fere proferat verbum, quod non regulam moralem & virtu-

Tomi V. Supplem. Sect. XI.

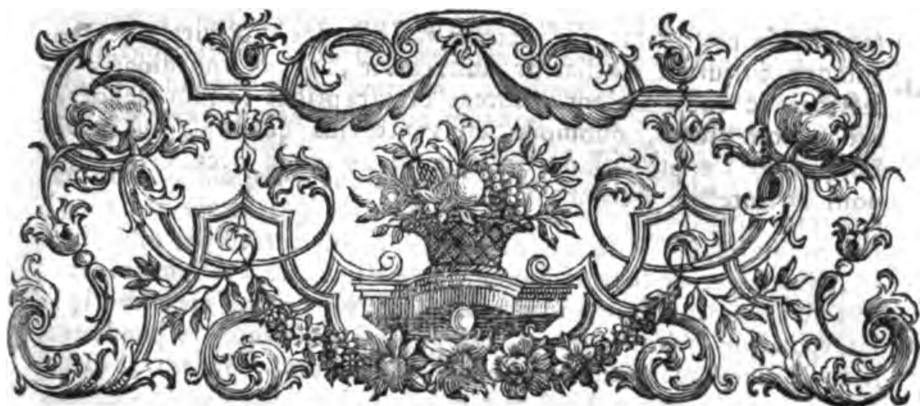
Pag. 533.

Tomi V. Supplem. Sect. XI.

tem in se contineat, insuperque variis in locis ad virtutes Deorumque culturam Philiatros adhortetur, ac ab inordinatis affectibus ac cupiditatibus mentem obfuscantibus sedulo dehortetur: non video, quomodo convenientius quam de *virtutibus Purgatoriis* hæ purgationes in vita utiles atque necessariæ, exponi ac intelligi queant.



EX-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS ANNI 1714.

WOLFERDI SENGUERDII,

Philosoph. Profess. Ordin. in Academia Lugdunensi & Bibliothecæ publicæ Præfecti,

Annotationes circumstantiarum singularium circa cohærentiam hemisphæriorum concavorum & cylindrorum solidorum.

1. COhærentiæ hemisphæriorum concavorum firmitudo æqualis est, sive ante evacuationem aere omnino repleta fuerint, sive eadem occupaverit aqua, vel solidum corpus hemisphæriorum cavitati, quam exquisite fieri poterit, respondens. Cuprea sane concava sphæroidea corpora, quorum diametri majores sunt 4 digitorum & 4 linearum, semidiametri vero minores unius digiti & 10 linearum, post subductum aerem clauso epistomio æquale pondus ad directam separationem mutuam re- Act. Erud. An. 1714. M. Febr. Pag. 82.

requirunt, sive nihil præter aerem, qui exhauritur, interceperint, sive ligneo corpore sphæroideo, ipsorum cavitati quam exquisite fieri potest respondente, maxima parte repleta fuerint, pauco tantum aere inter ligneum corpus & hemisphæroidea residuo, quod aeris itidem evacuatur.

2. Pondus ad hemisphæriorum separationem requisitum non variat pro hemisphæriorum capacitate, aut quantitate materiæ, quam intercipere valent, sed æquale requiritur ad illa dissocianda, sive sphæricæ fuerint figuræ, sive ellipticæ, vel sphæroideæ; sive duo ellipticæ figuræ invicem adaptentur immediate, sive ipsis interponatur orbis cupreus, marginibus utriusque respondens, iisque eadem adaptetur methodo, qua concava corpora invicem committuntur, qui orbis foraminulum habet, per quod, dum aer ex altero hemisphærio exantlatur, effluere valeat is, qui altero continetur; sive etiam clauso foramine ex singulis hemisphæriis seorsim aer evacuetur; ut & si orbis alterutri hemisphæriorum adaptetur, adeoque sive decuplo plus vel minus interceperint aeris, qui exhauritur, si modo ea parte, qua invicem agglutinantur & separanda veniunt, diametro fuerint æqualia. Posita autem diametrorum inæqualitate, huic utcumque proportionaliter plus minusve ponderis adhibendum est, quo ab invicem divellantur. Hemisphæria divortium patiuntur, quorum diameter est 4 digit. & 4 lin. appensis libris 275, quorum vero diameter 8 digit. 6 linear. appensis libris 850. Variat tamen utcunque eorundem hemisphæriorum cohærentiæ firmitudo pro ratione temporis, quo experimentum instituitur. Cœlo calidiore facilius dirimuntur, quam frigido: ut & pro tenacitate pinguedinis marginibus utriusque interjecti, & majori minorive exactitudine, qua pinguedo adimplet spatium utrisque interjectum.

Pag. 83.

3. Æqualia requiruntur pondera ad eorum separationem perficiendam, sive experimentum instituatur secundum horizontalem lineam, sive secundum perpendicularem.

4. Variat firmitudo cohærentiæ pro latitudine marginum, quibus invicem applicantur. Hemisphæria diametrorum æqualium, quorum margines latitudinis sunt unius lineæ, dum appensis 275. libris divortium recipiunt, idem non admittunt, si margines fuerint 7 lineas lati; nisi appensis 357 libris. Evidentius hoc liquet, si quando post evacuata hemisphæria, quorum marginum latitudo variat, aer sensim in illa readmittatur. Hac ratione dum hemisphæria, quorum margo latus est 7 lineas, post evacuatum, dehinc aperto epistomio sensim readmissum aerem, nonnisi post appensas 120 libras dissociantur, cum æqualis diametri hemisphæria, quorum margo unica linea utcunque major est, ne quidem quinque libras absque divortio sustinere possint.

5. Ut

5. Ut divortium patiantur, plus minusve ponderis appendendum, pro ratione temporis & moræ, intra quod idem molimur. Quæ per unicum minutum absque mutuo secessu 250 libras sufferre valent, appenso pondere 200 librarum, interjecto aliquot minutorum intervallo dissociantur. Immo 150 libræ sufficiunt ad eadem separanda spatio octo ad summum 10 horarum. Act Erud. An. 1714. M. Febr. Pag. 84.

6. Diversa utcumque etiam pro ratione cœli, nec non glutinositatis ac soliditatis adipis marginibus interjecti, cujusque subsidio externi aeris introitus avertitur.

7. Mediorum, quibus evacuata hemisphæria circumvallantur, raritas & densitas magni etiam hoc in negotio momenti, plurimumque cohærentiæ firmitudinem adauget atque imminuit. Sphæroidea enim, quæ appenso 250 librarum pondere illico dissociari supra n. 2. notatum est, quando aere cinguntur libero, si fuerint commissa vasculo cylindri-formi cupreo, cujus altitudo unius est pedis, diameter vero septem digitorum, eorumque alterum firmiter connexum fundo, beneficio annuli ac styli per annulum transmissi atque cochlea firmati, ne appensis ponderibus a fundo separetur, alteri vero adaptata catena cuprea, quæ medium transit operculum, ut & tubulum operculo adaptatum, sex pedes longum, cujus diameter vix sex linearum est, & qui ne quidem sex aquæ uncias continere valet; dehinc aqua repletis ad summum vase ejusque tubo; alteri catenæ extremo appensis mille & quingentis libris, sui non admisere divortium, catena rupturam patiente.

8. Imprimis vero intenditur ac imminuitur difficultas separationis pro varia determinatione, juxta quam dissociatio eorundem tentatur. Hemisphæria enim, quorum margo est 7 linearum, ad quorum separationem directam 357 requiruntur libræ, transversim sive oblique vix octo vel decem librarum pondus uno alterove momento absque divortio sufferre valent.

Quod solida corpora, concavitate destituta, nihil aeris intercipientia, adeoque tota superficie, qua invicem committuntur, contigua spectat, 1. ut eorum divulsio perficeretur, appendendæ fuere. Pag. 85.

		dig.	lin.	libræ
Marmoreis	albis diametri	2	7	1150
	albis	2	1	900
	nigris	2	2	900
	albis		10	200
	æneis	1	11	800
	eburneis	2	7	200

Perinde autem est sive directa hæc tentetur dissociatio perpendiculariter, sive horizontaliter, quemadmodum observatum supra fuit circa hemisphæria concava.

2. Li-

Act. Erud. An. 1714. M. Febr. 2. Iidem cylindri oblique, vel transversim, multo leviori dissociantur negotio. Marmorei enim albicantes, quibus ut directe separentur, appendendæ fuere 1150 libræ, transversim pondere 200 librarum passi sunt divortium.

3. Firmitudo cohærentiæ ipsorum diversa est pro statu sive qualitatibus cœli, maxime caloris, aut frigoris, uti supra notatum circa cohærentiam hemisphæriorum.

4. Variat pro glutinositate majori vel minori interjectæ pinguedinis.

5. Diversa etiam est, prout magis minusve exquisite aer fuerit exclusus, vel plus minusve ejus interceptum.

GUIDONIS GRANDI

Solutio duorum problematum Mechanicorum Mathematicis Italiæ a nonnemine propositorum.

Solutio primi Problematis.

Tab. I. Fig. 1. CONveniant dati muri EA, FD in angulum B, trabes autem inter hos transversim ductæ, æqualis crassitudinis, & invicem parallelæ in eodem horizontali plano sint AD, EF, *ef*, &c. Oportet in his curvam describere, super qua si paries ad datam aliquam altitudinem uniformiter erigatur, parem in subjectis trabibus ubique resistentiam invenias:

Pag. 86. Trabem angulo proximam seu brevissimam omnium bifariam seco in G, & juncta BG, quæ producta reliquas trabes bisecabit in H, *h*; iterum bifariam seco BG in C, & ex C duco CIS, CKR æquidistantes muris EA, FD; tum per G inter asymptotos CS, CR duco hyperbolam Apollonianam GLI. Hanc dico Problemati satisfacere. Nam trabis AD resistentia in medio G ad resistentiam trabis EF in medio H esset :: EF. AD :: EH. AG :: $\overline{EH}^2$. EH × AG; resistentia vero in H ad resistentiam ejusdem trabis EF in L est :: ELF. $\overline{EH}^2$; ergo ex æquo perturbate resistentia in G ad eam quæ in L :: ELF. EH × AG aut (propter EF. EH :: AG. AI vel ES, id est in ratione dupla, adeoque FES = EH × AG) :: ELF. FES; quæ quidem ratio est æqualitatis, nam SLR = $\overline{IG}^2$ = ES × RF, additisque illic ESF, hic SER æqualibus, resultat ELF = FES; quare & resistentia trabis AD in G = resistentiæ trabis EF in L; unde idem pondus utrobique pari momento sustine-

sustinebitur; & sic ad eandem altitudinem paries super curva GLI erectus, æqualem ubique resistentiam in subjectis tignis obtinebit. Quod &c. Act. Erud. An. 1714. M. Febr.

Solutio secundi Problematis per eundem.

Data sit ratio $1.a$, dactumque rectangulum ACFD; oportet in ipso duas figuras, veluti DBF, AEC inscribere, quæ datam rationem habeant, sed ita ut prismata super iis ad parem altitudinem constituta (quæ pariter in data erunt molis & ponderis ratione si homogeneæ materiæ fuerint) æqualis invicem sint resistentiæ: Fig. 2.

Assumatur $m = \sqrt{[(1-3a)^2 : 4(1-a)^2 + a : (1-a)} \pm (1-3a) : 2(1-a)]$ & ad axem BE, quo bifariam secantur opposita latera AC, DF dati parallelogrammi, vertice B, ordinata DF describatur parabole DBF, cujus abscissarum x, & ordinatarum y relatio exprimatur æquatione $y^m = x$. Item fiat $n = m^2 : (1 + 3m)$ & vertice E, ordinata AC fiat ad axem EB parabole, cujus æquatio $y^n = x$. Dico has Problemati satisfacere. Nam prima parabola erit dati rectanguli $m : (m+1)$ secunda erit ejusdem $n : (n+1)$ seu, substituto loco n ejus valore, $m^2 : (m^2 + 3m + 1)$ itaque prior area ad posteriorem erit :: $m^2 + 3m + 1 . m^2 + m$ :: $1.a$, ergo $a = (m^2 + m) : (m^2 + 3m + 1)$ & ideo $m^2 - a\,m^2 - m + 3am - a = 0$, seu dividendo per $1-a$, fiet $m^2 + (1-3a)m : (1-a) - a : (1-a) = 0$; cujus æquationis radix $m = \sqrt{[(1-3a)^2 : 4(1-a)^2 + a : (1-a)} \pm (1-3a) : 2(1-a)]$ prout supra ponebatur; ergo areæ ipsæ revera datam rationem habebunt. Quod vero prismata super iisdem facta, & respective fulta in basi DF, aut apice E æqualis futura sint resistentiæ, patet, quia areæ, ut diximus, sunt in ratione $1.a$, sive $m^2 + 3m + 1 . m^2 + m$; at etiam distantia centri gravitatis parabolæ AEC a vertice suo E est $(1+n) : (1+2n)$ altitudinis, seu (substituto ipsius n valore) $(m^2 + 3m + 1) : (2m^2 + 3m + 1)$ distantia vero centri gravitatis parabolæ DBF a basi DF $= m : (1+2m)$ ejusdem, seu (multiplicando per $1+m$) $(m^2 + m) : (2m^2 + 3m + 1)$ ergo distantia centri gravitatis secundæ a vertice est ad distantiam centri primæ parabolæ a basi in eadem ratione $m^2 + 3m + 1$ ad $m^2 + m$, in qua reciproce est area prioris ad aream posterioris; & ideo quæ ex his componitur ratio resistentiarum erit æqualitatis. Quod &c. Pag. 87.

TA-

Act. Erud. An. 1714. M. Mart. Pag. 127.

TABULA ÆGYPTIACA

Hieroglyphicis exornata.

Tab. I. TAbulæ huic, ad nos nuper transmissæ, quam depictam hoc loco dedimus, pauca hæc subjecta sunt verba: *Tabulam hanc ex marmore Ægyptiaco Ægyptiacis insculptam hieroglyphicis, latam palmis quatuor circiter, totidemque longam, ex ruinis montis Aventini Anno* 1709. *effossam, illustrissimo & nobili Viro* D. Carolo Francisco de Person, *Præfecto vigilantissimo Regiæ Academiæ in Urbe bonarum artium matre a Ludovico Magno erectæ*, Franciscus de Ficoronis *dedicat, vovet ac consecrat.* Nos eam hic nudam repræsentamus, ut eorum provocemus studia, qui in his Oedipum agere gestiant.

Pag. 131.

Philosophiæ Naturalis principia Mathematica,

Autore ISAACO NEWTONO, *Equite aurato.*

Editio secunda auctior & emendatior.

Cantabrigiæ, sumptibus Autoris, 1713. 4. *Alph.* 2. *plag.* 20.

CUM An. 1687. primum lucem publicam adspexisset opus incomparabile Viri summi, de eo abunde diximus in Actis Anni 1688. pag. 25. & seqq. Nunc igitur nobis suffecerit exposuisse, in quibus nova editio a priore differat. De his ipse *Newtonus* paucis ita præfatur: *In hac secunda editione multa sparsim emendantur & nonnulla adjiciuntur. In libri primi sectione secunda inventio virium, quibus corpora in orbibus datis revolvi possint, facilior redditur & amplior. In libri secundi sectione septima theoria resistentiæ fluidorum accuratius investigatur & novis experimentis confirmatur. In libro tertio theoria Lunæ & præcessio æquinoctiorum ex principiis suis plenius deducuntur & theoria Cometarum pluribus & accuratius computatis orbium exemplis confirmatur.* Nostrum est, ut hæc expressius doceamus. Monemus tamen, nos non ad quasvis minutias descensuros, præsertim si levioris

visæ

Act. Erud. An. 1714. M. Mart.

visæ fuerint momenti, quales esse censemus, si hinc inde in directione quadam immutantur, veluti si statim p. 1. dicitur, *aerem densitate duplicata in spatio etiam duplicato esse quadruplum*, pro quo in priore editione legitur, *aerem in duplo spatio quadruplum esse*, aut cum nunc *subduplicata ratio* vocatur, quæ ante *dimidiata* dicebatur, aut quando nunc legitur: *corporibus resistitur*, ubi antea extabat, *corpora resistuntur*. Alia enim majoris momenti nobis commemoranda supersunt, ex quibus de utriusque editionis differentia judicium ferre liceat Lectori.

Deprehendimus itaque propositioni primæ sect. 2. lib. 1. qua areæ a corporibus in gyrum actis radiis ad immobile centrum virium ductis descriptæ in planis immobilibus consistere & temporibus proportionales esse demonstrantur, adjecta esse sex corollaria, quæ in editione priore non comparent, itidemque duo alia ad propositionem secundam, qua corpora in hypothesi præcedentis dicuntur urgeri a vi centripeta ad immobile centrum tendente. Et ope quorundam ex corollariis istis prop. 4. ratio virium centripetarum in circulo facilius demonstratur, quam in priore editione factum fuerat. Eidem propositioni denuo duo corollaria de novo adduntur, quæ inter hoc est: Si tempus periodicum sit ut radii r potestas qualibet r^n & propterea velocitas reciproce ut radii potestas r^{n-1} fore vim centripetam reciproce ut radii potestatem r^{2n-1} & contra Propositio sexta nova est hujus tenoris: si corpus in spatio non resistente circa centrum immobile in orbe quocunque revolvatur & arcum quemvis infinite parvum tempore infinite parvo describat & sagitta arcus duci intelligatur, quæ chordam bisecet & producta transeat per centrum virium: fore vim centripetam in medio arcus ut sagitta directe & tempus bis inverse. Inde corollarii instar deducitur, quod in priore editione vicem propositionis sextæ tuebatur: deducuntur & corollaria alia, quæ ante erant omissa. Propositionem septimam generaliorem reddit Author: cum enim in priore editione determinasset vim centripetam corporis in peripheria circuli gyrantis ad punctum aliquod in peripheria tendentem, nunc vim centripetam quærit ad punctum quodcumque tendentem. Propositione nona additur nova eaque perbrevis demonstratio de vi centripeta ad centrum spiralis tendente: & idem tenendum de vi centripeta ad centrum & umbilicum ellipseos tendente prop. 10. & 11. illius etiam scholio verba quædam adjiciuntur, & prop. 17. scholion generaliter additur, de vi centrifuga, quæ ad punctum quodcunque intra sectionem conicam situm fertur. Ad lemma 27. quo descriptio trapezii specie dati, & cujus anguli ad rectas

Pag. 132.

quatuor positione datas, singuli ad singulos consistunt, docetur, monet alias ejusdem solutiones olim excogitasse *Wrennum* & *Wallisium*. In scholio prop. 31. omittuntur, quæ sub initium ejus tradiderat de modo per constructionem mechanicam determinandi locum corporis in ellipsi moti ad datum tempus. Sub prop. 33. corollarii instar subsumitur, corpus ad datam a centro distantiam in circulo quovis revolvens motu suo sursum verso ascendere ad duplam suam a centro distantiam : ad prop. 49. vero omittitur corollarium 3. aliudque prop. 51. subnectitur, quod scilicet vis, qua corpus in loco quovis Cycloidis acceleratur vel retardatur, sit ad totum ejus pondus in loco altissimo in ratione arcuum inter locum infimum & loca reliqua data interceptorum. Cum sect. 11. lib. 1. ad explicandum motum corporum se mutuo attrahentium progreditur Autor, notanter monet, se considerare vires centripetas tanquam attractiones, quamvis fortasse, si physice loquamur, verius dicantur impulsus. Se enim in Mathematicis jam versari & propterea missis disputationibus physicis familiari uti sermone. Prop. 73. novum quoddam adjicit corollarium, nempe si ad solidorum similium & æqualiter densorum puncta singula tendant vires æquales centripetæ decrescentes in duplicata ratione distantiarum a punctis, vires, quibus corpuscula ad solida illa similiter sita attrahentur ab iisdem, fore ad invicem ut diametros solidorum. Inprimis autem notatu dignum est, quod, cum lemmate 2. lib. 2. p. 224. & seqq. rudimenta calculi differentialis simpliciora suo modo exposuisset, etiam in nova hac editione non diffiteatur, Illustrem *Leibnitium* ejus fundamenta sibi communicasse, cum suum quoddam inventum studiose celaret. Ita nimirum p. 226. *In literis*, inquit, *quæ mihi cum Geometra peritissimo* G. G. Leibnitio *annis abhinc* (ab anno primæ editionis, qui erat 1697.) *decem intercedebant, cum significarem me compotem esse methodi determinandi maximas & minimas, ducendi tangentes & similia peragendi, quæ in terminis surdis æque ac in rationalibus procederet, & literis transpositis hanc sententiam involventibus* (data æquatione quocunque fluentes quantitates involvente, fluxiones invenire & vice versa) *eandem celarem: rescripsit Vir Clarissimus, se quoque in ejusmodi methodum incidisse & methodum suam communicavit a mea vix abludentem præterquam in verborum & notarum formulis*. Pag. 256. delentur corollaria quartum & quintum prop. 8. quibus definiverat tempus descensus per spatium infinite parvum. Monuit celeberrimus *Bernoullius* in Actis A. 1713. pag. 142. *Newtonum* ante absolutam novæ editionis impressionem opportune a se per agnatum suum *Nicolaum Bernoullium* admonitum, quæ de

Pag. 133.

ratio-

ratione resistentiæ ad gravitatem per errorem in priore editione statuerat, correxisse & singulari scheda libro suo inseruisse. Id factum esse, collatio novæ editionis cum anteriore & animadversionibus *Bernoullianis* in eam ostendit & folia dissecta novaque in ipsorum locum substituta utique loquuntur, errores prioris editionis etiam in secundam jam irrepsisse. Quamvis autem *Newtonus* correctionem *Bernoullianam* adhibuerit; non tamen diffitebitur, suam problematis solutionem a simplicitate *Bernoullianæ* in Actis Anni superioris traditæ adhuc abesse. Mirum vero videbitur nonnullis, quod illam ipsam regulam, per quam observante *Bernoullio* in Actis anni superioris pag. 135. in errores incidit, utpote veris calculi differentialis legibus ab illustri *Leibnitio* stabilitis adversam, adhuc pag. 236. commendet. Propositioni 15. eam amplitudinem in nova editione non dedit, quam ei dari posse observavit celeb. *Bernoullius* loc. cit. p. 145. subsequentis tamen 16. demonstrationem, quam ei revidendam commendat *Bernoullius*, ita emendavit, quemadmodum corrigendam esse docuit Celeb. *Hermannus* in Diario Veneto Tom. VII. anno 1711. edito pag. 217. Adjicit etiam tria corollaria, quæ in editione priore non comparent, & lemma, quod in gratiam istarum propositionum præmittitur, emendat: unde necessario in proposit. 75. demonstratione nonnulla immutanda fuere. Quæ vero de corollariis ejusdem propositionis monuit *Bernoullius*, ad ea non attendit, ipsi nempe ante editionem non visa. Prop. 31. prolixum annectitur scholium generale de resistentia aeris per pendulorum oscillationes investigata, quod idem esse deprehenditur cum scholio prop. 40. editionis prioris, quamvis hinc inde nonnulla immutentur, alia omittantur. Similiter omitti deprehendes prop. 33. corollaria 6, 7 & 8, quibus asseruerat, projectile in fluido elastico eo difficilius moveri, quo vires centrifugæ sunt majores; resistentiam tardescentium in fluido diminui in ratione minore quam duplicata velocitatis; quo corpora sint majora, eo magis accurate resistentiam tardescentium decrescere in duplicata ratione velocitatis; rationem denique duplicatam magis accurate obtinere in fluidis, quæ pari densitate & vi elastica ex particulis minoribus constant. Exterminatur quoque propos. 24. prioris editionis cum suis corollariis & demonstratio vigesimæ quintæ, quæ nunc est vigesima quarta, parumper mutatur. Nova e contrario est propositio 25. cum suis corollariis. Illa nempe invenire docet resistentiam globi uniformiter progredientis in medio raro ex particulis quam minimis quiescentibus æqualibus & ad æquales ab invicem distantias libere dispositis constante: his vero asseritur, si globus

Act. Erud. An. 1714. M. Mart. Pag. 134.

Pag. 135.

& particulæ sint infinite dura, resistentiam globi esse ad vim, qua totus ejus motus vel auferri possit, vel generari, quo tempore globus quatuor partes tertias diametri suæ describit, ut densitatem medii ad densitatem globi; eandem esse ceteris paribus in duplicata ratione velocitatis, vel diametri, seu ut medii densitatem &c. Propositiones 36, 37, 38, 39 & 40 ejusdem quidem argumenti sunt cum propositionibus ejusdem ordinis in editione priore; totæ tamen immutatæ. Tractatus autem in hisce de motu aquæ per foramen in fundo factum effluentis; de cylindri in fluido compresso infinito & non elastico secundum longitudinem suam uniformiter progredientis resistentia orta a magnitudine sectionis transversæ; de globi in fluido compresso infinito & non elastico uniformiter progredientis resistentia; de globi in medio fluidissimo compresso progredientis resistentia. Resistentiæ quoque fluidorum per experimenta nova ratione investigantur. Eum in finem Autor vas ligneum quadratum paravit longitudine & latitudine interna digitorum novem pedis Londinensis, profunditate pedum novem cum semisse, idque aqua pluviali implevit; & globis ex cera & plumbo incluso formatis notavit tempus descensus per altitudinem 112 digitorum. Sic nempe investigavit resistentiam in aqua: ut autem eandem quoque in aere experiretur, a culmine Ecclesiæ *S. Pauli* Londini globos duos vitreos simul demisit, unum argento vivo, alterum aere plenum, utroque per altitudinem pedum 220. descendente. Inde quam proxime definit partem motus, quam globus in fluido quocumque projectus amittit. Sit scilicet diameter globi d, velocitas ab initio motus v, & T tempus, quo globus velocitate v in vacuo spatium describet, quod sit ad spatium $\frac{8}{3}d$ ut densitas globi ad densitatem fluidi, globus in fluido illo projectus tempore quovis alio t juxta Nostrum, amittet velocitatis partem $tv:(T+t)$, manente parte $Tv:(T+t)$, & describet spatium, quod sit ad spatium uniformi velocitate v eodem tempore descriptum in vacuo ut logarithmus numeri $(T$
Pag. 136. $+t)$: T multiplicatus per numerum 2302585093. ad numerum $t:T$. Quæ in priore editione erat propositio 47. in nova est 48. & quæ olim erat 48. nunc locum 47. tuetur. Propositioni 49. corollaria duo adjiciuntur, quorum priore asseritur, velocitatem pulsuum eam esse quam gravia acquirunt, æqualiter accelerato motu cadendo & casu suo describendo dimidium altitudinis a (est autem a altitudo medii homogenei, cujus pondus adæquet pondus incumbens & cujus densitas eadem sit cum densitate medii compressi, in quo pulsus propagantur;) ac inde in posteriore infertur, eandem esse in ratione composita ex subduplicata ratione densitatis inverse & subduplicata ratione vis elasticæ directe. In scholio

lio propos. 50. non modo ratio aeris ad argentum vivum assumitur ut 1 ad 11890. quam in priore editione statuerat ut 1 ad 11617. atque ideo spatium, quod sonus tempore unius minuti secundi conficit, est pedum 979. quod olim assignaverat 968. verum etiam omittitur collatio computi cum observationibus *Mersenni* atque *Robervallii*. Monet autem, in hoc computo nullam haberi rationem crassitudinis solidarum particularum aeris, per quam sonus utique propagetur in instanti: ejus vero si habeatur ratio, spatium illud fore 1088. Immo si porro attendatur ad vapores in aere latentes, idem evadere 1142. Addit, hæc ita se habere tempore verno & autumnali: at hiberno motum sonorum fieri tardiorem, æstivo velociorem in subduplicata ratione densitatis; per experimenta autem constare, quod soni tempore minuti unius secundi eundo conficiant pedes Londinenses plus minus 1142. Parisienses vero 1070. — Act. Erud. An. 1714. M. Mart.

Libro tertio regulas philosophandi appellat, quas olim hypotheses dixerat, e quarum numero nunc etiam nonnullas inter phænomena refert. Istarum regularum tertia in priore editione non comparet, quod scilicet qualitates corporum, quæ intendi & remitti nequeunt, quæque corporibus omnibus competunt, in quibus experimenta instituere licet, pro qualitatibus corporum universorum habendæ sint. Ea utitur ad corporum omnium gravitationem in se mutuo adstruendam, quam fortiori argumento probari arbitratur, quam eorundem impenetrabilitatem, cum de hac in corporibus cœlestibus experimentum nullum capi possit. In priore etiam editione non extat phænomenon secundum, quod fide observationum *Cassini* Planetæ circumsaturnii radiis ad Saturnum ductis areas describant temporibus proportionales & eorum tempora periodica in ratione sesquiplicata distantiarum ab ipsius centro existant, quod nempe de Planetis primariis primus invenit *Keplerus*. Propos. 3. subjungitur corollarium, quo infertur, vim centripetam lunarem ad superficiem terræ haberi, si vis centripeta mediocris, qua Luna in orbe retinetur, augeatur primo in ratione $177\frac{29}{40}$ ad $178\frac{29}{40}$, deinde etiam in ratione duplicata semidiametri terræ ad mediocrem distantiam centri Lunæ a centro terræ. De novo quoque adjicitur cor. 3. prop. 5. qua ex gravitatione Planetarum in se invicem concluditur, quod ♄ & ♃ prope conjunctionem se invicem attrahendo sensibiliter perturbent motus mutuos, Sol perturbet motus lunares, Sol & Luna perturbent mare nostrum. Cum in priore editione cor. 2. prop. 6. asseruisset, ætherem, aut aliud corpus, quod gravitate sit destitutum, posito quod detur, non differre a corporibus aliis nisi in forma materiæ; nunc qui- — Pag. 137.

dem

Act.Erud. An. 1714. M. Mart. dem addit, ex mente *Aristotelis*, *Cartesii* & aliorum. Et cum in cor. 3. ante asseruisset, vacuum necessario dari, nunc quidem pronunciat, spatia omnia non esse æqualiter plena, & sub finem verba sequentia addit: quod si quantitas materiæ in spatio dato per rarefactionem quamcunque diminui possit, quidni diminui possit in infinitum? Quod olim erat corollarium quartum, nunc quinti locum occupat, & in eo fide crassarum (quas Autor vocat) observationum affirmat, vim magneticam decrescere in ratione distantiæ fere triplicata, cum in priore editione tantum posuisset decrementum in ratione plusquam duplicata. Quod nunc in ordine quartum existit, ita habet: si omnes omnium corporum particulæ solidæ sint ejusdem densitatis, neque absque poris rarefieri possint, vacuum datur. Dicit autem ejusdem densitatis esse, quarum vires inertiæ sunt ut magnitudines. In Cor. 1. propos. 8. in numeris aliquid immutatur, quibus pondera corporum in diversos planetas definiuntur, nec *Flamstedii* amplius sed *Halleji* observationibus circa satellites Jovis utitur. Nimirum corporum æqualium & a Sole, Jove, Saturno & Terra æqualiter distantium pondera in Solem, Jovem, Saturnum ac Terram ex novo com-
Pag. 138. puto sunt ad invicem ut 1, $\frac{1}{1033}$, $\frac{1}{2411}$, $\frac{1}{227512}$ respective, cum ex priore essent ut 1, $\frac{1}{1100}$, $\frac{1}{2360}$ & $\frac{1}{28700}$; in superficie autem Solis, Jovis, Saturni ac Terræ ut 10000, 835, 525 & 410. respective, cum ex priore editione essent ut 10000, $804\frac{1}{2}$, 536 & $805\frac{1}{2}$. Utitur nunc parallaxi Solis 10" fere, quam olim assumserat quasi 20". Hinc etiam densitates Solis, Jovis, Saturni ac Terræ in nova editione aliæ assignantur, nempe ut 100, 78, 59 & *396*. ita, ut e. gr. terra quadruplo densior sit quam Sol, quia hic per ingentem suum calorem rarescit. In demonstratione prop. 10. globus aquæ congelatæ in aere motus ex resistentia aeris nunc statuitur amittere motus sui partem $\frac{1}{4586}$ & aer 850 partibus levior censetur quam aqua. In demonstratione prop. 12. numeri mutantur, quia pendet ab iis, quæ de gravitate corporum in diversos planetas paulo ante dicta sunt: quod idem circa demonstrationem propos. 13. tenendum. In cor. 2. propos. 14. addit; stellas fixas in omnes cœli partes æqualiter dispersas contrariis attractionibus vires mutuas destruere. Adjicit quoque scholium deducens motum apheliorum in consequentia respectu fixarum in proportione sesquiplicata distantiarum in Sole, sed parvitatis fere contemnendæ: conficiunt enim ex computo Nostri aphelia Martis, Terræ, Veneris & Mercurii in annis centum 35', 18'. 36", 11'. 27" & 4'. 29" respective. Propos. 19. numeri in resolutione problematis de invenienda ratione axis Planetæ ad diametros eidem perpendiculares mutantur, ob observationes recentiores *Cassini*, qui

qui semidiametrum Telluris reperit 19695539. pedum Parisiensium. Producit autem calculus terram ad æquatorem quam ad polos altiorem excessu pedum 85820. seu milliarium 17 $\frac{1}{3}$, cum in priore editione eundem assignasset milliarium 17. Monet sub finem, *Cassinum* dudum observasse, Jovis diametrum, quæ polos ejus interjacet, minorem esse diametro altera. Propos. 20. qua pondera corporum in terræ hujus regionibus diversis invenire ac inter se comparare docet, numeros correxit & novam tabulam condidit, in qua longitudo penduli singulis minutis secundis oscillantis in pedibus Parisinis & mensura gradus unius in meridiano in hexapedis Gallicis ad diversas locorum latitudines definitur. Exempl. gr. Sub æquatore longitudo penduli 3. ped. 7, 468. lin. mensura unius gradus 56909. hexap. Sub elevatione poli 50°. illa 3. 8, 594. ped. hæc 57348. hexap. ipso polo illa 3. 9, 387. ped. hæc 57657. hexap. Et vi hujus tabulæ infert, graduum inæqualitatem tam parvam esse, ut in rebus Geographicis figura terræ pro sphærica haberi possit, & inæqualitatem diametrorum terræ facilius & certius per experimenta pendulorum deprehendi posse vel etiam per eclipses Lunæ, quam per arcus Geographice mensuratos in meridiano. Prolixe autem in nova hac editione recenset, quomodo ab anno 1672. usque ad annum 1704. *Richerus*, *Hallejus*, *Varinius*, *Des Hayes*, *Coupletus* filius, & *Feuelleus* diversam penduli in diversis locis longitudinem observaverint, atque *Philippum de la Hire* refellit, qui illam diversitatem extensioni fili ferrei per calorem adscribit, quia differentia major observatur, quam ab actione caloris proficisci potest. Inde arguit, umbram terræ in eclipsibus lunaribus non esse circularem, sed diametrum ejus ab oriente in occidentem ductam majorem esse quam diametrum ejus ab austro in boream ductam excessu 55″ circiter, & parallaxin maximam Lunæ in longitudinem paulo majorem esse quam ejus parallaxin maximam in latitudinem. Ceterum notatu dignum est, quod *Cassinus* A. 1700. mensuram terræ per majora locorum intervalla aggressus, eam, quæ est unius gradus, eandem fere repererit, quam circa annum 1635. apud Anglos collegerat *Norwoodus*. Est enim juxta *Cassinum* 57292. juxta *Norwoodum* 57300. hexapedarum Gallicarum: qui sane consensus probat, mensuram *Cassinianam* præferendam esse ei, quam assignaverat *Picartus*, hexapedarum nonnisi 57060. quamvis *Newtonus* differentias inter observationes *Norwoodi*, *Picarti & Cassini* prope insensibiles pronunciet. Prop. 25. motum medium nodorum satellitis extimi Jovialis in annis centum definit 8° 24′ in antecedentia, quem olim posuerat 9° 34′. Sub finem omittit, quæ in priore editione asseruerat, Astronomos recentiores aut motum omnem nodorum satellitum ♃ negare, aut

Act. Erud. An. 1714. M. Mart.

Pag. 139.

tar-

tardissime retrogradum asserere, & *Flamstedium* collatis suis cum *Cassini* observationibus deprehendisse, eos tarde regredi. Prop. 29. quæ de variatione Lunæ agit, numeri rursus mutantur & hinc tota problematis resolutio aliam fere induit faciem. Determinat autem variationem maximam Lunæ in Apogæo Solis, 33′14″, in mediocri distantia 35′10″, in Perigæo 37′11″. Similiter propos. 32, 35 & 36. quæ de motu medio nodorum Lunæ, de inclinatione orbis lunaris ad planum eclipticæ & de vi Solis ad mare movendum tractant, numeri emendantur. Divinam vero ingenii vim & sagacitatem summam in inventore arguit computatio motum Lunarium per theoriam gravitatis a caussis suis facta, phænomenis non invitis. Equidem in scholio prop. 35. olim ingenue profitebatur, se computationem suam non satis accuratam putare; sed cum in nova editione tantum non omnia quoad numeros mutaverit, illud quoque de ea judicium nunc omisit. In propos. 37. de vi Lunæ ad mare movendum multa adduntur & ejus ad vim gravitatis ratio nunc certius statuitur ut 1 ad 2871400. Augetur quoque corollariorum numerus, asseriturque in iis distantia centri Lunæ a centro Terræ ad distantiam centri Lunæ a communi gravitatis centro Terræ ac Lunæ ut 40371. ad 39371. mediocris distantia centri Lunæ a centro Terræ semidiametrorum maximarum Terræ $60\frac{1}{4}$ quam proxime; semidiametrorum vero mediocrium $60\frac{1}{2}$ quam proxime. In demonstratione lemmatis primi non pauca mutantur: quodque nunc secundi locum tenet, novum est; quod olim erat secundum, in locum tertii rejicitur; quod vero olim fuerat tertium, in hypothesium numero nunc habetur. Ad prop. 14. accessit corollarium 4. ad lemma 8. corollarium aliquod cum scholio. In cor. 4. prop. 40. statuitur, si latus rectum parabolæ, in qua Cometa movetur, quadruplo majus sit radio orbis magni & quadratum radii illius ponatur esse partium 100000000. aream a Cometa radio ad Solem ducto singulis diebus descriptam esse partium $1216373\frac{1}{2}$, aream diurnam partium $50682\frac{1}{4}$. Sin latus rectum majus sit vel minus in ratione quavis, aream diurnam & horariam majorem esse vel minorem in eadem ratione subduplicata. Cum propos. 41. Cometæ in parabola moti trajectoriam ex datis tribus observationibus determinat, & propos. 42. graphice inventam corrigere docet; *Halleji* potissimum calculis theoriæ cum observationibus consensum probat & quæ de lite quadam circa trajectoriam Cometæ A. 1680. cum *Flamstedio* ipsi intercedente indicaverat, omittit. De *Halleji* calculis dictum est in his Actis A. 1707. p. 349. & seqq. Multa quoque de cauda cometarum adduntur. Rerum opticarum ignaros cen-

set,

ret, qui eam jubar Solis esse contendunt per caput pellucidum propagatum, cum sine materia reflectente nullum esse possit. Opinionem eorum, qui caudam ex refractione lucis in ejus a capite Cometæ ad Terram progressu oriri statuunt, multis difficultatibus premi ostendit, neque enim caudas Cometarum unquam coloribus variegari, lucem vero fixarum & planetarum ad nos transmissam demonstrare, quod medio cœlesti nulla insit vis refractiva; lumine fixarum per telescopia plus centum vicibus aucto, nullas earum cerni caudas. Ipse igitur defendit, caudas a capitibus oriri & in regiones a Sole aversas ascendere, ex vaporibus nempe in atmosphæram Cometæ sublatis, quemadmodum primus docuit *Keplerus*. Distinctius tamen Noster, quam *Keplerus*, vaporum illorum ascensum explicat. Act Erud. An. 1714. M. Mart. Pag. 141.

Coronidem operi eruditionis profundæ imponit scholion generale, in quo difficultates enarrantur, quibus vorticum hypothesis premi videtur celeberrimo Autori; nonnulla de Deo proferuntur; de causa gravitatis quædam indicantur & novæ cujusdam hypotheseos de spiritu quodam subtilissimo corpora crassa pervadente (eodem forte cum principio hylarchico *Henrici Mori*) mentio injicitur. Difficultates contra vortices his verbis enunciat: „ ut Planeta unusquisque radio ad Solem ducto areas describat „ tempori proportionales, tempora periodica partium vorticis „ deberent esse in duplicata ratione distantiarum a Sole. Ut pe„ riodica Planetarum tempora sint in proportione sesquiplicata „ distantiarum a Sole, tempora periodica partium vorticis debe„ rent esse in eadem distantiarum proportione. Ut vortices mi„ nores circum Saturnum, Iovem & alios Planetas gyrati con„ serventur & tranquille natent in vortice Solis, tempora perio„ dica partium vorticis Solaris deberent esse æqualia. Revolutio„ nes Solis & Planetarum circum axes suos ab omnibus hisce pro„ portionibus discrepant. Motus Cometarum sunt summe regula„ res & easdem leges cum Planetarum motibus observant, & per „ vortices explicari nequeunt. Feruntur Cometæ motibus valde „ eccentricis in omnes cœlorum partes, quod fieri non potest ni„ si vortices tollantur. „ Noster itaque motus regulares Planetarum a causis mechanicis originem habere negat, etsi per leges gravitatis semel constitutos conservari demonstraverit. Nonnisi consilio & dominio entis intelligentis ac potentis ortos esse pronunciat. Et ita ad Deum delabitur vocemque Dei dominium summum connotare probat, quia dicere solemus, *Deus noster*, non tamen, *æternus noster*, *perfectus noster* &c. Ex dominatione vera sequi, Deum esse vivum, intelligentem & potentem; ex reliquis perfectionibus, summe perfectum esse. Deum existendo Pag. 142.

semper & ubique durationem & spatium constituere ait. Totum esse sui similem, totum oculum, totam aurem, totum cerebrum, totum brachium, totum vim sentiendi, intelligendi & agendi; sed more minime humano, minime corporeo, nobis prorsus incognito. Nos non habere ideam substantiæ Dei, sed ipsum solummodo cognoscere per proprietates & attributa, per sapientissimas & optimas rerum structuras & causas finales; coli autem ob dominium. Vim gravitatis a causa aliqua oriri ultro concedit, ast eam mechanicam esse negat, quia non agit pro quantitate superficierum, sed materiæ solidæ. Rationem proprietatum gravitatis se ex phænomenis non posse deducere, hypotheses vero non fingere profitetur, quibus in Philosophia experimentali locum non concedit. Verendum tamen, ne minus pretii quam hypothesibus plerique statuant spiritui Auctoris subtilissimo corpora crassa pervadenti & in iisdem latenti, cujus vi & actionibus particulæ corporum ad minimas distantias se mutuo attrahant, & contiguæ factæ cohæreant; corpora electrica ad distantias majores agant tam repellendo, quam attrahendo corpuscula vicina; lux emittatur, reflectatur, refringatur, inflectatur, corpora calefaciat, sensatio omnis excitetur, membra animalium ad voluntatem moveantur; nisi eundem cum æthere aut materia subtili *Cartesianorum* dixeris.

Pag. 193.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCX. &c.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM, Ann. 1710. cum Commentariis Mathematicis, & Physicis ejusdem Anni.

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1713. in 12. maj. Alph. 1. pl. 19. & Tab. æn. 12.

CUM in Actis A. 1710. p. 486. & 487. *Parentianas* contra elaterem aeris objectiones ex Historia Academiæ Regiæ Scientiarum A. 1708. recenseremus; eas minus validas pronunciavimus.

mus. Idem judicavit *Carré* atque adeo experimenta *Parentii*, quibus elaterem aeris evertere conabatur, repetiit. Reperit autem, Sphæras vitreas cum fragore dissilire, non tantum quando ab aere vacuæ aliquid spiritus vini, aquæ vel aceti continent, sed etiam interdum cum solo aere plenæ: id quod etiam jam a nobis annotatum fuerat in Actis hisce loc. cit. Quod interdum sine fragore egrediatur aer, id inde fieri judicat, quia foramen celeritati, qua aer expanditur proportionatum. Cur foramen efformetur, nos loc. cit. indigitavimus. *De Lisle* observationes declinationis acus magneticæ in variis itineribus maritimis A. 1706. tribusque sequentibus factas cum systemate *Hallejano* confert, quas tamen ab eo multum dissidere plerumque deprehendit. *Cassinus* junior observationes fluxus & refluxus maris a *Baertio* Prof. Hydrographiæ Dunquercensi & *Bocagio* Professore Hydrographiæ in Portu Gratiæ jussu Illust. Comitis *de Pontchartrain* factas & ad Academiam Scientiarum transmissas examinat. Mire autem cum motu Lunæ conspirare deprehenditur æstus marinus, magis tamen cum medio, quam cum vero. Ceterum *Cassinus* ex observationibus istis regulas condidit, per quas fluxus & refluxus maris iis in locis, ubi observationes simili industria institutæ sunt, satis accurate prædici possunt. *Reaumur* multum operæ impendit, ut motum progressivum cochlearum examinaret. *De la Hire* senior olim observaverat, si thermometrum nivi immittatur, liquorem non descendere, sed pristinum locum tueri, etiamsi ope follis ventus adversus nivem spirans excitetur. *Teinturier* Abbas & Archidiaconus Virodunensis expertus est, eundem prorsus ascendere, si ope follis ventus producatur: id quod *Cassinus* junior iteratis experimentis confirmat. *De la Hire* junior cum parente suo idem experimentum cum summo studio sæpius repetens didicit, pro diverso aeris circumfusi statu liquorem nunc ascendere, nunc descendere, nunc immotum permanere. Episcopus Sagiensis Academiam Regiam certiorem fecit, in sua diœcesi fœminam, quæ anno ætatis octuagesimo tertio nupserat viro nonaginta quatuor annos nato, enixam esse puerum. Memoratu dignus est casus, quem *Philippus de la Hire* refert. Cum scilicet pistor quidam Carnuti prunas ex clybano in cellam profundam & fornicatam deportasset, filius ejus, homo robustus, alias deportaturus vix per scalam descenderit, cum magno clamore aliorum auxilium imploraret. Ipso tamen mox silente, nec redeunte, frater ejus descendit simili prorsus fato, quod etiam mater, ancilla, homo quidam vicinus, alius peregrinus, rusticusque pistori amicus experti. Prohibuit itaque magistratus, ne quis amplius in cellam descenderet, antequam medici, chirurgi ac fabri murarii in caussam inquisivissent. Hi adeo judicantes,

Act. Erud. An. 1714. M. Maii.

Pag. 194.

 a pru-

Act. Erud. An. 1714. M. Maii. a prunis non satis extinctis ob abundantiam salis petrae in cellis Carnutensibus excitatum fuisse vaporem malignum, magnam aquae quantitatem in cellam effundi curarunt: quo facto post aliquot dies secure rursus in eam descendere licuit. Cum cadavera mortua ex aqua extraherentur, adeo corrupta apparebant, ut ea secare non liceret. Rusticus statim extrahebatur, ex quo mortuus fuerat, & cadaver aperiebatur. Erat autem cerebrum exsiccatum, meninges extraordinario modo tensae, pulmones maculis nigris

Pag. 195. conspersi, intestina valde inflata, inflammata & instar sanguinis rubra, musculi denique brachiorum, copendicum & crurium a reliqua substantia quasi separati. *Johannes Scheuchzerus*, qui anno 1710. Parisiis egit, in Academia Regia legit dissertationem de lapidibus figuratis, quos in suo per Flandriam atque Galliam itinere observavit. Narrantur quoque nonnulla de Herbario ejus diluviano Tiguri A. 1709. impresso, de quo diximus in Actis

Edit Act. A. 1710. p. 451. & seqq. Prolixe describitur tentamen physicum circa historiam maris, quod Illustr. Comes *Marsigli* MS. ad Academiam Regiam misit, opus publica luce quam dignissimum. Historia haec in quinque partes divisa, quarum prima de fundo maris, secunda de natura aquae, tertia de motu ejus, quarta de plantis & quinta de piscibus marinis agit: quinta tamen nondum ad umbilicum perducta tum erat, cum opus ad Academiam mitteretur. *De la Hire* observationes meteorologicas recensens monet, se d. 24. Decembris declinationem acus magneticae occidentalem observasse 10. gr. 30'. quam observationem cum compararet cum anterioribus, declinationem singulis annis eadem propemodum quantitate augeri didicit. Ex observationibus ejusdem *de la Hire* atque *Scheuchzeri* constat, latitudinem maximam Mercurii in barometro & Parisiis & Tiguri fuisse d. 19 Februarii. Non tamen eodem tempore alibi fuisse maximam Mercurii altitudinem, vel exinde intelligitur, quod Cl. *Wolfius* eam Halae observavit maximam d. 20. Jan. minimam d. 21. Oct. Illa erat 30$\frac{7}{16}$, haec vero 28$\frac{5}{16}$ digitorum pedis Londinensis. Vir illustris *Bonnius*, Praeses in curia rationum Fisci Montepessulana & Academicus honorarius Societatis Regiae Montepessulanae, primus observavit, araneas nere sericum & inde tibialia atque chirotecas anno 1709. fieri curavit. Cum chirotecas ad Academiam Regiam Parisios mitteret, Dn. *de Reaumur* cura demandata est, ut inquireret, an non ex hoc invento aliqua utilitas in publicum redundare possit. Primum itaque de eo sollicitus fuit, quomodo nutriri possit sufficiens aranearum copia. Deprehendit autem tot muscas in tota Gallia non dari, quot araneis nutriendis sufficerent, ut serici aliqua quantitas haberi

pos-

posset. Herbis & foliis araneas non vesci, lumbricis vero pasci didicit. Easdem carnem insectorum respuere, sed succo in apicibus pennarum recenter crescentium & ex alis volatilium evulsarum imprimis delectari observavit: quod adeo pabulum omnium optimum judicat, quippe pennis ex alis volucrum evulsis pastae aliquot dierum spatium duxisse novasque pelles excrescere solent. Quoniam vero expertus, quod aranea una alteram devoret, ita ut, cum 50. in eodem vitro asservaret, vix duae ab aliquo tempore restarent; necessarium esse reperit, ut singulis araneis singulae officinae destinentur, nunquam inter se committendis, nisi quando coitum celebrant. Didicit denique, quod 12. araneae idem opus perficiant, quod unus bombyx absolvit. Quare cum bombyces omnes sericum conficiant, inter araneas vero tantum foeminae; ad 24. araneae aequiparandae sunt demum uni bombyci, consequenter 2304. bombycibus unam serici libram nentibus, ut eandem serici quantitatem obtineas, alendae sunt aranearum 55296. Immo minores araneae, quales in Gallia plurimum reperiuntur, eidem operi absolvendo vix sufficiunt juxta computum Autoris, nisi fuerint numero 663552. Quamvis adeo operae pretium non videatur, ut araneae Gallicae alantur; non tamen spem omnem abjiciendam esse arbitratur, antequam experimentum capere licuerit in araneis Americanis, quae Europaeis multo sunt majores. Et haec de observationibus ad Physicam generalem spectantibus dicta sufficiant. Progrediendum ergo ad alias, quae Physicam specialem illustrant, anatomicas puta, chymicas & botanicas. Act. Erud. An. 1714. M. Mart. Pag. 196.

In Anatomicis docuit *Mary*, conchas fluviatiles alimenta recipere per anum & per eundem respirare: quando nimirum anus aperitur, aquam intrare, unicum conchae nutrimentum. Eas carere venis atque arteriis, hermaphroditas esse, ovaria & vesiculas seminales habentes speciemque suam per se ipsas multiplicantes. Idem *Mary* hypothesin suam de dilatatione pupillae in Actis A. 1706. p. 312. indicatam adversus objectiones *Philippi de la Hire*, quas in Commentariis Anni 1709. proposuerat, defendit, scilicet quod fibrae Iridis longiores fiant, dum a spiritibus animalibus inflantur, breviores autem, dum in situm naturalem redeunt. Quia enim in oculo mortuo fibrae constrictae apparent; ideo hunc earum statum naturalem judicat. *Hombergius* paradoxum propugnat, rheumatismum aeque per balneum frigidum, ac per calidum, aut sudorem, sanari posse. *Littre* in infante mortuo septimo a nativitate die vidit intestinum rectum in duas partes divisum, quae per exiguum tantum filamentum, digitalis nempe magnitudinis, cohaerebant. *Chomel* Academiae ostendit 32. calculos in corpore foeminae octuagenariae repertos, quos Pag. 197.

cum

Act. Erud. An. 1714. M. Maii. cum in summo adhuc vigore pro ratione ætatis esset, apoplexia extincta. Per experimenta chymica didicit, quod ex materia pure terrea concreverint. Reperit unum in sacculo quodam, quem non diversum esse observavit ab extensione membranarum duodeni. Senserat autem longo ante obitum tempore constanter dolorem quendam in eo latere, ubi sacculus erat, duabus a prandio horis. *Godofredus* in tinea admodum sana tæniam 24 pedes longam reperit, similem propemodum iis, quæ in corpore humano inveniuntur: quod hactenus ab alio observatum esse non constat. *Mery* aperiens hominem in instanti mortuum aortam adeo dilatatam vidit, ut a corde abrupta fuerit. *Godofredus* junior lapidem bezoardicum; de *Reaumur* insectorum quoddam genus describit, quod limaces infestat.

In Chymicis haud pauciora notatu digna occurrunt. Rhabarbarum examini subjecit *Boulduc*, reperitque, vim purgativam majorem inesse tincturæ aqua extractæ, quam spiritu vini. Unde concludit, eam magis in salibus, quam sulphuribus residere. Immo suspicatur, nonnisi phlegma in spiritu vini etiam rectificato adhuc residuum salia purgantia extrahere. Et generatim notat, infusa vegetabilium purgantium majorem efficaciam habere, quam decocta. Monet denique, nullam rhabarbaro inesse vim adstringendi. *Hombergius* identitatem sulphuris vegetabilium & mineralium defendit, tum quia metalla sulphure & propterea fusibilitate sua privata, cum sulphure vegetabilium & fusibilitatem & formam metallicam recuperant, tum quod sulphur metallicum abire possit in materiam vegetabilem & inde fieri oleum, sulphur vero vegetabile mutari in materiam metallicam & inde produci metallum. Prius experimentis comprobavit in Commentariis Anni 1709. posterius aliis evincit in Commentariis, quorum argumenta nunc recensemus. Illustr. Comes *Marsigli* multum operæ impendit in analysin chymicam plantarum marinarum & præcipue coralliorum rubrorum. Tantam autem similitudinem deprehendit, ut per eam ipsas distinguere difficillimum judicet. Notat inter alia, spiritum vini nihil rubedinis
Pag. 198. contraxisse intra duos menses integros; lac tamen recens vaccæ ad ignem lentum sensim sensimque extraxisse omnem rubedinem, ut corallia fierent alba: quod tamen citius præstetur ope ceræ albæ, quemadmodum etiam *Lemery* propriis experimentis didicit, quæ tamen nova non sunt, sed quoad singulas circumstantias passim jam obvia. Addit *Lemery*, quomodo color ruber a cera iterum separari debeat, nempe vi aquæ vitæ sale tartari impraegnatæ per digestionem calidam decem dierum. Idem monet, ceram flavam ex corallio quoque rubedinem extrahere,

sed

sed ipsum simul flavedine sua inficere. *Hombergius* novum phos- Act. Erud. An. 1714. M. Maii.
phori genus invenit, quod sive noctu, sive interdiu aeri expositum duorum circiter minutorum intervallo flammam concipit eamdemque combustibilibus contiguis communicat. Paravit eum in substantia pulverea non ejusdem semper coloris ex materia fecali, sed methodum ipsam adhuc premit, quam in posterum se daturum promittit. Idem varia vegetationum artificialium genera describit, quarum aliæ constant ex metallo puro & solido, aliæ ex metallo in menstruo soluto, aliæ denique ex materiis salinis, terreis ac oleosis.

In Botanicis *Godofredus* pareiram bravam describit, radicem ex Brasilia in Portugalliam, & inde A. 1688. ab Amelotio, Regis Christianissimi ad Portugalliæ Regem Legato, in Galliam deportatam, & virtutem ejus ad examen revocat. Cum in Actis A.
1712. p. 351. Cl. *Lochneri* de ea Dissertationem breviter recense- Edit. Act.
remus, ipsam certissimum esse contra calculum remedium annotavimus. Idem in examine suo observavit *Godofredus*: primi autem eandem virtutem detexerunt Braziliæ incolæ, sibi persuadentes (quod tamen minime concedit *Godofredus*) calculos in renibus & vesica ab ea conteri. Ipse nimirum tantum contendit, quod glaream dissolvat, unde calculi generantur, cum ab ejus usu multum sabuli cum urina excernatur. Felicissime eadem radice usus est in ulceribus renum atque vesicæ, cum urina redderetur purulenta & glareosa, nec non in suppressionibus urinæ, & (quod eo notatu magis dignum) in asthmate humorali & ictero. De ejus præparatione jam diximus in Actis hisce loc. cit. Hic tantum observamus, dosin a *Godofredo* definiri duobus grossis, quorum 8.
absolvunt unciam unam; ad præservationem a calculo 24. gra- Pag. 199.
nis per 8. dies singulis mensibus assumendis. Et hanc quidem dosin præscribit pro decocto; pro pulvere autem sufficiunt grana 12. aut 18. Cur hiems extraordinaria, quæ A. 1709. per Europam sæviit, tantam arborum multitudinem prostraverit, rationem hanc reddit *Cassinus*, quod cortex separata fuerit a pulpa. At *Chomel* eandem a fibris succo conglaciato disruptis petit. Atque hæc posterior ratio convenit cum observationibus *Wolfii* in
dissertatione de hieme ista (cujus in Actis A. 1712. p. 350. facta Edit. Act.
est mentio) p. 26. relatis. Cum enim is statim ab æquinoctio, ubi nive liquata & glacie resoluta in hortos aditus patebat, segmenta ramorum, qui præterita æstate adoleverant, microscopiis subjiceret, fibrillas hinc inde disruptas non secus ac in ligno putrido conspexit. Cum *Noel*, Chirurgus Aurelianensis nosocomii, ad Academiam Regiam gangrænæ quandam speciem perscriberet, qua multi homines, præsertim pauperes, inficiebantur: *Fagon*,

Ar-

Act. Erud. An. 1714. M. Maii. Archiater Regius & Academicus honorarius, causam hanc esse arbitratur, quod a secali non separassent frumenti quoddam nigri ac cornuti genus quod Galli *Ergot* appellant, quia calcar galli gallinacei figura sua refert, & hac occasione data in genesin ejus inquirit. *De la Hire* junior a quodam amico, qui rure degit, didicit, quod in agris humidis ac frigidis & in annis pluviosis magna granorum istiusmodi copia nascatur; quod gallinæ eadem respuant, a deglutitis tamen nihil damni patiantur; quod terræ commissa non germinent. *Parentius* explicare conatur motus externos plantarum, veluti quod truncus vel caulis perpendiculariter excrescat, quod flores nunc aperiantur, nunc claudantur, quod heliotropium versus Solem constanter convertatur &c. Ex historia Illustr. Comitis *Marsigli* plantæ marinæ describuntur: ubi notatu dignum occurrit, quod præter algam omnes radicibus destituantur. Unde *Marsigli* opinatur, reliquas omnes totas esse radices, hoc est, per poros undiquaque conspicuos alimentum attrahere. Observavit enim partim oculis nudis, partim armatis, substantiam earum esse congeriem glandularum seu exiguarum fistularum per quas aqua marina filtratur; partemque aquis non immersam arefieri, demersa adhuc virente. Cum A. 1709. multis in locis frumenti seges frigore periisset, multi agricolæ mense

Pag. 200. Aprili aliud semen terræ committebant. Sed cum spicas nullas proferret, quidam herbam circa festum S. Johannis demetebant & agros vertebant, quidam vero herbam non demetebant, aut saltem agros non vertebant. Posterioribus favebat eventus: anno enim sequente 1710. spicæ prodibant, 12. diebus citius, quam alias ordinarie fieri solet, maturitatem adeptæ. Monet autem *Hombergius*, hoc esse medium certissimum plantarum annuarum vitam prorogandi: id quod etiam in his Actis A. 1709.

Edit. Act. p. 172. jam annotavimus.

In Arithmeticis doctrinam de Quadratis magicis equidem post alios jam multum promovit *de la Hire*, quemadmodum in Actis A. 1707. p. 362. commemoravimus; ulterius tamen eandem excoluit *Sauveur*. Sed cum argumentum istud exigui sit usus, vix operæ pretium esse judicamus, ut specialiora de eodem proferamus.

In Algebraicis *de la Hire* difficultates enodat, quas contra methodum *Slusianam* construendi æquationes per duorum locorum combinationem proposuerat *Rollius*, & nos in Actis A. 1710. p. 488. non fortiores judicavimus, quam quas olim contra analysin *Leibnitianam* seu calculum differentialem moverat: quod ipsum nunc expressius docet *de la Hire*, qui in eadem methodo illustranda jam olim cum laude versatus.

In Geometricis pauca occurrunt, sed inter ea maxime præclara. Illustris Marchio *Hospitalius* in Commentariis A. 1700. resolvens problema *Bernoullianum* in his Actis Tom. II. Suppl. p. 254. propositum, usus est quadam integrandi ratione, quam illi quæstioni peculiarem judicabat. Sed *Varignonius* ostendit, quod, ad complures quæstiones alias agnatas solvendum utiliter adhiberi possit. Vir incomparabilis *Newtonus* demonstravit, si corpora in sectione conica incedant, vires centripetas esse reciproce ut quadrata distantiarum; sed non ostendit, hanc legem sectionibus conicis esse propriam. Multo autem facilius ex data orbita invenitur lex vis centripetæ, quam inverse ex data lege vis centripetæ orbita. Primus omnium problema inversum de vi centripeta solvit ingeniosissimus *Bernoullius* & quidem duplici modo. Altera solutio æquationem differentialem nonnisi primi gradus, altera vero differentio-differentialem continet. Utraque maxime ingeniosa, sed prolixior, quam ut huc transscribi possit. Antequam vero solutionem *Bernoullianam* videret *Hermannus*, diversa ratione problema resolvit. Solutiones *Bernoullianas* & *Hermannianam* cum a *Bernoullio* accepisset *Varignonius*, qui generales admodum solutiones problematis directi virium centripetarum ante dedit, similes quoque problematis inversi exhibuit. Atque nunc tandem constare potest, orbitas planetarum tam primariorum, quam secundariorum esse ellipticas, quod quidem per *Newtoni* demonstrationes nondum erat manifestum.

Act. Erud. An. 1714. M. Maii.

Pag. 201.

In Astronomicis *de la Hire* ostendit, quod hypothesis *Kepleriana* non satisfaciat circa Lunam. Quoniam enim diameter apparens minima est 29′ 30″, maxima vero 33′ 30″; distantia maxima ad minimam a Terra est ut 201. ad 177. Quare si terra ponatur in foco alterutro, erit distantia focorum 24. foci unius a centro distantia 12. & axis major 378. Inde æquatio centri maxima eruitur 7°. 16′. 54″. quæ tamen ipso *Keplero* judice nunquam excedere debet 5°. per observationes ipsius *de la Hire* reperta 4°. 59′. 16″. *Keplerus* nimirum eccentricitatem minorem assumsit, quam per observationes licet, atque hinc æquationem centri observationibus congruam suppeditavit. Suspicatur etiam, ellipses non magis satisfacturas in Planetis reliquis, siquidem eccentricitatem per semidiametros apparentes in Apogæo & Perigæo observatas determinare liceret. Minus adhuc hypothesin *Wardianam* satisfacere notat: ut autem orbita elliptica observationibus respondeat aliud in axe punctum quam focum geometrice determinat, circa quod motus medii fieri concipiuntur, & in hac hypothesi æquationes centri computare docet satis ac-

Act. Erud. An. 1714. M. Maii.

curatas. R. P. *Laval*, qui hactenus multum sibi negotii dedit circa refractionem, A. 1710. d. 22. Jun. altitudinem meridianam Solis observavit 70°. 25'. 50". ast elapsis 36. a solstitio horis postero die 70°. 26'. 0": Hanc irregularitatem refractioni adscribendam esse concludit & contendit, quod iisdem horis diversarum dierum variari possit refractio, quam alias hieme majorem quam æstate deprehenderat. Variationis causam ventos assignat ex diversis plagis spirantes. Reperies præterea observationes maculæ Solaris, eclipsis Lunæ atque deliquii Solis, conjunctionis Lunæ cum una plejadum & Jovis cum stella quadam Scorpii ab Astronomis Regiis, utroque *Cassino*, utroque *de la Hire*, atque *Maraldo* celebratas. *Cassinus* denique junior ostendit, quanta sit necessitas, ut vitra objectiva æqualem undiquaque habeant spissitudinem in telescopiis, quibus ad distantias stellarum metiendas utuntur, seu ut centrum eorum sit in axe tubi.

Pag. 202.

Quemadmodum *Guisnée* in Commentariis A. 1703. theorema *Hallejanum* de inveniendis focis in vitris sphæricis in his Actis Supplem. Tom. II. p. 261. propositum ad curvas quasvis universaliter extendit; ita *Carré* problema catoptricum *Dittoni* de inveniendis focis speculorum, quod in Actis A. 1707. p. 335. legerat, eadem universalitate donavit.

Bartholinus A. 1670. primus docuit refractionem singularem in chrystallo Islandico, per quam nempe radius quilibet in duos finditur, ita ut unius refractio sit regularis, alterius irregularis. Regularis nimirum observat legem ordinariam rationis constantis sinus anguli refracti ad sinum anguli inclinationis respectu axis refractionis; irregularis vero eandem quidem legem tenet, sed axis loco assumenda est diameter quædam ad superficiem refringentem obliqua. Miram hanc refractionem ad causas physicas revocavit *Hugenius* in Tractatu de Lumine: ejusdem rationem suo modo reddere tentavit *Newtonus* in sua Optica. Eandem nunc *de la Hire* considerat & cum talci quadam specie prope Parisios obvii confert. Phænomenorum vero utriusque rationes se proxime daturum promittit.

In Mechanicis denique *Parentius* suam de resistentia theoriam more Geometrarum modernorum universalem reddit: quod argumentum jam antea pertractavit *Varignonius*, qui nunc suas de resistentia medii meditationes profundas continuat, ad eum casum descendens, in quo resistentia crescit ut summa ex celeritate & ejus quadrato.

A. 1710. duos socios amisit Academia Scientiarum, *Johannem Matthæum de Chazelles* & *Dominicum Guglielmini*. Hujus elogium jam extat in Actis A. 1711. p. 5. Ille natus est Lugduni Gal-

lorum

lorum d. 24. Jul. 1657. & studiis operam dedit in Collegio Jesuitarum Lugdunensi, ex quo An. 1675. Parisios venit & *Joh. Baptistæ du Hamel* atque *Cassino* innotuit, sicque observandi methodum accuratam didicit. A. 1683. *Cassinum* adjuvit in continuanda linea meridiana versus austrum & boream A. 1670. cœpta. Cum annos quinque cum *Cassino* in observatorio regio egisset, A. 1684. Dux de *Mortemar* ab eo in Mathematicis institui desideravit: apud quem cum annuum spatium rure transegisset; professionem Hydrographiæ Massiliæ obtinuit novam, cum jam a multo tempore simili munere fungeretur quidam e Patribus Societatis Jesu. Academiæ Scientiarum Regiæ associatus est A. 1695. postquam in suo itinere per Græciam, Ægyptum & Turciam ad instantiam Illustr. Comitis *de Pontchartrain*, tunc Secretarii status marini, nunc Cancellarii Franciæ, secundum volumen *Neptuni Gallici* meditantis, suscepto observationes Astronomicas Academiæ Scientiarum admodum utiles instituisset. Reperit autem in Ægypto quatuor latera pyramidis maximæ versus quatuor plagas cardinales accurate directa: quod cum studio factum esse præsumatur, evidens inde est intra 3000. annorum spatium polos, circa quos terra rotatur, non mutasse situm suum. Unde mirum, quod *Picardus* A. 1671. meridianum Uraniburgicum 18. minutis ab eo differentem deprehenderit, quem *Tycho de Brahe* determinaverat. Invariabilitatem enim meridiani *Cassinus* quoque comprobavit per lineam meridianam A. 1655. in templo S. *Petronii* Bononiæ ductam. Ceterum *Chazelles* situm quoque Alexandriæ accurate determinavit, quem nosse intererat Academiæ Scientiarum, ut suas cum observationibus *Hipparchi* atque *Ptolemæi* accurate conferre liceret. Cum An. 1702. lineam meridianam observatorii adhuc ulterius continuaret *Cassinus*, eodem adjutore usus est. Die 16. Jan. 1710. febri maligna extinctus est in brachiis collegæ sui R. P. *Laval*, amici intimi. Locum ejus in Academia Scientiarum obtinuit *Ozanam*; locum vero *Guglielmini* inter Anglos nactus est Illustr. Comes *de Pembroke*.

Act. Erud. An. 1714. M. Maii. Pag. 203.

Act. Erud. An. 1714. M. Maii.

Descriptio Speculorum nitidissimorum,

Quæ parantur Suarzenbergæ in Sudetibus Misniæ,

Ex literis JO. LEONARDI HEUBNERI, *V. D. M. ad C. W. datis.*

CUM metallum reflectens multi foret in Opticis usus, non modo ad erigendas species in camera obscura & ad illustrandas imagines in laterna magica; verum etiam (quod majoris momenti est) ad construenda telescopia & microscopia reflectentia *Newtoniana*, & telescopia catoptrico-dioptrica *Hugeniana* atque polemoscopia *Heveliana*, aliisque in casibus, si quidem ars in eo poliendo Opticorum votis responderet, specula vero *Suarzenbergica*, quæ novo prorsus artificio, nec successu infelici ex chalybe fabrefiunt, adeo nitida sint, ut major nitor ab arte nunquam exspectandus videatur; non inconsultum duximus Lectoribus curiosis ea exhibere, quæ de novo hoc speculorum genere Cl. *Heubnerus* ad Cl. *Wolfium* nuperrime perscripsit. Ita autem ille.

Pag. 204.

Speculorum chalybeorum, *inquit*, nomine hactenus alia non fuerunt cognita, quam quæ ex stanno, cupro aliove ære in unam massam colliquefactis formantur & ad usum catoptricum aliumve adhibentur: cujus generis specula nomen quidem a chalybe ferunt, sed neque materiam, neque nitorem, neque effectum verorum speculorum chalybeorum referunt. Enimvero hic loci ex vero & puro chalybe specula conficiuntur ab oppidi hujus Prætore *Zacharia Georgi* ejusque filiis, insignibus in tractando chalybe artificibus, qui ante plures annos etiam cylindros illos chalybeos, quibus in planandis filis aureis & argenteis utuntur, quive antea ex Italia tantum apportabantur, nunc autem ex hoc loco in Italiam aliasque terras transmittuntur, parare consueverunt. Specula ista vere chalybea variæ fiunt & fieri possunt figuræ, quadratæ, oblongæ, circularis, ellipticæ, pyramidalis, conicæ, cylindricæ, sphæricæ, adeoque non tantum plana, sed & convexa & concava; quodve jucundum æque ac utile, ex una parte plana, ex altera vero seu convexa, seu concava. Immo etiam parabolica tentabuntur. Varia solet esse horum speculorum magnitudo, quatuor quinque pluriumve digitorum ad pedem unum alterumve. Atque hunc in finem haud ita pridem exstructa est fabrica, cu-

cujus machinæ ab aquis agitantur, quarum ope facilius quam manuum beneficio specula perficiuntur. Effectus horum faberrime politorum speculorum tam in urendo, quam in repræsentando longe præstantissimus deprehenditur & tantum non aliorum speculorum vires atque virtutes superat. Imagines multo verius & excellentius reddunt, quam vitrea ferme omnia, utpote quæ ut plurimum colorem quendam habent admixtum & objecta colore alieno pingunt, immo vultum haud raro deformant. Examinavi tam in taberna, ubi venalia prostant, quam alibi, specula bene multa, etiam magni pretii, ope alicujus chalybei, & tantum non omnia inveni falsa. Quamvis autem non meminerim, ullibi me de talibus speculis eorumque fabricatione quicquam vel legisse, vel audivisse, neque etiam illustri olim *Tschirnhausio* cognita fuisse crediderim; in sacro tamen codice specula chalybea me reperisse putaverim. Dum enim Exod. XXXVIII. 8. labrum æneum describitur e speculis mulierum factum, habetur vox נחשת, quæ non tantum cuprum, aurum, argentum, sed & secundum *Kimchi* chalybem significat, quamque *Tremellius* ex Judæo Christianus hoc modo transtulit: *fecit labrum illud chalybeum & scopum ejus chalybeum e speculis* במראת הצבאת, secundum *Onkelos* במחוית נשיא, secundum LXX. ἐκ τῶν κατόπτρων. Filiæ enim Israelis ex mente Jarchi manibus suis tenebant specula, quæ inspiciebant, quando se ornabant, sed tamen non cunctabantur ista ad usum tabernaculi offerre. Hactenus *Heubnerus*. Ex literis Cl. *Wolfii* habemus, quod nitorem speculi ad se transmissi multo majorem deprehenderit, quam in ullo speculo vitreo etsi præstantissimo unquam observaverit. Quamvis vero objecta multo clariora apparere notaverit in chalybeo, quam in multis aliis vitreis, cum quibus ea conferre licuit; non tamen diffitetur, se vultus intuentium in speculo aliquo vitreo concavo ejusdem cum chalybeo foci, magnitudinis ac figuræ, clariores vidisse quam in chalybeo. Iteratis quoque experimentis didicit, vitreum suum intensius lumen reflectere, quam chalybeum, ultro tamen largitur, nova hæc chalybea specula metallicis, quibus vulgo utuntur, adeo præstare, ut horum nitor quamvis affabre politorum respectu illorum nullus sit dicendus.

Act. Erud. An. 1714. M. Maii.

Pag. 205.

DE-

Act. Erud. An. 1714. M. Maii. Pag. 242.

DESIGNATIO OPERUM JO. KEPLERI,

Quorum editionem XXII. in fol. volum. molitur Cl. HANSCHIUS, Subscriptionibus eruditorum promovendam.

Pretium est 50. imperialium.

VOlumen I. continebit Demonstrationes plurimas & pulcherrimas de magnitudinibus & intervallis trium corporum, Solis, Lunæ & Telluris, quas sub Hipparchi nomine (quod hic primus fere Ptolemæorum Ægypti temporibus Scientiam motuum Solis & Lunæ constituerit) publicæ luci exponere in animum suum induxerat autor, easdemque pro fundamento theoriæ suæ, tum in commentariis de stella Martis, tum in astronomiæ Copernicanæ epitome agnoscit. In parte prima inter alia de correctione diametrorum Solis & Lunæ apparentiæ, de facilitandis parallaxibus, de lunæ Latitudine, umbram terræ aliisque ad doctrinam eclipsium pertinentibus accuratius determinandis agitur. In parte altera de- Pag. 243. monstrantur theoremata & problemata, eorumque in Astronomia & Geographia usus declaratur; nova hypothesis physica explicatur, variatio menstrua ex variis observationibus adstruitur, de optima constituendi epocham motus Solis medii ratione differitur, & tandem eclipsium omnium, quarum haberi potuerunt observationes, juxta hypothesin novam examen instituitur. Vol. II. Adversaria Lunaria opus maximum variis ad tabulas lunares accuratiores condendas adminiculis refertum. Vol. III. Observ. & annotata de Stella nova & fixis quibusdam, quæ in Catalogo fixarum desiderantur, nondum edita, una cum examine observationum stellæ novæ Davidis Fabricii Helisæi Roeslini, Johannis Bayeri, Johannis Georgii Brenggeri, C. Henischii, Kepleri de quærendis stellarum distantiis meditationes, aliaque. Vol. IV. Versionem & Commentaria Kepleri in Ptolemæi Harmonicorum Librum tertium, in quibus inventa Ptolemæi cum præclarissimo Harmonices mundi opere edito conferuntur. Vol. V. Geometrica Kepleri meditata, quæ plurimum & firmant & promovent veritates nostris temporibus inventas. Vol. VI. Dialogum de Calendario Gregoriano, in quo de necessitate reformationis calendarii veteris correctionis Gregorianæ fundamentis & accuratione disseri-

scritur, & quæstio tractatur: an Status Protestantes calendarium Julianum in nonnullis mutare, vel immutatum retinere, vel denique Gregorianum assumere debeant? una cum actis authenticis ad correctionem illam pertinentibus. Vol. VII. VIII. IX. X. XI. & XII. exempla literarum αὐτόγραφα serenissimorum Principum, Comitum, Baronum, Virorumque Seculis XVI. & XVII. illustrium & clarissimorum ad Johannem Keplerum, una cum responsionibus plurimis, quibus non tantum varia reconditæ Kepleri doctrinæ capita sed & historia literaria illorum temporum mirifice illustratur. Comparent autem literæ Melchioris Schæreri, Statuum Austriæ super-anisanæ, Philippi Eckebrechtii, Nicolai Raimari Ursi, Johannis Fischeri, Johannis Lauterbachii, Jeremiæ Pistorii a Purgsdorf, Johannis Rummelli, Christiani Schwarzbachii, Pauli Matthiæ, Polycarpi Lyseri, Marci Velseri, Conradi Dasypodii, Seiffii, Galilæi a Galilæis, Johannis Erickenii, Wenceslai Budoviza a Budowa, Adami L. B. de Budowa, Vincentii Joannelli, Christophori Besoldi, Johannis Friderici L. B. ab Hoffmann, Willebrodi Snellii, Joh. Bainbridge, Octavii Pisani, Joh. Casp. Odontii, Jobi Hartmanni, L. B. Enenckeli, Ambrosii Rhodii, Colmanni Zehentmaieri, Benjamin Ursini, Floriani Crusii, Joh. Straussii, G. Hebenstreitii, Rectoris Ulmensis, Tychonis Brahei, Johannis Remi alias Zuietanii, sutoris ante tabulam Appellis, Philippi Landgravii Hassiæ, Alberti Curtii, Joh. Theodori de Ottersdorff, Christophori Scheineri, Michaelis Mæstlini, Martini Crusii, Georgii Limnæi, Melchioris Jœstelii, Petri Hoffmanni, Jacobi Bartschii, Joh. Baptistæ Cysati, Petri Crugeri, Vincentii Planchi, Thomæ Mingonii, Edmundi Gunteri, Henrici Briggii, Ludovici Barbavariæ, Wolff. Bachmeieri, Pauli Virdungi, Wilhelmi Schickardi, Joh. Antonii Roffini, Friderici Ruttellii, Helisæi Rœslini, L. Philippi Mulleri, Simonis Marii, Joh. Ant. Magini, Odonis Malcotii, Joh. Stephani Bossii, Georgii Christophori de Schallenberg, Augusti Principis Servestani, Maximiliani Bavariæ Principis, Julii Friderici Ducis Wurtembergici, Melchioris Stœlzii, Juliani Medices, Sethi Calvisii, Joachimi Tanckii, Nicolai Serrarii, Jo. Rheinhardi Zigleri, Jo. Deckerii, Jo. Georgii Bringgeri, Christoph. Hegulontii, Thomæ Harriotti, Pistorii, Christiani Severini Longomontani, Samuelis Hafenrefferi, Nicolai a Vicken, Joh. Krabbii, Matthiæ Berneggeri, Cypriani Kinneri, Martini Rulandi, Tobiæ Adami, Lucæ Brunn, Edmundi Brutii, Jo. Caselii, Valentini Hancki, Petri Henr. a Stralendorff, Sebast. Tengnagelii, Joh. Mulleri, Erasmi L. B. Stahrenbergii, Pauli Hombergeri, Michaelis Kelleri, Jo.

Act. Erud. An. 1714. M. Maii.

Pag. 244.

Act.Erud. An. 1714. M. Maii. Jo. Hartmanni Beyeri, Jo. H. Buchwaldt, Thomæ Barthii, Nicolai Zucchi e S. J. Adriani Romani, Georgii Rothenhagen, Ludolphi Riddershausen, Academiæ Tubingensis, Kepleri ad Joseph. Scaligerum, Andr. Herrenschmidi, Joh. Conradi Gerhardi, Georgii Horstii, Mich. Gehleri, Joh. Crellii, M. Joh. Fuchs, Georgii Fucari, Marquardi Freheri, Gasparis Ens, Pauli Guldini e S. J. Jani Gringalleti, Jo. Georg. Gœdelmanni, Albini Molleri, Jo. Erhardi Hoffmanni, Martini Horchii a Lochowiz, Matth. Haffenrefferi, Dan. Moglingii, Hermanni Hulderi, Thomæ Lansii, Casp. Dornavii, Jacobi Hueler, Jo. Georgii Besoldi, Jacobi Christmanni, Joh. Homelii, Bachauzeri, Jessenii, Jo. Val. Andreæ, Weidecholzii, Jacobi Valesii, D. Joh. Gapii, Pacii Pasino, Guil. Rechpergeri & reliquorum. Integrum volumen Pag. 245. absolvunt Epistolæ Davidis Fabricii Essensis A. Conf. in Orientali Frisia Ministri in pago Resterhavia, Uraniæ Cultoris, ad Keplerum cum responsionibus, in quibus variæ res Astronomicæ & Physicæ ad theoriam Martis, Saturni Jovis & Mercurii pertinentes solidissime pertractantur ab anno 1601. d. 23. Jun. usque ad annum 1609. d. 12. Martii, nec non Epistolæ Jo. Georgii Herwardi ad Hoenburg, Cancellarii Bavariæ, Serenissimi Bavariæ Ducis Consiliarii & Præsidis Suabæ, ad Keplerum, cum responsionibus Kepleri de gravissimis argumentis, ab anno 1597. d. 24. Octobr. usque ad annum 1609. d. 15. Dec. Revidit in his voluminibus omnia, plurima addidit & emendavit ipse Keplerus. Vol. XIII. Demonstrationes motuum Mercurii & Veneris cum vario ad Tabulas novas condendas apparatu. Vol. XIV. Commentaria amplissima in Theoriam Martis ab editis prorsus diversa. Vol. XV. Documenta observatarum & examinatarum eclipsium tam solarium quam lunarium. Vol. XVI. Chronologiam Mathematicam a mundo condito usque ad Politiæ Judaicæ finem deductam. Vol. XVII. Notas doctissimas ad Scaligeri & Petavii Doctrinam temporum. Vol. XVIII. Genethliaca & Genealogica, in quibus themata occurrunt Principum, Comitum aliorumque Illustrissimorum & doctissimorum Virorum sed absque directionibus, earumque explicationibus, quarum exempla Keplerus ipse arcanorum loco ex voluntate Imperatoris ceterorumque habuit, teste filio Ludovico Keplero in literis supplicibus Patre fatis functo ad Cæsarem directis. Vol. XIX. Tractatum de anno lunari non a Mose sed Græcis introducto, aliaque plurima ad Chronologiam spectantia. Vol. XX. Exemplar authenticum tabularum Rudolphinarum editioni emendatissimæ inserviens. Vol. XXI. Scripta Kepleri ad Historiam & Criticam pertinentia varia, & alia ejusdem varii argumenti. Vol. denique XXII. Tractatus Arithmeticos, Algebraicos & Me-

& Mechanicos varios. Quibus placuerit dignissimum opus praenumerata summa aut integra aut dimidia sibi asserere, habeant quibuscum agant bibliopolas Augustae Vindelicorum Paulum Kuhtzium, Venetiis Jo. Gabrielem Hertz, Ulmae Danielem Bartholomaei, Norimbergae W. M. Endterum, Basileae Bisschoffium, Genevae N. de Tournes, Lugduni Gallorum Anissonios & Posuelios, Argentorati Dolsneckerum, Amstelodami Wetsteinios, Roterodami Fritschium & Boehmium, Lipsiae Antonium Luz Accisarum praefectum, Dresdae Michaelem Weinholdum, Berolini Meyerum & Zimmermannum, Coloniae Agrippinae Rommerskirchium, Francofurti ad Moenum Knochios, Hamburgi Wolffgangum Fiqweilerum & Christianum Liebezeit, Viennae Austriae Eslingerum, Ultrajecti Felgibelii viduam, Hannoverae Foersterum, Regiomonti Boyum. Act. Erud. An. 1713. M. Maii. Pag. 246.

JOH. BERNOULLI MEDITATIO

M. Junii. Pag. 257.

De natura Centri oscillationis, ejusque in Pendulis compositis, tam quae in Liquoribus quam quae in Vacuo agitantur, determinandi Regula novo & certiori quam hactenus fundamento suffulta.

§. 1. IN Actis Lipsiens. Anni superioris p. 129. §. 23. mentionem feci novae alicujus Methodi pro inventione centri oscillationis, in quam incideram occasione eorum, quae de effectu actionis diversae gravitatis disserebam: promisi equidem, me totum hujus rei fundamentum, quod explicare ob materiae tractandae copiam tum non licebat, alio commodiori tempore detecturum. Sed excidisset haec speculatio, ut fieri assolet, propter alias quae postea mentem occuparunt meditationes, nisi refricuisset mihi memoriam Vir quidam eruditus & Mathematicus insignis, cui ut morem geram atque adeo promissi fidem liberem, suadet ejus erga me humanitas & mea demerendi illam proclivitas.

§. 2. Monendum est ante omnia, quamvis & ego quoque vectem mobilem considerem sicuti quondam fecit Frater meus p. m. vid. Act. Lips. A. 1691. p. 291. & Comment. Acad. Reg. Scient. A. 1703. pag. 78. magnam tamen esse discrepantiam inter utriusque applicandi rationem: ille etenim uniusmodi tantum gravitatem adhibet adeoque rationem momentorum ex duabus solis rationibus componit, nempe ex ratione ponderum & ratio-

Act. Erud. An. 1714. M. Junii. ne eorundem distantiarum perpendicularium ab axe oscillationis; ego vero diversimodas gravitates per mentis fictionem constituo, seu tales quarum una quam alia potentiorem causam habeat, majoremque proinde accelerationem in corporibus cadentibus producat. Unde mihi momentorum ratio ex tribus conficitur rationibus; nimirum ex ratione distantiarum ab axe, ex ratione materiæ quantitatis quam vocabo *massam* vel *molem*, & ratione gravitatum acceleratricium; componendo namque duas posteriores nascitur ratio ponderum.

§. 3. Quod cum observatum non sit a Fratre, in calculum incidit multo intricatiorem quam par est, ut videre licet in loco citato Comm. Acad. Scient. A. 1703. qui calculi labor præcaveri potest introducta varietate gravitatis, qua corpora diversimode accelerari concipiantur; quo fit ut pendulorum longitudines facillime transmutentur in alias vel longiores vel breviores servato interim pendulorum isochronismo, atque ita pendulum compositum considerari possit tanquam repræsentans plura simplicia simul oscillantia, ex quibus illud eligendum quod a gravitate naturali animatur. Pag. 258.

§. 4. *Animare* hic & in sequentibus nihil aliud est, quam ad descensum *solicitare*, ita ut singulis momentis corpori imprimatur celeritatis gradus infinite quidem parvus sed tamen major minorve pro diversa gravitatis specie.

§. 5. Patet autem per gravitatem me hic intelligere non pondus alicujus corporis sed ponderis causam, nempe vim acceleratricem quæ agit in corpora & per continuationem actionis in corporibus libere descendentibus dato tempore datam celeritatem producere valet; unde clarum est, si vocetur quantitas materiæ vel massa corporis, C; vis acceleratrix vel gravitas, G, pondus, P; distantia perpendicularis ab axe vectis, D; Momentum, M; fore $M = D \times P = D \times C \times G$.

LEMMA I.

§. 6. *Pendula simplicia, quorum longitudines sunt ut vires gravitatis a quibus animantur, sunt isochrona.* Demonstrationem hujus dedi in Actis Lips. An. 1713. Mense Februar. Theor. III. Coroll. 1. §. 6.

LEMMA II.

§. 7. *Sit corpus* C, *constans partibus* f, g, h *&c. quæ singulæ a suis peculiaribus gravitatibus* p, q, r *&c. animentur, ita ut pondera*

ra partium sint fp, gq, hr &c. *Erit pondus corporis* C, = fp + gq + hr &c. Hoc per se clarum est, partes enim simul sumtæ constituunt totum. Act. Erud. An. 1714. M. Junii.

LEMMA III.

§. 8. *Positis quæ prius, corpus* C, *oscillando sive aliter descendendo acceleratur eodem modo, ac si animaretur ab una tantum gravitate quæ esset* $= \frac{fp + gq + hr}{C}$ &c. Cum enim partes firmiter inter se connexæ supponantur, necesse est, ut unaquaque nisum suum descendendi distribuat & de eo communicet cum reliquis partibus pro ratione cujusque molis, unde communis nascitur nisus in quem omnes partiales distributi coalescunt; hic autem, ut ex vulgari alligationis Regula liquet, invenitur, dividendo summam ponderum partialium per summam molium hoc est per corpus ipsum C. Pag. 259.

§. 9. Hisce præmissis centri oscillationis determinandi viam eo ordine exponam, quo in eam incidi. Consideravi statim pendulum rectilineum, & quidem primo compositum ex duobus tantum corporibus gravibus, sed æqualia hinc inde ab axe oscillationis intervalla obtinentibus. Hoc deinde ansam præbuit, considerandi quoque plura gravia pendulum rectilineum componentia in quibuscumque ab axe oscillationis distantiis. Tertio rem generalissime aggressus supposui pendulum compositum ex ponderibus quotcunque & quemcunque situm habentibus.

§. 10. Quod ad primum attinet; esto (Fig. 1.) BAC linea vel virga inflexilis & nullius ponderis (qualem imposterum semper intellectam volo) punctum A axis rotationis seu oscillationis, a quo in distantiis æqualibus alligata sint pondera inæqualia, B minus, & C majus. Hoc pacto prævalebit pondus C, & ex situ horizontali AC descendet certo tempore in situm A (C), tum alterum pondus B ex situ AB ascendet in A (B). Ut itaque invenirem hujus penduli centrum oscillationis, hoc est longitudinem penduli simplicis AL, quod eodem tempore in situm A (L) descenderet quo BAC in (B) A (C): vel quod angulum oscillationis LA(L) eundem cum CA(C) eodem tempore absolveret; ratiocinatus sum ut sequitur. Tab. II. Fig. 1.

§. 11. Gravitas agens in corpus B oppositum corpori C, eundem effectum præstat ob distantias æquales AB & AC, ac si corpore B sublato aliud ipsi B æquale adjungeretur corpori C, sed quod gravitate negativa esset affectum seu quod sursum urgere-

tur a vi acceleratrici æquali ei qua urgentur deorsum corpora quæ a naturali gravitate G animantur. Hinc, remota parte AB oritur pendulum simplex AC, in extremitate C ferens corpus C + B ex duobus C & B conflatum, quorum prius C a gravitate naturali seu + G, alterum vero a vi eadem sed negativa seu — G animatur. Adeoque per Lemma III. tota massa C + B eodem ritu

Pag. 260. oscillabitur ac si animaretur a gravitate $\frac{C \times G + B \times G}{C + B} = \frac{\overline{C - B} \times G}{C + B}$

Res igitur huc redit, ut quæratur longitudo AL penduli alterius simplicis animandi a gravitate naturali G, quod sit simplici huic pendulo fictitio isochronum: at vero per Lemma I. pendulorum simplicium isochronorum longitudines sunt ut gravitates a quibus animantur, faciendo itaque ut $\frac{\overline{C - B} \times G}{C + B}$ ad G (hoc est ut C — B ad C + B), ita AC ad quartam $\frac{C + B}{C - B}$ AC; huicque æqualem sumendo AL; erit AL longitudo penduli simplicis naturalis & isochroni pendulo fictitio AC, seu ipsi composito dato BAC: cujus igitur centrum oscillationis est in L. Quod primo erat inveniendum.

§. 12. Ut nunc præstemus alterum, quod generalius est, quodque in hoc consistit, ut centrum oscillationis determinetur in pendulo rectilineo composito ex quotcunque ponderibus & in quibuscumque ab axe oscillationis distantiis: Sit recta indefinitæ longitudinis agitata circa axem A. (Fig. 2.) Primo clarum est ob lineæ inflexilitatem, puncti cujuslibet P tam velocitatem quam velocitatis incrementum se habere in ratione distantiæ AP; deinde liquet, vim ponderis alicujus C diffundi per totam virgæ vel lineæ longitudinem, ut & actionem gravitatis qua circulatio lineæ AL acceleratur, & ita quidem ut vis quam inde sentit quodvis punctum P se habeat ex natura vectis in reciproca ratione distantiæ AP, seu quod idem est, ut vis illa in P sit ad eandem in C vicissim ut AC ad AP: sic quippe momentum in P æquale est momento in C; vocabo autem hoc momentum quod in omnibus virgæ punctis idem est, *virtutem agitativam*.

Tab. II. Fig. 2.

§. 13. Ex hisce fluit, si sublato corpore C, quod a gravitate naturali G animari supponitur, ejus loco substituatur in punctum P corpus aliud quod animetur a gravitate $\frac{AP}{AC} \times G$, sed cujus massa

Act. Erud. An. 1714. M. Junii. Pag. 261.

sa sit $\frac{AC^2}{AP^2} \times C$; fore ut virga AL eadem qua prius virtute agitativa urgeatur, & idem quoque velocitatis circulantis incrementum acquirat: Nam momentum in P (per art. 2. & per hyp.) $= AP \times \frac{AC^2}{AP^2} C \times \frac{AP}{AC} G = AC \times C \times G =$ momento quod a corpore C produceretur cum gravitate naturali; & praeterea quia gravitas agens in C est ad gravitatem in P (per hyp.) ut G ad $\frac{AP}{AC}$ G, hoc est ut AC ad AP: erunt velocitatum incrementa in punctis C & P distantiis AC & AP proportionalia; adeoque linea AL eadem virtute agitativa urgetur & eodem modo acceleratus circulando sive a corpore C per gravitatem naturalem G animato, sive a corpore P $\left(\frac{AC^2}{AP^2} C\right)$ animato per gravitatem $\frac{AP}{AC}$ G urgeatur.

§. 14. Quod autem de pondere C dictum est, idem & de alio quolibet in pendulo composito inhaerente intelligi potest, quare omnia pondera quotquot sunt per hujusmodi substitutionem fictitiam ad commune aliquod punctum P transferri poterunt, in quo unumquodque corpus peculiari sua gravitate pristinam virtutem agitativam lineae AL imprimat, atque pristinam etiam accelerationis circulantis gradum contribuat; sit ut virtus agitativa totalis aeque ac velocitatis incrementum totale, in pendulo hoc simplici substituto, conserventur ejusdem quantitatis ut erant in pendulo composito; adeoque, ut ambo pendula sint sibi mutuo isochrona.

§. 15. Hinc jam patescit, centri oscillationis determinandi negotium in hoc unico consistere, ut corpora hinc inde dispersa atque singula ab eadem gravitate, nempe naturali animata, ad commune punctum cogantur, mutando debite eorum & massas & gravitates. Hoc modo pendulum compositum ex ponderibus a se invicem dissitis sed ab eadem gravitate animatis transformabitur in pendulum simplex isochronum arbitrariae longitudinis, cujus pondus ex totidem corporibus sed per diversas gravitates animatis constat: huic postea ope Lemm. I. & II. aliud isochronum pendulum simplex gravitatis naturalis facile invenitur.

§. 16. Sit itaque pendulum rectilineum AL (Fig. 3.) compositum ex ponderibus quotcunque aequalibus sive inaequalibus C, D &c. Fingatur postquam ex situ quietis AL pervenit in situm A(L), corpora C, D, &c. subito annihilari, aliaque totidem eodem

Fig. 3.

Pag. 262.

Act.Erud. An. 1714. M. Junii. dem instanti renasci in puncto P, quorum primum habeat molem $= \frac{AC^2}{AP^2} C$, alterum vero $= \frac{AD^2}{AP^2} D$, &c. atque animetur primum a gravitate $\frac{AP}{AC} G$, alterum a gravitate $\frac{AP}{AD} G$, &c. Liquet ex iis quæ in art. 13. & 14. explicavimus, virgam A (L) ex hac substitutione nihil alterationis pati neque in quantitate virtutis agitativæ, neque in quantitate accelerationis circulantis momentaneæ; ideoque cum omnia persistant in eodem statu, pergit virga A (L) agitari, ut fecisset, si pristina pondera C, D, &c. mansissent: Habemus itaque pendulum simplex longitudinis AP, composito ACD isochronum; sed quia hoc simplex animatur a gravitate quadem, quæ naturali major vel minor erit, videndum porro quantæ longitudinis esse oporteat aliud pendulum simplex gravitatis naturalis, quod cum illo assumto simplici sit isochronum: quod ita indagamus ut sequitur.

§. 17. Per Lemma tertium Gravitas, quæ animat corpus ex pluribus conflatum P, habetur dividendo summam productorum quæ fiunt a massis partialibus in suas respective gravitates ductis, per ipsam massarum summam seu per corpus P; sunt autem massæ illæ seu corpora partialia in suas respective gravitates ducta hæc, nempe productum primum $= \frac{AC^2}{AP^2} C \times \frac{AP}{AC} G = \frac{AC}{AP} \times C \times G$; secund. $= \frac{AD^2}{AP^2} D \times \frac{AP}{AD} G = \frac{AD}{AP} \times D \times G$; tertium = &c. adeoque summa omnium productorum $\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AP} \times G$ divisa per P seu per summam ipsorum corporum partialium quæ est $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{AP^2}$ dabit $\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.} \times AP \times G$ pro gravitate quæ animat corpus ex partialibus conflatum P: sic igitur vi Lemmatis primi ut factum est in art. 2. etiam hic dicemus, ut se habet hæc gravitas $\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.} \times AP \times G$, ad gravitatem naturalem G (seu ut $AC \times C + AD \times D + \&c. \times AP$ ad $AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.$) ita penduli simplicis fictitii longitudo AP ad quartam quæ erit $= \frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{AC \times C + AD \times D + \&c.}$ cui proin æqualis sumta AZ dabit longitudinem penduli simplicis naturalis quod isochronum erit per Lemm. I. alteri illi simpli-

Pag. 263.

ci

ci fictitio AP & per consequens etiam dato pendulo composito ACD: cujus ergo centrum oscillationis est in Z. Q. E. I. Act. Erud. An. 1714. M. Junii.

§. 18. Atque hoc ipsum est, quod docet regula vulgaris Hugeniana contenta in libro de Horologio oscillat. Parte IV. Propos. 5. in quantum quidem supponantur pondera quæ pendulum componant esse in eadem linea recta, aut saltem quod periade est in plano quodam in quo est axis oscillationis. Restat ut ejusdem regulæ, cujus certa demonstratio antea desiderabatur, bonitatem ex nostro principio deducamus pro pendulo composito ex ponderibus non in tali plano existentibus: Quo casu pondera erunt vel in ipso plano ad planum oscillationis recto, vel tanquam essent in eo considerari possunt & quidem in illis punctis hujus plani e quibus ductæ rectæ ad pondera sunt plano perpendiculares.

§. 19. Concipiamus itaque planum verticale LMN (Fig. 4.) per se nullius ponderis; hoc planum mobile sit circa punctum A; atque ei inhæreant varia pondera C, D, &c. situm quemcunque invariatum inter se servantia, dum ipsum planum hisce ponderibus oneratum circa axem A rotatur: manifestum est, retracto centro gravitatis ponderum C, D, &c. a linea verticali AM, planum postea dimissum in hoc situ non quieturum, sed impetu concepto ad motus accelerationem ultro citroque oscillationes suas instar penduli continuaturum, non secus ac si pondera C, D, &c. vectis alicujus brachiorum AC, AD, &c. extremitatibus applicata essent, atque hoc modo repræsentarent ipsum de quo jam agitur pendulum compositum. Tab. II. Fig. 4.

§. 20. Hujus itaque plani verticalis oscillationes ut investigemus, cujus nempe penduli simplicis oscillationibus sint isochronæ, & quantam hoc habere debeat longitudinem: Notandum primo, quod attinet ad situm hujus penduli quæsiti, gratis supponi a Fratre aliisque cum situm talem esse, ut (quasi hoc per se pateret) congruat cum recta AF transeunte per centrum gravitatis F ponderum C, D, &c. Hoc enim utut verum sit, non supponimus, sed per ipsam nostram methodum, qua in re aliis antecellere arbitramur, verum esse invenimus. Pag. 264.

§. 21. Jam vero intelligamus planum nostrum in ipsa oscillatione existere atque ad hunc quem figura monstrat situm pervenisse: fingamus ut supra factum, pondera omnia derepente tolli vel annihilari, eodemque instanti in alio aliquo puncto P, quod primo ad arbitrium sumimus, alia pro singulis substitui vel renasci æquipollentia, hoc est, quorum unumquodque sit debitæ molis & a debita gravitate animetur, ita ut plano oscillanti eandem virtutis agitativæ & accelerationis momentaneæ quantitatem imprimere pergat, quam tempusculo minimo ante hanc transmu-

Act. Erud. An. 1714. M. Junii. mutationem habebat impressam a pondere jamjam annihilando pro quo tunc statim substitui concipimus.

§. 22. Evidenter apparet, substitutione hac facta planum debere motum suum continuare eodem plane ritu saltem per minimum tempusculum ac si nulla facta mutatione mansissent pondera C, D, &c. Dico autem *per minimum tempusculum*, quia ut mox patebit corpora substituta in P, non ut in casu penduli rectilinei in quolibet plani situ invariatam semper obtinere magnitudinem & ab invariata gravitate animari debent; unde nec massa totalis P ex omnibus conflata invariatam habebit magnitudinem, nec ab invariata gravitate animabitur per integram durantem oscillationem, nisi in casu, quo locus puncti P sumitur in recta transeunte per centrum gravitatis ponderum, id quod ipsum nobis & situm & longitudinem penduli simplicis quæsiti determinandi rationem certam ob oculos ponit.

§. 23. Quoniam igitur P, C, D, &c. non sunt in eadem linea recta per A transeunte, adeoque directio gravium non æqualibus obliquitatis angulis ad brachia vectis AP, AC, AD, &c. applicantur; constat ex mechanica quod pro virtutibus agitativis ponderum P, C, D, &c. exprimendis jam non eorum distantias a puncto A, sed distantias perpendiculares PQ, CR, DS, &c. a verticali, AM oporteat multiplicari per ipsa pondera P, C, D, nam rectæ AP, AC, AD, &c. non habent eandem inter se rationem, quam perpendiculares PQ, CR, DS, &c. nisi in casu quo P, C, D, &c. in eadem sunt recta cum puncto A, hoc est in casu penduli rectilinei, ubi pro perpendicularibus PQ, CR, DS &c. sumsimus earum proportionales AP, AC, AD &c. vel quod eodem recidit & ad nostrum scopum aptius est, possunt servari ipsæ distantiæ AP, AC, AD &c. ut & massæ corporum P, C, D &c. sed resolvendæ sunt vires gravitatum in parallelas & normales ad brachia vectis AP, AC, AD &c. ex quibus sumendæ sunt vires normales quæ in C, D, &c. exprimuntur per $\frac{RC}{AC}G$, $\frac{SD}{AD}G$, &c.

Pag. 265.

§. 24. Quæ cum ita se habeant, virtutes agitativæ plano LMN impressæ a corporibus C, D, &c. designantur per producta distantiarum a puncto A, in massas, & in vires istas gravitatis naturalis normaliter ad distantias derivatas, hoc est per $AC \times C \times \frac{RC}{AC}G$; $AD \times D \times \frac{SD}{AD}G$, &c. seu super $RC \times C \times G$; $SD \times D \times G$, &c. Quare ut istis corporibus annihilatis eædem tamen illæ virtutes agitativæ etiamnum plano imprimantur a cor-

poribus

poribus in P renascentibus & animandis per gravitates convenientes puncto P seu tales, quæ singulæ in plano producant easdem accelerationis circulantis momentaneæ quantitates, quas corpora C, D, &c. a gravitate naturali animata produxissent, si non fuissent annihilata: ante omnia gravitates istæ in P pro singulis corporibus renascentibus sunt determinandæ, quod sic peragitur. Act. Erud. An. 1714. M. Junii.

§. 25. Ex eo quod punctis C, D, &c. a gravitate naturali G normaliter ad AC, AD &c. derivata, quæ est $\frac{RC}{AC}G$, $\frac{SD}{AD}G$, &c. accrescunt velocitatis incrementa momentanea, quæ se habere debent ad velocitatis incrementa puncto P accrescentia a gravitatibus corpora substituta in P animantibus & per resolutionem virium derivatis normaliter ad AP, ut se habent distantiæ AC, AD &c. ad distantiam AP: Invenio has gravitates (quas tantisper appellabo M, N &c.) instituendo has analogias $AC.AP :: \frac{RC}{AC}G. \frac{QP}{AP}M$; $AD.AP :: \frac{SD}{AP}G. \frac{QP}{AP}N$ &c. Ex iis enim prodeunt $M = \frac{AP^2 \times RC}{AC^2 \times QP}G$; $N = \frac{AP^2 \times SD}{AD^2 \times QP}G$; &c. Pag. 266.

§. 26. Nunc vero Massæ corporum substitutorum in P (quas nominare lubet T, V, &c.) determinandæ sunt, quod fit ex æqualitate quæ esse debet inter virtutes agitativas a corporibus C, D, &c. ante annihilationem plano impressas, & eas a corporibus renascentibus T, V, &c. eidem plano imprimendas: Nam propter istam æqualitatem habetur per art. 24. $RC \times C \times G = QP \times T \times M$; $SD \times D \times G = QP \times V \times N$; &c. Unde $T = \frac{RC \times C \times G}{QP \times M} =$ (ponendo pro M, ejus valorem in art. præced. inventum) $\frac{AC^2}{AP^2}C$; pariterque $V = \frac{SD \times D \times G}{QP \times N} =$ (surrogando valorem ipsius N modo ante repertum) $\frac{AD^2}{AP^2}D$; &c.

§. 27. Massæ hæ ita inventæ seu corpora partialia, quæ constituunt Massam totalem in P, si ducantur in suas respective gravitates, in art. 25. determinatas, atque productorum aggregatum ($T \times M + V \times N +$ &c. $= \frac{RC \times C \times G + SD \times D \times G + \&c.}{QP}$

 =

Act. Erud. An. 1714. M. Junii.

mutationem habebat impressam a pondere jamjam annihilando pro quo tunc statim substitui concipimus.

§. 22. Evidenter apparet, substitutione hac facta planum debere motum suum continuare eodem plane ritu saltem per minimum tempusculum ac si nulla facta mutatione mansissent pondera C, D, &c. Dico autem *per minimum tempusculum*, quia ut mox patebit corpora substituta in P, non ut in casu penduli rectilinei in quolibet plani situ invariatam semper obtinere magnitudinem & ab invariata gravitate animari debent; unde nec massa totalis P ex omnibus conflata invariatam habebit magnitudinem, nec ab invariata gravitate animabitur per integram durantem oscillationem, nisi in casu, quo locus puncti P sumitur in recta transeunte per centrum gravitatis ponderum, id quod ipsum nobis & situm & longitudinem penduli simplicis quæsiti determinandi rationem certam ob oculos ponit.

§. 23. Quoniam igitur P, C, D, &c. non sunt in eadem linea recta per A transeunte, adeoque directio gravium non æqualibus obliquitatis angulis ad brachia vectis AP, AC, AD, &c. applicantur; constat ex mechanica quod pro virtutibus agitativis ponderum P, C, D, &c. exprimendis jam non eorum distantias a puncto A, sed distantias perpendiculares PQ, CR, DS, &c. a verticali, AM oporteat multiplicari per ipsa pondera P, C, D, nam rectæ AP, AC, AD, &c. non habent eandem inter se rationem, quam perpendiculares PQ, CR, DS, &c. nisi in casu quo P, C, D, &c. in eadem sunt recta cum puncto A, hoc est in casu penduli rectilinei, ubi pro perpendicularibus PQ, CR, DS &c. sumsimus earum proportionales AP, AC, AD &c. vel quod eodem recidit & ad nostrum scopum aptius est, possunt servari ipsæ distantiæ AP, AC, AD &c. ut & massæ corporum P, C, D &c. sed resolvendæ sunt vires gravitatum in parallelas & normales ad brachia vectis AP, AC, AD &c. ex quibus sumendæ sunt vires normales quæ in C, D, &c. exprimuntur per $\frac{RC}{AC}G$, $\frac{SD}{AD}G$, &c.

Pag. 265.

§. 24. Quæ cum ita se habeant, virtutes agitativæ plano LMN impressæ a corporibus C, D, &c. designantur per producta distantiarum a puncto A, in massas, & in vires istas gravitatis naturalis normaliter ad distantias derivatas, hoc est per $AC \times C \times \frac{RC}{AC}G$; $AD \times D \times \frac{SD}{AD}G$, &c. seu super $RC \times C \times G$; $SD \times D \times G$, &c. Quare ut istis corporibus annihilatis eædem tamen illæ virtutes agitativæ etiamnum plano imprimantur a cor-

poribus

poribus in P renascentibus & animandis per gravitates convenientes puncto P seu tales, quæ singulæ in plano producant easdem accelerationis circulantis momentaneæ quantitates, quas corpora C, D, &c. a gravitate naturali animata produxissent, si non fuissent annihilata: ante omnia gravitates istæ in P pro singulis corporibus renascentibus sunt determinandæ, quod sic peragitur. Act. Erud. An. 1714. M. Junii.

§. 25. Ex eo quod punctis C, D, &c. a gravitate naturali G normaliter ad AC, AD &c. derivata, quæ est $\frac{RC}{AC}G$, $\frac{SD}{AD}G$, &c. accrescunt velocitatis incrementa momentanea, quæ se habere debent ad velocitatis incrementa puncto P accrescentia a gravitatibus corpora substituta in P animantibus & per resolutionem virium derivatis normaliter ad AP, ut se habent distantiæ AC, AD &c. ad distantiam AP: Invenio has gravitates (quas tantisper appellabo M, N &c.) instituendo has analogias $AC . AP :: \frac{RC}{AC}G . \frac{QP}{AP}M$; $AD . AP :: \frac{SD}{AP}G . \frac{QP}{AP}N$ &c. Ex iis enim prodeunt $M = \frac{AP^2 \times RC}{AC^2 \times QP}G$; $N = \frac{AP^2 \times SD}{AD^2 \times QP}G$; &c. Pag. 266.

§. 26. Nunc vero Massæ corporum substitutorum in P (quas nominare lubet T, V, &c.) determinandæ sunt, quod fit ex æqualitate quæ esse debet inter virtutes agitativas a corporibus C, D, &c. ante annihilationem plano impressas, & eas a corporibus renascentibus T, V, &c. eidem plano imprimendas: Nam propter istam æqualitatem habetur per art. 24. $RC \times C \times G = QP \times T \times M$; $SD \times D \times G = QP \times V \times N$; &c. Unde $T = \frac{RC \times C \times G}{QP \times M} =$ (ponendo pro M, ejus valorem in art. præced. inventum) $\frac{AC^2}{AP^2}C$; pariterque $V = \frac{SD \times D \times G}{QP \times N} =$ (surrogando valorem ipsius N modo ante repertum) $\frac{AD^2}{AP^2}D$; &c.

§. 27. Massæ hæ ita inventæ seu corpora partialia, quæ constituunt Massam totalem in P, si ducantur in suas respective gravitates, in art. 25. determinatas, atque productorum aggregatum ($T \times M + V \times N +$ &c. $= \frac{RC \times C \times G + SD \times D \times G + \&c.}{QP}$

 =

Act. Erud. An. 1714. M. Junii. $= \frac{RC \times C + SD \times D + \&c.}{QP}$ G.) dividatur per summam massarum seu corporum partialium hoc est per corpus totale P (T + V + &c. $= \frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{AP^2}$) quod provenit $\left(\frac{T \times M + V \times N + \&c.}{T + V + \&c. \times QP} = \frac{RC \times C + SD \times D + \&c.}{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.} + \frac{AP^2 \times G}{QP}\right)$ dabit per Lem. III. gravitatem quæ animat corpus totale P. Faciendo itaque vi Lem. I. ut se habet $\frac{RC \times C + SD \times D + \&c.}{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.} \times \frac{AP^2 \times G}{QP}$ ad G (seu ut RC × C + SD × D + &c. × AP² ad AC² × C + AT² × D + &c. × QP) ita penduli simplicis fictitii longitudo AP ad quartam $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{RC \times C + SD \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP}$, quæ erit longitudo penduli simplicis naturalis AZ & isochroni pendulo composito ACD, sed quorum isochronismus durat tantum per tempusculum infinite parvum nisi in aliqua positione lineæ AP inter AC, AD &c. fiat ut quarta ista $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{RC \times C + SD \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP}$, quæ alias variabilis est pro varietate anguli MAP, evadat constantis datæque longitudinis pro quovis angulo MAP.

Pag. 267.

§. 28. Sed ut cognoscatur, an & quæ sit illa positio Lineæ AP inter AC, AD, &c. advertendum est (posito F esse centrum gravitatis corporum C, D, &c. & ducta FE perpendiculari ad AM) quod RC × C + SD × D + &c. sit = C + D + &c. × EF, ceu patet ex Staticis; adeoque quod quarta illa exprimi possit hoc modo $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{C + D + \&c. \times EF} \times \frac{QP}{AP}$; jam vero ultro quasi in oculos incurrit, hanc quantitatem fieri constantem, modo constans sit $\frac{AP \times EF}{QP}$; hanc autem constantem esse, quando AP transit per centrum gravitatis F, nemo non videt: est enim tunc $\frac{AP \times EF}{QP} = AF$; adeoque quarta illa AZ seu longitudo penduli simplicis ipsi composito ACD isochroni (substituto AF pro $\frac{AP \times EF}{QP}$) erit $= \frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{C + D + \&c. \times AF} =$ quantitati constanti ob constantes AF, AC, AD, &c. ut & C, D, &c.

§. 29. Atque hinc emergit regula Hugeniana pro inveniendo centro

centro oscillationis in pendulo qualicumque composito, quæ regula in propositione V. part. IV. Horol. oscillat. his verbis concepta legitur: *Dato pendulo ex ponderibus quotlibet composito, si singula ducantur in quadrata distantiarum suarum ab axe oscillationis, & summa productorum dividatur per id quod fit ducendo ponderum summam, in distantiam centri gravitatis communis omnium ab eodem axe oscillationis, orietur longitudo penduli simplicis composito isochroni, sive distantia inter axem & centrum oscillationis ipsius penduli compositi.* Annon vero hujus regulæ veritas nunc longe firmiori fundamento sit stabilita quam antehac factum, judicium sit penes Lectorem harum rerum intelligentem; cum non solum non indiguerim precaria illa Hugenii hypothesi, qua, *si pondera quotlibet, vi gravitatis suæ, moveri incipiant; non posse centrum gravitatis ex ipsis compositæ altius, quam ubi incipiente motu reperiebatur ascendere*, axiomatis loco usus fuerat, etsi non omnimodam evidentiam haberet; sed neque etiam opus habui ut supponerem cum Fratre meo, ac si per se clarum esset, de quo tamen dubitari posset, scilicet centrum oscillationis existere in Linea centri (ut vocat Hugenius) hoc est in recta linea quæ per punctum suspensionis & per centrum gravitatis ducitur.

Act.Erud. An. 1714. M. Junii. Pag. 268.

§. 30. Præterea duo imprimis animadverto incommoda, quibus laborat modus demonstrandi exhibitus in Comment. Acad. Scient. anni 1703. pag 81. & seqq. edit. Paris. Primum est, quod calculo analytico eoque satis operoso utatur Frater in re quam ego sola fere synthesi (ut fieri par est in demonstrationibus) absolvo; alterum, quod supponat pondera C & D (vid. Fig. ibid.) quæ ipsi faciunt partes figuræ oscillantis, æqualia, quo fit ut ipsius demonstratio valeat tantum pro ejusmodi figuris in latus oscillantibus, quarum applicatæ a communi quadam diametro bisecantur, neque igitur applicari posset ad figuras dimidiatas quales essent semiparabola, semihyperbola, &c. aut etiam conus, vel cylindrus per axem sectus, nisi novo calculo id demonstraret haud dubie multo difficiliori futuro quam quem adhibuit pro corporibus C & D hinc inde æqualibus suppositis. Hoc posterius incommodum in nostra doctrina evitatur, utpote quæ rem universalissime pertractans & numerum & rationem corporum C, D qualemcumque æque facile admittit, ac si duo tantum & æqualia essent; quanquam & hoc monendum, pondera C, D &c. ut Hugenio atque Fratri ita & mihi considerari tanquam puncta seu potius ut moleculas infinite parvæ extensionis respectu totius penduli.

§. 31. Accedimus nunc ad alteram partem hujus nostræ Disqui-

Act. Erud. An. 1714. M. Junii. Pag. 269.

sitionis, quæ nempe agit de centro oscillationis determinando in pendulis quæ ex diversæ materiæ corporibus composita in fluidis vel liquoribus agitantur; suppono autem fluida perfectissima, hoc est talia, quæ destituta partium tenacitate motui corporum non resistant, vi tamen propriæ suæ gravitatis imminuant gravitatem corporum demersorum: hæc vero gravitatis naturalis imminutio in fluidis diversa est pro diversitate densitatis corporum, densiora enim minus amittunt quam rariora; unde, cum æstimanda sit sola gravitas relativa seu excessus quo corpus magis tendit deorsum quam fluidum ambiens, *manifestum* est corporum heterogeneorum oscillationes in fluidis eodem modo se habere, ac si pendula agitarentur in vacuo, sed quorum corpora non ab eadem gravitate naturali, verum a diversis gravitatibus animarentur.

Tab. II. Fig. 4. §. 32. Ponamus itaque gravitates relativas a quibus corpora C, D &c. (Fig. 4.) heterogenea in fluido animantur esse mG, nG, &c. hoc est, partes tantum gravitatis naturalis, intelligo enim per m, n, &c. partes unitatis: Quas supra art. 25. invenimus gravitates M, N, &c. in P substituendas nempe $M = \frac{AP^2 \times RC}{AC^2 \times QP} G$, $N = \frac{AP^2 \times SD}{AD^2 \times QP} G$, &c. patet eas nunc ita fore $M = \frac{AP^2 \times RC}{AC^2 \times QP} mG$, $N = \frac{AP^2 \times SD}{AD^2 \times QP} nG$, &c. adeoque $T \times M + V \times N$ + &c. erit heic $= \frac{RC \times C \times mG + SD \times D \times nG + \&c.}{QP}$ $= \frac{RC \times C \times m + SD \times D \times n + \&c.}{PQ} G$, quod divisum per $T + V$ + &c. (sicuti fecimus artic. 27.) dabit jam $\frac{T \times M + V \times N + \&c.}{T + V + \&c.}$ $= \frac{RC \times C \times m + SD \times D \times n + \&c.}{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.} \times \frac{AP^2 \times G}{QP^2}$, pro gravitate quæ animat corpus totale P. Ut igitur habeatur longitudo penduli simplicis in vacuo agitandi quod sit isochronum pendulo composito oscillanti in fluido, sumenda est vi Lemmatis I. ut in modo citato art. 27. factum cernitur quarta proportionalis hujus analogiæ, ut $\frac{RC \times C \times m + SD \times D \times n + \&c.}{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.} \times \frac{AP^2 \times G}{QP}$ ad G, (seu ut $RC \times C \times m + SD \times D \times n$ + &c. $\times AP^2$ ad $AC^2 \times C + AD^2 \times D$

$\times D + \&c. \times QP$) ita AP ad quartam $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{RC \times C \times m + SD \times D \times n + \&c.}$ Act. Erud. An. 1714. M. Junii, Pag. 270.

$\times \frac{QP}{AP} =$ (posito jam F esse centrum gravitatis non quidem totorum corporum C, D, &c. sed eorum tantum partium quæ sunt mC, nD, &c.) $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{mC + nD + \&c.} \times \frac{QP}{EF \times AP} =$ (ob $\frac{AP \times EF}{QP} = AF$, posito nempe AP transire per F) $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{mC + nD + \&c. AF}$ = constanti alicui longitudini AZ.

§. 33. Hinc pro pendulis compositis in fluido agitandis, hæc regula condi potest, Hugenianæ similis: *Dato pendulo ex ponderibus quotlibet composito atque intra datum liquorem agitando, si singulorum massæ ducantur in quadrata distantiarum suarum ab axe oscillationis, & summa productorum dividatur per id quod fit ducendo summam partium per* m, n, *&c. designatarum & ex ipsis massis sumendarum in distantiam centri gravitatis communis omnium illarum partium ab eodem axe oscillationis; orietur longitudo penduli simplicis sed extra liquorem agitandi composito intra liquorem agitato isochroni.*

§. 34. Quodsi vero desideretur pendulum simplex in ipso quoque liquore oscillationes isochronas peragens; hoc obtinetur ope Lemmatis I. faciendo tantum, ut se habet pondus absolutum materiæ ex qua pendulum conficere lubet ad pondus relativum ejusdem, seu quod habet intra liquorem, ita Longitudo per datam regulam inventa, ad Longitudinem penduli quæsiti; sed curandum est, ut ubi primum agitari incipit removeatur a perpendiculo vel linea verticali AM angulo MAP, qui sit æqualis ei, quem facit ab initio oscillationis linea centri ponderum non absolutorum sed relativorum, quæ habent corpora C, D, &c. in ipso fluido, in quo pendulum ex illis corporibus compositum agitatur; hoc enim nisi observetur, vibrationes duorum illorum pendulorum non erunt isochronæ, sed qui ex dictis angulis major est, etiam pendulum ad quod ille pertinet vibrationes suas longiori tempore perficit.

§. 35. Unde rursus liquet peccari ab illis, qui naturam centri oscillationis explicare suscipientes supponunt, quod pendulum simplex composito isochronum, & linea centri in ipso pendulo composito debeant æquales angulos constituere cum per- Pag. 271.

pen-

Act. Erud. An. 1714. M. Junii.

pendiculo vel linea verticali transeunte per punctum suspensionis: siquidem id tantum obtineat in pendulis rectilineis in fluido, & in aliis quoque pendulis sed extra fluidum oscillantibus, quod per consequens non inter axiomata sed inter invenienda & demonstranda reservari oporteat.

§. 36. Non necesse duco multis ostendere formulam nostram supra inventam $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{mC + nD + \&c. AF} = AZ$, sese porrigere ad quosvis alios casus oscillationum qui excogitari possunt, ut si ex. gr. penduli compositi partes essent quidem ex materia homogenea sed liquor constaret ex stratis diversis in quibus singulæ partes agitarentur & quæ strata essent heterogenea, vel si utcunque & pendulum & fluidum ex partibus & stratis heterogeneis componeretur: modo attendatur, quantam partem ponderis sui unaquæque ex penduli partibus retineat in eo in quo agitatur strato; hoc est quasnam unitatis partes faciant quantitates m, n, &c.

§. 37. Neque etiam monere volo quid observandum esset, si quædam ex penduli agitati partibus extra fluidum eminentes, reliquæ vero in illo demersæ semper manerent: Aerem enim in quo quædam ex corporibus pendulum componentibus agitantur considerari posse ceu stratum aliquod ad liquorem adhuc pertinens, Lectori tam obvium erit ut moneri non mereatur; in quo casu fit ut quædam ex partibus m, n, &c. maneant æquales unitati, illæ nimirum, quæ respondeat penduli partibus in aere motis & nihil sensibile de suo pondere amittentibus.

§. 38. Pariter nihil difficultatis habere arbitror, si nonnulla corporum C, D, &c. sunt vel ejusdem specificæ gravitatis vel etiam minoris quam fluidum in quo movenda sunt; nam oppido constat, in his casibus quasdam ex quantitatibus m, n, &c. vel evanescere vel negativas evadere; evanescunt scilicet, ubi corpora in fluido nihil ponderis retinent ob æquipollentiam gravitatis specificæ corporum & fluidi ambientis: sed evadunt negativæ, cum gravitas specifica liquoris ambientis præpollet gravitati specificæ corporum in illo motorum, quæ proin quasi levitant, hoc est a gravitate negativa animantur.

Pag. 272.

§. 39. Plura alia ejusmodi, quæ ex hactenus explicatis, tanquam corollaria deduci possent curiosa & elegantia, plane non attingo, contentus universalem Oscillationum Theoriam ex tam claro & simul fœcundo principio jam esse derivatam, ut nihil tam obscurum tamque reconditum in hac materia videatur, quod

non

non ejusdem principii ductum assequi liceat: quale quid antea ab Hugeniano aliove minus genuino vix sperari poterat. Act. Erud. An. 1714. M. Junii.

§. 40. Ceterum quod attinet ad compendia quæ mihi sunt pro parte ab Hugenio sed operose demonstrata, ad levandam calculi molestiam in determinatione centri oscillationis figurarum variarum Geometricarum, sive in planum sive in latus oscillantium, ea cum aliis huc spectantibus nondum cognitis occasione commodiore publici juris faciam.

RELATIO

M. Aug. Pag. 380.

De novo Barometrorum & thermometrorum concordantium genere.

SI barometra & thermometra haberemus, quæ in eodem loco reposita easdem prorsus mutationes paterentur, fluido nempe in singulis ad eundem gradum una ascendente ac descendente; facile apparet, observationes barometricas & thermometricas diversis in locis diversoque tempore diversis instrumentis eodem in loco institutas inter se comparari posse, ita ut e. gr. indicari possit vi nostrarum observationum dies, quo calor aëris ejusque gravitas eadem prorsus fuit, quæ alio tempore dato Parisiis vel alio in loco. Enimvero observatum est in Academia Regia Scientiarum Parisina, (quemadmodum annotavimus in Actis An. 1707. p. 359.) barometra similia eodem Mercurio repleta & in eodem loco posita nunquam exacte conspirare, & in vulgus notum est, multo minorem esse thermometrorum concordiam. Quæ adeo hactenus desiderata fuerunt, barometra & thermometra concordantia exquisita industria construit *Daniel Gabriel Fahrenheit*, Dantiscanus, qui ab aliquo tempore apud nos commoratur & in conficiendis thermometris atque barometris tam simplicibus quam compositis excellit. Artificium, quo horum instrumentorum concordiam constanter ex voto obtinet, ob rationes domesticas adhuc reticet: effectum tamen observarunt multi, qui ejus thermometra & barometra sibi compararunt. Obtulit haud ita pridem duo thermometra Cl. Wolfio, Mathem. Professori Halensi, ut ea sub examen revocaret. In iis globulorum loco conspiciuntur cylindri, spiritu vini colore cœruleo tincto repleti. Altitudinem unius deprehendit digiti unius cum $\frac{1}{8}$ pedis regii Parisini (supponitur autem pes in 12 digitos divisus,) Pag. 381.

alte-

Act. Erud. An. 1724. M. Aug.

alterius vero digiti unius cum $\frac{9}{16}$: diametrum illius reperit $\frac{11}{64}$, alterius vero $\frac{5}{16}$. Non tamen eadem est diameter per totum cylindrum & uterque cylindrus circa finem in sphæroides quoddam protuberat. Longitudo tubi prioris est 6 digitorum cum $\frac{11}{16}$, posterioris vero $6\frac{11}{16}$. Scala utrique eadem applicata, longitudinis 6 digitorum cum $\frac{7}{16}$: tota dividitur in 26 partes æquales, quarum unaquælibet in quatuor subdividitur. Parti secundæ a cylindro numeratæ adscribitur frigus vehementissimum, & ab eo usque ad extremitatem scalæ ascendendo numerat gradus 24, quorum quartus frigus ingens, octavus aerem frigidum, duodecimus temperatum, decimus sextus calidum, vigesimus calorem ingentem, 24 denique æstum intolerabilem indicat. Contendit autem *Fahrenheitius*, sibi constare methodum, qua quivis alius ubivis terrarum thermometra construere possit, suis etsi non visis similia, ita ut cum iisdem in eodem loco reposita ad eosdem scalarum similium gradus liquorem evectum, vel depressum exhibeant. *Wolfius* non solum per plurimos dies observavit in utroque thermometro liquorem constanter ad eundem gradum vel gradus ejusdem scapulum idem; verum etiam in locis calidioribus mox liquorem in utroque æqualiter prorsus ascendentem notavit. Cum utrumque eidem aquæ frigidæ una immergeret, æqualiter prorsus liquorem utrobique descendere animadvertit. Cum aliquando pollicem manus unius cylindro unius, pollicem manus alterius cylindro alterius applicaret; inæqualitatem quandam, quamvis fere contemnendam, notavit: sed permutatis cylindris, ascensus tardior factus est celerior & celerior contra tardior, didicitque adeo, calorem non prorsus eundem utrique pollici inesse. Aliam quoque differentiolam quandam sibi observare visus est, sed adeo exiguam, ut in præsenti negotio jure pro nulla haberi possit: æstimat enim eam $\frac{1}{16}$ unius gradus seu $\frac{1}{416}$ totius scalæ, hoc est, fere $\frac{1}{66}$ digiti unius pedis regii Parisini.

D. S.

Act. Erud. An. 1714. M. Sept. Pag. 427.

D. S. SCHMIEDERI, IMP. ACAD. NAT. CURIOS. SOC.

Observatio de duplici Phænomeno Lunari nuper d. 24. Maii observato.

DUplex phænomenon satis rarum, spectatu curiosum atque cujus memoria eruditos inter retineatur, dignum, die 24. Maji *a. c.* cum tota nocte una cum aliis in itinere comitibus Lipsia Dresdam proficiscerer rheda publica, in corpore Lunari a me multisque aliis observatum jam exhibeo, in adjecta figura ænea accurate repræsentatum. Cœlo advesperascente, hora nempe octava, & Sole jam sub Horizontem depresso, cum cœlum, nubibus antea densis iisque haud paucis conspersum, sudum redderetur & ventus ex Oriente spirare incipiens nubes aquis turgidas dispergeret, inque longos albescentes tractus mutari nubes conspicerentur: una ex his admodum longa albicans in copiosissimos floccos discerpta ac per totum fere cœli spatium ad Horizontem usque Occidentalem sese extendens, corpori Lunari in Oriente adhuc constituto agglutinabatur, ac eleganter quoad figuram (Fig. 1.) per semihorulæ spatium, jucundo spectaculo, cometæ caudam mentiebatur. Curiosa hac nube disjecta & effluxo duarum fere horarum spatio cum cœlum maximam partem nubibus nunc depurgaretur, paucæque saltem hinc & inde in aere adhuc & albicantes & nigricantes hærerent; inopinato sensim sensimque novum, aere tunc temporis denso & vaporibus repleto, oculorum conspectui sese offerebat phænomenon in Fig. 2. aspectu curiosum atque non tantum ob formam, verum quoque quod Luna nondum plena sed adhuc gibbosa apparuerit notatu dignum, cum alias in plenilunio talia sese nobis conspicienda præbeant. *Primo* sat magna Lunam (*a*) cingebat area seu corona (*cccc*) albicantis coloris, deinde crux generabatur pyramidalis lutea (*bbbb*) cum duabus simul in arca Paraselenis (*d. e.*) quarum una (*d*) eleganter imaginem Lunæ mentiebatur & cauda admodum lucida & longa instructa erat, altera vero (*e*) hac paulo debilior, interim tamen satis perfecta apparebat. *Tertio* sub conspectum quoque prodibat Paraselene (*f*) quæ nubeculæ tantum rotundæ & nonnihil lucidæ faciem exhibebat, ac tandem *quarto* splendor albicantis coloris Lunæ falcatæ ad instar (*g*) oriebatur, qui etiam omnium primo cum Paraselene (f) iterum disparebat. Postea crux & halo, ultimo au-

Pag. 428. Tab. III. Fig. 1. Fig. 2.

Act.Erud. An. 1714. M. Sept. Pag. 429.

autem Paraselenæ (*d.e.*) quoque evanescebant. Litteræ in Fig. 2. *h* & *i* indicant nubes, quarum illæ (*h*) albicantem, hæ vero (*i*) nigricantem habebant colorem, interdum Lunæ faciem obscurabant. Una ex albicantibus (*h*) ad finem fere usque hujus spectaculi curiosi aream lunarem, ut in Fig. 2. annotavimus, nonnihil tegebat. De cruce notandum est, quod ista neutiquam in locis nostræ observationis corpus lunare intersecuerit, neque ad peripheriam areæ usque lineis parallelis sese extenderit, neque etiam æqualem de se splendorem atque claritatem sparserit, ut quidam se vidisse ajunt, sed ex quatuor quasi conflata pyramidibus & corpori Lunari imposita videretur. Brachium enim (α) eleganter clarebat, (β) vero paulo debilius, (γ & δ) autem æquali nitore prædita erant, fortius tamen splendebant quam (β) nonnihil autem debilius quam (α). Cujus rei causam quilibet qui Lunæ corpus luce undiquaque nondum perfusum attendit, perfacile intelligere valet. Ad materiam ejusmodi phænomenorum quod attinet, missis allatarum sententiarum ineptiis iis subscribimus, qui eam ex particulis aqueis in vaporem tenuem resolutis, intermixtis interdum etiam exhalationibus, nunc paucis nunc copiosis, sulphureis constare, ejusque formam atque colorem ex doctrina optica de reflexione & refractione radiorum in corpuscula pellucida hujus vel illius figuræ & densitatis incidentium deducendam atque explicandam afferunt. Conf. Dn. D. Jo. A. Schmidii pererudita Differt. de Cruce in Luna visa, M. Christ. Colbii Diss. de Paraselenis, coronis, cruce in Luna aliisque arcubus, Actor. Erud. An. MDCLXXXIV. nec non Ephemerid. Acad. Nat. Cur. Decur. II. A. II. Durationem autem nostri phænomeni quod concernit, equidem ab hora X. ad XII. usque oculos delectavit, quo tempore elapso sensim sensimque iterum evanuit, nec tantum admirationis verum etiam variarum de omine sententiarum causa extitit. Alii enim, quia Luna Turcarum insigne est, inque ejus area tres Paraselenæ apparuerunt, horum cum Polonis rebellibus atque Suecis hostilem adventum; alii alia mala nobis significari putabant. Quorum vero omnium sententias ex superstitione vana originem ducere, cum evidens sit atque perspicuum, earum refutationi nobis non esse immorandum censemus. Ceterum simile phænomenon paraselenarum A. 1660. d. 17. Decembr. mane Gedani conspectatum describit *Hevelius* in Phænomenis aereis, quæ tractatui de Mercurio & Venere in Sole visis per modum appendicis subjunguntur. Theoriam vero ejus optime explicuit Hugenius in Posthumis.

EX-



EXCERPTA
EX ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS
ANNI 1715.

EXAMEN COROLLARII TERTII

Ad propositionem septimam Tractatus de Quadratura Circuli & Hyperbolæ per infinitas Parabolas & Hyperbolas geometrice exhibita à R. P. D. GUIDONE GRANDO, *Magni Hetruriæ Ducis Theologo & Mathematico ac Philosophiæ Professore in Academia Pisana, in quo Corollario quantitatem ex infinitis nullitatibus componi statuitur.*



Osteaquam insignis Geometra P. Grandus in Propos. VII. Elegantissimi Tractatus de Quadratura Circuli & Hyberbolæ aggregatum ex infinitis terminis geometrice proportionalibus sinui verso alicujus arcus æquari, accurate demonstravit, ex hac sua propositione sequentem elicuit consequentiam; Seriem scilicet infinitarum linearum signis + & — alternatim affectarum dimidiæ lineæ æqualem esse, vel, ut Autor ipse mentem suam explicat: *Eandem lineam infinities positam & infinities* Act. Erud. An 1715. M. Jan. Pag. 42.

 sub-

Act. Erud. An. 1715. M. Jan. Pag. 43. *subtractam relinquere sui medietatem*. In novissima laudati tractatus editione in 4, post hoc Corollarium hanc instantiam asterisco signatam, apposuit. „ Aggregatum ex infinitis differentiis infinitarum linearum *b*V sive continue sive alterne sumptarum est „ demum summa ex infinitis nullitatibus seu o, quomodo ergo „ quantitatem notabilem aggreget? At repono, subdit, eam in„ finiti vim agnoscendam, ut etiam, quod per se nullum est mul„ tiplicando in aliquid commutet, sicuti finitam magnitudinem „ dividendo in nullam degenerare cogit, unde per infinitam Dei „ creatoris potentiam omnia ex nihilo facta, omniaque in nihi„ lum redigi posse: neque adeo absurdum esse, quantitatem ali„ quam, ut ita dicam, creari per infinitam multiplicationem vel „ additionem ipsius nihili, aut quodvis quantum infinita divisio„ ne, aut subductione in nihilum redigi. " In sequenti postea Scholio hanc responsionem ac Corollarium ipsum similitudine quadam illustrare atque adversus cujusdam Censoris Stricturas defendere conatur doctissimus Autor.

Etsi vero tum ex hoc libro de Quadratura Circuli, tum ex aliis præclaris speciminibus Autoris doctissimi ingenium plurimum suspicio, impetrare tamen a me non potui, ut prædicto Corollario assensum præberem, quanquam necessariam id Propositionis veræ sequelam esse videatur, quia semper nescio quis scrupulus animum pungebat, quo minus pro evidenti veritate id admitterem. Inito vero examine connexionis Corollarii controversi cum sua Propositione ex qua deductum est, humani quid Autori alioqui perspicacissimo accidisse mihi vidisse visus sum. Et cum Clar. Grandum veritatis amantem sciam, non ægre ipsum laturum confido si erroris fontem tum ipsi tum aliis breviter hoc loco atque modeste aperuero, ad id vero Propositionem ipsam cum subjuncto Corollario tertio, de quo solo agitur, duobus præcedentibus tanquam veris nunc silentio prætermissis.

Tab. I. Fig. 1. Super latus KI quadrati KB descripto semicirculo KHI, ducatur ex puncto I quælibet recta IHG semicirculum in H rectam vero VK in G secans, demissaque HL normali ad KI, si in recta GN diametro semicirculi KI æquidistante ac per punctum G ducta sumatur ubique GD æqualis sinui verso IL arcus IH, punctum D erit in quadam curva IDS, cujus ordinata GD etiam æquabitur omnibus differentiis alternis Y1, 23, 45, &c. infinitorum terminorum geometricæ progressionis YG, 1G, 2G, 3G, 4G, 5G, &c. existentibus curvis K1*b*, K2*b*, K3*b*, K4*b*, K5*b*, &c. Parabolis primi, Pag. 44. secundi, tertii, quarti, quinti, &c. gradus & sic in infinitum per omnes reliquos, quadrato V*i* priori KB æquali inscriptis. Hæc est Propositio septima Cl. Grandi in Libro supra laudato de Qua-

Quadratura Circuli & Hyberbolæ; ejus ingeniosa demonstratio breviter huc redit: Quod, quia ipsæ YG, 1G, 2G, &c. sunt in progressione geometrica, earum differentiæ etiam ut Y1, 12, 23, 34, 45, &c. futuræ sint continue proportionales, tum etiam earum termini alterne sumti Y1, 23, 45, &c. Hinc vi ejus secundæ propositionis est series infinita Y1 + 12 + 23 + 34 + &c. ad seriem Y1 + 23 + 45 + &c. Sicut Y1 — 23 ad Y1 — 12 quam posteriorem rationem ostendit æquari rationi IG^2 ad IK^2 seu IG ad IH aut KI ad LI, atque adeo, quia prior series Y1, + 12 + 23 + 34 + &c. = YG (nam hæc linea æquatur omnibus partibus simul sumtis quæ partes sunt omnes seriei hujus infinitæ termini) ideo etiam series Y1 + 23 + 45 + &c. = IL = GD. Quod erat demonstrandum. Act. Erud. An. 1715. M. Jan.

Cum ergo nulla habita ratione positionis puncti G in radio KV generaliter probatum sit, quod IL = GD = Y 1 + 23 + 45 + &c. vel quod idem est, = YG — 1G + 2G — 3G + 4G — 5G + &c. si punctum G ponatur in V adeo ut linea YG cadat super rectam *b*V, erit etiam VG hoc casu = *b*V — *b*V + *b*V — *b*V + *b*V — *b*V + &c. singulis YG, 1G, 2G, 3G, 4G, 5G, abeuntibus in *b*V. Sequi ergo videtur ex Propositione Autoris, *Quod linea b V infinities posita & infinities subtracta sui medietatem relinquat*, ut habet toties jam nominatum Grandi Corollarium. Fateor quidem libenter consequentiam istam obiter inspectam ex propositione legitime deductam videri, adeo quidem ut, superaccedente plausu Mathematicorum illorum non vulgarium de quibus Clar. Grandus pag. 30 refert, ipsos Corollarii hujus novitate perculsos, atque in summam tam inauditæ inexspectatæque veritatis admirationem adductos fuisse, cum nihil huic stupendo paradoxo simile in tota Geometria se uspiam legisse testarentur, difficile fuerit Cl. Autori consequentiæ nævum animadvertere, qui tamen ultro in oculos ejus incurrisset, si indifferenti animo rem totam expendere voluisset; sed ostendendum est id atque ob oculos ponendum quod ejus perspicaciam fugisse videtur.

Galilæus olim per jocum, ut puto, probare conabatur ex eo quod Superficies in Cylindro Sphæræ circumscripto ubique æqualis ostenditur superficiei portionis Sphæræ æquealtæ, *Circumferentiam Circuli puncto æquari*. Jam si ex Cl. Grando quærerem, in quonam Galilæi ratiocinium deficere arbitretur? nullus dubito quin hanc responsionem reportaturus sim. Lynceum Philosophum in hoc errasse, *quod ab uno genere magnitudinis transitum fecerit in conclusione ad aliud diversumque genus*. Quod ab æqualitate duarum superficierum rerumque adeo homogenearum argumentatus sit ad æqualitatem rerum heterogenearum lineæ cum puncto. Nam etsi Pag. 45.

super-

Act. Erud. An. 1715. M. Jan.

superficies illæ cylindrica & portionis hemisphærii semper æquales sint quæcunque æqualis utriusque altitudo fuerit; non tamen sequitur hanc æqualitatem adhuc subsistere posse aut debere cum communis utriusque altitudo est nulla seu 0, adeo ut Cylindrus in Circulum, hemisphærii vero portio in punctum abeant; quia cylindrus nullius altitudinis non est cylindrus & portio hemisphærii altitudine destituta non est solidum, atque principium æqualitatis superficierum duntaxat valet de Cylindrica & portionis æquialtæ sphæræ. Non est quod dubitem Cl. Grandum ad hunc ferme sensum Galilæani ratiocinii defectum detecturum. Huic jam simillimam responsionem suo corollario potuisset applicare. Nam ad probandam æqualitatem seriei infinitæ Y1 + 23 + 45 &c. cum ordinata GD vel sinu versu IL, usus est principio æqualitatis seriei Y1 + 12 + 23 + 34 + 45 + &c. cum recta YG. Sed omnes termini hujus seriei infinitæ nequeunt *exhaurire* rectam YG, nisi termini YG, 1G, 2G, 3G, 4G &c. sint in progressione Geometrica *descendente* ita ut infinitesimus terminus primo YG sit inassignabilis; hoc enim solo casu prædicta series æquabit lineam YG. Pone jam YG ex hoc situ transferri super *b*V, & quid hac transpositione fiet? Scilicet progressio geometrica descendens YG, 1G, 2G, 3G &c. migrabit in progressionem terminorum æqualium *b*V, *b*V, *b*V, &c. illiusque differentiæ Y1, 12, 23, 34, &c. abibunt in differentias hujus quæ omnes in punctum *b* contrahuntur, ac proinde juxta Cl. Grandium sequeretur punctum *b*, (quod translata YG in *b*V continet omnes differentias Y1, 12, 23, 34, 45, &c.) æquari rectæ YG. Ergo ex eo quod Cl. Grandus a progressione infinita & descendente saltum fecit ad progressionem infinitam terminorum æqualium, scilicet ab una re ad aliam diversæ naturæ, ideo perinde ac Galilæus fecit concludere debuisset punctum *b* toti lineæ

Pag. 46.

*b*V æquale esse, ita ut, si hanc consequentiam neget, et etiam necessario negandum sit seriem infinitam terminorum Y1 + 23 + 45 + &c. puncto *b* applicatam, scilicet *b*V — *b*V + *b*V — *b*V + *b*V — *b*V + &c. æquari ordinatæ VG quæ est semissis ipsius VB. Cum igitur nullum supersit dubium, quin Cl. Autor noster tamquam falsum atque illegitimum principium rejecturus sit æqualitatem puncti seu termini *b* lineæ *b*V cum hac linea; sic etiam Corollarium suum *quod linea infinities posita & infinities ablata sui semissem relinquat* falsum esse agnoscet atque ex vera Propositione male deductum, quod amore veritatis unice demonstrare nunc placuit.

NOVA

Act. Erud. An. 1715. M. Jan.

NOVA LITERARIA MATHEMATICA

De Perpetuo Mobili, Longitudine Maris, & Quadratura Circuli.

LIcet irrito per tot sæcula conatu Mathematicorum ingenia defatigaverint perpetuum mobile, longitudo maris & circuli quadratura, non tamen defuere anno proxime præterito, qui problematum hactenus desperatorum solutionem giganteo ausu denuo aggressi sunt. Perpetuum mobile construxit *Orffreus*, Misnicus, vir in arte Medica, quam profitetur, & in Chimia atque Mechanica versatissimus; Longitudinem Maris inveniendi methodum excogitarunt *Dittonus* atque *Whistonus* Angli, eruditionis fama præstantes; Circuli Quadraturam publicavit *Daniel Waeywel* Batavus, Orbi erudito hactenus ignotus. Præstanda præstitit Germanus; ingenio suo non prorsus indigna dedere Angli; infelix in demonstrando fuit Batavus.

Perpetuum mobile, quod *Orffreus* noster construxit, viderunt hominum myriades, & rerum Mathematicarum atque Mechanicarum peritissimi admirati sunt. Structura, quam inventor inventi præmium exspectans studiose celat, simplicissima esse colligitur, quia nonnisi unica rota cum axe suo circumeunte constat. Diameter ejus quinque ulnas Lipsienses non excedit, crassities sex digitos non superat. Intervallo unius minuti horarii quinquaginta revolutiones absolvuntur & rota libere pendula nec ulla motore externo sensibili impulsa obstaculo remoto motum inchoat, eumque perenniter & æquabiliter admodum continuans pondus 60 imo 70 & amplius librarum ad aliquot orgyarum altitudinem attollere valet. Tam nobile inventum hactenus spectandum exhibuit inventor in pago quodam *Dreschwik*, non procul ab oppido *Ciza* sito; sed nunc locum mutare cogitur. Pag. 47.

Sua de longitudine maris cogitata anno superiori in peculiari scripto Londini sermone patrio publicarunt *Whistonus* atque *Dittonus* sub titulo: *A new Method for discovering the Longitude both at Sea and Land*, in 8. Nimirum notum est, longitudinem maris seu meridianum, ad quem navis in mari pervenit, haberi, quam primum hujus meridiani distantia a meridiano quodam alio notæ longitudinis innotescit. Quare cum experientia ipsos edocuerit, granatam majorem (quam *bombam* vulgo vocant) e mortario perpendiculariter ejaculatam ad 6440 pedum altitudinem

ascen-

Act. Erud. An. 1715. M. Jan.

ascendere & hinc in maxima elevatione ad 28 vel 30 milliaria Anglica videri; ad longitudinem maris inveniendam perquam commodum censent, si passim per mare naves in situ suo anchorarum ope firmentur & ipso medio noctis momento ex mortario in ipsis collocato quotidie bomba perpendiculariter ejaculetur. Quodsi ergo loca illa, unde bombæ ascendunt, in mappis hydrographicis notentur, ut a nautis ope pyxidis magneticæ explorata plaga reperiri possint, longitudo loci, ad quem navis pervenit, latere amplius nequit, quoniam ex hora, quæ est in navi per mare lata, differentia meridianorum horaria nota est. Sed non hoc unico modo, verum adhuc aliis eidem fundamento superstructis problema solvi posse docent. Ceterum quia *Dittonus* hanc methodum invenit primus, *Whistonus* postea cum ipso inventum ulterius perfecit; ille sub suo solo nomine alium adhuc de eodem tractatum prælo subjecit, qui propediem in publicum prodituras.

Denique *Daniel Waeywel* aliquot plagulas idiomate Batavo de quadratura circuli Amstelodami sub titulo: *Demonstratie wegens de quadratura circuli* in 4 edidit. Rationem diametri ad peripheriam ut 1683 ad 5288 esse contendit. Singulari methodo se in his numeris investigandis usum profitetur, quam mysterii instar celat, cum ipsi sufficiat ostendisse, non aliam diametri ad peripheriam rationem esse posse quam 1683 ad 5288. Videamus, quomodo propositum suum exequatur. Circulo ADBE circumscribit quadratum HXZI alterumque ADBE inscribit. Assumit CK tantæ magnitudinis, ut peripheria CTKO sit diametro DE æqualis. Denique circa diametros PK & ED ellipsin DPEK & circa PK circulum PLKG describit. Ponit jam diametrum $AB = 2r$, peripheriam $DAEB = c$, diametrum $CK = s$, circumferentiam $GPLK = d$. Quare cum sit $CK : DE = PK : PGKL$; reperietur $d = 4r$, & hinc porro area circuli PGKL seu $\frac{1}{2} sd = 2rs = QPKV$. Similiter quia $CK : DE = AB : ADBE$; reperietur $c = 4rr : s$, & hinc ulterius area circuli $ADBE = 2r^3 : s$. Quoniam itaque ellipsis $PDKEP = z^2$ media proportionalis inter circulos circumscriptum ADBE & inscriptum PGKL; erit $z^4 = \frac{1}{4} crds = 4r^4$, adeoque $z^2 = \sqrt{\frac{1}{4} crds} = 2r^2 = \Box\, ADBE$. Manifestum quoque, lunulas ellipticas PGKDP, & PLKEB esse rectangulis APQH & KBIV æquales, imo $A e DA = ACFA = A e D g PH$ & $DCPD = \Delta ADCA$ & circulum $COKT = \Delta CDK$. His conditionibus non alios numeros, quam suos satisfacere, sic ostendere conatur. Jubet CK assumi $s + a$ & inde eodem, quo ante, modo elicit $z^2 = \frac{1}{2}\sqrt{(crds + crad)} = 2r^2$. Cum vero in calculo præcedente fuerit $z^2 = \frac{1}{2}\sqrt{crds}$; contradictionem involvere ipsi

Tab. I. Fig. 2. Pag. 48.

ipsi videtur, quod nunc sit $Z^2 = \frac{1}{2}\sqrt{crds} \pm \frac{1}{2}\sqrt{crad}$ (perperam enim $\frac{1}{2}\sqrt{(crds + crad)}$ & $\frac{1}{2}\sqrt{crds} \pm \frac{1}{2}\sqrt{crd}$ pro una eademque quantitate habet.) Enimvero quomodo hinc concludi possit, CK esse debere s, non vero $s \pm a$ nulla sane ratione apparet, quoniam valores indeterminati ad arbitrium assumi possent. Subjicit demonstrationem, quam vocat, in numeris, ponens $2r = 50$: unde ob rationem diametri ad peripheriam 1683 : 5288, CK $= s = \frac{42075}{2644}$, ADBE $= \frac{1}{2}cr = \frac{3305000}{1683}$, PGKL $= \frac{1}{2}sd = \frac{2103750}{2644}$, tandemque $Z^2 = \sqrt{\frac{1}{4}crds} = 1250 = 2rr = 50.25$. Quodsi hæc demonstratio valet, eodem prorsus modo ostenditur, rationem diametri ad peripheriam esse ut numerum quemvis ad quemcunque alium. Ponamus enim eam esse $= 1 : 3$ & ut ante AB $= 50$, erit ADBE $= 1875$, PGKL $= \frac{2500}{3}$, tandemque prorsus ut ante $Z^2 = 1250$. Ponamus eandem rationem esse $= 1 : 100$, AB $= 50$, erit ADBE $= 62500$, PGKL $= \frac{100}{4}$, tandemque denuo ut ante $Z^2 = 1250$, & sic in infinitum. Act. Erud. An. 1715. M. Jan.

C. WOLFII MEDITATIO M. Maji. Pag. 213.

De similitudine figurarum præsertim curvilinearum, & constructione Lunularum Cyclico-parabolicarum similium datamque inter se rationem habentium.

DEsiderata hactenus in Geometria fuerunt principia similitudinis: unde factum est, ut non modo ex principio alieno ac sæpe per ambages similium Symptomata demonstrata fuerint, verum etiam talia sine probatione assumta, quæ utique probatione aliqua indigere videbantur. Ita *Euclides* assumit, figuras rectilineas similes habere angulos singulos singulis æquales atque etiam latera circum æquales angulos proportionalia; similes conos & cylindros habere axes basium diametris proportionales; ubi *Clavius* recte addit, si Scaleni fuerint, axes sub eodem angulo ad diametros basium inclinari: Illustris Marchio *Hospitalius* supponit, figuris curvilineis similibus inscribi posse figuras rectilineas similes. Enimvero non sine ratione quæritur, cur illa criteria figurarum tam rectilinearum, quam curvilinearum atque conorum & cylindrorum similium constituantur? Ad hanc autem quæstionem responderi nequit nisi ex generalibus de similitudine principiis. Pag. 214.

Cum ante quadriennium fere Illustris *Leibnitius* suam similium definitionem mecum communicaret, *quod nempe similia sint*,

Act Erud. An. 1715. M. Maji. *quæ discerni nequeunt nisi per comprasentiam;* subito mihi exoptata affulsit lux in hoc argumento Geometrico. Hinc enim statim inferebam, similitudinem esse identitatem eorum, per quæ res a se invicem discerni debent. Ut igitur constet, quænam sint similia, ad duo respiciendum esse intelligebam: nimirum 1. considerandum esse, quænam sint ea, unde res a se invicem discerni queant; 2. inquirendum esse, quid ad hoc requiratur, ut eadem dici possint. Ne autem in recensione proprietatum characteristicarum similium quicquam omittatur, ad ea potissimum respiciendum esse observavi, quibus datis reliqua determinantur. Quodsi enim data fuerint similia & ex iis eodem modo duo vel plura determinentur; nullum est dubium, quin ea tota similia sint, adeoque etiam cetera, quæ ex datis determinantur, eadem esse debeant. Hæc principia explicavi iisdemque usus sum in Elementis meis Matheseos universæ, & inde non modo definitiones *Euclideas* planorum ac solidorum similium demonstravi, verum etiam novas easque faciliores exhibui demonstrationes eorum, quæ de iis ostendi solent in Geometria elementari. Quoniam vero intelligo desiderari a nonnullis applicationem eorundem principiorum ad figuras curvilineas; pauca de eadem in præsenti proponere visum est, unde cetera haud difficulter intelliguntur. Notum est, datis quotcunque semiordinatis & abscissis, dari quotcunque puncta in linea curva, consequenter omnia una determinari, quæ ullo modo inde pendent. Si igitur figuræ similes hoc modo determinari debent, necesse est ut data, ex quibus determinantur, per se distingui nequeant, hoc est, ut in casu præsenti (vi eorum, quæ in Elementis meis Matheseos ostendi) abscissæ eodem modo determinatæ ad suas semiordinatas eandem rationem habeant. Enimvero ut intelligatur, quomodo abscissæ eodem modo determinentur, exemplo aliquo res declaranda. Proponantur ex. gr. duæ parabolæ AMN & *amn*. Assumatur abscissa AP utcunque: quodsi fiat, ut parameter Parabolæ MAN ad parametrum alterius *man* ita AP ad *ap*; abscissæ AP & *ap* eodem modo determinatæ sunt dicunturque similes, quia in parabola non alia datur linea constans præter parametrum, cumque abscissa distincte non cognoscatur nisi per rationem ad parametrum, abscissæ AP & *ap* ob eandem ad parametros suas rationem discerni nequeunt. Jam cum tota similia sint, quæ ex similibus datis eodem modo determinantur; neque arcus AM & *am* per se discernibiles sunt adeoque in figuris similibus eandem ad abscissas AP & *ap*, ad semiordinatas PM & *pm*, ad constantes unde abscissæ AP & *ap* determinatæ sunt, & ita porro, rationem habere debent. Quodsi cui hæc non satis evidenter inferri videantur, quia vim principiorum nostrorum animo non-

Pag. 215.

Tab. II. Fig. 1. 2.

nondum comprehendit; ex supposita analogia $AP : PM = ap : pm$ Act. Erud.
idem facile evincemus. Quoniam enim $AP : PM = ap : pm$; erit An. 1715.
etiam alternando $AP : ap = PM : pm$. Sit jam $AP = x$, $PM = y$, ratio M. Maji.
constans $AP : ap = a : b$, reperietur $ap = bx : a$ & $pm = by : a$. Quare cum elementum arcus AM sit $\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$; erit elementum arcus $am = \sqrt{[(b^2dx^2 + b^2dy^2) : a^2]}$, consequenter $AM : am = \int\sqrt{(dx^2+dy^2)} : \int\sqrt{[(b^2dx^2+b^2dy^2):a^2]} = \int\sqrt{(dx^2 + dy^2)} : \frac{b}{a}\int\sqrt{(dx^2+dy^2)} = 1 : \frac{b}{a} = a : b = AP : ap = PM : pm$. q. e. d. Immo eadem ratione ostenditur, quod *Euclides* de figuris rectilineis similibus demonstravit, quod nempe sint in ratione duplicata homologorum laterum, idem universaliter de omnibus figuris similibus enunciari debere. Sint enim omnia ut ante: quoniam elementum areæ $AMP = ydx$; erit elemen- Pag. 216.
tum areæ $amp = b^2ydx : a^2$, consequenter $AMP : amp = \int ydx : \frac{b^2}{a^2}\int ydx = a^2 = b^2 = AP^2 : ap^2 = PM^2 : pm^2 = AM^2 : am^2$. Et generalius multo affirmare licet, omnes figuras similes ac earum partes quascunque similes esse in ratione duplicata homologarum linearum. Patet autem ex antecedentibus, lineas homologas esse, quæ suppositis figuris similibus eodem modo determinantur, veluti si AP & *ap* bisecentur, ex punctis C & *c* perpendiculares CD & *cd* ipsis AC & *ac* subduplæ erigantur, tandemque puncta D & N itemque *d* & *n* rectis DN & *dn* connectantur. Erunt nimirum lineæ DN & *dn* reliquis AP & *ap*, PM & *pm* &c. homologæ.

Optime etiam figuræ similes discernuntur a reliquis per elementa, quibus ad genesin earum opus est. In similibus enim figuris elementa similia esse debent. Unde cum circulus & parabola unica recta data describi possint, omnis vero recta sit alteri rectæ similis adeoque per se sine alia tertia assumta, ad quam utriusque ratio exigitur, una ab altera non discernibilis; vi superiorum omnes circuli omnesque parabolæ similes sunt. Itaque non mirum, quod etiam circuli eorumque segmenta similia, itemque parabolarum segmenta similia, hoc est, quorum abscissæ sunt parametris aut semiordinatis porportionales, habeant rationem duplicatam, illi quidem diametrorum atque chordarum arcuum similium, hæc vero parametrorum, abscissarumque & semiordinatarum similium. Nimirum omnes figuræ ejusdem speciei inter se similes sunt, quando elementa, ex quibus generantur, dissimilia esse nequeunt. Hinc intelligitur, ex. gr. omnes cycloides esse inter se similes, quia circuli genitores & rectæ,

Act.Erud. An. 1715. M. Maji. super quibus incedunt, dissimiles esse nequeunt, rectæ autem, utpote peripheriis circulorum genitorum æquales, ad diametros eorundem eandem rationem habent. Contra cum ellipses & hyperbolæ datis duobus axibus vel diametris conjugatis describi possint, uti ex Conicis notissimum est, binæ vero rectæ a binis aliis per rationem discerni possint; ellipses atque hyperbolæ similes tum demum gignuntur, quando axes conjugati vel diametri conjugatæ utrobique in eadem sunt ratione. Ex nostris adeo principiis Pag. 217. veluti sponte sua magno numero fluunt, quæ alias operose ostendi debent. Plurimum autem refert, ut constet, quænam figuræ sint similes, quænam dissimiles, quia in similibus omnes lineæ sive rectæ, sive curvæ, modo eodem modo determinentur, inter se homologæ sunt: quod utique non minus usui esse potest, quam triangulorum similitudo. Exemplum in præsenti sufficiat sequens.

Tab. II. Fig. 3. 4. Sit Lunula quæcunque DAEFD arcu parabolico DAE & circulari DFE, cujus centrum P, in axe parabolæ AX terminata: oportet construere lunulam aliam cyclico-parabolicam *daefd*, quæ sit priori similis & ad eam datam habeat rationem $= a:b$. Ex antecedentibus constat, lunulas esse in ratione duplicata parametrorum. Cum enim tam DAECD & *daecd* quam DFECD & *dfecd* in ratione duplicata parametrorum existant, erit DAECD : DFECD $=$ *daecd* : *dfecd*, adeoque dividendo & alternando DAEFD : *daefd* $=$ DAECD : *daecd*, consequenter lunulę DAECD & *daecd* in ratione duplicata parametrorum existunt. Habent ergo parametri rationem subduplicatam lunularum, nempe ut a ad $\sqrt{ab}$. Quodsi ergo ad a, mediam proportionalem inter a & b atque parametrum parabolæ DAE, quarta proportionalis quæratur; habebitur parameter parabolæ *dae*, qua data construi potest. Jam ut quoque arcus circuli *dfe* eodem modo determinetur, quo arcus DFE determinatus fuit; non sufficit centrum p in axe ax assumi, quemadmodum centrum P in axe AX existit, sed radius quoque fp ipsi FP & af ipsi AF similis esse debet: id quod per antecedentia obtinetur, si fp & af ad parametrum suam eam habuerit rationem, quam habent FP & AF ad parametrum sibi respondentem, hoc est, fp sit quartus proportionalis ad parametros parabolarum & radium FP, & af quarta proportionalis ad easdem parametros atque AF. Eodem modo construi possunt lunulæ quotcunque aliæ similes. Circumspectione tamen opus est, ut singula eodem modo determinentur. Ex. gr. Omnes parabolæ sunt inter se similes & abscissæ AF atque af itidem similes sunt, si parametris proportionales. Ellipses similes sunt, quorum axes conjugati sunt proportionales. Quodsi tamen circa axes FX & fx

elli-

ellipses similes describas, lunulæ DAEFD & *daefd* non erunt similes, nisi parabolarum parametri axium ellipticarum habuerint rationem: alias enim per rationem parametrorum ad axes lunulæ etiam non compræsentes distinguentur. Act. Erud. An 1715. M. Maji. Pag. 218.

His principiis in Geometriam admissis, magna ex parte tandem satisfiet illis, qui conqueruntur, in Geometria tantum demonstrari, quod res ita sint, non vero rationes reddi, cur ita sint. Præterea longe plurima admodum universaliter demonstrari poterunt. Ex. gr. in Elementis meis Sphæricorum jamdum ostendi, multa quæ de angulis & figuris rectilineis demonstrantur ab *Euclide*, ad angulos & figuras curvilineas applicari posse, si latera fuerint similia, quoniam lineæ rectæ non considerantur ut rectæ, sed ut similes. Talia sunt theoremata de angulis contiguis, & verticalibus, de parallelismo linearum, de similitudine & congruentia triangulorum & ita porro.

DE CENTRO TURBINATIONIS INVENTA NOVA,

M. Junii. Pag. 242.

Autore JOHANN. BERNOULLI.

DE motu Pendulorum simplicium & compositorum horumque centro oscillationis inveniendo omnium optime scripsit Nobiliss. Hugenius, Vir in hac materia apprime versatus; Principium vero, quod axiomatis loco assumsit, de descensu & ascensu communis centri gravitatis ad æqualem altitudinem nonnullis visum est nimis temerarium & sine demonstratione non admittendum.

Nos Theoriam nostram de hoc argumento certiori fundamento innixam in Actis Lipsiensibus communicavimus (vide mens. Junii 1714.) ex qua centrum oscillationis pendulorum compositorum tam in fluidis quam extra fluida agitatorum evidentem & indubiam determinandi rationem deduximus. Prælaudatus Hugenius in Operis sui perexímii de *Horologio Oscillatorio* Parte 5. breviter describit constructionem horologii cujusdam e circulari pendulorum motu desumtam, quæ scilicet nititur contemplatione pendulorum simplicium motu conico laterum, quorum gyrationes isochronas esse deprehendit, cum conicæ superficies a pendulis descriptæ æquales habent altitudines: meminit qua-

Act. Erud. An. 1715. M. Junii. randam utilitatum hujus horologii, monetque qua in parte præcellat alteri illi in antecedentibus descripto, quod nempe vulgari pendulo inter duas cycloides oscillante instructum est; atque ea occasione innuit Nob. Autor, *se constituisse quidem edere descriptionem horum quæ ad motum circularem & vim centrifugam attinent, sed cum de eo argumento plura dicenda habuerit, quam quæ eo tempore exequi vacasset, interim autem ut nova nec inutili* (ceu ipse vocat) *speculatione fruerentur harum rerum studiosi, machinæ hujus fabricam expositurum & quædam tantum Theoremata traditurum ad vim centrifugam pertinentia; demonstratione ipsarum in aliud tempus dilata.*

Vidimus postea Theorematum eorum demonstrationes in Opusculis posthumis Hugenianis anno 1703. editis: quod attinet ad demonstrandi soliditatem, vim, & perspicuitatem, omnia sapiunt solitam Autoris exactitudinem, ita ut nihil desiderari possit, nisi forte quod nimis scrupulosus sit in demonstrandis etiam rebus Pag. 243. more veterum quæ planæ faciles que videbuntur iis quibus recentiores nostræ methodi familiares sunt: quod ideo dico, ne quis cui Hugenii indoles perspecta non est, aut ejus scripta examinare non vacat, præpostera alicujus Censoris sententia deceptus erroris insimulet Virum summum, qui sollicitus adeo fuit in errore evitando etiam in minutissimis.

Censuræ ejusmodi intempestivæ exemplum in Diario Parisino 23. Maji anno 1701. ubi P--- homo ad carpendum, uti videtur, natus, horum 13. Theorematum Hugenianorum demonstrationes daturus improbat, quod Hugenius *Duplicem oscillationem minimam lateralem alicujus penduli eodem tempore absolvi statuerit, quo absolvitur circuitus minimus ejusdem penduli motu conico lati*. In dubium quoque vocat Theorema sextum, quod restringendum esse asserat certis duabus conditionibus. Aliud autem hac sua crisi effecit nihil P--- quam quod apud harum rerum intelligentes suam in iisdem imperitiam prodiderit conjunctam cum perpetuo cavillandi pruritu; ut vel hoc nomine parum commotus fuerim, quando eum vidi non mea tantum scripta subinde sugillantem, sed ne magnis quidem viris parcentem: quam ob rem nulla responsione eum dignum censui hactenus, neque posthac censebo.

Verum enim vero nec P--- a cujus cavillis solide vindicarunt Hugenium Clarissimi Editores opusculorum posthumorum in præfatione eorundem, nec quisquam alius eorum omnium, quorum bene multi sunt, qui Theoremata ista tredecim demonstrationibus suis qualibuscunque munire voluerunt, hactenus sibi in animum induxit, materiam eam amplificare, atque imprimis supplere ac quodammodo restituere ea quæ incomparabilis Hugenius videtur

præter

præter dicta illa Theoremata in mente habuisse, cui innuit sibi de eo argumento plura dicenda fuisse, quam quæ tum temporis exequi licuisset. Act. Erud. An. 1715. M. Junii.

Nemo enim facile crediderit, modo attendat ad rerum connexionem, Hugenium, qui cum ageret de oscillationibus lateralibus tam operosus fuit in reducendis pendulis compositis ad pendula simplicia seu in determinandis centris oscillationis pendulorum compositorum variarumque figurarum planarum & solidarum, eundem quoque, cum scriberet Theoremata de pendulorum simplicium motu conico, non cogitasse pariter de compositis in gyrum actis, deque modo in illis, nec non in variis figuris gyrationum tempora periodica aliaque eo pertinentia determinandi & inveniendi: in hac enim mobilium gyrantium, vel ut ego aptius voco, turbinantium non minus quam in illa oscillantium speculatione occurrunt profecto scitu dignissima & longe jucundissima; ut mirer neminem fuisse & quidem inter ipsos illos Demonstratores Theorematum per se satis facilium, qui ulterius progredi ausus, materiam ab Hugenio tantum inceptam promovere aliquousque sustinuisset. Quorsum enim fastidiosa illa repetitio, rei & a nobis primum, postea ab aliis dudum prastitæ, nisi ut non tam de publico bene mereantur, quam ut ostentent aliquam dexteritatem, qualis tamen ad hoc quicquid est operis haud magna requiritur. Pag. 244.

Sperabam equidem, cum primum opuscula posthuma in manus meas incidissent, me interea reperturum plenariam hujus argumenti pertractationem; sed præter nudam theorematum demonstrationem cum tribus quatuorve aliis propositionibus eo spectantibus aliud nihil videre fuit.

Unde firmiter credo, quæ de Turbinationibus pendulorum compositorum & figurarum meditatus est Hugenius & haud dubie scripto consignavit (prout conjicere licet ex iis quæ initio partis 5. Horologii oscillatorii haud obscure indicavit) cum plurimis aliis schedis, ut fieri solet, post fata Auctoris intercidisse.

Non igitur inconsultum fore judicavi, si, quod jam ab initio hujus sæculi de centro Turbinationis commentus fui, tandem cum publico communicarem, atque ita restituerem deperdita Hugeniana, vel (siquidem non ausim pro certo asseverare me in easdem prorsus cum ipso speculationes incidisse) saltem jacturam illam repararem similibus, ut conjecto, cogitatis, atque inventione Regulæ universalis pro pendulorum compositorum & figurarum turbinantium reductione ad pendula simplicia motu conico lata & cum illis isochrona. Necesse est autem ut præmittam quasdam definitiones Hugenianis similes, uti videre est in Horologio oscillatorio Pag. 245.

Act. Erud. An. 1715. M. Junii.

torio pag. 92. vel potius ut cum paucis aliis Hugenianas illas ad rem nostram mutatis mutandis accommodem; sit itaque

Definitio I. Pendulum turbinans dicatur figura quælibet gravitate prædita, sive linea fuerit, sive superficies, sive solidum, ita suspensa ex puncto aliquo, ut circa illud vel potius circa rectam verticalem, quæ per punctum suspensionis ducta intelligitur, motum æquabilem horizonti parallelum vi impetus impressi continuare possit.

Definitio II. Turbinari igitur est moveri in gyrum ita ut singula figuræ turbinantis puncta describant circulos horizonti parallelos.

Definitio III. Punctum suspensionis dicatur Vertex turbinationis.

Definitio IV. Recta vero verticalis per verticem turbinationis ducta vocetur Axis turbinationis.

Definitio V. Per Pendulum simplex & per compositum in turbinationibus intelligitur idem quod apud Hugenium in Oscillationibus, vid. ejus defin. 3. & 4.

Definitio VI. Pendula turbinantia Isochrona vocentur, quorum tempora periodica sunt æqualia h. e. quæ turbinationes suas æqualibus temporibus absolvunt.

Definitio VII. Planum turbinationis dicatur Planum verticale, in quo est Axis turbinationis & quod per centrum gravitatis penduli compositi vel figuræ turbinantis duci intelligitur.

Definitio VIII. Linea Centri est quæ ex Vertice per centrum gravitatis transire concipitur.

Definitio IX. Centrum turbinationis penduli compositi vel Figuræ turbinantis cujuslibet appelletur punctum in axe turbinationis tantum a Vertice turbinationis distans, quanta est altitudo superficiei conicæ descriptæ a pendulo simplici quod figuræ turbinanti Isochronum sit.

Definitio X. Angulus turbinationis vocetur, quem facit Linea centri cum Axe turbinationis.

Definitio XI. Figura plana, vel Linea in plano sita, in planum turbinari dicatur, cum Axis turbinationis in eodem cum Figura Lineave est plano.

Definitio XII. Eadem vero in latus turbinari dicantur, cum planum turbinationis cum figuræ lineæve plano angulum constituit.

Pag. 246.

HYPOTHESIS I.

Si Pondera quotlibet invariatam distantiam tam inter se, quam a vertice turbinationis servantia turbinari incipiant justo quodam impe-

tu

tu toti systemati impresso, angulum turbinationis manere eumdem semper, & velocitatem singulorum corporum fore æquabilem (remota scilicet aeris resistentia) & suis ab axe turbinationis distantiis proportionalem. Act.Erud. An. 1715. M. Junii.

Hujus rei ratio unicuique manifesta evadet, si consideret rectas a vertice turbinationis ad singula corpora turbinantia ductas tanquam totidem vectis compositi brachia, quæ inter se connexa sunt in ipso vertice turbinationis, unumquodque vero in extremitate sua annexum habeat corpus, quod duabus potentiis brachium urget una verticali quæ dependet ab ipso ejus pondere, altera horizontali, quam acquirit inter turbinandum a conatu recedendi ab axe turbinationis, & quæ vocatur vis centrifuga. Quodsi itaque momenta omnia virium deorsum trahentium æquentur momentis omnibus virium extrorsum nitentium, patet quandam tunc esse speciem æquilibrii in toto systemate corporum simul turbinantium, ita ut quem tunc facit angulum Linea centri cum Axe turbinationis, hunc postea servet continuo, maneatque velocitas uniformis in singulis systematis punctis, nisi ea vel ab aere vel ab aliis impedimentis externis, a quibus autem abstrahimus, turbetur; quo ipso non amplius circuli horizontales a punctis istis describerentur, sed aliæ curvæ irregulares & non in planis existentes, sicuti periculum facienti satis constabit.

Quo major autem est velocitas systematis seu penduli turbinantis sive sit simplex sive compositum, liquet tanto etiam majorem requiri angulum turbinationis; cum enim vires horizontales centrifugæ hoc modo augeantur, necesse est, ad conservandum æquilibrium, ut simul etiam crescant momenta ponderum seu virium verticalium, id quod fieri nequit nisi ab Axe turbinationis magis recedant magisque adeo angulus ille amplietur.

HYPOTHESIS II. Pag. 247.

Si pendulum e pluribus ponderibus compositum turbinetur, ita ut singula ejus puncta describant circulos horizontales, esse aliquod Pendulum simplex, quod motu conico gyrando circuitus minimos faciet eodem tempore cum composito.

Ex Demonstratis Hugenianis palam est, tempora circulationum esse in subduplicata ratione altitudinum conorum, quorum superficies describunt pendula simplicia; potest ergo abbreviari vel elongari longitudo penduli simplicis, quæ est ipsa altitudo superficiei conicæ acutissimæ faciendo circuitus minimos descriptæ, ut tempus circulationis sit vel dato quolibet minus vel dato quolibet majus, hoc est, ut in infinitum vel minui vel augeri possit: ideoque necessario dabitur aliquod pendulum simplex quod dato composi-

Act. Erud. An. 1715. M. Junii. to erit isochronum. In hujus vero penduli simplicis longitudine determinanda consistit inventio centri turbinationis, utpote quæ longitudo penduli simplicis gyrationes minimas facientis æqualis est altitudini superficiei conicæ a quolibet alio pendulo simplici isochrono descriptæ; quod ipsum est Theorema VII. Horolog. Oscillat. demonstratum in opusculis posthumis Propos. VIII. de vi centrifuga.

Eo Theoremate cum nitatur maxima pars reliquorum theorematum Hugenianorum, interim vero Autoris demonstratio quæ ex consideratione potentiarum pondera planis declivibus incumbentia sustinentium deducitur, licet ingeniosa, non tamen satis plana & facilis videatur, dabo hic meam ex natura Vectis petitam magis naturalem & ad inventionem centri turbinationis magis idoneam: præmitto autem hoc

LEMMA.

Tab. III. Fig. 1. *Sit Vectis* AB (*Fig.* 1.) *circa extremitatem* A *mobilis, in altera vero* B *hinc inde oblique tractus a duabus potentiis quæ rationem reciprocam habent earundem directionum, in eodem cum vecte plano existentium, distantiis a centro motus; manebunt potentiæ in æquilibrio; & ideo vectis situm suum in hoc plano non mutabit.*

Patet hoc ex Mechanicis; etenim æqualitas intercedit momentis Potentiarum, & ideo æquilibrium inter ipsas Potentias.

THEOREMA HUGENII.

Pag. 248.

Si pendula duo simplicia inæqualis longitudinis describant superficies conicas æqualis altitudinis: Tempora periodica erunt æqualia.

Demonstr. Concipiatur filum penduli simplicis esse inflexile vel rigidum instar vectis gravitate carentis, clarum est, dum suspensum ab una extremitate circa verticem turbinando movetur, alteram extremitatem trahi ut supra dictum a duabus potentiis nempe a pondere corporis secundum directionem verticalem, & ab ejus vi centrifuga secundum directionem horizontalem: Ergo per Lemma præcedens ob angulum turbinationis semper æqualem, potentiæ illæ duæ erunt reciproce proportionales suarum directionum distantiis a vertice turbinationis. Hinc itaque si pendula duo simplicia AB & LM (*Fig.* 1.) turbinando describant duas superficies conicas, erit ut AC ad AD, ita pondus B ad ejusdem vim centrifugam $= \frac{AD \times B}{AC}$; Et pariter ut LN ad LP ita pondus M ad vim centrifugam $= \frac{LP \times M}{LN}$, unde vis

cen-

centrifuga in B ad vim centrifugam in M :: $\frac{AD \times B}{AC} \cdot \frac{LP \times M}{LN}$ (fumendo pondera B & M æqualia) :: $\frac{AD}{AC} \cdot \frac{LP}{LN}$ :: AD × LN . LP × AC (suppositis conorum altitudinibus AC & LN æqualibus) :: AD . LP :: CB . NM; Hoc est vires centrifugæ sunt in hoc casu ut radii circulorum quos mobilia B & N describunt, ergo per conversam Theorematis primi in Horolog. oscillat. ab hoc non dependentis, tempora periodica sunt æqualia. Q. E. D. Act. Erud. An. 1715. M. Junii.

SCHOLIUM.

Notandum hic, etsi demonstrationis gratia pondera B & M assumta fuerint æqualia, posse tamen esse utcunque inæqualia. Ex eo enim quod cum mutato pondere etiam proportionaliter mutetur ejus vis centrifuga, angulo turbinationis manente eodem, liquet tempus periodicum non mutari: rem ipsam nunc aggredior, quam comprehendam duabus prioribus propositionibus fundamentalibus, quibus reliquæ superstruentur. Pag. 249.

PROPOSITIO I.

Dato Pendulo turbinante composito ex ponderibus quotlibet communi turbinationis plano inhærentibus, si pondera singula ducantur in suas distantias ab axe turbinationis & porro in suas altitudines, hoc est in distantias a plano horizontali per verticem turbinationis ducto; Deinde summa productorum dividatur per id quod fit ducendo ponderum summam in communis centri gravitatis ponderum distantiam ab axe turbinationis, habebitur distantia centri turbinationis seu Longitudo penduli simplicis circuitus minimos iisdem cum composito temporibus facientis, seu quod idem est, habebitur altitudo superficiei conicæ, quam pendulum quodlibet simplex describens pendulo composito dato erit isochronum.

Sint pondera pendulum turbinans componentia (quorum nec figura nec magnitudo, sed gravitas tantum consideratur) & communi plano turbinationis pondere carenti inhærentia A, B, C; vertex turbinationis sit O, (*Fig.* 2.) commune centrum gravitatis ponderum, X; Axis turbinationis, OR; Linea centri OX; Angulus turbinationis, ROX, qui inter turbinandum invariatus manet, hoc est, Planum in quo sunt pondera non rotatur circa punctum O: Hujus rei causa est quia momenta virium centrifugarum angulum hunc ampliare conantium, æqualia sunt momentis ponderum ipsorum eundem angulum contrahere niten- Tab. III. Fig. 2.

 tium;

Act.Erud. An. 1715. M. Junii. tium; ita nempe ut si nonnihil remitteretur vel lentior fieret turbinationis motus, linea centri OX, quæ continuo affectat situm verticalem, statim accederet propius ad axem OR; si vero intenderetur, statim ab eodem magis recederet.

Pondera A, B, C, vocentur a, b, c, & eorum distantiæ ab axe OR, nimirum AF, BG, CH, sint f, g, h; altitudines vero seu distantiæ a plano horizontali per verticem O transeunte, vel quæ ipsis sunt æquales OF, OG, OH, nominentur k, l, m; tandem distantia ab axe centri gravitatis XL sit p; hujusque altitudo OL, q. Erit productorum summa $afk + bgl + chm$:
Pag. 250. Et rursus, ducendo summam ponderum in distantiam centri gravitatis omnium ab axe turbinationis, productum æquale erit $ap + bp + cp$; unde dividendo prius per hoc, habebitur $\frac{afk + bgl + chm}{ap + bp + cp}$; Cui longitudini si æqualis statuatur longitudo penduli simplicis per circuitus minimos turbinantis; Dico hoc alteri illi composito isochronum esse, adeoque etiam quodlibet aliud simplex, modo describat superficiem conicam ejusdem altitudinis cum prædicta longitudine.

Ad hoc demonstrandum concipiamus pendulum compositum OABC adhucdum in quiete, & Lineam centri OX manu prehensam removeri ab axe OR, ut constituat cum eo angulum ROX; intelligamus nunc pendulo ita constituto, imprimi plano turbinationis velocitatem eam qua eodem tempore gyrationes absolveret cum prædicto pendulo simplici; ostendam per hanc velocitatem plani omnia pondera simul secum circumferentis, tantas ista pondera acquirere vires centrifugas, ut earum momenta simul sumta præcise adæquent summam momentorum ponderum; adeoque velocitatem ita impressam, esse ipsam illam requisitam, quæ efficere debet ut angulus turbinationis inter turbinandum non mutetur; quo facto demonstratum erit assertum, nempe pendulum illud compositum in dato turbinationis angulo ROX fore isochronum pendulo simplici assignato.

Sit enim pendulum turbinans simplex EM, quod angulum turbinationis NEM semirectum faciat, habeatque superficies conica quam describit altitudinem EN æqualem assignatæ longitudini $\frac{afk + bgl + chm}{ap + bp + cp}$; patet vim centrifugam corporis M in hac suppositione esse æqualem ipsi ejus ponderi, quoniam sub æqualibus angulis applicantur ad vectem EM, cum quo comparavi pendulum. Sunt autem vires centrifugæ (per Theor. I. Hugen.) mo-

mobilium æqualibus temporibus circumferentias inæquales percurrentium, ut earum radii in ipsa respective mobilia ducti: Ergo pondera A, B, C, quæ cum plano isochrono (per hyp.) mobili M junctim feruntur, acquirent singula vim centrifugam proportionalem molibus suis ductis in distantias suas ab axe; hoc est faciendo ut NM (EN) ad FA, ita vis centrifuga mobilis M, seu, quod tantundem est, ob angulum turbinationis NEM semirectum, ejus pondus, ad vim centrifugam quam haberet isochronum in distantia AF; esset hæc vis $= \frac{M \times FA}{EN}$, ipsa vero quæ inest corpori A in eadem distantia AF & æque velociter moto consequenter erit $\frac{A \times FA}{EN}$; & simili ratione vis centrifuga quæ inest corpori B erit $\frac{B \times GB}{EN}$; item quæ inest C erit $\frac{C \times HC}{EN}$; harumque virium momenta habentur si ducantur in suarum directionum distantias a vertice turbinationis nempe in OF, OG, OH; quæ junctim sumpta $\frac{A \times FA \times OF}{EN} + \frac{B \times GB \times OG}{EN} + \frac{C \times HC \times OH}{EN}$, seu adhibitis symbolis algebraicis $\frac{afk + bgl + cbm}{EN} =$ (ob $EN = \frac{afk + bgl + cbm}{af + bg + cb}$) $af + bg + cb$, dabunt momentum totale, quo Linea centri OX a viribus centrifugis extrorsum urgetur, seu quo illa affectat ampliationem anguli turbinationis ROX: Momenta autem ponderum deorsum nitentium habentur pariter si ipsa pondera ducantur in suarum directionum distantias a vertice O, quæ sunt æquales ipsis FA, GB, HC; quæ ergo momenta simul sumta $A \times FA + B \times GB + C \times HC$, seu $af + bg + cb$ exhibent momentum totale quo linea centri OX a gravitate ponderum deorsum trahitur, seu quo illa affectat coarctationem anguli turbinationis ROX; Cum itaque pro momento totali utroque eadem quantitas proveniat nempe $af + bg + cb$, erit inter illa æquilibrium angulusque turbinationis in ea quam habet amplitudine perseverabit, adeoque ob velocitatem primitus impressam plano turbinationis quam isochronam fecimus velocitati penduli simplicis, patet pendula illa duo simplex & compositum esse isochrona; atque adeo sumta OS=EN, punctum S fore centrum turbinationis. *Q.E.D.*

Act. Erud. An. 1715. M. Junii. Pag. 251.

Pag. 252.

Act. Erud. An. 1715. M. Junii.

PROPOSITIO II.

Dato Pendulo turbinante composito ex ponderibus non in communi turbinationis plano, sed vel in alio vel in aliis diversis planis inhaerentibus; demissisque rectis perpendicularibus ad commune planum turbinationis ex ponderibus; si pondera singula ducantur in distantias suarum perpendicularium ab axe turbinationis & porro in altitudines superficierum conicarum, quas rectae a ponderibus ad verticem turbinationis eductae describunt; Deinde summa productorum dividatur per id quod fit ducendo ponderum summam in distantiam centri gravitatis communis omnium ab axe turbinationis, habebitur distantia centri turbinationis seu longitudo penduli simplicis circuitus minimos iisdem cum composito temporibus facientis, sive altitudo superficiei conicae, quam pendulum quodlibet simplex describens pendulo dato composito erit isochronum.

Hujus Propositionis veritas patet ex resolutione virium centrifugarum & ex earum proportione; cum enim illae se habeant per jam citatum Theorema I. Hugenii ut pondera (quorum rursus nulla magnitudo consideratur) in suas distantias ab axe turbinationis ducta, resolvantur hae vires in perpendiculares ad planum turbinationis & in rectas quae harum perpendicularium distantias ab axe exprimunt; manifestum est vires centrifugas, quae hoc modo secundum perpendiculares agunt in planum turbinationis ab una parte aequales esse illis quae a parte opposita agunt in idem planum, quoniam producta ponderum in perpendiculares illas simul virium centrifugarum actiones secundum perpendiculares & ponderum momenta denotant ex definitione plani turbinationis: Existente itaque actione & reactione aequali ab utroque latere plani, destruunt se mutuo vires centrifugae secundum perpendiculares agentes, restantque solae quae secundum harum perpendicularium distantias ab axe se exerunt, & quidem in *ipsa* istarum distantiarum ratione. Ex quibus constat Pendulum iisdem viribus agere in Lineam centri inter turbinandum ac si pondera collocata essent in punctis plani turbinationis in quae incidunt perpendiculares ex ponderibus in planum demissae; vocentur autem puncta illa *puncta projecta*: Unde jam habemus Pendulum secundum tenorem propositionis praecedentis, cujus centrum turbinationis se habet ut in ipsa propositione determinatur. *Q. E. D.*

Pag. 253.

Coroll. Hinc liquet quomodo Pendulum compositum turbinans, cujus pondera non sunt in eodem turbinationis plano, per projectionem reducatur ad aliud isochronum habens omnia sua pondera in communi plano turbinationis: si nimirum pondera admoveantur in puncta projecta.

PRO-

PROPOSITIO III.

Act. Erud. An. 1715. M. Junii.

Datis Pendulis turbinantibus qualia supposuimus in prop. I. *&* II. *sed quorum pondera sint æqualia: Si vel ponderum (in casu* prop. I.) *distantiæ ab axe turbinationis; vel punctorum projectorum (in casu* prop. II.) *ducantur in altitudines superficierum conicarum quas rectæ a ponderibus ad verticem turbinationis eductæ describunt; deinde summa productorum dividatur per distantiam centri gravitatis communis ab eodem turbinationis axe, multiplicem secundum ipsorum ponderum numerum, orietur distantia centri turbinationis seu quod idem est altitudo superficiei conicæ quam pendulum quodlibet simplex describens pendulo dato composito erit isochronum.*

Sint itaque pondera omnia inter se æqualia, sed magnitudinis minimæ, & singula dicantur a: Eorum vero distantiæ ab axe turbinationis in casu Propos. I. vel distantiæ ab eodem punctorum projectorum in casu Propos. II. sint ut ante f, g, h; altitudines superficierum conicarum per rectas ex vertice turbinationis eductas ad pondera descriptarum sint iterum k, l, m; Erit per Propositiones præcedentes longitudo Penduli simplicis isochroni gyros minimos facientis $= \frac{afk+agl+ahm}{ap+ap+ap} = \frac{fk+gl+hm}{3p}$. Quo significatur summa productorum ex ponderum vel punctorum projectorum distantiis ab axe turbinationis in altitudines superficierum conicarum, applicata vel divisa per distantiam centri gravitatis communis ab eodem turbinationis axe multiplicem secundum ipsorum ponderum numerum. *Q. E. D.* Pag. 254.

PROPOSITIO IV.

Sit OS (Fig. 3.) *axis, &* OST *planum turbinationis, in quo hæreant sive per se sive per projectionem varia pondera* A, B, C, *aliaque totidem* M, N, P, *prioribus respective æqualia & tam ab axe* OS *quam a quadam perpendiculari* ST *æqualiter hinc inde remota; Hoc est si* A=M, B=N, C=P, *& rectæ conjungentes* AM, BN, CP, *sint parallelæ axi* OS, *& bisecentur ab* ST *perpendiculari ad axem* OS *in punctis*, R, V, Y; *dico S fore centrum turbinationis totius systematis ponderum* A, B, C, M, N, P, *turbinantis circa axem* OS *& habentis verticem turbinationis in quocunque puncto* O *rectæ* OS. Tab. III. Fig. 3.

Esto enim X centrum commune gravitatis ponderum A, B, C, M, N, P, quod utique erit in recta ST: Jam quia OS est media arithmetica inter OF & OI, inter OG & OK, inter OH & OL, erit $A \times FA \times OF + M \times IM \times OI = 2A \times SR \times OS$, ut & $B \times GB \times OG + N \times KN \times OK = 2B \times SV \times OS$, item $C \times HC \times OH + P$

$\times LP$

Act. Erud. An. 1715. M. Junii.

$\times LP \times OL = 2C \times SY \times OS$; quare $A \times FA \times OF + B \times GB \times OG + C \times HC \times OH + M \times IM \times OI + N \times KN \times OK + P \times LP \times OL = 2OS \times \overline{A \times SR + B \times SV + C \times SY} = 2OS \times SX \times \overline{A + B + C} = OS \times SX \times \overline{A + B + C} + M, + N + P$, quod divisum per $SX \times \overline{A + B + C + M + N + P}$ dabit OS, quæ per Prop. I. erit longitudo Penduli simplicis facientis gyros minimos & isochronos turbinationibus A, B, C, M, N, P, seu altitudo superficiei conicæ quam quodlibet aliud Pendulum simplex eidem systemati isochronum turbinando describere debet.

Coroll. Hinc magnitudo quælibet ABC (*Fig.* 4.) sive sit Linea sive superficies sive solidum, turbinans circa axem OS, si a recta vel plano quopiam horizontali SB dividatur in duas partes ABD, CBD æquales & similes similiterque positas respectu SB ut & ipsius axis OS. Erit S centrum turbinationis ex quocunque axis puncto O magnitudo ABC suspendatur. *Fig. 4.*

Liquet hujus Corollarii veritas, si magnitudinis semisses cogitatu dividantur in particulas minimas; Quælibet enim earum E quæ in una medietate ABD existit habet sibi comparem G in altera medietate CBD: Hæ vero duæ particulæ ut & singula reliquarum particularum paria in planum turbinationis *projecta* habebunt conditionem Propositionis præced. ergo omnium particularum, hoc est totius magnitudinis ABC centrum turbinationis est in S. *Q. E. D.* Pag. 255.

PROPOSITIO V.

Dato Pendulo turbinante composito ex punctis ponderosis quotlibet, hoc est ex ponderibus æqualibus nullius magnitudinis in communi Plano turbinationis sive per se sive per projectionem existentibus. Dico centrum turbinationis esse idem quod est centrum commune gravitatis omnium peripheriarum a punctis illis turbinando descriptarum.

Patet hoc ex Mechanicis: Nam altitudo centri gravitatis peripheriarum illarum habetur, si singulæ peripheriæ ducantur in suorum centrorum altitudines seu distantias a vertice turbinationis, atque summa productorum applicetur ad summam ipsarum peripheriarum; hoc enim facto orietur communis centri gravitatis peripheriarum distantia a vertice turbinationis. Verum cum peripheriæ sint ut radii, hoc est ut distantiæ punctorum ab axe turbinationis, poterunt hæ in dividendo & in divisore substitui pro peripheriis, & ita altitudo centri gravitatis peripheriarum erit = (retentis literis adhibitis in Propos. III.) $\frac{fk + gl + hm}{f + g + h} = \frac{fk + gl + hm}{3p}$. Quare constat propositum.

PROPOSITIO VI. Act. Erud. An. 1715. M. Junii.

Figura plana vel Linea quælibet in planum turbinans habet centrum turbinationis in ipso centro gravitatis solidi rotundi vel superficiei rotundæ a figura plana vel a Linea inter turbinandum descriptæ.

Fluit ex præcedente: Intelligatur enim Figura vel Linea divisa in particulas minimas æquales, quarum singulæ per turbinationem describent peripherias cum crassitudine vel latitudine infinite parva, ex quibus omnibus conflatur rotundum ipsum a Figura vel Linea turbinando genitum: unde patet propositum ad casum præced. redactum. Pag. 256.

Coroll. Hinc si Pendulum compositum vel quæcunque magnitudo turbinans aliter atque aliter suspendatur a punctis quæ in eodem accipiuntur axe turbinationis modo pendulum vel magnitudo eundem situm servet in plano turbinationis; erit centrum turbinationis in eodem semper loco.

Hoc utique manifestum est ex permanentia centri gravitatis communis peripheriarum a punctis projectis descriptarum.

SCHOLIUM.

Ope propositionis hujus sextæ determinantur facillime centra turbinationis figurarum planarum & Linearum quarumlibet in planum turbinantium: Reliquarum vero in latus turbinantium aliarumque figurarum solidarum centra turbinationis innotescent beneficio propositionis tertiæ. Si nimirum Figura proposita turbinans resolvatur cogitatione in particulas minimas æquales, quarum omnium in planum turbinationis projectarum distantiæ ab axe, multiplicatæ per altitudines superficierum conicarum quas rectæ a particulis ad verticem turbinationis eductæ describunt, dabunt summam dividendam per centri gravitatis figuræ distantiam ab axe turbinationis multiplicatam per ipsam figuram; ex qua divisione emerget altitudo centri turbinationis.

Vel quia particulæ magnitudinis turbinantis per projectionem efformant in plano turbinationis novam figuram planam, sed cujus puncta censenda sunt inæqualibus ponduscul̄is onerata, quæ ponduscula se habent in ratione multitudinis particularum eidem puncto projectionis respondentium; Erit etiam heic centrum turbinationis in magnitudine turbinante idem quod centrum commune gravitatis solidi rotundi a figura projectionis geniti, supposito nempe solidum hoc genitum non uniformi gravitate specifica esse præditum, sed gravitatem in singulis partibus ita variare, ut peripheria vel potius annulus a quolibet puncto vel particula figuræ

Act. Erud. An. 1715. M. Junii. Pag. 257. projectionis turbinando descriptus intelligatur esse ex materia gravitatis specificæ quæ sit proportionalis multitudini particularum magnitudinis turbinantis eidem puncto vel particulæ in figura projectionis respondentium.

Quandoquidem igitur quicquid est negotii in Determinatione centri turbinationis, illud reduxerimus ad inventionem centri gravitatis rotundorum, hoc autem ope vulgarium regularum dudum in potestate habeatur, quorsum in primis faciunt quæ a Guldino tradita extant; in exemplis deducendis variarum linearum, superficierum, ac solidarum diversis modis turbinantium jam tempus terere non lubet; calculo tantum pro his opus est: methodum invenisse eamque indicasse hac vice sufficiat.

REGULA NOVA

Inveniendi logarithmum Summæ vel differentiæ duorum numerorum sive rationalium, sive irrationalium, tam integrorum, quam fractorum, itemque potentiarum eorundem sive similium, sive dissimilium,

Reperta a CHRISTIANO WOLFIO.

SÆpius in praxi utilissimum existit, ut inveniatur logarithmus summæ vel differentiæ duorum numerorum, quorum logarithmi dantur, sive numeri ipsi fuerint noti, sive minus. Enimvero hactenus desideratur regula, qua id commode præstari possit. Equidem non ignoro, *Josephum Muschelium* de *Moschau* in Ephemeridibus Academiæ Leopoldinæ Dec. III. A. IV. pag. 102. & seqq. aliquam dedisse; sed cum fundamentum ejus non satis obvium sit, difficulter memoria retinetur, nec commoda videtur, quæ in usum communem recipiatur. Ast regula a me inventa, cum simplicissimis & maxime communibus Trigonometriæ principiis nitatur, in posterum elementis Trigonometriæ planæ adscribi poterit. E re igitur esse duxi, ut eandem publici juris facerem. Ceterum non inconsultum puto hic monuisse, me primum ex ipsa numerorum indole regulam aliquam hunc in finem investigasse. Scilicet cum viderem in regula *Ke-* Pag. 258. *pleriana*, qua in calculo eclipsium utuntur Astronomi, logarithmum differentiæ duorum quadratorum [$a^2 - b^2$] inveniri considerando radicem ejus tanquam mediam proportionalem inter

$a+b$

$a+b$ & $a-b$; Summæ duorum numerorum $a+b$ itemque differentiæ $a-b$ radicem considerabam instar mediæ proportionalis inter a & numerum quendam incognitum, quem vocabam x. Erat igitur $a : \surd(a\mp b) = \surd(a\mp b) : x$, consequenter $ax = a\mp b$ adeoque $x = 1 \mp b : a$. Unde intelligebam, si logarithmus numeri a a logarithmo ipsius b subtrahatur, residuum fore logarithmum ipsius $b:a$. Huic si respondens numerus in Canone evolvatur & unitati vel addatur, vel ab ea subtrahatur, proditurum numerum $1\mp b : a$. Quodsi tandem logarithmo hujus numeri $1\mp b:a$ e Canone excerpto addatur logarithmus ipsius a; nos habituros logarithmum summæ vel differentiæ numerorum a & b. Hanc regulam cum ad praxin transferrem, deprehendi nonnisi rarissime (nempe si a metiatur b) logarithmum quotientis a per b divisi in Canone exacte reperiri, etiamsi is non excedat numeros, quorum logarithmi in eodem exhibentur, adeoque utendum esse parte proportionali: quod adeo tædiosum fore suspicabar, ut in praxi parum utilem crederem, quamdiu numerorum prægrandium logarithmi in Canone non extant. Ea itaque rejecta, de altera cogitare cœpi, quam nunc proponere visum est, ubi monuero, me ex litteris Celeberr. *Hermanni* didicisse, quod in priorem regulam, quæ mihi inutilis visa fuerat, jam multo ante inciderit, eademque privatos in usus hactenus asservata in ipsis sinuum quadratis & cubis non sine successu usus fuerit. Act. Erud. An. 1715. M. Junii.

Sint duo numeri quicunque a & b; quæratur primo logarithmus summæ eorundem $a+b$. Concipiamus in triangulo rectangulo ABC esse AB $= \surd a$ & BC $= \surd b$, erit per notissimum *Pythagoræ* theorema AC $= \surd(a+b)$. Jam cum logarithmus ipsius AB seu $\surd a$ sit dimidius logarithmus numeri a & logarithmus ipsius BC seu $\surd b$ dimidius logarithmus numeri b; sit vero ut AB ad BC ita sinus totus ad tangentem anguli A: datis logarithmis numerorum a & b, invenitur logarithmus tangentis anguli A, quo in Canone triangulorum artificiali evoluto, habetur logarithmus sinus anguli A. Unde porro inferatur: ut logarithmus sinus anguli A ad latus BC seu dimidium logarithmum numeri b, ita logarithmus sinus totius ad logarithmum lateris AC seu $\surd(a+b)$. Ejus adeo duplus est logarithmus summæ numerorum $a+b$ quæsitus. Quodsi Canon *Vlacci* ad dena scrupula secunda constructus fuerit ad manus, raro utendum est parte proportionali, si logarithmo tangentis anguli A invento quæritur respondens sinus, aut ubi eadem utendum fuerit, ut anguli A quantitas in scrupulis secundis exacte innotescat, tum Tab. III. Fig. 5. Pag. 259.

 quia

Act. Erud. An. 1715. M. Junii. quia logarithmorum, inter quos cadit inventus, differentia in ipso Canone exhibetur, tum quia eadem in paucis notis consistit, tum denique quod nonnisi per 10. multiplicanda, vel dividenda. Si logarithmus quæratur summæ dignitatum quarumcunque numerorum $a^m + b^n$; pono latus $AB = \sqrt{a^m}$ & $BC = \sqrt{b^n}$, hoc est, facto logarithmo lateris $AB = \frac{m}{2}\, la$ & logarithmo lateris $BC = \frac{m}{2}\, lb$ (nempe logarithmus numeri multiplicatur per exponentem dignitatis & factum dividitur bifariam) reliqua fiunt ut ante. Si a & b fuerint numeri fracti, evidens est pro logarithmis laterum AB & BC assumi debere dimidias differentias logarithmorum Denominatorum a logarithmis Numeratorum.

Sit jam porro quærendus logarithmus differentiæ duorum numerorum $a - b$. Concipiamus in triangulo rectangulo ABC esse hypothenusam $AC = \sqrt{a}$ & crus unum $AB = \sqrt{b}$; erit per *Pythagoræ* theorema $BC = (\sqrt{a - b})$. Inferatur vi trigonometriæ: ut AC ad sinum totum, ita BA ad sinum anguli C. Quodsi logarithmus sinus C in Canone evolvatur; habebitur quoque ejus cosinus, nempe sinus anguli A. Fiat itaque porro: ut sinus totus ad AC, ita sinus anguli A ad latus BC: erit duplus logarithmus ipsius BC logarithmus differentiæ numerorum $a - b$. Si logarithmus differentiæ dignitatum aut numerorum fractorum quæratur; eadem notanda sunt, quæ paulo ante monuimus.

Exempli gratia, quæratur logarithmus summæ ex cubis numerorum 3 & 7, hoc est, sit $a = 3$ & $b = 7$, quæratur $l\,(a^3 + b^3)$ Quoniam

Pag. 260.

$la = 0.4771212547$ $lb = 0.8450980400$

3   3

erit $la^3 = 1.4313637641$ $lb^3 = 2.5352941200$

2   2

$l\sqrt{a^3} = 0.7156818821 = lBA$ $l\sqrt{a^3}$ 1.2676470600 $= lBC$

Inferatur:

Log. AB 0.7156818821	Log. Sin. A 9.9835463769
CB 1.2676470600	CB 1.2676470600
Sin. tot. 10.0000000000	Sin. tot. 10.0000000000
Log. Tang. A 10.5519651779	Log. BC 1.2841006831
	2
	Log. $a^3 + b^3$ 2.5682013662

Quodsi

Act. Erud. An 1715. M. Junii.

Quodsi tres ultimas notas rejicias, &, quia dimidium superant, ultimæ earum quæ retinentur, unitatem adjicias; prodibit logarithmus summæ ex cubis numerorum 3 & 7, seu numeri 370, 2.5682014, qui a logarithmo ejusdem numeri in Canone vulgari 2.5682017 nonnisi in nota ultima dissidet, quamvis pars proportionalis in sinus A logarithmo fuerit neglecta & angulorum A atque B differentia haud quaquam exigua existat.

Hac ratione inveniri potest summa vel differentia duorum numerorum irrationalium in numeris rationalibus prope veris: quodsi enim logarithmus summæ vel differentiæ fuerit repertus, ipsa summa vel differentia ope Canonis eruetur prope vera.

Per nostram regulam quoque ope logarithmorum resolvi possunt æquationes quadraticæ affectæ. Fiat nempe trianguli rectanguli ABC crus AB æquale dimidiæ quantitati cognitæ secundi termini & alterum BC æquale radici termini tertii, & hypothenusæ AC inventæ addatur dimidia quantitas secundi termini si fuerit $x^2 - px - q = 0$, vel dematur, si fuerit $x^2 + px - q = 0$. Quodsi vero fuerit $x^2 - px + q = 0$, fiat AC dimidiæ quantitati cognitæ secundi termini æqualis & crus unum AB radici termini tertii, atque cruri BC invento addatur quantitas dimidia cognita secundi termini, vel illud ab hoc auferatur.



ECLI.

Act. Erud.
An. 1715.
M. Junii.
Pag. 261.

ECLIPSIS SOLIS

Anno MDCCXV. die 3. Maji ante meridiem observata Uratislaviæ in Academia Leopoldina Soc. Jesu, quantum nubes subinde intervenientes patiebantur, a summe Reverendo P. CHRISTOFORO HEINRICH, Soc. Jesu Theolog. & Mathem. Professore,

Excerpta ex litteris ad Cl. WOLFIUM *datis.*

Obscurationis digiti	horæ	minuta	secunda
3	9	50	29
5		59	50
6	10	5	19
10		33	46
9		55	31
6½	11	11	40
6		15	44
5½		19	16
5		22	9
4		28	46
3		34	31
2½		38	11

Tempus annotatum est juxta horologium cum Sole concordatum, instructum pendulo, singulis vibrationibus unum secundum designante. Quantitas obscurationis innotuit ex disco Solis per tubum quatuor pedum, vitro objectivo & lente oculari instructum, in planum candidum atque ad axem radii perpendiculare projecto, in digitos ac semidigitos & sexaginta cujuslibet digiti minuta diviso. Nec initium, nec finis videri potuit. Maximæ obscurationis quantitas, quousque durante nubium intervallo, innotescere potuit, fuit 10 digitorum, 18 minutorum. Diameter lunaris umbræ (quemadmodum ex ampliatis variorum circulorum segmentis colligi potuit) superavit Solis diametrum hujus minutis 34 minimum: nam adhuc majorem ostenderunt duæ annotationes accurate consentientes factæ per tria puncta in extremita-

mitatibus umbræ designata. Post immersionem sex circiter digitorum, lunaris umbra accepit limbum tenuem crocei coloris eundemque retinuit usque ad similem emersionis quantitatem, cum de reliquo sine ullo colore adscititio terminaretur. Medium eclipseos, si differentia temporis, sex digitorum incrementi & decrementi dimidietur, accidisse colligitur circa hor. 10. min. 40. Act. Erud. An. 1715. M. Junii. Pag. 262.

Ex litteris Clar. *Wolfii* habemus, quod toto eclipseos tempore Halæ post nubes Sol delituerit, ita ut eclipsis observari non potuerit. Per intervalla quidem Sol instar Lunæ deficientis per nubes transparuit, ita ut nudo oculo pars eclipsata a lucida distingui potuerit; nihil tamen circa quantitatem accurate definire licuit. Quod si judicio oculorum in istiusmodi circumstantiis facile fallaci fidere liceat; vix digitus unus in maxima obscuratione lucidus superfuit, etsi calculus unum cum dimidio superfuturum prædiceret. Decrementum luminis in magna cœli nubili obscuritate vix ac ne vix quidem perceptibile fuit: in thermometro vero sensibili satis intervallo liquor depressus.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXI. M. Aug. Pag. 338.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM, Anni 1711. cum Commentariis Mathematicis & Physicis.

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1715. in 12. maj. Alph. 1. plag. 1. Tabul. æn. 13. Pag. 339.

IN *Physica generali* experimentum singulare primo loco occurrit, quod *Philippi de la Hire* atque filii ipsius industriæ debetur. Tubum scilicet recurvum, cujus brachium majus hermetice sigillatum erat 24 minus vero apertum 3 digitorum, aqua ita implevere, ut quatuor digiti superiores in brachio longiori ab aere dilatato occuparentur, aqua ultra libellam ad altitudinem 16 digit. & 9 linearum elevata, atmosphæræ pondere $27\frac{1}{2}$ digit. Mercurii seu 384 digitis aquæ æquivalente tunc temporis, baroscopio indice. Cum aer aquæ superficiei in brachio minore incumbens densior esset

Act.Erud. An. 1715. M. Aug. ſet incluſo, probabile ipſis videbatur, quod cum aqua permiſceri & inde per crus longius aſcendere, ſicque aqua in eodem contenta deprimi deberet. Enimvero præter expectationem tribus menſibus elapſis aqua per 4 lineolas aſcendit & d. 26. Decembris (tubus autem implebatur d. 16. Mart. 1710.) integro digito altior deprehenſus: interea vero temporis nihil mutationis accidit aeri incluſo a pondere atmoſphæræ atque calore ipſius. Experimentum Illuſtris *Leibnitii*, quod in Actis A.1711. p. 11. retulimus, ad probandam corporum in fluido deſcendentium gravitationem imminutam excogitatum, cum ſucceſſu repetiit de *Reaumur*, probaturque applicatio ejus ad reddendam rationem, cur aer tempore pluvio levior ſit quam ſereno. In Actis ejusdem anni p. 499. jam notatum eſt, *Leibnitium* hanc unicam phænomeni rationem non agnoſcere, utpote toti decremento ponderis atmoſphærici tempore pluvio non ſatisfacientem. Imo nobis perſuaſum eſt, ipſum vaporum deſcenſum ſæpiſſime aeris levitati deberi: quem in finem *Wolfius* ſequens excogitavit experimentum. Pauculum ſpiritus vini accendit & flammæ aditum in campanam vitream concedit, ut particulæ, in quas vi ejusdem diſſolvitur ſpiritus, per aerem intus contentum diſpergantur: quo facto campanam ad antliam aptat & aerem ope ejusdem dilatat. Vix denſitas ejus minuitur, cum exhalationes ſpiritus in nebulam coeunt ad fundum ſucceſſive deſcendentem. Et, ſi aer exhauſtus rurſus intruditur, nebula ſtatim diſparet & aeri incluſo priſtina redditur ſerenitas, mox tamen iterum turbanda, ſi aliqua aeris portio denuo ſubducitur. *Maraldi* obſervationes quasdam barometricas, a *Scheuchzero* in montibus Helvetiæ factas, expendit. *Reaumur* multa cum induſtria obſervavit, quomodo diverſæ conchyliorum ſpecies certis corporibus adhæreant. Ex. gr. conchylium, quod Galli *Oeil de Bouc* ſeu oculum hirci appellant, baſi admodum plana ipſis lapidibus politis adeo fortiter adhæret, ut nonniſi pondere 28 vel 30 librarum inde ſeparari poſſit. Firmitatem adhæſionis adſcribit glutini ex corpore ejus egredienti. Contra ſtella marina 1520 pedibus instructa a corporibus, quibus adhæret, ſeparari nequit, niſi pedibus disruptis. *De la Hire* junior experientia convictus defendit, conglaciationem aquæ non eſſe terminum fixum frigoris: obſervavit enim, globo thermometri aquæ in glaciem abeunti immerſo, ſpiritum adhuc ulterius deſcendere, ſi a conglaciatione frigus intenditur, & contra eundem in eodem ſtatu permanere, dum aqua conglaciatur, ſi jam ante majorem frigoris gradum fuerit expertus, quam qui ad aquam conglaciandam requiritur. De *Reaumur* novum detexit purpuræ genus, veteribus incognitum. Conſiſtit autem in granis ovalibus tres lineas longis & unam lineam atque amplius craſſis, liquore quodam ſub-

Edit. Act. (beside *Leibnitii* line)

Edit. Act. (beside "ſit quam ſereno" line)

Pag. 340. (beside "incluſo priſtina" line)

luteo plenis, quæ certis quibusdam lapidibus adhærent, ubi ordinarie *Buccinum* Pictavienſe, notum a pluribus annis purpuræ genus, congregatur. Si grana illa in linteo albo confundantur & linteum poſtea aeri libero exponatur, trium aut quatuor minutorum intervallo elapſo maculæ purpureæ in eodem notantur. Granula iſta in autumno colliguntur, & ova piſcium Noſtro eſſe videntur. *De la Hire* obſervat, nivem liquatam redire ordinarie ad quintam vel ſextam altitudinis partem: quæ tamen noctu inter 13 & 14 Februarii A. 1711 decidit, ad duodecimam rediit. *Hombergius* Autor eſt, quod materiæ, quæ in foco ſpeculi vel vitri cauſtici funduntur & inſtar luminis fulgidi apparent, videantur ſuis cum coloribus per vitrum fumo infectum. *De l'Isle* attendit inceſſui culicis ob exiguitatem vix viſibilis, eamque in charta intervallo dimidii ſcrupuli ſecundi lineam trium digitorum percurrere notavit, ita ut in tam exiguo & vix perceptibili temporis ſpatio pedem 540 vicibus moverit. *De la Hire* nonnulla colorum phænomena recenſet, v. gr. quod corpora luminoſa, veluti Sol, rubida appareant per vitrum fumo infectum tranſpicienti.

Act. Erud. An. 1715. M. Aug.

Pag. 341.

In *Anatomicis Winslow* detexit, quod vaſa ſecretoria in glandulis lanugine admodum tenui veſtiantur, cui primas in filtratione partes tribuit. Supponit autem, a prima formatione lanuginem iſtam imbutam eſſe liquore quodam particulari, veluti bile, ſi bilem ſeparare debeat. Et hinc vaſa ſecretoria particulæ panni vel goſſypio comparat, quæ oleo imbuta nonniſi oleum attrahit. Liquorem ſeparatum per canales excretorios ex glandula exire ſtatuit. Idem deprehendit, cor non eſſe muſculum unicum, ſed ex duobus minimum componi, ita ut quilibet ventriculus cum ſua auricula ab altero ſeparari poſſit, pariete intergerino in duas laminas diviſibili. *Littre* in 40 cadaveribus maſculinis gonorrheam virulentam examinavit. Reperit autem ſedem ejusdem vel in veſiculis ſeminalibus, vel in proſtatis, vel in glandulis *Cowperi*. Ob priorum viciniam gonorrheam plerumque compoſitam invenit: ſed *Cowperianæ* cum longius inde diſtent, malum difficilius cum iisdem communicatur. Tertiam gonorrheæ ſpeciem rariſſimam ſtatuit minusque noxiam, & quæ facile curari poſſit. De hac ex profeſſo nunc agit: de reliquis tractationem accuratam promittit. *Ieaugeon* memorat Scrotum adeo prodigioſæ magnitudinis, ut ad 60 librarum pondus acceſſerit. *Fauvel* chirurgus oſtendit Academiæ Regiæ fœtum ſine cerebro, cerebello & medulla ſpinali, qui duas a nativitate horas vixit & ſacro lavacro aſperſus. Idem in ovario fœminæ hydatides tantæ magnitudinis monſtravit, ut ovula mentirentur. Duo operarii foſſam reparantes ob fœtorem putridum viſu orbati, quem ipſis intervallo 24 horarum reſtituit

Act Erud. An. 1715. M. Aug. *Chomel*, usus liquore spirituoso ex thymo, lavendula, salvia, serpyllo, amaraco & rore marino (floribus pariter ac foliis in aqua mellita maceratis) in balneo sabuli destillato & postea oleo essentiali retento rectificato tum externe, tum interne singulis horis quatuor elapsis applicato. Gossipium eodem liquore maceratum cum inderet auribus Surdorum, non neglecto, ut ante, usu interno, auditum intra octo dierum spatium restituit. *Littre* uno ictu findens capita canum sugentium stomachum plenum reperit lacte quodam acri & coagulato, quod adeo coagulatum conjicit per fermentum quoddam naturale illius visceris. Et hinc digestionem sola trituratione absolvi negat. Aquam etiam in ventriculis cerebri & in pericardio deprehendit: unde eam usibus naturalibus inservire statuit, nec morbis adscribendam esse ejus originem concedit. *Lemery* observans, quod variolæ prodire nollent, ægrum balneo calido immisit: quo facto, magno numero eruperunt.

Pag. 342.

In *Chymicis Boulduc* analysin tradit radicis *Mechoacan*, quæ vi purgandi gaudet atque ex nova Hispania in Europam defertur. Reperit autem, quod duodecies plus salis, quam resinæ contineat, nec salia, nec resina adeo purgent, nec adeo *leniter*, quemadmodum radix ipsa. Remedium hoc majorem *in praxi* usum mereri credit. *Lemery* filius præcipitationum chymicarum rationem declarare conatur. Contendit autem, in omnibus dissolutionibus metallicis particulam acidi dissolventis quamlibet esse exiguum quoddam telum, altero sui extremo particulæ metallicæ infixum. Hinc in nonnullis dissolutionibus, ubi telum istud non adeo firmiter infixum, qualibet exigua aquæ agitatione separationem fieri posse; in aliis vero opus esse alcali, ut acido eripiatur spolium. Fingit particulam metallicam uni extremo teli infixam esse globulum majorem, quam qui poros alcali subingredi possit. Quare dum liberum teli extremum in eos adigitur, globulos tandem per continuum alcali impulsum adeo protruditur, ut teli extremum alterum relinquere cogatur. Idem novas coralliorum solutiones instituit. Cum enim ea in aceto vini destillato atque in Spiritu Veneris, qui est acetum vini particulis quibusdam volatilibus & sulphureis cupri impregnatum, solvere soleant: ipse eadem solvit in spiritu vitrioli, aluminis, salis, nitri. In casu posteriore calor & effervescentia major fuit, quam in priore. In usum tamen medicum solutionem priorem commendat, quia acetum destillatum & Spiritus Veneris non omnem exhauriunt virtutem alcalinam, quæ coralliorum unica est. Corallia in spiritu vitrioli dissoluta speciem quandam vitrioli formant. Si oleo tartari præcipitantur, in pulverem al-

bum

bum admodum subtilem subsidunt, qui cum acidis fermentat. In eodem multæ particulæ ferreæ deteguntur ope cultri magnetica virtute imbuti. Sed operæ pretium faceret *Lemery*, si aliis experimentis doceret, particulas a cultro attractas esse re vera ferreas. Quid si enim præter ferreas adhuc alias traheret magnes nobis nondum cognitas? Addit chrystallizationem palingenesiæ similem. *Renaume* observavit, gallas esse præsentissimum contra febrem remedium. Commendat eas ob virtutem adstringentem eo potissimum in casu, quando fibræ ventriculi sunt nimium laxatæ aut irregulariter tensæ: in altero autem, quando non sufficiens quantitas bilis cum chylo permiscetur, chinam chinæ præfert. *Hombergius* confirmat, se gallis sæpius cum successu usum esse: *Boulduc* tamen asseverat, se sexies in tertiana & quartana easdem frustra ægris exhibuisse. *Lemery* uterque, parens scilicet atque filius, itemque *Godofredus* notarunt, quod ventrem moveant, quodque febris earum ope fugata redeat nec nisi chinæ chinæ cedat. *Hombergius* denique prolixius nunc edisserit, quomodo ad novum suum phosphorum (cujus in Actis Anni superioris pag. 239. facta est mentio) pervenerit, destillando scilicet fæces alvi. Notatu dignum est, quod, cum earum uncias 10 vel 12 (quantum nimirum est pondus una sede ejectarum) in balneo Mariæ exsiccaret, nonnisi uncia una remanserit, etiamsi præter aquam limpidam & insipidam, odoris tamen fæcium tenacem, nihil decesserit. Ceterum in analysi materiæ istius maxima usus est circumspectione, eumque in finem conduxit homines quatuor, robustos, juvenes ac sanitatis integræ, eos extra hortum & ædes, ubi cum ipsis per tres menses commorabatur, egredi non passus, nec permisit, ut quicquam cibi vel potus caperent se inscio vel invito.

Act. Erud. An. 1715. M. Aug. Pag. 343.

In *Botanicis Godofredus* junior accuratius examinat *tubera subterranea testiculorum forma* (Galli *Truffes* appellant) quæ neque radicem, neque filamenta, neque caulem, neque folia, neque flores, neque semina habent, adeoque plantis prorsus dissimiles videntur, licet inter eas a Botanicis referantur. Inquirit adeo in structuram & principia chymica eorundem, ut similitudinem cum plantis detegat. Priori instituto inserviunt microscopia, posteriori analyses chymicæ. *Marchant* cum acer serra desecari jussisset mense Februario, pars caudicis residua per æstatem multum succi nutritii effudit. Circa finem mensis Augusti 25 circiter tubercula in ima caudicis basi observavit, quæ cum usque ad finem Novembris crevissent, contra vim frigoris per hiemem obtexit, & mense Martio A. 1709 cum portione ligni separavit. Hanc vegetationem ad quamnam plantarum speciem referret, sub initium dubitavit. Enimvero postquam advertit, magnam inter ejus stru-

Pag. 344

Act.Erud. An. 1715. M. Aug. ἀuram & lithophyton (quæ planta marina eſt) conformitatem intercedere, niſi quod grana in cavitatibus reperiret, quę in lithophyto vacua ſunt; lithophyton terreſtre digitatum nigrum appellat. *Parentius* exemplis arborum cortice denudatarum & per quinque fere annos folia & flores protrudentium probare nititur, cortici parum aut nihil in nutritione plantarum tribuendum eſſe. Addit eundem in finem argumenta quædam alia. Ad ſingula reſpondet *Renaume*, ſententiam receptam defenſurus. Sed prolixum nimis foret omnem controverſiam recenſere. Miramur tamen, quod *Fontenellius* tracheas plantarum & arborum in dubium vocet, cum in vite vel oculus nudus easdem diſtinguat, nedum armatus. *Godofredus* junior pulveri ſtaminibus adhærenti fœcundationem ſeminis aut fructus ſtylo concluſi adſcribit, ſtamina membro virili, pulverem liquori ſeminali & ſtylum ſeu piſtillum vulvæ æquiparans. Rationum, quas adducit, fortiſſima hæc eſt, quod grana ſint infœcunda, ſi ſtamina reſerentur, antequam pulvis in ſtylum decidere potuerit. De *Reaumur* flores & ſemina detexit in fuco ſeu Alga latifolia dentata *Raji*, quam *Tourneſortius* in Inſtitutionibus Botanicis inter plantas refert flore ac granis deſtitutas. Flores ex foliis erumpentes cernuntur menſe Junio & Julio. Iis decidentibus foliorum extremitates intumeſcunt a liquore *viſcoſo* granis rotundis pleno, quæ ſunt capſulæ ſimili liquore repletæ & alia granula minora, verum fuci ſemen, continentes. *Parentius* adverſus *Magnolium* probat, ſuccum nutritium in plantis utique non modo aſcendere, verum etiam deſcendere, quemadmodum *Perrault* in primis ac *Mariottus* operoſe oſtenderunt. *Fontenellius* commemorat mala aurata, quorum partes aliquæ reliquis interjectæ ſunt citreæ. *Hombergius* vero autor eſt, ſe in hortis *Wilhelmi* Magni, Electoris Brandenburgici, vidiſſe poma, quæ ſimili modo fuerint ſimul pira.

Pag. 345. In *Algebraicis* occurrunt *Rollianæ* de conſtructione æquationum meditationes. In *Geometria Bomiæ* Tractricem examinat, quam centrum gravitatis navis deſcribit, ſi mediante chorda ab homine juxta littus paſſu æquabili progrediente ad idem attrahitur. Hanc proprietatem peculiarem habet, quod tangens ejus ſit conſtans, nempe chorda, qua navis adducitur, & arcus, ſi ſumantur in progreſſione arithmetica, ſint ſemiordinatarum reſpondentium logarithmi. Præterea tractrix per logarithmicam rectificabilis & ab hac rectificatione quadraturæ hyperbola pendet. Quodſi eadem deſcripta ſupponatur, logarithmica & catenaria per puncta deſcribi poterint. Spatium inter tractricem & ejus aſymptotum (quæ littus eſt in deſcriptione ſuperiori) æquale eſt quadranti circuli tangente tractricis deſcripti. Solidum ex rotatione tra-

ctricis

ctricis circa asymptotum genitum est æquale quadranti Sphæræ, cujus radius est tangens tractricis. Hæc quidem sine demonstratione recensentur a *Fontenellio*, nec nova sunt dudum quippe a Viro illustri *Leibnitio* in Actis A. 1693 p. 489 & seqq. proposita. Abbas de *Bragelonne* quædam de quadraturis Curvarum, quæ ad series infinitas reducuntur, meditatus; sed ea tantum indicantur, non exhibentur. Act. Erud. An. 1715. M. Aug.

In *Astronomia Maraldi* parallaxin Lunæ eadem methodo scrutatus est, qua celeberrimus *Cassini* in Martis parallaxi investiganda usus, exposita in Actis A. 1685. pag. 349 & seq. Reperit autem parallaxin horizontalem Lunæ tempore observationis sub æquatore 54' 55": qua occasione *Fontenellius* rationes physicas triplicis inæqualitatis motus lunaris ex motu ætheris verticoso reddere conatur, perinde ac variationum distantiæ Lunæ a terra. *De la Hire* vires penumbræ corporum a Sole illuminatorum examinat, quas per ordinatas singularis cujusdam curvæ exponit. *Cassini* filius observationes planetarum & fixarum a Luna occultatarum variis in locis factas & in Diario Eruditorum Parisino, Transactionibus Anglicanis atque Actis hisce Eruditorum relatas inter se comparat & differentias horarias meridianorum inde determinat. Deducit tandem Parisiis occidentalius esse Londinum 9' 55" & observatorium Grenovicense in Anglia 9' 25"; orientaliores vero Noribergam 35' 2", Lipsiam 40' 0", Dantiscum 1 h. 4' 43". Differentiam horariam meridianorum Avenionensis & Londinensis elicit 19' 40", Avenionensis vero & Parisini 10' 0". *De la Hire* A. 1710. d. 20. Sept. conjunctionem Veneris & Cordis Leonis observavit, quæ accidit h. 9 matutina, minuto sexto, differentia declinationum Veneris septentrionalioris atque Reguli existente 20' 30", quæ per tabulas ipsius esse debebat 20' 23", egregie adeo cum cœlo consentientes. *Cassini* filius varias observationes recenset, quas R. P. *Fevillée* in India occidentali fecit, a nobis jam mensibus superioribus hujus anni commemoratas. Occurrunt denique *De la Hire* utriusque *Cassinorum* atque *Maraldi* observationes eclipsis Solis, quæ contigit d. 15 Jul. 1711, atque Cassinorum Maraldi aliorumque observationes eclipsis Lunæ, quæ accidit d. 29 Jul. ejusdem anni. Pag. 346.

In *Acustica Sauveur* sive *Salvator* objicit nonnulla contra Dn. *Henflingii* Systema Musicum in Miscellaneis Berolinensibus descriptum & suum in Commentariis Academiæ Regiæ ante publicatum eidem præfert.

Denique in *Mechanica* de *Reaumur* experimentis factis docet, quod chorda ex pluribus filamentis contorta minus pondus sustinere possit, quam summa ponderum a singulis filamentis su-

stenta-

Act. Erud. An. 1715. M. Aug. stentatorum, quodque decrementum cum crassitie chordæ crescat. Comparet ibidem analysis *Bernoulli* de viribus centralibus quam promisit in Actis A. 1713. p. 119. & in qua errores *Newtonianos* in Principiis Philosophiæ naturalis Mathematicis corrigit: sub finem appendicis loco adjicitur causa erroris a nepote ipsius *Nicolao* detecta & in Actis hisce loc. cit. p. 119. jam indicata, nempe ignorantia calculi differentio-differentialis. *Newtonus* tamen, qui monitus errorem agnovit, causam aliam assignat, nempe quod tangens in schemate non rite ducta fuerit, nec concedit, quod termini seriei loc. cit. adductæ ex ipsius opinione successive differentiales omnium in eodem ordine graduum exprimere debeant. Sed nostrum non est decidere hanc litem. *Varignonius* profundas de resistentia medii meditationes adhuc ulterius continuat. Qua occasione *Fontenellius* a priori ostendit *Gallilæanum* de gravitate Systema.

Pag. 347. Sub finem Commentariorum extat Scriptum *Nissollii* de quibusdam novis generibus plantarum, quod a societate Regia Montepessulana ad Academiam Regiam transmissum. Genera ista quatuor sunt, Coriaria, Jasminoides, Ficoidea, & Partheniastrum. *Coriaria* est genus plantæ, cujus flos ex decem staminibus componitur, quæ ex fundo calicis in quinque partes usque ad basin divisas egrediuntur. Stamen unumquodlibet duo habet capita. Refertur huc *Coriaria vulgaris & rhus myrthifolia Monspeliaca*. Ad genus secundum spectat *Jasminoides Africanum Jasmini aculeati foliis & facie*; ad tertium *Ficoidea procumbens portulacæ folio*; ad quartum *Partheniastrum Americanum ambrosiæ folio*: unde Botanices periti characteres, quos constituit, facile colligent.

A. 1711. duo decessere Socii, *Ludovicus Carre* sive *Quadratus* & *Claudius Bourdelin*. Prior erat rustici filius, natus d. 26 Julii A. 1663. A patre studio theologico addictus, sed invita Minerva. Quare cum parens sumtus necessarios filio parum morigero subministrare amplius nollet; ad *Malebranchium* confugit, qui ejus in scribendo opera usus. Ab eo Mathesin & Metaphysicam recentiorum didicit per septem integros annos. Victum quæsivit postea Mathesin & Metaphysicam docendo: inprimis sequior sexus ejus institutione usus. Progressus aliorum Mathematicorum non sine mœrore contuitus, dum ipse de pane lucrando sollicitus eorum vestigia premere non poterat. An. 1697. *Varignonius* eum sibi fecit Adjunctum. A. 1700. edidit librum de primis calculi integralis lineamentis, relatum in Actis A. 1701 pag. 280. Mox locum inter Associatos, tandem inter beneficiarios adeptus. Per sex postremos vitæ suæ annos valetudinarius fuit, stomacho officio suo non amplius fungente. Cumque deessent ad vitam necessa-

Edit. Act.

cessa-

cessaria, *Chauvinus* Parliamenti Consiliarius inopem hospitio suo dignatus. Duabus ante obitum horis Vulcano tradidit litteras, quas a fœminis acceperat. Obiit autem d. 11. April. 1711. In locum ejus successit *de Reaumur*. Posterior natus est A. 1667. d. 20. Jun. Parens ejus fuit *Claudius Bourdelin* Chymicus beneficiarius in Academia Regia Scientiarum. Celeberrimus *du Hamel* educationi ejus præfuit. A. 16 Pindarum & Lycophrontem ex Græco in Gallicum sermonem transtulit & proprio Marte Opus Conicum *Philippi de la Hire* intellexit. A. 1692 Doctor Medicinæ creatus est. Non panem quæsivit ex Medicina, cum ex paternis bonis laute vivere posset: unde pauperibus ipse solvit numos pro remediis pharmacopolæ solvendos, nec a ditioribus recipere voluit, quod ipsi debebatur. Post pacem Riswicensem in Angliam iter fecit & in Societatem Regiam adoptatus est. A. 1699. inter Associatos in Academia Regia Scientiarum locum obtinuit. In Historia Anatomica in primis excelluit. An. 1703. Medicus ordinarius Conjugis Ducis Burgundiæ, atque A. 1708 *Bourdelotio* mortuo Archiater ejusdem factus. Immodicus potus *Caffè* ipsi tandem hydropem pectoris adscivit, qua die 20 Aprilis A. 1711. extinctus. Locum Botanici associati obtinuit *Godofredus* junior.

Act. Erud. An. 1715. M. Aug. Pag. 348.

D. S. S. OBSERVATIO

M. Octob. Pag. 456.

De Polypo œsophagi vermiformi rarissimo, a nimio Pulveris Hispanici sternutatorii, vulgo Spaniol, *usu excitato.*

CAupo quidam in pago *Possemik* prope Pirnam, *Joh. Gottfried Groke*, Vir annum quadragesimum tertium agens, temperamento sanguineo, habituque ad cacochymiam admodum proclivi, ac sat notabili corporis mole gaudens, mirumque in modum pulveris sternutatorii Hispanici, vulgo *Spaniol*, deliciis effascinatus, anno superiori 1714, circa tempus vernale, dolorem quendam urentem, a nimia dicti pulveris aliquando facta per nares attractione in medio œsophagi percepit, inopinatoque non ita multo post deglutitionem non nihil animadvertit impeditam. Quamobrem auxilium quærens, Medicum quendam convenit, & de dolore, nunc quidem sopito, at in deglutitionis impedimentum mutato, queritur, cujus affectus causam, in pituitosa quadam ac viscida materia, interioribus œsophagi partibus adhære-

scen-

Act. Erud. An. 1715. M Octob. scente, Medicus ponens, convenientia pro ista incidenda atque educenda ægro præscribit remedia, irrito tamen successu, maloque indies indiesque adhuc ingravescente. Hinc ad alium se confert, ejusque opem implorat, simulque affectus causam, infra suo loco paulo specialius afferendam, sibi probabilem, ipsi refert, quam vero hic flocci æstimans, aliamque subesse asserens, ægro remedia, pro nescio quo acido, spasmodicam fibrillarum affectionem hanc generante, corrigendo atque eliminando, equidem exhibet, at iterum absque successu sperato. Nullum igitur secunda vice effectum salutarem, hactenus tam anxie exoptatum, æger observans, in auxilium rursum vocat alium, & quidem medicastrum rusticum, qui, prioris vestigia legens pituitosam acremve materiam genuinam hujus impeditæ deglutitionis liberioris causam existere, pariter asserit, certo citoque, ut id genus hominum solet, impedimentum hoc se ablaturum, degluPag. 457. titionemve liberiorem redditurum, pollicetur. Varia hinc ægro porrigit, quorum usus, insignis licet pituitæ fuerit educta copia, plane denuo fuit inanis atque nullus, cum nec minima levaminis cujusdam pars ægro inde fuerit allata. Deserens ergo & hujus hominis medelam patiens, naturæ & tempori dese tantum committere animum induit, sponteque sua forte an hoc malum iterum cessaturum, firmiter sperat. Interim vero Peniculum ventriculi, vulgo *die Magen-Vorste*, de quo instrumento multa hactenus audierat, consuluit, istud applicat, ejusque ope sat notabilem equidem educit pituitosæ materiæ copiam, nullo tamen inde subsequente levamine. Ad quæstionem, num ex applicatione peniculi senserit dolorem? respondit: eum quidem se non sensisse, interim tamen difficilem, imo in ventriculi cavitatem in ejus penetrationem omnino impossibilem, ob quoddam in gula obstaculum perceptum, plenarium peniculi ingressum prohibens, fuisse. Paulo post loco sperati effectus salubris, magis magisque malum augeri animadvertit æger, adeo ut *solida* tandem alimenta haud amplius assumere valeret, sed liquidis tantum, v.g. lacte, jusculo avenaceo tenui &c. famem sedare corpusque nutrire cogeretur. Imo, tantum demum hic affectus sumsit incrementum, ut recensita jam liquida tenuia libere exinde deglutire haud valuerit, sed mediante calamo stramineo ista absorbere necesse habuerit miser. Quam primum enim paulo liberius largiusque ea sorbere voluit atque deglutire, statim ea cum sonitu regurgitarunt, præsentaneam ægro suffocationem minata. Tandem hic, de cetero sanus, liberaque respiratione gaudens, denuo Medici auxilium implorat, petiitque, ut sibi suppetiæ ferantur. Hic, in affectus hujus admirandi causas occasionales paulo

lo curatius inquirens, variaque ex eo quærens, inter alia quoque hæc sequentia, de quibus superius jam nonnihil fuit adductum, audit: ægrum nempe nimis in usum vocasse Pulverem sternutatorium, eundemque dubio procul miserandi hujus mali primam extitisse causam occasionalem. Et, quo evidentior veriorque causa hæc appareat, factum fuisse refert æger, quo pulvis hic, præsertim siccissimus summeque volatilis, corpore aliquando calefacto, & sudoribus prope diffluente, naribus copiose intrusus, fortiterque inspiratus, non solum in asperam arteriam, verum etiam in fauces & gulam usque penetrarit, tussim eamque frequentem, nec non in gula ardorem, una cum dolore primum obtuso, sanguinisque sputo, excitarit. Ex quo tempore statim dolorem haud levem, & hoc evanescente, deglutitionis impedimentum fuisse exortum, ulterius confessus est æger, sancteque affirmavit, nunquam in vita simile, nec etiam vel levissimum in œsophago percepisse deglutitionis impedimentum. Hæc omnia Medicus perci- piens, excrescentiam quandam cartilagineam, ex læsione œsophagi obortam, adesse, ægrumque in extremo vitæ periculo constitutum pronunciat, cujus terminum, inevitabile nunc fatum, cui æger solum relinquendus erat, ipsi accelerare visum fuit. Ob nutritionis debitæ enim defectum corpus obesum adeo fuit extenuatum, ut magis τῷ Σκελετῷ quam hominis vivi faciem repræsentarit. Ultimo liquidorum etiam ne guttulam quidem amplius assumere potuit, quo evenit, ut post aliquot dierum spatium, mense Aprili anni currentis, fame sitique incredibili emaciatus atque fractus, misere tandem perierit. Cadaver quo aperiretur, causaque tam stupendi affectus detegeretur, vivens adhuc æger petiit, hac tamen conditione, ut absque sumtibus sectio institueretur, quod etiam ita factum fuit. Aperto itaque nunc cadavere ventriculus A in Fig. 4. partesque internæ a statu naturali adeo remotæ non fuerunt inventæ, excepto tantum œsophago, qui a B usque ad C nonnihil contortus & Pharyngem versus solito tenuior atque acuminatior apparuit, & quidem adeo, ut apertura ejus D, alias satis ampla, vix pisum admittere visa fuerit. Quo autem, quæ intus forte laterent, nunc quoque detegerentur, ille incisus fuit, quo facto, insignis ad omnium stuporem conspectui sese præsens delineata stitit excrescentia carnea, per medium *Fig.* 1. & 3. *d. d. d.* divisa, quæ in media œsophagi parte eaque postica, qua spinæ dorsi adjacet, initium (circa quod aliquid cujusdam materiæ cruoris inspissati ad instar cernebatur) sumens, ad Pylorum usque fere sese extendens, longitudine spatium sex digitorum transversalium, crassitie vero lumbricum insignem, tam in α quam in β æquabat, cujus etiam faciem aliquo modo

Act. Erud. An. 1715. M. Octob.

Pag. 458.

Tab. IV. Fig. 4.

Fig. 1. 3.

Act. Erud. An. 1715. M. Octob. Pag. 459. mentiebatur. Substantia hujus excrescentiæ, rectius Polypi, erat carnoso-fibrillosa atque mollis, color vero ex albo rubicundus. Cultro anatomico & quidem facillime, cum vel digitorum jam attactui cederet, auferebatur Polypus hic rarissimus, quo ablato, pedes ejus, vel potius radices, quibus se in gulæ substantiam insinuaverat, in conspectum veniebant, quarum vestigia *bb* ob nimiam brevitatem suam, multo elegantius in œsophago aperto, quam ipso in Polypo, utpote qui arcte tunicæ interiori adhærebat, conspici poterant, uti ex *Fig.* 2. luculenter patet. Et sic impeditæ deglutitionis causa, de qua nemini hactenus quicquam in mentem venerat, detecta conspiciebatur, dignaque judicabatur, quæ rarioribus Medicorum observationibus insereretur, publiceque proponeretur. Hæc itaque fuere, quæ historice saltem recensere volui, paulo specialiorem hujus casus evolutionem atque phænomenorum rationes in peculiari dissertatione propediem daturus.

Tab. IV. Fig. 2.

M. Dec. Pag. 534.

REGULA NOVA EAQUE UNIVERSALIS

Inveniendi differentiam Potentiarum duarum quarumcumque, sed ejusdem gradus, quarum radices sive unitate, sive quocunque numero alio differunt,

Reperta a CHRISTIANO WOLFIO.

Pag. 535. CAsu, ut arbitror, a veteribus primum animadversum est, cum scilicet per summationem terminorum in progressionibus Arithmeticis numeros figuratos venarentur, numerorum quadratorum, quorum radices unitate differunt, differentias esse numeros impares summæ radicum æquales. Sed nemo hactenus docuit, quomodo generaliter inveniri possit differentia duarum potentiarum quarumcunque ejusdem gradus. Quare cum in theorema istiusmodi universale inciderim; e re esse duxi, ut supplementum Arithmeticæ hactenus desideratum publici juris facerem. Dico itaque, si n fuerit numerus, $n+d$ alius quicunque, m exponens dignitatis, ad quam uterque numerus evehendus, & A, B, C, D, E significent terminos seriei respective antecedentes, differentiam dignitatum numerorum istorum fore $(n+d)^{m-1}\,d + \frac{m-1}{n}\,n^m\,d$

+

$+\frac{m-2}{2n}Ad+\frac{m-3}{3n}Bd+\frac{m-4}{4n}Cd+\frac{m-5}{5n}Dd+\frac{m-6}{6n}Ed$, Act. Erud. An. 1715. M. Dec.
& sic porro in infinitum. Quodsi radices unitate differant, hoc est, si fuerit $d=1$, erit differentia $(n+1)^{m-1}+\frac{m-1}{n}n^m$
$+\frac{m-2}{2n}A+\frac{m-3}{3n}B+\frac{m-4}{4n}C+\frac{m-5}{5n}D+\frac{m-6}{6n}E$,
& sic porro in infinitum. Me non monente apparet, seriem in casibus specialibus abrumpi, quamprimum numerus ex m subducendus ipsi m fit æqualis, ita ut pro quadratorum differentia sufficiant termini duo $(n+1)^{m-1}+\frac{m-1}{n}n^m$; pro differentia cuborum tres $(n+1)^{m-1}+\frac{m-1}{n}n^m+\frac{m-2}{2n}A$, & ita porro.

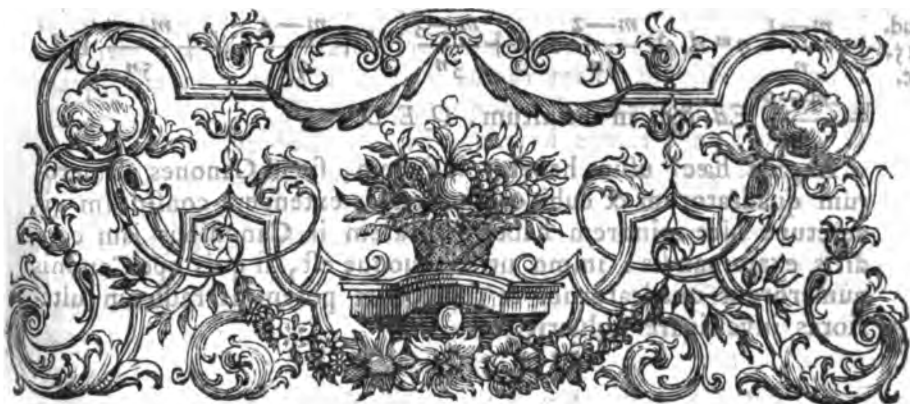
Demonstratio. Potentiæ superiores procreantur, ducta qualibet proxime inferiore in radicem. Quare si radix fuerit $n+d$, potentia superior componitur ex proxime inferiore in differentiam radicum d ducta, & ex eadem per numerum minorem n multiplicata. Unde si dignitas maxima ipsius n seu numeri minoris subducitur, differentia præter potentiam proxime inferiorem ipsius $n+d$ per d multiplicatam h. e. præter $(n+d)^{m-1}d$, constat Pag. 536.
ex natura potentiarum ex serie $\frac{m-1}{1}n^{m-1}d+\frac{m-1.m-2}{1.2}n^{m-2}d^2$
$+\frac{m-1.m-2.m-3}{1.2.3}n^{m-3}d^3+\frac{m-1.m-2.m-3.m-4}{1.2.3.4}n^{m-4}d^4$
$+\frac{m-1.m-2.m-3.m-4.m-5}{1.2.3.4.5}n^{m-5}d^5+\frac{m-1.m-2.m-3.m-4.m-5.m-6}{1.2.3.4.5.6}$
$n^{m-6}d^6$ &c. in infinitum. Æquipollet vero hæc series alteri
$\frac{m-1}{n}n^m d+\frac{m-1.m-2}{1.2n^2}n^m d^2+\frac{m-1.m-2.m-3}{1.2.3n^3}n^m d^3$
$+\frac{m-1.m-2.m-3.m-4}{1.2.3.4n}n^m d^4+\frac{m-1.m-2.m-3.m-4.m-5}{1.2.3.4.5n}n^m d^5$
$+\frac{m-1.m-2.m-3.m-4.m-5.m-6}{1.2.3.4.5.6n}n^m d^6$ &c. in infinitum;
Quare si seriei hujus terminus primus dicatur A, secundus B, tertius C, quartus D &c. erit differentia potentiarum $(n+d)^{m-1}d$

Act.Erud. An. 1715. M. Dec.

$$+ \frac{m-1}{n} n^m d + \frac{m-2}{2n} Ad + \frac{m-3}{3n} Bd + \frac{m-4}{4n} Cd + \frac{m-5}{5n} Dd + \frac{m-6}{6n} Ed$$ &c. in infinitum. *Q. E. D.*

Regula hæc, usum haberet insignem, si cui Canones numerorum quadratorum & cubicorum ulterius extendere consultum videretur. Nec minorem habet utilitatem in Canonibus jam conditis examinandis: immo utilis quoque est, si quis ope Canonis numerorum quadratorum & cubicorum potentias radicum ulteriores investigare voluerit.





EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS, ANNI 1716.

JOH. BERNOULLI

Barometrum novum communi multo accuratius.



SIT ABC tubus e duobus ramis inæqualium diametrorum compositus, figuram gnomonis præ se ferens; rami horizontalis BC in C aperti diameter lineam seu duodecimam digiti Parisini partem non excedat; rami vero verticalis AB in summitate obstructi diameter esto quatuor linearum vel amplius adhuc, prout variationum gradus in hoc barometro magis sensibiles sunt exprimendi, & rami hujus altitudo sit, qualis in baroscopiis communioribus, 30 aut 31 pollicum; longitudo vero rami horizontalis BC, quæ a proportione diametrorum ramorum pendet, trium pedum minimum esse debet. Si tubo sic parato Mercurius infundatur, & ramus ejus horizontalis pariter plenus sit Mercurio ad medietatem usque E circiter, aere existente mediæ consistentiæ, habebitur barometrum, quod 16 vicibus magis sensibiles exhibebit variationes, quam ordinaria barometra. Liquet enim, quod

Act. Erud. An. 1716. M. Jan. Pag. 11.

Tab. I. Fig. 1.

Act. Erud. An. 1716. M. Jan. quod, descendente Mercurio in ramo verticali ex spatio unius pollicis, progredietur in ramo horizontali ex E in F per spatium 16 pollicum; nam ramus verticalis aliud non est, quam simplex seu commune baroscopium.

Quodsi vero ramus horizontalis angustior aut verticalis amplior fieret, nemo non videt fore, ut variationes crescant in duplicata ratione diametrorum, adeo ut hæ variationes in infinitum magis magisque sensibiles reddi queant. Sed quia praxis talia semper incommoda secum trahere solet, quæ theoriæ successum difficilem efficiant, nimia est fugienda horizontalis rami angustia, quia aeris pressio non satis commode agit in tubo valde angusto, nec in eo Mercurius facile movetur. Horizontali igitur ramo vix minor quam unius lineæ diameter tribui debet. Propterea, loco imminutionis ejus diametri, satius est verticalem Tab. I. Fig. 2. ramum majoris amplitudinis assumere, non quidem per totam ejus longitudinem, sed tantum in summitate, addendo scilicet tubo BM, qui ejusdem ac in vulgaribus barometris crassitiei esse potest, capsulam vitream AM, in qua Mercurius perinde ac in Hugenii geminato descendet atque ascendet. Verum existente hac capsula valde laxa, insignis rami horizontalis longitudo, quæ hoc casu requiritur, instrumentum inconcinnum usuique parum accommodatum redderet, nisi incommodo isti promptum esset re- Pag. 12. Fig. 3. medium, contorquendo ramum horizontalem in spiralem vel quoquo alio modo in minus spatium redigendo flexuris illis, quas *Fig. 3.* exhibet, dummodo hæ flexuræ omnes in eodem plano horizontali existant.

Ad commodiorem hujus Barometri impletionem non abs re fore notat Autor, si ramus perpendicularis AB in exiguum tubulum in L apertum desinat, ita ut per ejus orificium argentum vivum infundi possit, dum orificium rami horizontalis C obstructum tenetur. Ambobus ramis hoc pacto impletis orificium L hermetice est sigillandum & obturamentum, quo orificium C obstruebatur, demendum, ut argentum vivum in verticali tubo AB ad consuetam in communioribus barometris altitudinem se demittere possit scilicet ad terminum D, & ex horizontali ramo superfluus effluere hydrargyrus; sed quia hac ratione ramus horizontalis Mercurii plenus manebit, suctione pars ejus conveniens est adimenda vel beneficio tubi capillaris ampullula instructi, quæ calefacta atque tubo horizontali intrusa atque in eo refrigescens Mercurium in suam cavitatem trahet. Hac ratione barometrum constructum usuique paratum erit.

Cæterum non inutile fuerit, si tubus verticalis in loco, quo horizontali jungitur, exigua curvatura instar receptaculi H instrua-

struatur, ad impediendum ex horizontali in verticalem ramum aeris ingressum, si quando horizontalem forte Mercurius deficeret; aut fortasse etiam ex nimia atmosphæræ pressione seu a vibrationibus Mercurii ex translatione barometri de loco in locum orta, quod postremum inconveniens si non tolli penitus, saltem obstruendo orificium C, minui potest... Act. Erud. An. 1716. M. Jan.

Præter simplicitatem, qua Bernoullianum istud barometrum se commendat, aliis insuper prærogativis præstare videtur barometris compositis hactenus inventis. Nam tubi pro Bernoulliano & facile parantur facileque etiam implentur, nec liquores in eo adhibentur in vapores sensibiliter abeuntes, quibus barometri effectus mirum quantum alterari solent. Nam in baroscopio a nobis descripto solus adhibetur Mercurius, qui in vapores sensibiliter non solvitur. Geminatum vero Hugenii barometrum, præterquam quod tubos requirat ægre parabiles & difficillime liquoribus implendos, liquores deposcit evaporationi obnoxios, cui incommodo illud etiam quod a Celeberrimo *De la Hire* ingeniose excogitatum & in Actis Acad. Reg. Paris. Scient. loco jam supra indicato subjectum est, aliudque præterea incommodum secum trahit, quod liquores ejusdem specificæ gravitatis sed impermiscibiles requirat, alioqui variationes ejus non indefinite augeri poterunt, sed intra certos terminos consistent quos transgredi nequeunt. Nam vocando specificas gravitates argenti vivi & ex liquoribus in barometro isto adhibendis gravioris scilicet & levioris m; t; p; capsularum vitrearum diametrum a, diametrum tubi angustioris b; invenio post Clar. Bernoullium, variationes in barometro Hireano se habere ad variationes in barometro ordinario seu communi, ut quantitas maa ad $2mbb, + aa - bb. t - p$). Jam quo minor est b quam a, eo propius accedit hæc ratio, rationi m ad $t - p$, quæ limitem exprimit, intra quem variationes barometri a Clar. *De la Hire* inventi collatæ cum variationibus Barometri communis continentur, quæ data ratio m ad $t - p$ eo solum casu infinita fit, quo $t = p$, hoc est eo casu, quo liquores in Hireano barometro adhibiti ejusdem sunt specificæ gravitatis, sed qui invicem permisceri nequeant. Pag. 13.

Posteaquam descriptio Bernoulliani barometri coram Concilio Academiæ Scientiarum Regiæ Parisiensis prælecta fuit, nuntiatum est Celeb. ejus Autori, similem barometri constructionem jam ante complures annos excogitatam fuisse a Celeberrimo Astronomo Jo. Dominico Cassino, sed postea neglectam ab ipso jacuisse, quod in praxi non successisset ob aerem, qui Mercurio in tubo seu ramo horizontali se miscuisse ejusque liberum fluxum impediisse scribitur. Sed quia, quid hac in re laudatus Vir molitus

sit,

Act. Erud. An. 1716. M. Jan. sit, nusquam memoriæ proditum sit, nec Bernoullius de ejus tentaminibus quicquam fando audiverit, inventionis laus ipsi denegari non potest, maxime quod ejus cum successu in Belgio factum esse periculum testari potest; & incommodum illud, quod Cassino remoram injecit, tolli posse arbitratur, tubum horizontalem suctione implendo; vel etiamsi compressione crumenæ cujusdam coriaceæ argenti vivi plenæque tubi horizontalis orificio applicatæ Mercurius tubo intrusus adscendere cogatur usque ad Pag. 14. summitatem tubi verticalis, orificium superius apertum habentis; hac Mercurii intrusione peracta, & obturato summo verticalis tubi orificio, crumena a tubo horizontali est removenda, ut argentum vivum in tubo verticali ad consuetam altitudinem delabi possit. Denique ut Mercurii fluxus in tubo horizontali commode fiat, tanta tubo isti amplitudo est tribuenda, quanta opus est ut Mercurius in eo contineatur, absque eo ut diffluat.



JOHANNIS VALLERII

PROFESS. MATH. UPSAL.

Observatio Eclipseos Solaris, quæ Upsaliæ contigit totalis An. 1715. die 22. April. St. v. horis antemeridianis.

Eclipsin Solis totalem, rarum illud in nostris terris phænomenon, siquidem prævidimus fore cum maxima mora conspicuam, die 22. April. horis antemeridianis: itaque instrumentis idoneis instructi conati fuimus nihil quidquam eorum prætermittere, quæ facere arbitrabamur ad accuratam ejus observationem.

Ad lineam meridianam sollicite inventam, repetitisque observationibus comprobatam, Sciatericum Horizontale construximus, ea, ut opinor, accuratione, quam polliceri possint oculorum acies, circini, stylique acumen. Hujus ad præscriptum, toto ante octiduo, tria direximus Horologia oscillatoria, optimi generis, a præstantissimis in Europa autoribus confecta; nempe Georgio Paschalio, Jac. Marckwyk, & nostro Christ. Pohlhammar, quæ cum per complures dies ne minuto quidem, neque inter se, nec a sciaterico differrent, ad hanc observationem idonea judicavimus.

Quadrantem præterea Astronomicum 5 ped. semidiametro cum limbo

limbo mobili in gradus, minuta prima & secunda accurate diviso, ad Solis altitudinem Lunæque diametrum captandam intra clausos parietes, demolito tecto collocavimus, ne levis aliqua aura bolidum aqua innatantium situm perpendicularem mutaret. Hujus Quadrantis graduum singuli quia exæquant quantitatem unius pollicis cum dimidio, distincte exprimere possunt divisionem in minuta prima & secunda per limbum mobilem, qui ope cochleæ perennis ad singula minuta secunda erat versatilis. *Act. Erud. An. 1716. M. Jan. Pag. 15.*

Duos quoque instruximus tubos opticos, ad imaginem Solis obscuratam excipiendam, alterum 26 ped. longitudine, opera & studio Marescalli, in arte expoliendorum specillorum peritissimi Angli, elaboratum; rati ex Solis disco pedalis diametri, facilius nos posse initium & finem obscurationis observare. Alterum vero tripedalem duabus quoque lentibus convexis armatum, qui 4 pollicum diametro reddidit nobis effigiem Solis, in tabula, 6 suis circulis concentricis notata, spectabilem; præsertim quia spectator pallio caput suum & tabulam depicti Solis involvendo cameræ obscuræ speciem haud incongrue imitabatur.

Parata quoque habuimus duo specula caustica, alterum duorum, alterum trium pedum semidiametro, eum in finem, ut ad datas chronometri vibrationes complicatæ papyri certum paginarum numerum igne focali perforando, æstimaremus incrementa & decrementa caloris solaris, & simul conjicere possemus, quantum terris officiant interdum maculæ solares, quæ multum luminis intercipiunt. Verum raræ nubes intendentes se subinde cœlo, ventus impetuosior & observantium inconstantia hos conatus optato destituerunt successu.

Thermometro igitur experti fuimus aeris mutationem, qualem infra adscripsimus singulis horis earumque quadris, æstimare. Thermometrum nobis non clausum erat, uti communiter fieri solet, sed in inferiori parte apertum; hujusmodi genera gradibus frigoris & caloris dignoscendis accommoda esse, & omnibus aeris mutationibus obnoxia sæpius animadvertimus.

Altitudo tubi erat tripedalis, diameter vero ad globum superiorem, ut 1 ad 10, unde omnis mutationis impatiens etiam Sphæram activitatis manus calidæ ad pedis distantiam prodidit. Tubus divisus est in 1000 partes æquales ita ut numeri in tabula expressi sint numeratores denominatoris 1000.

Idem quoque judicium esse debet de numeris, quibus descensus Mercurii in barometro indicatur, pollex nempe Anglicanus inter 29 & 30 divisus est in partes 100, qui denominator est numerorum adscriptorum. *Pag. 16.*

Act.Erud. An. 1716. M. Jan. Cum jam illuxisset tot votis expetitus dies 22. April. St. v. serenum nullisque maculis fucatum erat cœlum ad horam usque octavam matutinam: a quo tempore in nebulas coire cœpit aer atque ingrato spectaculo sensim eripere oculis nostris Solem deliquio propinquum: quem avidi omnes vel per aquam vel vitrum coloratum, vel perforatam papyrum, vel nudis oculis inter nebulas intuebamur errantem: nam tuborum, propter debile Solis lumen & vix sensibilem corporum umbram, exiguus tum erat usus: itaque initium eclipseos certius a nobis æstimari non potuit quam nudis oculis; quando per rariores nubes deprehendimus Solis partem occidentaliorem aliquid de rotunditate sua amittere.

Tab. I. Fig. 4. Dissipatis sensim nubeculis singulas decrescentis Solis phases, in digitos divisas, notavimus descripsimusque, donec circa horam secundam exigua quædam Solis particula ad instar veneris vespere lucentis remansisset; quæ quoque dicto citius disparuit.

Debilem antea & maligne decrescentem lucem excipiebant mox densissimæ tenebræ, cum frigore, cum vento, cum horrore spectantium & trepidatione.. Confusi omnes dignoscere nos invicem non potuimus, nec indicem horologii sine accensa candela discernere potis eram: memorant alii Oscines conticuisse, & animalia extra urbem ad pastum emissa, repetiisse nocturnas suas stationes, ruri vero tantum fuisse trepidationis, quantum

Machina si magni rueret convexa Tonantis.

Interea temporis vidimus tres planetas versus occidentem in una fere linea constitutos, Jovem nempe juxta Solem, interjecto aliquo spatio Mercurium, & remotiori intervallo Venerem falcatam; imprimis jucundo nobis spectaculo erat ☿, quem alioquin propter durationem crepusculorum in borealioribus nostris terris conspicere datum non est. Vidimus quoque Cassiopeam, capellam, oculum ♉, orionem, & surgentem Sirium.

Pag. 17. Videremus & plures stellas, nisi sparsæ nubes illarum adspectum nobis denegassent. Sub maxima obscuratione corpus lunare apparebat globosum, rude & inæquale, fusco imbutum colore. Notabile quoque fuit, quod circulus lucidus, qui Lunam, instar halonis cingebat, non ejusdem appareret splendoris, nam orientem versus & occidentem illustrior erat, quam ad boream & austrum, pauloque rubicundior videbatur australis ejus pars quam borealis.

Dum huic spectaculo partim terribili, partim & admirabili im-

immoramur attoniti, ecce ad instar lucidissimæ Stellæ reddita est nobis particula quædam Solis, quæ inter montes Lunæ occidentaliores nitens tantum lucis attulit, ut in horologio minuta discernere possem. Itaque reversus ad tabulam observatoriam inter gratulantium sermones ob redditum Solem, & sensim recuperatam lucis calorisque copiam, Phases crescentis Solis singulas secundum delineatos digitos notavi descripsique.

Act. Erud. An. 1716. M. Jan.

Altitudo Pol. Upsaliæ observata Quadrante Astronomico 59° 51′ 54″

Tempus Eclipseos		Altitudo Solis observata	Thermometri variatio	Barometri descensus.
	h ′ ″	° ′ ″		
Initium	9 47 50	39 36 42	438	29 45
			483	
Tota Immersio	10 58 15	44 17 29	524	
			647	
Media	11 0 19	Diam. ☾ obser. 33 38	653	29 42
			656	
Prima emersio	11 2 24	44 29 13	633	
			667	
Finis	11 55 40	45 42 6	403	29 31
			315	
Dur. tot. obsc.	4 9			
Tot. duratio	h ′ ″ 2 7 50			

Act. Erud. An. 1716. M. Jan. Pag. 18.

OBSERVATIONES ALIÆ ECLIPSIS SOLIS

quæ Anno 1715. *die* 3. *Maji accidit, in diversis Europæ locis factæ.*

VIR Cl. *Johannes Henricus Hoffmannus*, Astronomus Regius, Berolini in observatorio Regio d.3. Maji anno superiori eclipsin Solis ea ratione observavit, quæ ex adjecto schemate intelligitur. Initium ob cœlum nubilum fuit dubium, medium accidit h. 10, 22', finis vero h. 11 34' 1". Magnitudo notata 11 præcise digitorum, proportio diametrorum Solis & Lunæ ut 1000 ad 1045.

Tab. I. Fig. 5.

Pirnæ Cl. *Schmiderus*, Phil. & Med. D. initium annotavit h.9 15', medium h.10 30', finem h. 11 32', adeoque durationem integram h.2 17'. Magnitudinem æstimat 10 digitorum. Species Solis per tubum tripedalem in cameram obscuram immissa, tempus ex horologio secundum horologium solare directo fuit æstimatum.

Dantisci notatæ sunt phases, ut sequuntur:

Incrementum.		'	"	Decrementum. Obscuratio maxima & decrementa priora inter nubes dubia		'	"
Initium	h.9	40	2				
½ Dig.		43	32	7 Digit.	h. 11	19	53
1 Dig.		45	51	6½		23	16
1½ Dig.		47	56	6		27	0
2 Dig.		50	31	5½		30	3
2½ Dig.		53	57	5		33	3
3 Dig.		56	59	4½		36	25
3½ Dig.		59	47	3		45	58
Nubes intervenere				2½		48	15
7 Dig.	h.10	21	17	2		50	40
8 Dig.		26	55	1½		53	49
8½ Dig.		30	14	1		56	49
9 Dig.		33	50	½		59	21
10 Dig.		40	50	Finis	h. 12	2	40
10⅔ Dig.		46	25				

Warsaviæ initium accidit h.9 49', medium & finis ob nubes observari non potuit. Incrementi phases annotatæ sunt:

		'	"			'	"
1 Digit.	h. 9	55'	30"	6 Digit.	h. - -	25'	30"
2	10	0	30	8		38	30
3		6	0	9		46	0
5		18	30	10		57	0

Pag. 19.

Circa decrementum pauciores observari permisit cœli inclementia. Nempe 8 $\frac{1}{2}$ Dig. obscurati adhuc fuere h. 11 19′, 7 digit. h. 11 29′ 30″, 6 dig. h. 11 35′ 30″ & 5 dig. h. 11 42′. Act. Erud. An. 1716. M. Jan.

Parmæ admodum Rev. P. *Achilles Beccadelli* Soc. Jesu, Publicus Mathematum Lector, sequentia annotavit.

Temp. P. M. Diei 2. Maji Horol. oscill. Cycloidale.	Digiti ecliptici.	☉ Circumferentia deficiens.	In Heliometro cujus radius Palm. Rom. 22 $\frac{1}{3}$ Ing. Cor. { Limb. sup. 55416 Inferior. 56624
H. ′ ″		o. ′	
20 45 5	Initium		Diam. App. ☉ 31′ 33″
-- 55 16	2	64 30	
21 1 48	3	77 --	Diam. Appar. ☽ ex Phasibus observationis,
-- 4 48	4	96 --	
-- -- 45	6	121 --	aliquando 33′ 5″
-- 23 3	7	137 --	alias 32′ 49″
-- 34 43	8	45 30	
-- 45 44	9	155 --	Initium auctum intra duo secunda temporis.
-- 51 35	9 $\frac{1}{3}$	163 --	
22 8 40	8	150 --	Finis aliquanto tardior hora notata tribus ad summum 2. secundis: nubes enim illum omnino exacte observare vetarunt.
-- 13 5	7	136 --	
-- 24 53	6	125 --	
-- 30 49	5	114 --	
-- 37 52	4	100 --	
-- 46 19	3	82 --	
-- 52 8	2	67 --	
-- 58 12	1	47 30	
23 -- 45	finis		

Act. Erud. An. 1716. M. Martii. Pag. 97.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXII. &c.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM, Anni 1712. cum Commentariis Mathematicis & Physicis ejusdem Anni.

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1715. in 12. reg. Alph. 1. plag. 3. Tabul. æn. 18.

IN *Physica generali* novis observationibus confirmatur, quod maximus æstus maris contingat duobus aut tribus post novilunium & plenilunium diebus, minimus contra duobus aut tribus post quadraturas; quod crescat Lunæ a terra distantia decrescente & contra; quod retardatio ejus diurna minor sit a syzygiis ad quadraturas, quam a quadraturis ad syzygias. Præterea per eosdem docetur, aquas marinas lentius descendere, quam ascendere & eo magis descendere, quo magis ascenderant. *Cassinus* filius iisdem utitur ad regulam condendam, juxta quam fluxus & refluxus tempus in scrupulis horariis prædici possit. Reperit autem aliquali differentia opus esse in portubus diversis. *De la Hire* Filius considerat observationes barometricas a *Valleria* in cupri fodina Sueciæ & monte eidem vicino factas, & inde docet altitudinem & densitatem aeris versus polum crescere, quod idem jam ante per observationes *Richerii* in insula *Cayenna* factas probabile erat. *Maraldi* apum historiam accuratam tradit, quas per annos complures attente observavit, ita ut hic invenias, quæ in amplis Tractatibus
Pag. 98. de hoc insecto editis frustra quæsiveris. De *Reaumur* aliquot conchyliorum motum progressivum describit. *Delisle* inter se comparat observationes declinationis acus magneticæ in diversis Galliæ locis factas: unde apparet, in locis Parisiis orientalioribus majorem esse, in occidentalioribus contra minorem; ab anno 1703. usque ad 1711 incrementum annuum Genevæ idem fuisse quod Parisiis, nempe 15 minutorum, nisi quod utrobique idem ab A. 1710 usque ad 1711 nonnisi quinque minutorum fuerit; ab A.1706 usque ad 1711 in multis Galliæ urbibus declinationem eadem fere, quæ Parisiis, decrementa cepisse; in terminis Galliæ quoad longitu-

gitudinem differentiam declinationis gradum unum cum dimidio non excessisse. Declinationem magnetis primus deprehendisse fertur A. 1549 *Cabotus* nauta Venetus; sed *Delisle* dicitur possidere MSS. naucleri cujusdam Dieppensis, cui *Crignonii* nomen fuit, A. 1534 *Chaboto* rei maritimæ Præfecto dedicatum, in quo jam ejus mentio fiat. Variationem acus magneticæ primus observasse perhibetur *Gassendus*. Adduntur alia ad historiam magneticæ declinationis spectantia. *Billerez* Anatomiæ & Botanicæ Professor Vesuntinus cavernam in comitatu Burgundiæ sitam describit, in qua æstate aer frigidior quam hieme, ita ut æstate glacies in ea concrescat, quæ hieme rursus in aquam resolvitur: notatuque dignum est, quod quo intensior fuerit calor æstivus, eo copiosior fit glaciei proventus. Causam inde arcessit, quod terræ vicinæ sint sale quodam nitroso plenæ. *De la Hire*, qui quantitatem aquæ pluvialis ac nivalis singulari cum cura constanter observat, notat, An. 1711 eandem fuisse 25 digitorum cum duabus lineis, cum ordinarie 19 digitos vix excedat. Similiter scalam integram, quam Mercurius emensus est, hoc anno deprehendit digiti unius, linearum $7\frac{2}{3}$, quæ ordinarie non superat digitum cum quatuor lineis. Die 30. Decembr. A. 1711 declinationem acus magneticæ observavit 10° 50′ versus occasum *Scheuchzerus*, quantitatem aquæ pluvialis eodem anno Tiguri æstimat 45 digitorum & lineæ unius; scalam barometricam reperit nonnisi 12 linearum cum dimidia. Act. Erud. An. 1716. M. Martii.

In *Anatomia Littre* describit sectionem hominis 44 annorum aneurismate exstincti, variaque inde deducit, quæ causas & symptomata hujus morbi concernunt. Cum aneurisma in dilatatione extraordinaria aortæ consistat; causam conjicit in diminutionem cavitatis duarum arteriarum, nempe axillaris dextræ & subclaviæ sinistræ, quæ a defectu virium elasticarum derivatur. Quæ de glandularum structura a *Winslowio* detecta in Actis Anni 1715. pag. 297. recensuimus, ulterius illustrantur. *Godofredus* junior observationes quasdam historicas de lapide bezoardico communicat. Reperitur is passim in ventre certorum animantium Indiæ & ex variis crustis concentricis nucleum in centro continentibus constat. Est autem nucleus granum alicujus plantæ, quod animal digerere non potuit; non tamen semper ejusdem generis. Ex qua varietate erroris redarguit illos, quibus lapides bezoardici factitii putantur. *Mery* in consessu Academicorum ostendit, nervum opticum cum retina originem trahere a cerebro, choroidem a pia matre & corneam a dura matre. A nervo optico tam piam, quam duram matrem eodem modo separavit, quo a cerebro separari solent & incisione nervi secundum longitudinem facta substantiam Pag. 99.

medul-

Act.Erud. An. 1716. M.Martii. medullosam cerebro similem expressit. Retinam eadem repletam esse docuit. Negat igitur, quod vulgo creditur, nervum opticum esse congeriem filamentorum nerveorum in fasciculum collectorum, nec retinam concedit esse membranam ex fibrillis nerveis contextam. His utitur ad confirmandam sententiam *Mariotti*, quam jam ante aliis argumentis propugnavit, quod scilicet choroides, non retina, sit præcipuum visus organum. *De Reaumur*, ut certus fieret, utrum, quod vulgo creditur, pedes cancrorum renascantur, nec ne, cancros pedibus resectis vasis conclusit, nec fallacem esse vocem vulgi didicit. *Littre* in cadavere fœminæ 54 annorum cor sine pericardio reperit, siccum, durum, superficiei inæqualis, scabrum, pauca pinguedine parumque unctuosa vestitum. Valetudinaria fuit & sterilis in 20. annorum matrimonio. *Mery* in scenam producit fœminam, quæ anno ætatis 16 nupta viro juveni & vigoroso vulvam habebat adeo arctam, ut is penem immittere nequiret, cum vix calamum scriptorium admitteret. Cum per undecim integros annos in vagina amplianda frustra desudasset maritus, sua tandem sponte amplior Pag. 100. evadebat & a quinto gestationis mense continuo ampliabatur, ut partum tempore consueto feliciter ederet fœmina. Jungit idem *Mery* fœtum masculum, qui, etsi cerebro & medulla *spinali* destitutus, per horas tamen viginti & unam vixit.

In *Chymicis* novi phosphori *Hombergiani*, cujus in Actis annorum proxime superiorum pag. 238 & 299 facta est mentio, rationes physicas reddere conatur *Fontenellius*. Brionniam inter purgantia ad examen revocat *Boulduc*. Infusionem præfert decoctionibus, & eam, quæ fit in vino albo, potiorem habet altera quæ fit in aqua. Commendat autem ad infusionem parandam radicis exsiccatæ drachmam unam, viridis vero quatuor. *Lemery* filius rationes comminiscitur colorum, quos Mercurius in spiritu nitri solutus & per alcali quoddam præcipitatus acquirit. *Hombergius* variis experimentis chymicis docet, inesse quoddam acidum sanguini animantium. Per fortem nimirum destillationem sanguinis obtinuit liquorem rutilum, qui idem & acidus deprehenditur, cum tincturam heliotropii rubram efficiat, & alcalicus, cum spiritu salis effervescat. Dum *Lemery* aurum in aqua regia solutum beneficio spiritus volatilis salis Armoniaci & aliquot guttarum olei Tartari præcipitabat: fumi in fermentatione ascendentes odorem roris marini spirabant. *Hombergius* exponit modum, quo figuræ lapidibus insculptæ vitro colorato imprimi possint. Scilicet massæ humidæ ex terra tripolitana, qua ad poliendum vitrum utuntur, figuram lapidis imprimit, & vitrum in fumo vi ignis mollefactum ope ferri modulo huic apprimit.

In

In *Botanicis* observationibus suis de fuco in Actis Anno 1715. p. 299. relatis alias nonnullas superaddit. Imprimis autem notabile, quod in quadam fuci specie detexerit plantam quandam parasitam, quæ ibi nascitur & inde nutrimentum capit, proprio tamen semine gaudet. *De la Hire* junior internam ficus structuram describit & inde ostendit, quod non minore jure in florum, quam in fructuum numerum referatur. *Chevalier* confirmat, se vidisse fructus, quorum pars alia mali aurati, alia limonii indolem habet. *Boulduc* observat, capita sive fructus (non flores, quos vulgo prædicant) papaveris erratici habere bonos opii effectus, sed non malignos. Extrahit nempe massam solidam ex capitibus adhuc viridibus & dosi utitur duorum, trium vel quatuor granorum. *Jacobus Scheuchzerus* relationem MSC. itineris, per montes Helvetiæ anno 1709 suscepti, Academiæ Scientiarum submisit. *De la Hire* junior phænomenon quoddam singulare describit, quod accidit *Dracocephalo Americano Breynii*. Flores scilicet omnem situm intra semicirculum horizonti parallelum tuentur, quem ipsis assignaveris. Rationem ex structura reddit.

Act. Erud. An. 1716. M. Martii.

Pag. 101.

In *Geometria* notavit *Rollius*, artificia analyseos *Diophanteæ* applicari posse ad descriptionem Curvarum. Scilicet notum est, ductum curvæ innotescere solere, si in ejus æquatione pro abscissa successive substituantur numeri naturales 0. 1. 2. 3. 4. &c. & inde determinetur valor ordinatorum. Sed cum is hac ratione plerumque irrationalis inveniatur; *Rollius* advertit, per artificia *Diophanti* eum fieri posse rationalem. Cum enim veteres numeros irrationales pro veris numeris non haberent; ipse problemata numerica, nonnisi in rationalibus solvit. Præterea cum multæ proprietates notabiles non fiant manifestæ, si abscissæ 0. 1. 2. 3. 4. &c. dicantur, cum pendeant ab ordinatis ad abscissas istis intermedias pertinentibus; Noster consultum judicat, ut, ubi æquatio determinata facta fuerit, limites radicum quærantur, quo appareat, intra quod intervallum radices contineantur. Idem judicat, methodum *Cartesii*, si generalis esse debeat, opus habere vel cautelis, vel supplementis. *Varignonius* theoremata nonnulla demonstrat, quæ indolem circuli osculatoris manifestiorem reddunt. Idem sine analysi solvit problema, cujus Geometra aliquis solutionem per eandem frustra tentaverat, *Circulum describere, qui parabolam in puncto dato & tangentem per verticem ejus ductam una tangit*. Addit solutionem alterius multo generalioris de inveniendo centro circuli, qui circulum alium positione datum & curvam quamcunque datam in dato puncto contingat. *De la Hire* methodum construendi æquationes algebraicas per combinationem locorum adversus *Rollium*, qui eam impugnaverat, ulterius defen-

Act.Erud. An. 1716. M.Martii. Pag. 102. dit. *Bomie* exhibet demonstrationes proprietatum tractricis, quas in Historia Anni 1711. sine demonstratione relatas in Actis anni superioris pag. 300 indicavimus. Utitur autem in demonstrationibus istis Analysi *Leibnitiana*.

In *Astronomicis* inclinationem quarti Satellitis Jovis ad orbitam sui primarii ex eclipsi partiali anno 1702 d. 1. Sept. observata eruit *Maraldi* 2° 52′, quam *Cassinus* methodo alia magis perplexa & multum difficiliori (eclipses enim partiales satellitum sunt phænomena rarissima) invenerat 2° 55′. Recensentur quoque *De la Hire* utriusque, *Cassini* atque *Maraldi* observationes eclipseos lunaris, quæ d. 23 Jan. anno 1712 accidit. *De la Hire* senior observationem suam comparat cum *Wurtzelbaueriana* Norimbergæ facta & inde elicit differentiam Meridianorum Parisini & Norimbergensis 34′ 30″.

In *Opticis* rationem dat *De la Hire*, cur fundus oculi felis sub aquam demersæ fortiter illuminatus appareat, qui in aere videri prorsus nequit. Ait scilicet, corneam in aere esse speculum convexum, quod imaginem intuentis reflectens impediat, quo minus aliquod objectum pone ipsam videri possit. Cum vero aqua physice homogenea sit; sub aqua eam non amplius vicem speculi convexi præstare, sed plani potius aquei, adeoque per ipsam videri, quæ per aquam cernuntur.

In *Mechanicis* idem *De la Hire* invenit regulam, ab Architectis hactenus desideratam, determinandi crassitiem pilarum, ut sint fornicibus ferendis pares. Sed cum ea non sit in ratione constante ad altitudinem, vel latitudinem aut etiam semidiametrum fornicis; brevibus exponi nequit regula. *Cartesius* docuit, corpora mundi totalia vi vorticum cœlestium circumagi. Operæ itaque pretium erat considerare motum corporum a vorticibus agitatorum. Quare cum nemo hactenus vorticum theoriam geometricam tradiderit; *Saulmon* huic negotio se accinxit & nunc primum tentamen publicavit de motu cylindri in vortice cylindrico, cujus axis est axi cylindri parallelus. Utitur autem calculo illustris *Leibnitii*, qui clavem ad hæc arcana reseranda dedit. *Parentius* novam suam staticam continuat, in qua affrictus ratio habetur.

Pag. 103. Hoc anno Academia Scientiarum jacturam fecit duorum Sociorum, nempe *Claudii Bergeri* & *Johannis Dominici Cassini*. Ille natus est d. 20 Jan. anno 1679 Parisiis, Patre *Claudio Bergero*, Medicinæ Doctore. Sub *Tournefortio* Botanicæ operam dedit, qui ipsum in Academia Scientiarum anno 1699 sibi adjungi curavit. Postea Adjunctus *Hombergii* factus. Medicinæ Doctor creatus per biennium Medicinam non sine successu professus tyronibus artis salutaris. Anno 1709 Professionem Chymiæ in horto Regio

ipsi

ipsi cessit *Fagonius*. Obiit d. 22 Maji anno 1712. Successit in Academia *Imbertus*, Medicinæ Doctor. *Cassinus* natus est Perinaldi d. 8. Junii anno 1625. Pater ejus fuit *Jacobus Cassinus*, Nobilis Italus. Cum libros astrologicos quosdam accepisset, prædictiones Astrologicas non sine successu tentavit: sed ubi *Pici Mirandulæ* librum adversus Theologos legisset, collectanea astrologica *Vulcano* immolavit & Astronomiæ studio se dedit. Tantos in eo mox fecit progressus, ut anno 1650 ætatis 25, a Senatu Bononiensi eligeretur Successor *Cavallerii* in Professione Astronomiæ. Anno 1652 cum *Malvasia* senatore Bononiensi atque Astronomo Cometam per zenith transeuntem observavit & peculiari Tractatu anno 1653 edito descripsit: in quo cometas pro corporibus mundo coævis habet atque Apogæum & eccentricitatem cometæ a se observati geometrice determinavit, id quod *Keplero* atque *Bullialdo* impossibile visum fuerat. Anno 1575 occasione reformationis Calendarii Juliani *Ignatius Dantes*, monachus Dominicanus, Professor Astronomiæ Bononiensis, in templo *S. Petronii* duxerat lineam meridianam, in qua Solstitia observari possent. *Cassinus* per observationes accuratas Solis dijudicaturus, num aliqua inæqualitas physica insit motui Solis, quemadmodum supponit *Keplerus*, anno 1653 consultum judicavit, ut ibi nova linea meridiana duceretur priori & longior, & exactior: quod institutum ita executus est, ut variationi distantiæ solaris a vertice nonnisi unius minuti respondeant in pavimento marmoreo, ubi ducta meridiana, 4 lineæ pedis Parisini. Altitudo gnomonis est 1000 digitorum, qui per foramen rotundum atque horizontale, cujus diameter unius digiti, imaginem Solis in meridianam demittit. *Ricciolus* opus vocat angelicum magis, quam humanum. A. 1655 peculiari scripto Mathematicos omnes invitavit ad solstitium ejus anni observandum & alio usum Meridianæ suæ exposuit. Invenit autem ope ejus, quod primum quæsiverat, nempe inæqualitatem physicam in motu Solis. Mox observationibus ejus beneficio institutis novas Tabulas motuum Solis inædificavit, reliquis qui tum prostabant, accuratiores. *Tycho de Brahe* tradiderat, in gradu altitudinis 45 evanescere refractiones. Sed *Cassinus* accuratius re expensa deprehendit, eas usque ad zenith extendi, quamvis a gradu 45 usque ad zenith nonnisi unius minuti incrementum capere possit. Tabulas igitur secundas adhuc magis accuratas composuit, in quibus nova refractionis theoria usus & parallaxin Solis decem scrupulis secundis non majorem admisit. *Marchio Malvasia* anno 1661 in quinque annos Ephemerides motuum Solis secundum *Cassini* Tabulas composuit, & *Geminianus Montanarius*, Matheseos Professor Bononiensis, publice testatus, Solem in meridiana *Sancti*

Act. Erud. An. 1716. M. Martii.

Pag. 104.

Act.Erud. An. 1716. M. Martii. *ßi Petronii* punctum dato tempore attigisse, quod per ephemerides istas contingere debebat. Anno 1657 inspectionem aquarum in ditione Bononiensi & anno 1663 munimenti *S. Urbani* obtinuit. *Clemens IX.* Pontifex Maximus ipsum ad dignitates ecclesiasticas evehere voluit, quas tamen modeste recusavit. Anno 1664 præsente Regina Sueciæ Cometam tunc apparentem Romæ observavit & prædictionibus secundum suam theoriam factis respondere eventum didicit. Anno 1665 novus apparuit Cometa, de cujus motu mox tabulas edidit & eodem adhuc anno Tractatum de duobus hisce Cometis edidit, in quo formam calculi publico impertitus. Idem dicitur eodem tempore Parisiis præstitisse *Picardus*. Anno 1665 umbras satellitum Jovis in ejus disco detexit, quando inter eum atque Solem feruntur, & per maculam in Jove observatam motum vertiginis hujus planetæ deprehendit 9. h. 56'. Anno 1667, simili modo motum vertiginis Martis advertit esse 24 horarum & 40 minutorum. Motum vertiginis Veneris, in qua reditus macularum ægre observantur, quia plerumque falcata vel cornuta videtur, motui Martis fere æqualem suspicatus est, sed nondum quantitatem determinare ausus.

Pag. 105. Multas ipsius observationes physicas de insectis *Montalbani* imprimi curavit in operibus *Aldrovandi*. Anno 1668 ephemerides siderum Mediceorum seu satellitum Jovis publicavit, in quibus eclipses certo prædixit, quod frustra tentaverunt *Galilæus*, *Marius* atque *Hodierna*, quia ignorabant inclinationem satellitum ad orbitam Jovis, quam primus *Cassinus* detexit. *Colbertus*, cum anno 1666 Academia Regia Scientiarum fundaretur, desiderabat, ut *Cassino* commercium literarium cum eadem intercederet, sed mox in Galliam vocatus, consensu Papæ & senatus Bononiensis, quo anno 1669 venit. Equidem post aliquot annos reverti in Italiam debebat, id quod etiam senatus Bononiensis ardenter efflagitabat; sed restitit *Colbertus*. Anno 1673 Parisiis uxorem duxit. Cum anno 1672 observatores in insulam *Cayennæ* æquatori vicinam mitterentur; vera esse experti sunt quæ Cassinus de refractionibus & parallaxi Solis conjectando assecutus fuerat. Iidem parallaxin Martis observare debebant, dum *Cassinus* cum ceteris Astronomis eidem observationi incumberet Parisiis: sed is tum methodum excogitavit, vi cujus unus observator eodem in loco eandem scrutari potest, indeque parallaxin Solis determinavit 10 secundorum. An. 1680 nonnisi semel observaverat Cometam, cum Regi prædiceret, quod eadem via incessurus sit, qua Cometa anno 1577 a *Tychone* observatus incessit: id quod etiam factum. Anno 1683 primum observavit lumen in zodiaco antea non animadversum. Anno 1674 Saturni

hi satellitem tertium & quintum; anno 1684 primum & secundum detexit. Anno 1687 excogitavit cyclum Lunæ solarem annorum 11600 & anno 1693 novas dedit tabulas motuum satellitum Jovis, quibus usi sunt ad determinandas longitudines locorum Telluris. Anno 1695 in Italiam profectus & meridianam *S. Petronii* restauravit, quam ex parte jam tentaverat *Gulielminus*. Erat illa peripheriæ Telluris $\frac{1}{600000}$; sed anno 1700 produxit meridianam Parisiorum, anno 1669 a Picardo inchoatam & anno 1683 continuatam, ut fieret illius pars quadragesima quinta. Aliis inventis pluribus Astronomiam ditavit ex. gr. methodo computandi longitudines locorum ex eclipsibus Solis observatis, methodo inveniendi verum situm macularum Solis, modum describendi lineas spirales, quæ repræsentant apparentias motuum Planetarum in Tellure, modum explicandi motum librationis Lunæ per combinationem duorum motuum, quorum unus est menstruus, alter est motus vertiginis eodem fere tempore absolvendus. Postremis vitæ annis visu orbatus & anno 1712 d. 14 Sept. ætatis 87 sine ullo morbo obiit. Successit in ejus locum filius, paternarum dotium hæres.

Act. Erud. An. 1716. M. Martii.

Pag. 106.

PROBLEMA:

M. Maji. Pag. 226.

Data serie linearum per rectæ in eadem Linea constantis variationem prodeunte invenire aliam seriem linearum, quarum quævis priores omnes ad angulos rectos secet.

HOC problema inserviet ad exercendos explorandosque profectus in Calculo differentiali. Solutionem ejus generalem se habere significavit eminens in his studiis Vir, Johannes Bernoullius. Et insignis est usus etiam in applicatione ad Physico-Mathematica, nam in dioptricis est quærere undas Hugenianas dato medio tali, ut radii sint datæ figuræ; vel in phoronomicis quærere synchronas Bernoullianas. Et qui solutionem generalem dabit, operæ pretium se fecisse ostendet. In casibus tamen specialibus sæpe facilior habetur solutio velut cum curvæ datæ sunt Conicæ. Et cum casus, quo datæ sunt Hyperbolæ ejusdem centri & verticis ad meliorem problematis generalis intellectum inserviat, solutionem ejus ingeniosam subjicere placet, quam Dominus Nicolaus Bernoullius junior, Johannis filius, dedit his verbis,

Pag. 227.

Pra-

Act. Erud. An. 1716. M Maji. Tab. I. Fig. 6. Pag. 228.

Problema. Invenire Lineam, quæ ad angulos rectos secet omnes Hyperbolas ejusdem verticis & ejusdem centri.

Solutio. Sit LA axis transversus hyperbolarum AB, AC, AD AG, &c. quarum commune centrum O, vertexque communis A: Linea quæ easdem ad angulos rectos trajiciat sit BCDG, cujus natura & constructio exhibenda est. In hunc finem concipiantur ex hyperbolis duæ proximæ AC, AD quibus trajectoria quæsita occurrat in C, D: Ex puncto C tangens CF, atque applicata CE ductæ intelligantur, huicque perpendicularis DS, itaut habeatur triangulum DSC simile triangulo CEF; nec non ex proprietate sectionum conicarum jam ab Apollonio demonstrata tres rectæ OF, OA, OE continue proportionales.

Positis itaque semiaxe OA, a; abscissa curvæ quæsitæ OE, x, ejusdemque applicata EC, y; erit DS (dx) : CS ($-dy$) $=$ CE (y) : EF ($-ydy:dx$) sumo autem $-dy$ pro CS quia crescente x, decrescit y. Hinc OF (OE $-$ EF) $= x + ydy:dx = (xdx + ydy)$: dx & OF.OE $= (xxdx + xydy):dx =$ (ob OF, OA, OE continue proportionales) OA^2 $= aa$. Reducta æquatione, provenit $ydy = (aa - xx)\,dx : x = aa\,dx : x - x\,dx$ sumptisque integralibus $yy \pm bb = 2aa\,lx - xx$ seu $yy + xx \pm bb = 2aa\,lx$ (per lx intelligo logarithmum ipsius x, est enim $dx:x$ differentiale logarithmi ipsius x seu dlx). Æquatio inventa reducitur porro ad æquationem percurrentem seu exponentialem, assumendo ad mentem Patris idem olim facientis, n pro numero unitatis hoc est $ln = 1$. Hoc enim modo membrum prius æquationis inventæ $yy - xx \pm bb$ per 1 hoc est per ln multiplicatum esse supponi potest, unde habetur $(yy + xx \pm bb)\,ln = 2aa\,lx$, sumtisque more solito numeris ex logarithmis emergit tandem $n^{yy + xx \pm bb} = x^{2aa}$ æquatio exponentialis pro natura trajectoriæ quæsitæ BCD. Quæ vero ut construatur, in auxilium vocanda est curva logarithmica.

Constructio. Ex centro hyperbolarum O excitetur ad axem transversum perpendicularis OR, ad quam ut asymtoton & per punctum H pro lubitu sumtum descripta sit logarithmica arbitraria HZI; habeat illa commoditatis gratia subtangentem æqualem semiaxi transverso AO. Hinc ducta per E perpendiculari MEI quæ occurrat logarithmicæ in I, erit sumta OH pro unitate EI $= lx = \int adx : x$. Quia autem in solutione invenimus $ydy = aa\,dx : x - xdx$ (id quod dat $yy = 2a\int adx : x - xx$) capiatur EM $= 2a$, tum diametro MI descriptus circulus secet LE in N: porro diametro NE (cujus utique quadratum $=$ ME.EI $= 2a\int adx : x$) describatur semicirculus NPE, in quo adaptetur NP $=$ OE $= x$,

du-

ductæque EP (cujus quadratum $= NE^2 - NP^2 = 2a\int adx : x - xx$) abscindatur æqualis EC; quo facto erit hujus quoque quadratum $= 2a\int adx : x - xx = yy$. Ergo punctum C erit in curva quæsita B.CD.Q.EF. Act. Erud. An. 1716. M. Maji.

Scholion. Quandoquidem hyperbolarum a trajectoria normaliter secandarum parametri variabiles existunt, possunt parametri vel ultra infinitum (ut ita loquar) excrescendo, vel infra o decrescendo evadere negativæ: at vero hyperbolæ ad parametros negativas degenerant in ellipses: Unde concludere licet eandem trajectoriam BCD si continuata intelligatur versus hyperbolas oppositas, ad angulos quoque rectos occursuram ellipsibus super eodem hyperbolarum axe transverso descriptis. Confirmatur hoc per Calculum, nam si pro ellipsibus istis separatim quæratur trajectoria, sicuti id factum est pro hyperbolis; eadem prorsus quam supra invenimus prodibit æquatio; ita ut duo ista problemata etsi diversa videantur revera tamen nonnisi unum idemque sint.

Quod si eadem logarithmica HZI super asymtoto OR sursum deorsumve translata intelligatur, ut nempe OH major minorve fiat; manifestum est aliam semper trajectoriam BCD per constructionem nostram prodire, unde numerus curvarum quæsito satisfacientium atque hic exhibitarum orietur infinitus. Si quis earum formas exploret considerando attente constructionem nostram vel simpliciter æquationem $ydy = aadx : x - xdx$, observabit singulas ex trajectoriis istis formare figuras clausas verticem hyperbolarum tanquam umbilicum ambientes, quibus singulis aliæ totidem respective similes & æquales respondent circa alterum verticem ceu umbilicum L quæ hyperbolas oppositas ellipsesque super axe AL descriptas pari modo trajiciunt normaliter. Et quemadmodum illæ omnes inter O & A, ita hæ omnes inter O & L axem transversum LA secant, iterumque eundem utrinque prolongatum trajiciunt: ubi hoc notandum, puncta ista intersectionum interna magis magisque ad centrum hyperbolarum O accedere, nunquam tamen illud attingere posse, nisi trajectoria abeat in rectam OR perpendicularem ad axem LA, quæ utique solas ellipses ad angulos rectos secat, hyperbolis vero occurrere nequit. Notandum præterea omnium trajectoriarum circa A vel L descriptarum apsides vel puncta remotissima ab axe inveniri in eadem linea recta; nempe in ea quæ perpendiculariter axem secat in A vel L, quod vel hinc quoque patet, quia perpendicularis hæc cum haberi possit pro hyperbola vel ellipsi parametri infinitæ, per quam nempe hyperbolæ quasi transeunt in ellipses, ipsa quoque a trajectoriis singulis normaliter Pag. 230.

liter

Act.Erud. An. 1716. M. Maji. liter secatur, quarum proin intersectiones sistunt puncta remotissima ab axe.

Ceterum si circa punctum A concipiatur medium diaphanum densitatis ita variantis, ut radii ex puncto lucido A emanantes incurventur in hyperbolas AB, AC, AD &c. manifestum est unamquamque ex trajectoriis BCD fore undam Hugenianam, vel Patris mei synchronam ad quam scilicet radii lucis vel mobilia secundum medii raritates in curvis AB, AC, AD &c. accelerata æqualibus temporibus perveniunt.



M. Junii. Pag. 284.

PROBLEMATA ARITHMETICO-GEOMETRICA

acutissimis Mathematum cultoribus proposita

a FERDINANDO ERNESTO *Comite ab* HERBERSTEIN, *An.* 1716.

Pag. 285. INter infinitas easque admirandas numerorum proprietates non postrema est, quæ tribus quibuscunque numeris certa lege in Figuram trianguli dispositis summas Perpendiculis adscriptas exhibet semper æquales. Fertilissimæ hujus messis fructus vel ex solo manipulo sub hoc Schediasmate contento nullo labore deteguntur: Ut porro ad ulteriora pateat aditus, sequentia Geometris proponere libuit.

Tab. I. Fig. 7. 1. Invenire Speciem Figuræ Geometricæ rectilineæ ita ut adscriptis singulis Figuræ angulis quibuscunque numeris, summæ binorum quorumcunque eidem lineæ adscriptorum, & numeri adscripti angulo eidem lineæ correspondenti, sint omnes inter se æquales.

2. Idem efficere in triangulo, qui sua circumvolutione generet conum datæ soliditatis.

Pag. 286. 3. Idem efficere in triangulo, cujus Perpendicula sint in ratione data.

4. Idem invenire in triangulo, super cujus lateribus descripti circuli sint Arithmetice progressionales.

5. Idem præstare in triangulo, super cujus lateribus tanquam diametris descripti circuli sint in ratione imperata.

6. Idem exhibere in triangulo, ita ut summa laterum referente magnitudinem speculi plani, summa Perpendiculorum exhibeat distantiam objecti a speculo ad hoc ut videatur præcise totum.

7. Idem

7. Idem efficere in triangulo, cujus tria Perpendicularia A. B. C. A. quidem & B. sint numeri Trigoni, B. & C. Hexagoni, A. & C. Heptagoni. Act. Erud. An. 1716. M. Junii.

8. Idem efficere in triangulo, cujus unus angulus sit æqualis elevationi poli datæ civitatis.

9. Idem præstare cum triangulo, ita ut summa numerorum lateribus adscriptorum exhibeat annum 1716.

10. Idem exhibere in triangulo, ita ut quando summa duorum laterum est numerus imperatus, & simul tempus durationis in horis alicujus Eclypsis Solaris tertium sit digiti obscurandi in eadem Eclypsi.

EPISTOLA

M. Julii. Pag. 296.

Pro Eminente Mathematico, Dn. JOHANNE BERNOULLIO, *contra quendam ex Anglia antagonistam scripta.*

QUI Tibi asseveravit, Vir celeberrime, quod inventio calculi integralis proprio Marte obtenta sit a D. *Johanne Bernoullio*, nihil a veritate alienum dicit; si præsertim hunc calculum a calculo differentiali, quem utique totum illustri *Leibnitio* deberi etiam apud ipsum *Bernoullium* extra controversiam est, distinguere velimus. Quod si Tu contendas, calculum integralem esse tantum partem calculi differentialis, hoc quidem libenter largiar, ne in logomachiam abeamus: nihil interim impedit, quo minus hujus partis (quam etiam *Bernoullius* primus nomine integralis baptizavit) inventionem eidem tribuere liceat: quod Te non invito dixerim, modo attendere digneris ad gestorum seriem. Reperies enim, Amplissimum *Leibnitium*, cui similem calculum, quem *Summatorium* vocat, innotuisse nec ego nego, nec (quod novi) celeberrimus *Bernoullius* negat, nihil omnino ante ipsum Fratremque ejus in lucem edidisse; unde colligi potuisset, quomodo regulæ essent condendæ pro integrandis quantitatibus differentialibus; adeo ut suo Marte eruendæ *Bernoullio* fuerint, ex quibus algorithmum concinnavit. Eas autem regulas a se excogitatas primo Fratri aperuit, qui quod eorum soliditatem non statim perciperet, initio ægre eas admittebat, veritus ne illarum Pag. 297.

Act.Erud. An. 1716. M. Julii. usus in paralogismos deduceret; mox vero demonstrationum vim sentiens adoptavit hunc calculum integralem & excoluit ipse, retentoque ipso nomine *integralis*, quod ei indiderat *Johannes*, aliud commodius tunc nesciens, publice usus est, & quidem prima vice (nihil enim antea hujus nominis usurpatum in ullo libro invenies) in Actis Eruditorum An. 1690. pag. 212, ubi ostendit, integrale quantitatis compositæ irrationalis $dy\sqrt{(bby - a^3)}$, qualis per calculum hunc nunquam antea fuit integrata. Illustris *Leibnitius* hujusmodi integrationem nunquam dederat publice. Dedit equidem in Actis An. 1686. pag. 423 exemplum integrationis, nempe ipsius xdx, sed quod, ut ipse notat, immediate adeo ex directo calculo differentiali fluit, ut nulla arte, nedum analysi ad id opus fuerit: dicitque porro, quod $\int dx : (2x - x^2)$ seu ut *Bernoullius* vocat, integrale ipsius $\frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}}$, exhibeat arcum circuli, quod quidem ex nuda arcus differentiatione patet: Sed hoc pariter pro methodo integrandi nihil confert. Interim *Jacobus Bernoullius* agnovit, demonstratione curvæ *Leibnitianæ* his Actis insertæ, in qua grave descendens æqualiter horizonti accedit, sibi primum oculos apertos, ut usum calculi differentialis ad problemata solvenda perspiceret. Constat igitur ex hactenus dictis, calculum integralem & rem, & nomen a *Johanne Bernoullio* habuisse, siquidem in justas regulas eum redactum & ad algorithmum quendam revocatum primus tractare docuit in forma analyseos. Specimen insigne ejus rei dedit per solutionem problematis catenarii, quod primo Fratri suo privatim proposuerat, hic vero illud cum solvere non posset publice proposuit, ut liquet ex Actis An. 1691, ubi plura alia exempla per calculum integralem a *Bernoulliis* soluta conspiciuntur. Fatendum tamen est, nec sagacissimum mortalium *Leibnitium* in arte integrandi, vel, ut ipse vocat, summandi jam tum hospitem fuisse, quia ipse problema catenariæ a *Jacobo Bernoullio* propositum a se solutum fuisse primus significavit, quæ solutio postea cum

Pag. 298. altera *Johannis Bernoullii* edita est in his Actis. Quousque *Johanni Bernoullio* debeatur calculus integralis inventus & nunc passim usitatus, nec non & ipsius calculi differentialis promotio, & propagatio, loquuntur porro ea, quæ durante peregrinatione sua cum eruditis in scripto communicavit, præsertim in Gallia, ubi præ ceteris *Hospitalio* liberalissime omnia sua mysteria præsens ore & calamo, postea vero absens per litteras aperuit & explicavit. *Hospitalius* deinde ex lectionibus a *Johanne Bernoullio*, cum Parisiis commoraretur, in usum ipsius conscriptis ipsique traditis

librum

librum suum contexuit Gallicum de Analysi infinite parvorum, complectentem quidem tantum primam partem seu calculum differentialem: alteram vero seu calculum integralem postea traditurus erat, nisi morte occupatus fuisset; habebat enim ex MSS. *Bernoullianis* materiam ejus paratissimam. Id non ignorant plures Mathematici, qui eorundem MSS. apographa sibi compararunt, inter quos & ipse noster *Hermannus*, sicut & quidam alii Germani, nonnullique Itali & Angli, qui sub *Bernoulli* manuductione studia mathematica prosequentes facultatem ab ipso impetrarunt describendi primum illud apographum, quod ipsemet prudenti consilio descripserat ab originali, antequam nempe *Hospitalio* exhiberet, ne se proprio foetu privaret. Quin & Illustris *Leibnitius*, qui, quæ narravi, non ignorat, dictorum veritati testimonium perhibere posset, & partim jam perhibuit, quippe qui non tantum in litteris suis privatis tam ad ipsum *Bernoullium*, quam ad alios scriptis, sed & in Actis A. 1697 pag. 298 publice profitetur; *calculum hunc jam Bernoulliis non minus quam sibi deberi*. Certe ut ab ipso originem habet, ita *Johannis Bernoullii* potissimum opera invaluisse & promotum fuisse agnoscit ipse. Hæc vero, quæso Vir celeberrime, ne eo animo dicta putes, quasi de meritissimis laudibus *Leibnitii* quicquam detractum velim, aut Viro summo palmam dubiam reddere contendam: novi enim, ipsum *Bernoullium* pro eo, qui excelsa ingenia comitatur, candore ausum hunc improbaturum. Non ægre adducor (id quod supra jam monui) ut credam, Virum hunc habuisse calculum suum summatorium in eadem perfectione, eodem tempore & forte citius, quam *Bernoullio* inventus esset calculus integralis: quid enim hujus Viri sagacitas penetrare non posset? Nihil itaque aliud evincere volui, quam quod *Bernoullius* ex propria sua industria calculum integralem seu differentialem inversum excogitaverit, ansam quidem præbente calculo directo, & quod ante ipsum Fratremque ejus *Jacobum* nemo quicquam in lucem ediderit pro integrandis quantitatibus compositis & irrationalibus, quando interim *Bernoullii* varia ejus specimina primi exhibuerunt: ut ita non videam, cur inter inventores non æque poni mereatur *Johannes Bernoullius*, quam qui diu ante ipsum quoque eum possedisset, nihil tamen evulgasset. Quod interim ad calculum differentialem proprie sic dictum attinet, ejus quidem inventionem, non invito *Bernoullio*, in solidum semper attribui *Leibnitio* &, quicquid dixerint Angli aliqui, etiamnum attribuo. Neque ignoro, *Bernoullium*, qui modestiæ limites nunquam transgreditur, nihil hactenus gloriæ poposcisse, nullamque inde lauream sibi arrogare: tametsi non tam paucis istis pagellis, in quibus calculum differen-

Act. Erud. An. 1716. M. Julii.

Pag. 299.

Act. Erud. An. 1716. M. Julii. tialem tanquam per ænigmatis nebulam conspiciendum proposuit *Leibnitius* in Actis A. 1684. calculus iste celebritatem acquisiverit, immo non tam ab eruditis intelligi cœperit ex illo schediasmate, nedum inclarescere, quam frequentibus ænigmatis illius explicationibus & commentationibus, atque ex variis in eam rem & copiosis exhibitis Speciminibus *Bernoullianis*, itemque ex *Johannis* apud exteros Geometras in itinere habitis conversationibus, sine quibus omnibus nescio an non calculus iste in pagellis illis sepultus etiamnum delitesceret inglorius: cum enim per quatuor fere annos inibi latuisset a nemine perceptus, antequam *Bernoullii* eum in lucem protraherent, potuisset haud dubie diutius conquiescere sine strepitu, & forsitan tunc nunquam Anglorum æmulatio procitata fuisset. Ex quibus ergo porro liquet, quid tenendum sit de lite illa inter Anglos aliquos & Germanos exorta, utrum scilicet *Newtonus*, an *Leibnitius* pro primo inventore hujus calculi sit habendus. Quæstio haud absimilis videtur ei, qua quæreretur, utrum hic vel ille primum lapidem jecerit præclari alicujus ædificii, quinam vero fuerint illi, qui ædificium ipsum ad fastigium suum vel saltem aliquousque evexerint, nemo esset qui quæreret: quasi nempe illi, qui rem quandam ab incunabulis inceptam longe promovent, nihil laudis, illi alii autem, qui prima ejus stamina posuere, soli omnem honoris mercedem meruissent: quod nec *Leibnitius* pro candore suo probat, qui se *Johannem Bernoullium* potissimum in extollendo ædificio adjutorem habuisse, & non exigua ab ipso accepisse fatetur. Non jam urgeo, quod inique faciant, qui nihil pensi habent, cui attribuenda sint tot alia inventa, quæ sane nuda methodo sive differentialium, sive fluxionum nullo modo nituntur. Ex innumeris, quæ silentio prætereo, sit calculus exponentialis, per quem quantitates ad dimensiones indeterminatas differentiare, curvasque ejusdem nominis tractare primus publice docuit *Bernoullius*, quod Tu ipsemet, Vir clarissime, in litteris Tuis pro ea, qua es, æquitate agnoscis. Absit tamen ut negem, eundem primo jam innotuisse *Leibnitio*, qui & hoc nomen imposuit, & de eo per literas cum *Hugenio* disceptavit, sed non diffitetur quod eum *Bernoullius* primus publice adhibuerit, cum ipsi cognitum fuisse ignoraret. Poteram producere atque monstrare Tibi, Vir clarissime, excerpta quarundam epistolarum jam olim inter *Bernoullium* & Geometras quosdam commutatarum, quæ dictis his fidem conciliassent: sed ne in molem nimiam excrescant hæ litteræ, confisusque causæ bonæ apud Te judicem æquissimum fidem habituræ, reliquum, quod superest, temporis spatium amoliendis a *Bernoullio* frivolis accusationibus & impactionibus im-

Pag. 300.

pen-

pendam, quibus eum oneravit Anglus quidam, qui, ut nosti, se pro *Newtono* crucifigi pateretur, & cui indifferens est omnia, quæ ab idolo suo proveniant, tam mala, quam bona acerrime propugnare. Act. Erud. An. 1716. M. Julii.

Iste igitur in responsione sua (quam potius invectivam dixeris) inserta Diario Gallico litterario Hagiensi Mens. Jul. & Aug. pag. 320 arrepta occasione præter omnem necessitatem *Bernoullium* perstringit, variaque ipsi imputat, ad quæ me reponere oportet sequentia. In scripto illo volante, quod sub forma epistolæ d. 29. Julii 1713 in lucem prodiit, asseritur pag. 3 *Newtonum* rationem veram capiendi fluxiones fluxionum, vel rectam methodum differentiandi differentialia nondum cognitam habuisse, cum scriberet sua Principia Philosophiæ naturalis mathematica, additurque per parenthesin, *hoc ab eminente quodam Mathematico dudum notatum esse*. Jam vero Anglus iste conjectat, quod per hunc Mathematicum celeberrimus noster *Bernoullius* sit intelligendus idque ex eo, quod in Actis A. 1713 p. 135. & seq. *Newtono* imputaverit dedisse modum differentiandi differentialia vitiosum per seriem quandam, cujus termini tertius, quartus, quintus &c. ab ipso sumti sint perperam pro differentiali secundo, tertio, quarto &c. Hinc ergo Antagonista audax ansam capit suum in *Bernoullium* stringendi calamum, quo vero jure, quo successu, nunc patebit. Observavit olim *Bernoullius* errorem, quem *Newtonus* commisit in Princip. Philos. mathem. edit. prim. pag. 265 & quibusdam aliis in locis, ubi nempe aggressus est determinare rationem gravitatis ad resistentiam in corporibus datam lineam describentibus, quam proportionem a *Newtono* traditam cum deprehendisset erroneam & a sua diversam, ejus mentionem fecit in suo schediasmate, quod de hac materia aliisque huc spectantibus publicavit in Actis A. 1713 mens. Febr. & Mart. nec aliter poterat, quam monere lectorem suum lapsus *Newtoniani*, ne si ipse animadversurus fuisset discrepantiam inter *Newtonianam* regulam & *Bernoullianam*, ille Viri summi autoritate motus vitium in regula sua latere præcipitanter judicaret: interim monuit de errore omni qua potuit civilitate & veluti in transitu, adeo ut mirer, Antagonistam dicere ausum, *quod boc schediasma in Actis publicaverit eum tantum in finem, ut hunc errorem* Newtoni *propalaret & toti mundo patefaceret*. Vid. Diarium Hagense loc. cit. pag. 345. Quasi nempe nihil aliud in eo egisset, quam quod errores alterius notasset: quod quam falsum sit, judicent illi, qui virum ad abstrusa & abdita detegenda natum ab hoc more criticum agendi alienissimum norunt, & qui in illo specimine multa nova eademque præclara invenerunt & laudarunt. Sufficiebat equidem errorem *Newtoni* animadvertisse Pag. 321.

ex eo

Act. Erud. An. 1716. M. Julii. ex eo solo, quod ipsius regula abluderet a vero, quam demonstraverat *Bernoullius*, ipseque *Newtonus* postea monitus agnovit: poterat itaque nuda erroris detectione acquiescere *Bernoullius*, eumque in Actis simpliciter commemorare. Enimvero agnatus ipsius

Pag. 302. *Nicolaus*, cui lapsum *Newtoni* indicaverat, curiosius ex quo fonte originem traxisset, examinavit totam solutionem prop. 10, quæ in prima editione pag. 260. Princip. Phil. extat, retulitque paulo post, sibi videri fontem erroris consistere in non recto usu seriei, quam *Newtonus* ibid. pag. 263 adhibet, pro sumendis differentiis ulteriorum graduum, cujus nempe seriei, quæ per evolutionem vel extractionem radicis applicatam curvæ exprimentis emergit, terminus tertius ex mente *Newtoni* exhibeat differentiam applicatæ secundam, terminus quartus differentiam ejusdem tertiam & ita deinceps. Deceptus namque videbatur *Newtonus* successu duorum primorum terminorum, dum forte putavit, quemadmodum primus seriei terminus exponit applicatam ipsam, seu ejus differentiam nullam, & secundus seriei terminus dat applicatæ differentiam primam, ita tertium seriei terminum dare differentiam secundam, quartum terminum differentiam tertiam, & ita porro. Hæc cum vidisset *Joh. Bernoullius* probabilitate minime carere, nullam habebat rationem dubitandi, quin in hoc ipso cespitaverit *Newtonus*: in qua opinione eo magis confirmabatur, videns postea, *Newtonum* alio in loco aperte eandem hanc sententiam falsam fovisse de sumendis terminis seriei pro differentiis differentiarum. Inspice modo, si lubet, ejus Tractatum de quadratura curvarum, invenies ab initio Scholii, quod in fine subnectitur, hæc verba: " Quantitatum fluentium fluxiones esse primas, secundas, tertias, quartas aliasque, diximus supra. Hæ fluxiones
" sunt ut termini serierum infinitarum convergentium. Ut si
" z^n sit quantitas fluens & fluendo evadat $(z+o)^n$, deinde re-
" solvatur in seriem convergentem $z^n + noz^{n-1} + \frac{nn-n}{2} o^2 z^{n-2}$
" $+ \frac{n^3-3n^2+2n}{6} o^3 z^{n-3}$ &c. terminus primus hujus seriei z^n,
" erit quantitas illa fluens; secundus noz^{n-1} erit ejus incremen-
" tum primum seu differentia prima, cui nascenti proportionalis
" est ejus fluxio prima, tertius $\frac{nn-n}{2} o^2 z^{n-2}$ erit ejus *incrementum*

Pag. 303. " *secundum* seu *differentia secunda*, cui nascenti proportionalis est
" ejus fluxio secunda; quartus $\frac{n^3-3n^2+2n}{6} o^3 z^{n-3}$ erit ejus *in-*

" *cre-*

„ *crementum* tertium seu *differentia tertia*, cui nascenti fluxio „ tertia proportionalis, & sic deinceps in infinitum.„ Ergo disertis verbis *Newtonus* affirmat, terminum tertium esse incrementum secundum seu differentiam secundam & terminum quartum esse incrementum tertium seu differentiam tertiam: interim vera differentiandi methodus, quam *nunc* Newtoniani admittunt, docet, quod illius seriei terminus tertius sit tantum subduplum incrementi secundi seu differentiæ secundæ, & quartus terminus tantum subsextuplum incrementi tertii seu differentiæ tertiæ. Sciendum autem, tres quatuorve jam diversas editiones hujus Tractatus de quadraturis in lucem prodiisse, in quibus omnibus hic locus citatus iisdem verbis & sine ulla mutatione expressus conspicitur, adeo ut nec *Newtonus* ipse, sub cujus auspiciis & revisione iteratæ hæ impressiones prodierunt, nec ullus alius ex ejus promachis tam perspicax fuerit, qui ibi latentem invenisset errorem typographicum. Sed audi, Vir nobilissime, quid postea factum. Scilicet agnatus *Bernoullii* ante aliquot annos, ut nosti, apud Anglos agens monstravit *Newtono* hunc locum pro argumento valiturum, quod error ipsius circa rationem resistentiæ ad gravitatem commissus ex eo ortus fuerit, quod terminos suæ seriei convergentis pag. 263 pro differentiis ulterioribus & speciatim terminum tertium pro differentia secunda applicatæ perperam sumsisset. Hujus argumenti vis cum facile eludi non posset, surgit nunc Antagonista, qui lynceus satis est, ut in verbis Newtonianis ex tractatu de quadraturis citatis primus perspiciat, vel somniet potius, a typotheta fuisse erratum. Itaque in omnes se vertit partes torquetque se ceu mus in pice, ut lectori probet, lapsum hunc facillime committi potuisse a typotheta, etsi qui factum sit, quod error toties recusus non fuerit animadversus, excusare non curet. Interim videamus paulo propius, qua arte Antagonista incrustare conetur commentum suum de vitio typographico & qua correctione eidem mederi se speret. Pag. 347 & 348 Diar. Litter. ita magistraliter intonat Antagonista: *Dans la lettre*, inquit ... *la quelle est imprimée dans le Commercium, je fis voir que les termes de la Suite convergente ont toujours une certaine proportion aux differences correspondantes, & par consequent, que ces termes avec le coefficient ou sousentendu, pour les rendre infiniment petits, peuvent designer très justement les differences des quantités, quand il ne s'agit que de considerer des proportions: Mr. Newton a aussi fait voir la meme chose a la fin de son traité des quadratures, mais il s'y est glissé une erreur dans l'imprimé, le mot ut ayant eté mis d'abord & ensuite oublié*. Ergo si antagonistæ credimus, culpa

Act. Erud. An. 1716. M. Julii.

Pag. 304.

pa

Act.Erud. An. 1716. M. Julii. pa est typographi, qui particulam *ut* omisit. Id vero credat Judæus Apella, non ego: fictio enim est tam crassa tamque palpabilis, ut etiam imperitioribus vix illudere possit. Nescio sane, an non longe melius honori summi *Newtoni* consuluisset, si hic scapham scapham vocasset, confitendo rotunde, *Newtonum* ipsum aliquid humani passum & per inadvertentiam lapsum esse, quam quod ridicula adeo & ab omni verisimilitudine aliena excusatione culpam in typographum rejicere voluerit. Quod enim hæc excusatio ne umbram quidem verisimilitudinis habeat, vel hinc colligere est, quia particula illa *ut* non semel tantum omissa esse debuisset, tum (quod maxime arguit effictam excusationem) quia in iteratis editionibus omissio illa iterata subterfugere debuisset correctoris forteque ipsius *Newtoni* revidentis curam. Hoc num probabile sit, judicent alii. Sed & ridicula est excusatio talisque videbitur, quicunque eam attente conferet cum verbis ipsis Newtonianis. Nam si ea ad mentem excusatoris corrigere velimus, sensum fundent prorsus puerilem & tanto Viro indignum, adeo ut insertio particulæ *ut* magis deformet quam emendet, potiusque infarciat inutile quam ut suppleat defectum. Imo forte a falso in falsum dejicere potest lectorem talis infarctio. Quid enim si legendum esset, *tertius terminus* $\frac{nn-n}{2}o^2z^{n-2}$ *erit UT ejus incrementum secundum & quartus terminus* $\frac{n^3-3n^2+2n}{6}o^3z^{n-3}$ *erit UT incrementum tertium*; quid, inquam, annon Lector putaret, per particulam *ut* eandem utrobique proportionem indigitari? Hoc quippe sensus naturalis requirit, quasi nempe *Newtonus* innuere

Pag. 305. voluisset, tertium terminum esse ad incrementum secundum, sicut est quartus terminus ad incrementum tertium: id quod falsissimum. Minime itaque probabile est, *Newtonum*, qui alioquin accuratus adeo est in expressionibus suis, voluisse lectorem suum in ambiguitate relinquere, & quidem tunc cum clarissime & maxime determinate loqui potuisset & dicendo tantum, *tertius terminus erit subduplum incrementi secundi, & quartus terminus erit subsextuplum incrementi tertii*: id quod postea antagonista ipse (perspiciens interim veram *Leibnitii* differentiandi differentialia rationem) probe observavit, dum in Commercio epistolico p. 115. ab initio agens de eadem materia non contentus dicere, terminos illos tertium & quartum esse *ut* incrementa secundum & tertium; sed meliora edoctus diserte monet, priorem ex illis terminis esse dimidium incrementi secundi, & alterum esse sextantem incrementi tertii. Sed piget plura dicere de conficta ista antago-

nistæ

nistæ excusatione, cum, quam detorta, quam coacta sit, nemo non videat. Hoc unum adhuc addere liceat, antagonistam nimirum nimis quantum suffenum esse, ut credat, se solum sapere seque rem habere cum talpis, quibus cum cœcutiant quidlibet pro quolibet obtrudi potest. Ut enim commentum suum de omissione particulæ *ut* plausibilius reddat, pilulam istam inaurat his verbis: *le mot* ut *ayant eté mis d'abord & ensuite oublié*, quasi dicere vellet, *particula ista, de qua hic agitur, cum initio apposita sit, nemo non videt illam postea omissam esse per incuriam typothetæ*. Sed parum emunctæ naris oportet esse, cui dolus iste non suboleat, ubi enim illud *ut Newtonus* expressit, nempe in his verbis, *hæ fluxiones sunt ut termini serierum infinitarum convergentium*, alio omnino respexit, nullamque per consequens affinitatem habet illud *ut* hoc loco expressum cum altero, quod antagonista intrudere cupit in sequentibus lineis. Legenti namque facile patet, *Newtonum* hic per fluxiones intelligere non ipsas differentias nascentes, sed tantum velocitates, quibus nascuntur, quod utique sequitur ex verbis hisce *differentia prima, cui nascenti proportionalis est fluxio prima;* adeo ut mirum non sit *Newtonum* hic dixisse, *Fluxiones sunt ut termini &c.* quia dicere non poterat. *velocitates sunt lineæ*, sed *velocitates sunt ut lineæ*. Tantum igitur abest, ex eo, quod illud *ut* initio positum sit, concludi posse, *Newtonum* idem illud in sequentibus quoque in MSC. suo aut saltem in mente habuisse, ut potius contrarium sequatur. Nam ex eo ipso, quod putavit differentias exprimi per terminos seriei convergentis, differentiis vero ipsis cum sint proportionales fluxiones, naturali deductione, licet ex falso principio, collegit *fluxiones esse ut terminos serierum*. Facessat ergo tandem antagonista cum misero suo incrustamento.

Act. Erud. An. 1716. M. Julii.

Pag. 306.

Pergo nunc ad alterum argumentum speciosius revera, sed nihil magis solidum, quo antagonista probare nititur, *Newtono* tunc, cum Principia Philos. mathem. scriberet, jam innotuisse veram methodum differentiandi differentialia. Dixerat *Bernoullius* cum Agnato suo, errorem *Newtoni* circa determinationem resistentiæ ad gravitatem ex eo venisse, quod *Newtonus* in Princip. pag. 263 in serie quæ exprimit DG, terminum quemlibet sumat pro aliqua ejus differentiali tanti gradus, quantæ dimensionis existit littera *o* in ipso termino: quod assertum suum confirmari ostenderunt per id, quod supra ex Tractatu de quadraturis excerpsimus: unde factum ut, quemadmodum ibi $\frac{ao}{e}$ sumitur pro differentia prima ipsius DG & recte quidem, ita quoque secundum terminum $\frac{nn^2 o^2}{2e^3}$ pro secunda differentia & tertium $\frac{ann^2 o^3}{2e^5}$ pro ter-

Act Erud. An. 1716. M. Julii. tia differentia sumi debere falso putaret. Nunc vero antagonista in Diario litterario p. 344 probaturus, *Newtonum* sumsisse differentiam secundam æqualem ipsi $\frac{n^2 o^2}{e^3}$, non vero æqualem ipsi $\frac{n^2 o^2}{2e^3}$, demonstrationem aliquam adornat, qua evincitur, differentiam secundam esse $= FG + kl$, citatque Princ. p. 264, ubi *Newtonus* recte ponit $FG + kl$ æqualem duplo termini tertii, hoc est ipsi $\frac{n^2 o^2}{e^3}$. Sed nihil hoc juvat antagonistam, nisi simul probet, *Newtonum* jam tum temporis, cum Principia sua scriberet, scivisse vel animadvertisse, quod $FG + kl$ sit secunda differentia ipsius DG, siquidem ex hactenus dictis satis superque constet, illum sumsisse (Pag. 307.) $FG + kl$ pro duplo differentiæ secundæ. Quare quilibet videt, hoc alterum argumentum antagonistæ esse puram putam petitionem principii. Hæc, ni fallor, jam sufficere possunt ad probandum, *Bernoullium* cum Agnato suo sonticam gravissimamque habuisse causam referendi originem erroris Newtoniani ad perversum, quem fecit, usum Serierum convergentium. Ceterum vero si perrexerit antagonista aliter interpretari mentem *Newtoni*, quam ipsius verba diserta volunt, per me licebit; sed *quia Bernoullius* non tenebatur divinare mentem male expressam, sive *Newtoni* ipsius, sive typographi culpa, non video quo jure antagonista audeat p. 345. Diar. litt. *Bernoullium* postulare erroris ex culpa alterius enati, eumque vocare errorem enormem & *generis omnino extraordinarii*. Verum si dicendum, quod res est, ex eo *Bernoullio* crimen facit antagonista, quod viderit detexeritque errorem *Newtoni* de male determinata resistentia. Deprehendit aliquid sinistri in viro, quem tanquam idolum adorat, quemque infallibilem putat. Debebat venerabundus dissimulare & silentio premere. Hoc autem non fecit: hinc illæ lachrymæ! *Cur aliquid vidit? Cur lumina conscia fecit?* Quis ergo miretur, si tanti sceleris reus condemnetur ibidem ab antagonista ad deprecationem publicam delicti & ad confessionem erroris, quem alius commisit. Nec interim ausit quispiam sciscitari, cur *Bernoullio* non tribuat justitiam *Newtonus*, qui ab Agnato ipsius in Anglia degente erroris commonitus in nova operis sui editione eum postea correxit, nulla interim facta mentione nec Detectoris, nec Monitoris. Sed hoc nihil novi est in quibusdam Anglis, qui sibi solis licere putant aliorum inventa tanquam sua impune usurpare, quando ipsi Hominesque Deosque invocant, ubi vident, vel saltem videre arbitrantur, extraneos in suorum inventa manum inferre. Exempla sunt quorundam ut *Cheynai*, *Des Hayes*, *Taylori* alio-

aliorumque, qui passim inventis *Bernoullii* sunt usi alienisque, vel nulla prorsus facta mentione Autoris, vel eum in præfatione tantum ambigue nominantes, ita ut, quid proprie ad ipsum pertineat, ex ipso contextu non appareat. Id quod in primis observare est in *Des Hayes*, qui certe maximam libri sui partem ex *Bernoullianis* compilavit, quæ fere de verbo ad verbum in vernaculam suam linguam transtulit, unde vero ea descripserit, altum servat silentium, nisi quando *Newtoniana* refert, tunc enim inventoris nomen frequentissime occurrit. Act. Erud. An. 1716. M. Julii. Pag. 308.

Propero ad alia. Audet antagonista in Diar. Litter. pag. 346. insinuare, *Bernoullium* de seriebus convergentibus dixisse, quod sint erroneæ. Ego vero hoc nego & pernego: scit enim *Bernoullius*, has series esse veras & exhibere id, quod exhibere debent, nempe valorem quantitatis irrationalis in seriem expansæ: sed id dixit, quod etiam ego dico, incautum scilicet abusu earum serierum facile in errorem abduci posse, ut certe ipsi *Newtono* contigisse ante ostendimus. De cetero non apparet, quid istis seriebus opus nunc sit, postquam calculus integralis una cum differentiali invaluit, per quem brevius, commodius & jucundius consequimur, quicquid per series illas obtinetur, & multo plura. Deinde non capio, quid moverit antagonistam ad sibi persuadendum, *Bernoullium* non bene intellexisse, ut ibidem ait, doctrinam serierum convergentium, cum tamen in hac materia serierum cujuscunque generis, si quisquam alius, magnam olim temporis sui partem triverit, ut colligere est ex illis, quæ passim hac de re publicavit. Immo & ipsissimam seriem per extractionem radicis continuatam more *Newtoni* inventam, ipse proprio Marte, antequam id a *Newtono* præstitum sciret, per methodum aliam & a Newtoniana diversissimam eruit, & jam tum communicavit cum Illustri *Hospitalio*, cum vix Geometriam sublimiorem delibare per unum alterumve annum incepisset.

Sed revertar venia Tua, Vir celeb. ad considerationem resistentiæ determinandæ corporum curvas datas describentium, ubi vidimus hallucinatum esse *Newtonum*, qui ergo monitus, ut in altera edit. Princip. Phil. suum errorem corrigere, substituit chartis dissectis (locum enim illum, ubi error extabat, typi jam superaverant, cum se errasse rescisceret) aliquot folia, in quæ conjecerat novum canonem pro invenienda ratione resistentiæ ad gravitatem. Ut igitur videat antagonista, me veritatem venerari, quomodo & quandocunque se mihi offert, meque paratum esse unicuique suum tribuere, candide & ingenue confiteor, quod novus iste canon *Newtoni* sit verus, bonus & elegans; an autem tantæ sit præcisionis & tam extraordinariæ elegantiæ, ceu antagoni- Pag. 309.

Act. Erud. An. 1716. M. Julii. gonista pro more suo exaggerat, ut ideo alter ille, quem *Bernoullius* in Actis An. 1713. p. 143. dederat, ei præferri non mereatur, judicet peritus lector, qui legerit utrumque, ac tum observaverit, quod is, quem *Newtonus* dedit, porrigatur dumtaxat ad casus particulares, ubi nimirum gravitas supponitur uniformis & nonnisi secundum directiones ad horizontem perpendiculares; quod autem canon, quem *Bernoullius* exhibuit loco citato, sit multo & clarior, & universalior, utpote sese extendens ad gravitatem non solum uniformem, sed quacunque lege variabilem, & non tantum ad horizontem perpendiculariter, sed ad quodcunque datum punctum tendentem. Testem produco celeberrimum *Hermannum*, qui in suis ad *Bernoullium* litteris d. 14. Jun. 1715. hæc habet: *Ceterum*, inquit, *substituta (a Newtono) erroneæ methodus inveniendi densitatem medii, ut mobile datam curvam in hoc medio resistente describere possit, etsi bona videtur, nulla tamen ratione cum tua idem multoque plura præstante comparari meretur, quod quidem* Newtonus *ipse fateri quodammodo videtur, quod colligo ex illis, quæ* Cl. Varignonius *in postremis suis mihi scribit* " Mr. Moivre „ *me mande aussi, que* Mr. Newton *est charmé de la solution, que* Mr. Bernoulli *l'oncle a donnée de son probleme*. Quod *Hermannus* a *Varignonio* sibi scriptum refert, hic idem quoque *Bernoullio* scripsit. Imo & Cl. *Moivreus*, egregius sane Geometra apud Anglos, judicium *Newtoni* de solutione *Bernoullii* cum ipso communicans his utitur verbis in litteris suis ad eum exaratis d. 28. Jun. 1714. *J'ai vu*, inquit, *Mr. Newton, qui m'a dit, qu'il avoit lu avec beaucoup de plaisir vôtre methode de resoudre le probleme de la resistance, il vous rend justice en Homme, qui n'est nullement offensé, il dit qu'elle est admirablement belle, & meme qu'elle est commode pour des expressions finies*. Ex quibus fere colligere licet, antagonistam partes *Newtoni* tueri ultra quam *Newtono* gratum est, & non ex veritatis amore, sed *ex præpostero in gentem suam studio*. An autem decet virum cordatum omnia sive bona, sive mala, mordicus defendere, ideo tantum, quia ad populares suos spectant; de eo judicent saniores. Antagonista, qui minaciter adeo insultat Viris de re mathematica longe meritissimis, deberet ipse prius *sua ostendere inventa*, quibus divinam hanc scientiam locupletaverit, quam se de aliorum inventis in judicem erigere sustineat. Sed nihil hactenus ab eo videre mihi contigit, quam quod ex aliis & quidem ex ipso *Newtono* exscripsit, & sæpe quidem suppressis Autorum nominibus compilavit. Scilicet ipsi liceat, quæ in aliis tam indignabundus carpere conatur! Ceterum nescio an a suis laudem, quam forte expectabit, sit reportaturus, eo quod *Newtonum*, Virum sane magnum, sed hominem tantum, supra humanam

Pag. 310. [margin note beside "fendere"]

Act. Erud. An. 1716. M. Julii.

fortem evehere conetur, quasi errare, quod humanum est, ab eo alienum esset, aut, sicubi erraverit, id ab alio notari nefas esset atque profanum? quo immodico placendi studio vereor ne se suspectæ fidei reddat antagonista apud modestiores Anglos tunc quoque, cum in *Nevvtonum* justissima & meritissima congerit encomia, quando scilicet vident, illum ad omnia defendenda æque paratum & promptum existere tanquam ex tripode dicta. Sciat enim velim, præter illum jam notatum errorem de proportione resistentiæ ad gravitatem male determinata, forte & alios monstrari posse in Princip. Mathem. qui emendari merentur, quousque, si *Bernoullius* tanto, ut putat Antagonista, carpendi pruritu laboraret, quin propalasset nihil impedivisset. Liceat hic exempli loco commemorare, cujus jam meminit Cl. *Hermannus* in Phoronomia sua nuper edita p. 394, ubi optime notat *Newtonum* paralogizantem in Princip. Math. p. 330 primæ edit. quando demonstrare conatur, *aquam ea cum velocitate erumpere ex vasis, qua motu suo in altum converso ad dimidiam altitudinem aquæ supra foramen evehi possit*, quam autem propositionem (cujus falsitatem ipsa quoque experientia refellit) in altera editione omisit, sed nullam aliam substituit pro vera velocitate aquæ erumpentis demonstranda, quæ tanta est præcise, quantam acquireret corpus grave casu accelerato ex altitudine aquæ supra foramen: cujus rei veritatem ab aliis sine demonstratione assumtam *Bernoullius* primus apodictice demonstravit, suamque demonstrationem ante quatuor circiter annos Cl. *Hermanno* ex Italia reduci & Basilea transeunti Francofurtum exposuit, cujus vero postea oblitus existimavit, se primum esse demonstratorem principii illius hydraulici. Vid. Phoron. p. 393. Sed cum nuper per litteras ei refricuisset memoriam, suamque demonstrationem de novo exposuisset, recordatus est, verum esse quod dixi, promisitque pro candore suo hoc publice agnoscere & simul demonstrationem illam *Bernoullianam* in lucem edere. Interim non est cur credat antagonista, alterum hunc errorem *Nevvtoni* eo nunc fine adduci, ut ejus existimationem elevare velim, sed quemadmodum eum cum aliis quibusdam a se observatis diu dissimulavit *Bernoullius*, nec a me in apricum foret prolatus nisi hoc ante me fecisset Cl. *Hermannus*. Pag. 311.

Patere, Vir Nobilissime, ut paucis adhuc reprimam insultus antagonistæ, quibus aggressus est solutionem *Bernoullianam* problematis inversi virium centralium publicatam in Comment. Acad. Reg. Scient. Paris. A. 1710 p. 521. edit. Paris. usque adeo enim *Bernoullium* persequitur, ut nusquam & ne post altare quidem tutus sit, tanta scilicet est profanatio tamque inexpiabile crimen aliquid contra *Nevvtonum* tanquam sacratissimum caput mussitasse,

Act. Erud. An. 1716. M. Julii.

Nova illa aggressio antagonistæ extat in Transact. Londinens. mens. Sept. 1714 n°. 340, sed demum publicata anno super. 1715. Scriptum ipsum, quod ad me non pervenit, non vidi; sed quantum video ex eo, quod inde excerptum, mihique transmissum est, nullius quidem erroris *Bernoullium* arguit antagonista; sed tota ejus accusatio ad hæc tria redit capita, 1. quod lemma more ipsius demonstratum p. 524. in Comment. Academ. Scient. nihil aliud sit quam ipsa *Newtoni* Propos. 40. Princip. math. p. 125 edit. primæ, & demonstrationem ejus ab ipso traditam esse simpliciorem *Bernoulliana*; 2. quod male egerit *Bernoullius*, quando *Newtono* imputavit, eum supponere sine demonstratione curvas a tali vi descriptas esse sectiones conicas, nempe vi centripeta existente reciproce proportionali quadrato distantiæ: item quod in *Bernoullium* retorqueri possit, ipsum etiam non possedisse demonstrationes plurium propositionum, quas indemonstratas passim publicaverit; 3. quod *Bernoulliana* demonstratio hujus propositionis inversæ sit admodum intricata; quod vero in nova Principiorum editione facilior multo & magis clara licet tribus verbis extet. Ad quæ repono: 1. Lemma illud idem esse cum propos. 40 *Newtoni* non dissimulavit *Bernoullius*, sed contra aperte dixit pag. 524. Comment. Paris. ejus demonstrationem *reperiri in Newtoni* Princ. math. p. 125, adeo ut huic Viro suam tribuerit. Quid ergo hac in parte reprehendat antagonista & quo jure, non capio. Sed decretorie pronunciare, ut antagonista facit, *Newtonianam* demonstrationem esse *Bernoulliana* simpliciorem, non est de officio antagonistæ partium studio nimis addicti: atque nemo sanus eum pro judice idoneo agnoscet. Sit judicium penes alios, qui nondum jurarunt in vexillum *Newtoni*. 2. Inepte ageret, qui vellet causari, *Bernoullium* demonstrationes non possedisse plurium propositionum ab ipso sine demonstrationibus publicatarum. Quis enim inveniet & publicabit aliquam veritatem, cujus demonstrationem non habeat? nisi id fiat forte per inspirationem vel revelationem supernaturalem. Tale quid autem in rebus mathematicis de *Bernoullio* vel de aliis cogitare aut suspicari ridiculum esset. Sed multo magis ridiculum est, quod antagonista tam disparem retorsionem faciat, quæ ne γρῦ quidem similitudinis habet cum eo, quod *Newtonus* modeste reprehendit *Bernoullius*. Nam, quod probe notandum, nec postea secus interpretandum, minime reprehendit, quod statuerit *Newtonus* propositionem inversam virium centralium, quæ quadratis distantiarum a centro reciproce proportionantur, neque quod nullam hujus propositionis inversæ demonstrationem dederit. Poterat quippe simpliciter hoc affirmare & asserere, se habere demon-

demonstrationem propositionis hujus inversæ, qua nempe solas sectiones conicas satisfacere probatur: tantum certe tribuisset candori *Nevvtoni* æquus meritorum Viri summi judex *Bernoullius*, ut ipsius verbis sine ullo scrupulo fidem habiturus fuisset. Attendat igitur antagonista, quid sit illud, quod fuerit improbatum, certe non ipsa assertio, sed forma assertionis, dum ex demonstratione propositionis directæ colligendam esse contendit eadem opera propositionem inversam, *Ex tribus*, inquit pag. 55. Princ. edit. prim. *novissimis propositionibus consequens est &c.* Quid quæso sibi vult τὸ *consequens est?* Annon idem est ac si dixisset, ex propositionibus istis *directis ultro fluunt inversæ?* Porro p. 49. contra regulam bonæ conversionis colligit & concludit sine demonstratione his verbis, *Unde vicissim, si vis sit ut distantia &c.* Quod si hoc non in forma conclusionis protulisset, sed simpliciter asseverasset, sibi aliunde constare de veritate illius conversæ, hoc sane, ut jam dixi, nemo improbasset. At vero hoc improbandum est, quod velit posterioris veritatem ex prioris demonstratione sponte fluere, patescere, sequi & colligi posse, utpote quod non majori jure ex eo concluditur, quam si quis vellet ex affectione, qua gaudet Spiralis logarithmica, qua nempe fit ut ad illam describendam requiratur vis centripeta cubis distantiarum reciproce proportionalis, protinus concludere dicendo, *unde vicissim si vis sit reciproce ut cubus distantiæ, movebitur corpus in Spirali logarithmica:* nam nulla foret necessitas sequelæ, quia eadem lege virium existente moveri posset in spirali hyperbolica aliorumve generum curvis, ceu jam notum est. 3. Quod antagonista analysin *Bernoullii*, ex qua patet veritas inversi, nempe solas sectiones conicas describi posse per vim centripetam quadratis distantiarum reciproce proportionalem, intricatam & perplexam causetur, nihil, puto, *Bernoullium* movere debet. Quis enim nescit, homini præjudiciis occupato & in fidem alterius mancipato, nec sui juris amplius existenti, omnia displicere, sive pulchra sint, sive non, modo sciat non provenire ab eo, cui se addixit. Audiamus potius judicium aliorum, qui harum rerum sunt intelligentissimi & a partium studio longe remoti. Inter eos nequaquam postremus est Celeb. *Varignonius*, Vir profundæ eruditionis & in Geometricis acutissimi ingenii. Ille in Comment. Paris. An. 1710 p. 533. analysin istam verbis admodum honorificis extollit. Neque minus luculentum est testimonium, quod eidem tribuit in fine sui scripti p. 543, ubi inter alia dicit "*la construction, qu'il vient de donner de la courbe*
" *requise en ce cas & la maniere, dont il fait voir, que cette courbe*
" *doit toujours être une section conique, sont d'une sagacité & d'une adresse,*

Act. Erud. An. 1716. M. Julii.
Pag. 313.

Act. Erud. An. 1716. M. Julii. Pag. 314.
„ *adresse, qui repondent a ce, qu'il en paroit dans tout ce, qu'il a* „ *donné jusqu'ici au public.* " Sic igitur *Varignonius* longe melius vim percepit demonstrationis *Bernoullianæ* quam antagonista percipere voluit, nimirum percepit quod aliquid altius quam nuda demonstratio nominari mereatur, & quod sit potius via analytica, quæ *a priori* penetrari potest ad cognitionem omnium curvarum satisfacientium hypothesi virium reciproce proportionalium quadratis distantiarum. An vero cum tali methodo in comparationem venire possit demonstratio illa *Newtoniana* tribus, ut inquit antagonista, verbis extans in nova Princ. edit. aut an inde concludi possit, *Newtonum* reapse habuisse methodum analyticam inveniendi omnes possibiles curvas, quæ datæ virium hypothesi conveniant, antagonistæ non est judicare: sed judicent alii, quorum non interest huic illive favere, & qui nil nisi veritatem sectantur. Judicent quoque de insipida illius exagitatione, qua prosequitur formulam *Bernoullianam* $dz = aacdx : \surd (abx4 - x^4) \int (\phi dx - aaccxx)$ ideo tantum quia identitatem quandam deprehendit cum expressione Newtoniana prop. 41, quando inficere jocatur, *Bernoullianam* non magis a *Newtoniana* discrepare, quam verba Latinis literis expressa differunt ab iisdem verbis scriptis in Græcis characteribus. Judicent, inquam, annon *vel sola* diversitas, quæ maxima est inter utriusque notandi rationem, satis superque indicet, *Bernoullium* ne cogitasse quidem de instituenda comparatione inter utramque formulam. Examinent etiam considerentque, quam brevi via quamque diversa a *Newtoniana* incesserit *Bernoullius*, dicantque postea, an alius quispiam præter antagonistam sibi persuadere possit, meam formulam ex *Newtoniana* esse desumtam. Hoc interim non temere dico, quod si antagonista non firmiora habet argumenta, quibus probet alium aliquem calculum suum mutuatum esse a *Newtono*, nobis fas erit credere, chimeram esse, quicquid argumentorum loco nobis obtrudere voluit. Ut enim hoc unum addam, etsi vel maxime formula *Bernoulliana* idem exprimat, quod *Newtoniana* (& qui possent in diversum abire, nisi alterutra falsa esset?) nullam video consequentiam, *Bernoullianam* ab illa esse mutuatam; quid enim impediat, quominus una eademque veritas per vias toto cœlo diversas
Pag. 315.
obtineatur, Antagonista nullam rationem allegabit.

Act Erud. An. 1716. M. Aug. Pag. 357.

RELATIO DE PHÆNOMENO LUMINOSO,

quod d. 17 Martii Anni præsentis in multis Germaniæ locis observatum.

MUlta de hoc phænomeno Novellæ publicæ nunciarunt: quarum fide constat, id non modo in multis Germaniæ locis, veluti hic Lipsiæ, Halæ Saxonum, Halberstadii, Brunswigæ, Helmstadii, Bremæ, Hamburgi, passim in Holsatia & in Prussia; verum etiam Lugduni & Amstelodami in Batavia, & Londini in Anglia observatum fuisse. Quoniam phænomenon his in oris rarissimum; operæ pretium nos facturos esse confidimus, si, quæ certa observatorum fide nitentia ad nos pervenerunt, ad posteros trasmitteremus.

Lommacio itaque Misniæ oppido Cl. *Schmiderus* sequentia ad nos perscripsit. Die 17. Martii tempestas erat constanter procellosa, uliginosa atque pluviosa, spirante superius Favonio, inferius autem Africo. Cœlo advesperascente nubes disjiciebantur cœlumque maximam partem defæcabatur, exceptis nonnullis nubibus densis, horizontem borealem constanter occupantibus. Sol sub Horizontem jamjam depressus per notabile temporis spatium ingentes & præfulgidas post se relinquebat coloris aurantii virgas, manifesto indicio, aerem supremum copiosis vaporibus varii generis esse refertum. Hora octava virgæ hæ sensim languescebant tandemque evanescebant, quarum in locum paulo post splendor inopinatus insignis arcuatus albicans succedebat, qui initio tenuis erat, sensim autem sensimque augebatur atque ab intermedia plaga N. W. per universam borealem usque fere ad intermediam N.O. protendebatur, Lunæque jam exorituræ præmissum jubar exacte æmulabatur. Primo intuitu a quibusdam hic splendor pro lumine Solari nondum penitus sub Horizontem depresso habebatur; sed incrementum mox contrarium docebat. Quidam, ob ruborem, qui paulo post huic splendori accedebat, primo opinabantur, incendium forsitan in vicinia fuisse coortum; sed mox refutabantur, cum lumen hoc magis magisque supra Horizontem attolleretur, tanto cum fulgore, ut terram circumjectam omnem ædiumque parietes notabiliter collustraret, iisque, quibus phænomenon adhuc erat incognitum, in plateis ambulantibus Lunæ splendentis opinionem injiceret. Paulo post elevabantur nubes atræ C, infra quas splendor hic fumo & nebulæ quasi commixtus nonnihil obscurior apparebat: supra eas autem adeo nunc fulgebat, ut certe

Pag. 358. Tab. II. Fig. 1.

Act Erud. An. 1716. M. Martii.

non Lunæ, sed Solis potius ortum æstivum exprimeret.. Accedebat creber luminis hujus motus undulatorius, similis propemodum ei, quem referunt æstate frumenti aristæ a vento agitatæ, nec non micatio continua, qualis itidem æstate ea nocte observatur, quæ æstum diurnum vehementiorem excipit. Post nonam vento inferiori e plaga intermedia inter meridiem & occidentem, quam nostri *Sudwest* appellant, superiore autem e plaga occidenti quam meridiei propiore, *Westsudwest*, impetuose spirante, ex nube atra versus occidentem striæ nigerrimæ D scoporum ad instar una cum nubibus F fuliginosis nascebantur: quæ tamen diu non durabant, sed mox iterum dissipabantur. Inde præter expectationem ex arcu luminoso E E 15 circiter gradibus supra horizontem elevato prorumpebant virgæ lucidæ divaricantes, quarum omnium prima & longissima erat *a*, versus orientem nonnihil inclinata & ad zenith usque extensa. Hanc excipiebat versus occasum *b*; sequebantur successive *c*, *d* & *e*. Omnes coruscabant, coloreque primum rutilante, qui splendori nostro boreali interdum quoque admiscebatur, tincti apparebant, sensim tamen albescebant pallescebantque. Post semihoræ intervallum lumen hoc arcuatum deprimebatur & nubes ipsum e conspectu eripiebant. Sed hora undecima instante eodem cum fulgore, eadem crebra micatione, *altitudine* pristina 15. circiter graduum, iisdemve virgis redibat. Nubes in plaga boreali hinc inde adhuc hærentes nigræ pristinam faciem haud amplius referebant; sed tantum rimis & fissuris præditæ erant, quæ lucem fibrillantem transmittebant virgasque in aere inferiore efformabant, non aliter ac Luna pernox atque Sol tempore æstivo laceratis tecti nubibus, radios per earum rimas in aerem vaporibus

Pag. 359.

plenis fundentes. Media jam instante nocte nubes spissiores spectaculo demum finem fecere. Atque hæc sunt, quæ Cl. *Schmiederus* litteris d. 28 Martii datis nobis significavit, in quibus etiam agnoscit hoc phænomenon esse illud, quod *Auroram borealem* scriptores aliqui appellant.

Islebiæ rerum naturalium scrutator industrius *Augustus Fridemannus Bœtticherus* hæc singularia annotavit & ad Cl. *Buttnerum*, cujus in Actis A. 1711 p. 222. & A. 1714 p. 326 lithographica commendavimus, perscripsit. Primum versus plagam a septentrione 22 circiter gradibus distantem (nostri *Nord-Nord-Ost* vocant) nubes comparuit subnigra A, ad horizontem usq; protensa & quasi cancellata. Postea pars cœli horizonti vicina B nigredine arcuata ab oriente versus occidentem tingebatur, in cujus limbo superiore colores iridis C, sed obscuriores apparebant. Mox radii D evibrabantur, qui sub initium breviores erant, sed sensim sensimq; longiores evadebant & pyrobolorum ascendentium motum æmulabantur.

Tab. II. Fig. 2. Edit. Act.

tur, Major erat radiorum versus orientem (ubi ejaculationis initium notabatur,) quam versus occidentem claritas. Inter eos unus præ ceteris notabilis erat E, qui in plaga inter boream & orientem media (*Nord-Ost*) altior reliquis efferebatur & notabili temporis intervallo persistebat. Interea temporis nubes A veluti in fumum convertebatur, nunc ascendentem, nunc descendentem & pone eum cœli claritas notabatur. Finito spectaculo nubes quædam nigricantes & splendore quodam circumfusæ conspiciebantur, tandemque cælum nubibus obducebatur. Duravit spectaculum ab hora dimidia ultra septimam usque ad nonam. Rediit hora 12, nec non tertia matutina: sed tunc a Nostro non observatum. Act.Erud. An. 1716. M. Aug.

Quæ *Helmstadii* a Professore Mathematum & Naturalium Dn. *Rudolpho Cristiano Wagnero* annotata sunt, ea typis descripta prostant sub titulo: *Erzehlung derer zu Delmstadt am abgewichenen 17ten Martii von 7 bik nach 12 Uhren zu Nachts gesehenen Meteororum ignorum* h.e *descriptio Meteororum igneorum, quæ d. 17 Martii ab hora 7 vespertina usque ad duodecimam Helmstadii visa sunt*. Scilicet insignis cœli claritas inter septentrionem & occidentem ibidem notata, qualis oriri solet, ædificiis in vicinia flamma correptis. Altitudinem ejus deprehendit ope quadrantis Observator 45 graduum. Cœlum erat stellatum & Venus splendori vicina halone cingebatur. Pag. 360. Hora ab octava dimidia elapsa cum Autor ad contemplandum phænomenon accederet, radium lucidum animadvertit, qui caudam cometæ anni 1680 æmulari ipsi videbatur, nisi quod splendor esset multo debilior, qualis in via lactea observatur. A nebulosa inter Perseum & Cassiopeiam ad altitudinem 36 graduum assurgebat. Vix 100 pedum spatio ulterius progressus fuerat, cum ejus nullum fere vestigium amplius deprehenderet. Liberior tamen cum jam ad Horizontem pateret prospectus, nubem obscuram proxime sub illo deprehendit, ex qua ipsum erupisse sumit, quia ante inter horam septimam atque octavam duos similes radios ex atris nubibus protensos visos ab aliis accepit, noctuque inter horam 11 atque 12 Halberstadii a Cl. *Elendio*, scholæ illius loci Rectore, quatuor in simili situ observatos ex litteris Observatoris ad Rever. Dn. Abbatem *Schmidium* datis intellexit. Tab. II. Fig. 3. Observationem Halberstadiensem exprimit Fig. 4, ubi notatu dignum, per radium stellam fuisse conspicuam. Fig. 4. Alibi tamen radios istiusmodi visos monet, nulla nube præsente: alicubi apparuisse nubes obscuras lucidis marginibus cinctas, unde radii similes emanarint. Hora dimidia ultra nonam elapsa nubes nivosæ a vento accumulabantur usq; ad altitudinem 45 graduum, inter quas coruscatio quædam observata, paulo quidem debilior ea, quæ æstate fieri solet, ad quam tamen circa horam duodecimam proxime accedebat. Addit alicubi

fragores veluti mille sclopetorum explosorum fuisse auditos, quos tamen Helmstadii ob strepitus venti impetuosioris percipere non licuerit. Eandem coruscationem Halberstadii prope Zenith in *g* observavit *Elendius*. Ceterum Cl. *Wagnerus* maximam scripti sui (quod plagulis $5\frac{1}{2}$ constat) partem causis phænomeni investigandis impendit eumque in finem hypotheses quasdam physicas præmittit. Materiam phænomeni esse sumit copiam exhalationum sulphurearum & nitrosarum, quarum accensione splendor ille insignis una cum coruscatione fuerit productus. Incensas esse suspicatur primum aliquas exhalationum, dum ventorum impetu vel aliis causis fuerint coactæ.

Pag. 361. Dantisci de hoc phænomeno quædam publicarunt *Paulus Pater*, Reipublicæ Gedanensis Mathematicus, & *Christianus Kirchius*, *Godofredi*, celebris nuper Observatoris, filius, Astronomiæ & Matheseos Studiosus. Ille in scripto, quod tribus plagulis constans Gedani sub titulo: *Kurke Beschreibung der neuen Wunder Erscheinung des Nordlichts* prodiit, brevior est in phænomeno describendo; maximam scripti partem explicationi causarum naturalium & significationis impendit. Materiam quoque in exhalationibus sulphureis quærit, quæ ob defectum æstus sufficientis in fulgur abire non potuerint. Significationem phænomeno *adscribit*, quia his in oris minime quotidianum: non tamen in specie definire audet, quid portendat. Ceterum ipsi phænomenon prædixisse videtur *Albertus van Dam*, Mathematicus Batavus, quia in calendario hujus anni scribit: *ultima quadratura accidit die 16 Martii h. 8 min. 55 in Sagittario, cœlo turbido. Versus occidentem conspicitur portentum. Kirchius* totus est in describendo phænomeno: cujus mutationes cum accurate exposuerit, eas ex scheda unius plagulæ, quæ titulum: *Aufrichtiger Bericht von dem in ietzlauffenden 1716 den Jahre den* 17 Martii *Abends entstandenen ungewöhnlichen* Tab. II. *Nordschein* præ se fert, huc transcribi operæ pretium judicamus.

Fig. 5. Hor. 8 min. 15 (quod tempus per altitudinem fixæ definitum) versus boream observavit fasciam lucidam AB versus ortum in B inclinatam, sed quæ horizontem non attingebat, versus occasum vero in A *a* nubibus tegebatur, ut, quo usque pertingeret, videri non posset. Margo inferior splendidior erat superiore & hinc inde interrupta, maximo splendore in partes prominentes *e* coacto, in quarum una lucida lyræ *a* fulgebat. Cœlum inter fasciam & horizontem erat valde obscurum, sed subcœruleum; supra fasciam vero cœruleum & splendore fasciæ illustratum. Latitudo fasciæ erat circiter 6 graduum, margine inferiore *ee* 8 fere gradibus ab horizonte remota. Tandem ex C cum radii quidam evibrarentur, Observator abiit, socios observationis advocaturus. Cum

mox

mox hor. 8 min. 20 rediret, totam cœli faciem non ſine admiratione mutatam conſpexit. Aberat faſcia ante viſa & cœli pars borealis, inprimis inter ortum & ſeptentrionem, flammis ardere videbatur. In plaga inter ortum & ſeptentrionem intermedia maſſæ igneæ *i* conglobabantur, ex qua tam celeri motu flammæ ejiciebantur, ut ſpatio duorum ſcrupulorum ſecundorum ab Horizonte usque ad Zenith aſcenderent, quamvis ab eodem verſus ortum paululum declinarent. Prioribus evaneſcentibus aliæ pronaſcebantur, flammas ſimiliter projicientes. Per unam iſtius modi maſſam globoſam lucida lyræ *a* transparebat: immo aliquot flammæ veluti ex turribus ædium ſacrarum *f*, *g*, *h* aſcendere videbantur, non ſecus ac ſi incendio corriperentur. Altior tamen erat aſcenſus, quam in incendiis obſervatur, quippe prope Zenith demum terminatus. Alii radii flammantes ab ipſo horizonte originem ducebant. Color omnium ſanguinis inſtar propemodum rubebat, qualis eſſe ſolet ferri candentis. Verſus boream & plagam inter boream & occaſum intermediam interea paſſim radii lucidi ad gradum usque 30, 40 & 60 ſuper horizontem enitebantur, quindecim circiter ſcrupulis ſecundis perſiſtentes immoti, antequam diſparerent & ſucceſſuris locum relinquerent. Flammarum rubentium radiorumque lucidorum ſpectaculum dimidia fere hora elapſa finiebatur: quo facto, pars horizontis borealis eo ſplendore refulgebat, qui nubis a Luna plena illuſtratæ eſſe ſolet. Notatu tamen dignum eſt, quod tum in parte cœli lucida, tum obſcura ſtellæ primæ, ſecundæ & tertiæ magnitudinis ſemper diſtinctæ fuerint viſæ, perinde ac in reliquo cœlo, ut adeo nulla prorſus nubes adfuerit. Interim cœli claritas adhuc reſidua ſubinde mutationes quasdam ſubibat, ita ut alicubi nunc major evaderet, nunc ad priſtinum intenſitatis gradum rediret. Nonnunquam etiam radius aliquis evibrabatur & flammæ candidiores proſerpebant. Cum hora decima audita eſſet, brevi poſt ad contemplandam cœli faciem redibat Obſervator. Tum vero arcum lucidum verſus ſeptentrionem conſpiciebat 7. circiter gradibus ſupra horizontem elevatum, latitudinis variabilis, nempe unius, ad ſummum duorum graduum. Verſus ortum debiles quosdam radios emittebat. Hor. 10 min. 20 duplex apparebat arcus *a* & *e*, ſpatio intermedio valde obſcuro. Spatium cœli inferiore comprehenſum ſpeciem denſæ ac pluvioſæ nubis mentiebatur, ſtellas tamen conſpectui non eripiebat. Nudo enim oculo *Mirach* in cingulo Andromedæ fulgens tamdiu conſpiciebatur, donec occideret; poſtea vero ſtella cygnis ibidem micabat. Arcui ſuperiori tertius *f* contiguus erat, majoris multo latitudinis, ſed claritatis longe minoris. Mox verſus occaſum radiorum evibratio obſervabatur & continuus ſplendor eam cœli partem

Act. Erud. An. 1716. M. Aug. Tab. II. Fig. 6. Pag. 362.

Fig. 7.

Pag. 363.

Act.Erud. An. 1716. M. Aug.

tem occupare cœpit. Paucis ante undecimam minutis arcus omnes evanuerant, & in claritate cœli borealis prope horizontem spurii quidam veluti parelii oriebantur, ex quibus radii ascendebant, mox cum ipsis iterum disparentes & locum aliis successuris facientes. Mentiebantur sæpissime faciem Solis ex nubibus emersuri. Hor. 11 min. 15 novus formabatur arcus versus plagam inter occasum & boream intermediam, cujus crus unum horizonti in ipso septentrione insistebat. Ex eo radii, ut ante, ejaculabantur. Mox versus horizontem depressus nonnisi lucem quandam veluti crepuscularem in eodem reliquit, in qua nubeculæ quædam obscuræ persistebant, manifesto indicio, phænomenon luminosum fuisse in loco nubibus istis altiore. Hor. 11 min. 50 ea cœli facies erat, quam Fig. 8 adumbrat. Altitudo arcus *a* erat 5 fere graduum, latitudo circiter dimidii. Splendor maximus erat in *e* versus plagam, quam Nostri *Nord-Nord-Ost* appellant. Arcus superior *c*, cujus multo minor erat splendor quam inferioris, a radiis ex inferiori assurgentibus hinc inde interrumpebatur; mox tamen iterum redintegrabatur. Radii *f* ex parte ortui vicina procedebant. Flammæ autem fluctuantes *a* ex altera, quæ occasum respiciebat. Nubeculæ *b* adhuc obscuræ versus plagam inter boream, & occasum mediam persistebant. *Hor. 12* duo denuo conspiciebantur arcus *b* & *d*, quorum latitudo duorum fere graduum, altitudo minoris 10 circiter erat. Inferius in *e* versus meridianum recurrebant, segmentum ellipseos veluti mentientes. Margo inferior partibus quibusdam prominentibus conspicua erat, in quas splendor maximus concentratus videbatur & unde radii evibrabantur. Pseudoparelii copiosi apparebant intra & extra arcus, radiisque materiam suppeditabant. Inprimis autem flammæ fluctuum quasi motu agitatæ magno numero in conspectum prodibant & in parte cœli occidentali per totum asterismum Leonis usque ad Saturnum diffundebantur, tandem vero longe ultra eum versus austrum protendebantur, ita ut cœlum fere totum iis repleretur, nonnisi 30 gradibus altitudinis versus austrum vacuis. Hor. 12 min. 20 flammæ disparebant, arcu tamen exiguo restante adhuc hor. 12 min. 36, cujus centrum erat in plaga *Nord-Nord-Ost* & alterum extremum horizontem attingebat. Passim tum rursus pseudoparelii cum radiis prodeuntibus apparebant: arcus tamen utrinque successive decrescebat, donec nonnisi ingens quidam pseudoparelius restaret, circa 38 vel 40 horæ 12 scrupulum tandem & ipse evanescens, luce crepusculari versus boream residua, unde radii debiles flammæque subinde ascendebant. Hor. 1 min. 8 lux illa crepuscularis, inprimis in plaga *Nord-Nord-West* notabilia incrementa capiebat, radius densior juxta

(Margin notes: Tab. II. Fig. 8. — Fig. 9. — Pag. 364.)

capur

caput Cephei ad stellam β in dorso Cephei ultra 40 graduum altitudinem protendebatur & 12 demum minuto sensim sensimque decrescebat. Hor. 1 min. 45 versus boream apparebant corpora lucida nubibus non dissimilia, si figuram externam spectes, eundem situm pertinaciter tuentia: unde continuo flammæ fluctuantes *a* usque ad 40 graduum altitudinem serpebant. Hor. 2 min. 0 horizon boreus eam faciem mentiebatur, qualis deprehenditur, si nubes adsint tenues a Luna illustratæ: flammæ subinde minores ad exiguam altitudinem elevabantur. Cum post hor. 3 Luna oriretur, minor erat cœli ibidem claritas quam prope horizontem boreum, ubi non ante penitus cessavit, quam hor. 5 lux crepuscularis conspectum omnem eriperet & cœlum totum nubibus densis obvelaretur. Sub finem monet, plurimos fide dignos retulisse, se hor. 8 min. 30 flammarum serpentium strepitum quendam percepisse & a strepitu fluctuum maris tum quoque perceptilium optime distinxisse. Act. Erud. An. 1716. M. Aug. Tab. II. Fig. 10.

Simile phænomenon luminosum d. 11 Aprilis h. 10 min. 30 Parisiis observavit *Dn. Cassinus* junior, cujus descriptionem Serenissimæ Duci Aurelianensi viduæ dedit, a Regia ejus Celsitudine postea ad illustrem *Leibnitium* gratiose transmissam. Lumen erat arcuatum, ab occasu æstivo usque ad boream extensum & 24 circiter gradus sub constellationibus *Persei*, *Cassiopejæ* & *Cephei* occupans, 6 circiter gradibus supra horizontem elevatum, & plures constellationum dictarum stellæ per id transparebant. Subinde ex diversis horizontis locis radii caudis cometarum similes & 4 vel 5 gradus latæ perpendiculariter ascendebant ultra lumen. Hor. 11 min. 45 valde diminutum videbatur, nec h. 12 ullum amplius ejus vestigium superfuit. Rediit d. 12. April. h. $9\frac{1}{2}$; sed multo debilius, nec ultra dimidium horæ superstitit.

J. HERMANNI Pag. 370.

De vibrationibus chordarum tensarum Disquisitio,

Cui accedit Cl. Viri JOH. BERNOULLI Demonstratio Principii Hydraulici de æqualitate velocitatis quacum aqua per foramina vasorum erumpere incipit, cum ea quam aquæ gutta acquirere posset motu naturaliter accelerato cadendo ex altitudine æquali illi quam aqua habet in vasi supra foramen.

QUemadmodum pleraque Instrumenta Musica quæ chordis instruuntur quoad suavitatem sonorum Pneumaticis organis nihil

Act. Erud. An. 1716. M. Aug.

nihil cedere usu compertum est, ita non defuere Philosophi, qui in harmonicos chordarum motus inquirerent. Plerorumque cogitata in unum collecta integro libro septimo Tomi secundi *Magisterii Naturæ & Artis* exponit P. *Franciscus Tertius de Lanis* e Societate Jesu, quorum nonnulla notat & corrigere satagit, alia vero propriis suis experimentis confirmat. Etsi vero negari non potest, multa lectu digna & egregia iis contineri quæ ex proprio penu in hanc rem deprompsit, non tamen argumentum istud ita exhausisse videtur ut in suis meditationibus nihil emendari nihilque iisdem supperaddi queat. Veras quidem proportiones recenset inter vibrationes chordarum respectu habito ad varias circumstantias earum longitudinis, crassitiei, & tensionis, sed, ut mihi saltem videtur, nullis eas idoneis demonstrationibus confirmat, præterquam quod tempus absolutum quo singulæ cujusvis chordæ tensæ vibrationes peragi debeant, non ausus est definire, nec potuit, subsidiis Geometriæ Interioris destitutus, sine quibus subsidiis, ut in aliis multis, ita in hac materia, frustraneus est labor.

Pag. 371.

Non me latet quid circa hoc idem Problema de motu chordarum tensarum in egregio suo tractatu de *Methodo Incrementorum directa & inversa* nuper præstiterit Vir Cl. *Brook Taylor* Regiæ Societati Londinensi a secretis, sed tantum abest, ut ejus meditata a solutione hujus Problematis quærenda me absterruerint, ut ea potius occasionem mihi præbuerint de ea cogitandi; nam si clarissimi Viri bona cum venia quod sentio dicere mihi licet; citra probationem vibratæ chordæ formam tanquam cognitam assumit, aliasque suppositiones facit de quarum veritate multum dubitatur. Hinc animum mihi subiit inquirendi annon tempora periodica nervi agitati definiri possint absque præcognita curvæ ejus specie & sine precariis suppositionibus. Quam in rem integrum analyseos meæ progressum hoc loco apponam, ut Lector intelligens judicare possit, quonam successu ego hoc problema tractarim.

Tab. II. Fig. 11.

1. Cum chorda AB (Fig. 11) a potentia quacunque P tensa est, atque pulsata, curvaturas ACB, AGB acquirit. Id contingere non potest quin longitudo ipsius AB in positionibus illis aucta sit quantitatibus ACB-AB, AGB-AB quas *extensiones* chordæ voco, hæ extensiones cum parvæ sunt, in casu nostro viribus suis productricibus proportionales sunt; dico cum hæ extensiones *parvæ* sunt, quia quamdiu chorda nonnisi insensibili quantitate in longum extenditur non contrahitur in latum id est secundum diametrum, adeo ut sola ea extensio in longitudine effectus sit notabilis vis tendentis tanquam causæ suæ. Sed si extensio in longum

gum sensibilis est, ea solus effectus vis tendentis dici tunc non potest, quia dum chorda in longitudine extenditur, in crassitie simul contrahitur. Unde si (Fig. 12) sint DP=AB, curva ACB=FP & AGP=EP rectaque FN ipsi FP normalis exponat vim producentem extensionem FD=ACB—AB, exponet EO parallela FN vim producentem extensionem ED=AGB—AB, cum in triangulo FDN abscissæ FD, ED quæ sunt extensiones chordæ, sint ut ordinatæ FN, EO unde hæ ordinatæ vires extendentes recte exponunt. Hæ vires extendentes exseruntur æquabiliter in suam quæque curvam secundum directionem tangentis curvæ in quolibet ejus puncto. Sic punctum Z secundum directionem HI, in partes tamen oppositas ZI & ZH impressionem vis tendentis FN excipit, & quam impressionem istud punctum Z recipit, eandem & omnia reliqua puncta curvæ ACB patientur.

Act. Erud. An. 1716. M. Aug. Tab. II. Fig. 12.

Pag. 372.

2. Sicut cuilibet actioni æqualis est reactio subjecti actionem suscipientis, ita in quolibet situ ACB reactio chordæ æqualis est actioni tensionis in quovis puncto Z, secundum directiones IZ, HZ, contrarias illis secundum quas ZI, ZH actio in punctum Z sese exserit. Hæc reactio chordæ consistit in tenacitate ejus, qua extensioni reluctatur. Non obstante hac æqualitate actionis & reactionis, quam diu vis tendens seu chordam a rectilineo abducens secundum directionem tangentis in quolibet ejus situ major est tenacitate chordæ, tamdiu chorda magis a linea recta AB abducitur majoremque curvaturam ACB acquirit, usque dum vis tendens tenacitati præcise æqualis sit, quod in situ chordæ AZCB contingere supponimus.

3. Ei cum tenacitate chordæ vis elastica conjuncta est, ita ut eadem vi in pristinum statum redire cogatur qua extensa sit, statim atque chorda maximam suam curvaturam ACB acquisivit, ad æqualitatem scilicet redactis in singulis curvæ punctis vi tendente & tenacitate, ea sese contrahere incipiat vigore suæ elasticitatis. Propterea existente excessu tensionis curvæ ACB supra tensionem AB, =FN (Fig. 12) per primam positionem hujus, hæc eadem FN significabit, jam vim qua chorda ACB in singulis partibus contrahitur ab elasticitate provenientem, & EO seu excessus tensionis chordæ in situ AGB supra tensionem in AB, vim contrahentem chordæ in singulis partibus ipsius AGB, & sic respective in aliis chordæ positionibus correspondentes ordinatæ trianguli DFN simul exponent excessus tensionis chordæ in singulis positionibus curvilineis supra tensionem in AB, & excessibus illis æquivalentes vires contrahentes chordam. Ex hisce jam prono alveo fluit, quod eodem tempore quo chorda ex ACB contrahitur in AGB, mobile quoddam accelerato motu perlabi possit spatium FE (Fig. 12)

Pag. 373.

$= ACB - AGB$, urgentibus illud versus centrum D solicitationibus exponendis per ordinatas omnes trianguli DFN quæ in trapezio FEON continentur; quia hæ solicitationes acceleratrices FN, EO &c. eædem sunt cum viribus chordam in ACB, AGB contrahentibus, ut & spatia FE & ACB—AGB motu accelerato in recta FE, & motu contractionis ex ACB in AGB descripta; & vires æquales æqualibus temporibus per æqualia spatia urgent suum quæque mobile: Hinc tota difficultas eo reducta est, ut definiatur tempus descensus mobilis, cujusdam F in spatio FE, cum scala gravitatis variabilis est recta DN, quod quidem ex §. 149. *Phoronomiæ* facile elicitur, sed ne Lector hunc locum consulere opus habeat, analysin ejus brevem nunc adducere conabor.

4. Exponat DK parallela FN potentiam P seu pondus quod chordæ cum tensionis gradum inducit quem habet in AB, ductaque PKM, exponet FM tensionis gradum absolutum quem chorda ACB habet in puncto C, & EL tensionis absolutæ gradum chordæ in AGB, & sic reliquæ ordinatæ trapezii FDKM exponent tensionis absolutæ gradus in chordæ positionibus reliquis inter ACB & subtensam AB; sed hæ ordinatæ nequeunt esse vires acceleratrices contractionis chordæ cum chorda in situm AB delata amplius contrahi nequeat conatui contrahenti *ejus existente* æquali potentia chordam tendente P, sed ut (num. 3) dictum solæ FN, EO, & reliquæ denotant vires illas contrahentes. His positis, sint AB = DP (Fig. 11 & 12) $= l$; DK $= p$, massa mobilis F $= m$. DF $= a$, DE $= x$. Celeritas ex descensu per FE acquisita $= u$, ejus elementum $= du$, elementum temporis quo spatiolum infinitesimum Ee percurritur $= dt$. Eritque propter triangulorum PDK, DEO similitudinem DP (l): DK (p) = DE (x): EO $\left(\frac{px}{l}\right)$.

Hisce positis, constat quod EO. dt (seu $pxdt : l$) $= mdu$, nam solicitatio EO durante tempusculo dt permanenter agens producit motum mdu, atque adeo est $pxdt : l = mdu$, seu ducendo omnia in ul, erit $puxdt = mludu$, atqui $udt = -dx$, ergo $-pxdx = mludu$, & summando $\frac{1}{2}aap - \frac{1}{2}pxx$ (vel ponendo brevitatis ergo yy pro
Pag. 374. $aa - xx$) $= \frac{1}{2}pyy = \frac{1}{2}mluu$, seu $uu = pyy : ml$, & $u = y\sqrt{(p : ml)}$: Habebamus vero $udt = -dx$, adeoque $dt = -dx : u$, ergo substituendo pro u suum valorem inventum, erit $dt = -dx\sqrt{ml} : y\sqrt{p}$. Verum descripto centro D radioque FD quadrante FQSD, productisque EO, eo usque ad occursum Qq, peripheriæ FQS ac denique ducta Qr, nec non radio QS, erit propter triangula similia Qrq & QED; Qq : QD = Qr ($-dx$) : QE ($y = \sqrt{aa - xx}$), atqui arculus Qq applicatus ad radium QD exprimit quantitatem anguli QDq quem

quem vocabimus dz, ergo $dt = dz\sqrt{(ml:p)}$; & t seu temp. per FE $= z\sqrt{(ml:p)}$, ubi z significat angulum FDQ. Et hæc etiam est per superius dicta, expressio temporis quo arcus ACB (Fig. 11) motu contractionis reducitur in AGB, vocandoque angulum rectum r, erit tempus reductionis chordæ ex situ ACB in situm rectum AB seu tempus casus mobilis F per radium FD (Fig. 12) $= r\sqrt{(ml:p)}$ atque adeo tempus unius vibrationis chordæ ex itu & reditu compositæ $= 4r\sqrt{(ml:p)}$. Porro ut hoc tempus cum tempore oscillationis pendulorum comparari possit, observari debet per m nunc intelligi debere massam chordæ AB; jam cum chordæ sint cylindricæ ponamus earum crassitiem seu diametrum esse c & quia angulus rectus est quadrantis circularis peripheria cujus radius est unitas, $2rc$ significabit circumferentiam circuli cujus diameter c, & $\frac{1}{2}rcc$ ejusdem circuli aream, adeoque $\frac{1}{2}cclr$ denotat soliditatem chordæ, seu volumen ejus, massa vero seu quantitas materiæ ejusdem innotescit multiplicando densitatem seu gravitatem specificam chordæ quam vocabimus s, cum volumine; adeoque $\frac{1}{2}cclrs$ denotat materiam chordæ.

Act. Erud. An 1716. M. Aug.

Quantum ad pondus p quod notæ mensuræ esse ponitur, cujuscunque sit materiæ; concipio illud tanquam cylindrum ejusdem diametri & specificæ gravitatis cum chorda tensa AB sed cujus longitudo sit L, & hujus cylindri massa erit $\frac{1}{2}ccrsL$, sed pondus cujusque corporis est ut massa ejus ducta in gravitatis gradum g quo singula ejus elementa afficiuntur, ergo pondus p æquivalebit huic quantitati $\frac{1}{2}ccrsLg$; hinc $ml:p$ ($= \frac{1}{2}ccl$ [illegible] : $\frac{1}{2}ccrsLg$) $= ll:Lg$; adeoque $4r\sqrt{(ml:p)} = 4rl:\sqrt{Lg} = 4r\sqrt{\left(\frac{ll}{L}:g\right)}$ hoc est tempus unius chordæ vibrationis ex itu & reditu compositæ æquale est per §. 175. *Phoronomiæ* simili penduli vibrationi duabus oscillationibus compositæ cujus penduli longitudo sit $\frac{ll}{L}$. Quod erat inveniendum.

Pag. 375.

5. Ex demonstratis multa deduci possent tanquam corollaria, sed brevitatis gratia præcipua tantum indicabo. *Primo* liquet, omnes cujusque chordæ vibrationes esse isochronas. *Secundo*, chordarum ejusdem materiæ & crassitiei & æqualiter tensarum vibrationes esse ut longitudines; numerum vero vibrationum eodem tempore factarum in reciproca ratione longitudinum seu temporum. *Tertio*, chordarum ejusdem specificæ gravitatis & æqualiter tensarum sed diversæ longitudinis & crassitiei vibrationes esse in composita ratione longitudinum & crassitierum. *Quarto*, generalius chordarum æqualiter tensarum vibrationes

Act.Erud. An. 1716. M. Aug.

esse in ratione composita ex rationibus longitudinis & crassitiei & subduplicatæ specificæ gravitatis chordarum.

Ceterum hoc loco declarandum esse duco, quod cum in Appendice *Phoronomiæ* nostræ pag. 393. §. X. scripsi, me conscio neminem demonstrasse principium illud hydraulicum de velocitate aquæ per foramina minora ex vasis erumpentis æquali celeritati quam gutta aquæ acquirere potest descensu accelerato per altitudinem parem illi quam aqua habet supra foramen, non eum mihi fuisse animum ac si cuiquam inventæ demonstrationis laudem detractam vellem, sed nullam tum saltem in memoriam mihi venisse ab alio datam. Nam etsi Celeberrimus Joh. Bernoullius mihi per Patriam transeunti aliquam oretenus exposuerit quam non ita pridem per literas mihi communicavit, decursu tamen temporis ea mihi memoria excidit, alioqui ejus mentionem saltem fecissem, aut de nova quærenda prorsus abstinuissem. Cum tamen Bernoulliana demonstratio elegans sit, eam hoc loco cum publico communicare non gravabor.

„ Fundamentum demonstrationis, scribit Clariss. Vir, in hoc „ consistit, ut consideretur guttula liquoris infima & foramini „ vasis immediate incumbens tanquam pressa vel (ut ego voco) „ animata a gravitate quadam acceleratrice quæ se habet ad gra- „ vitatem naturalem ut altitudo aquæ vel liquoris totius forami- „ ni vasis incumbentis ad altitudinem guttulæ, scilicet ut pondus „ absolutum columnæ aqueæ foramini insistentis ad pondus abso- „ lutum guttulæ; Sic quippe nihil aliud restat, quam ut quæ- „ ratur quantam velocitatem acquirere possit guttula animata ab „ ista gravitate majori quando cadit per lineolam suæ altitudini „ æqualem, hoc est, postquam tota exierit per foramen; tamdiu „ enim premitur a tota columna aquea adeoque animatur a gra- „ vitate majore quamdiu aliquid adhuc de guttula (quam ut co- „ lumellam solidam concipio) supra foramen existit. Sit itaque „ altitudo columnæ totius liquoris = A, & altitudo guttæ infimæ = „ *a*, erit gravitas acceleratrix naturalis ad gravitatem acceleratri- „ cem a qua animatur gutta infima :: *a*. A; verum diversæ gra- „ vitates acceleratrices uniformes sunt inter se ut parametri Pa- „ rabolarum quæ inserviunt pro scalis velocitatum ab istis diver- „ sis gravitatibus per diversa spatia emensa productarum, sicuti „ fluit ex Theoremate meo II. in Actis Lipf. 1713. pag. 121 demon- „ strato; concipiantur igitur (Fig. 13) duæ Parabolæ LOS & LRT „ super communi *axe* LN, quarum illius applicatæ singulæ MO, „ NS &c. exprimant velocitates acquisitas per gravitatem natu- „ ralem corporum cadentium ex altitudinibus LM, LN, & alte- „ rius vero applicatæ singulæ MR, NT &c. pariter designant ve-

Pag. 376. Tab. II. Fig. 13.

lo-

„ locitates acquisitas per alteram gravitatem iisdem spatiis e- Act. Erud. An. 1716. M. Aug.
„ mensis; Harum parabolarum parametri erunt ut dictum est ad
„ se invicem sicut *a* ad A: Sumta jam LN = A, altitudini columnæ
„ aqueæ totius, & LM = *a*, altitudini guttæ infimæ, designabit
„ NS velocitatem corporis naturali gravitate accelerati descen-
„ dentis per altitudinem liquoris LN, & MR exprimet velocita-
„ tem quam gutta acquisiverit quando delapsa est per altitudi-
„ nem LM, hoc est, quando per foramen integra detrusa est;
„ demonstrandum ergo est NS & MR esse æquales, quod sic paucis
„ absolvo: quia enim parameter parabolæ LRT est ad parame-
„ trum parabolæ LQS :: A. *a* :: LN. LM, erit parameter major in
„ LM seu MR^2 = param. min. x LN seu NS^2, unde MR = NS. q. e. d.

Quantum ad meam ejusdem theorematis demonstrationem attinet pag. 394 *Phoronomiæ* consignatam, ea maxima ex parte deducta est ex principiis §phi 386 pag. 215 *Phoron.* in qua ostensum, quod existentibus altitudinibus aquæ in diversis vasis A, *p* Pag. 377. & velocitatibus respectivis cum quibus aqua ex his vasis erumpit V & *u*, sit V : *u* = √ A : √ *p*; hinc etiam V : *u* = √ 2 A *g* : √ 2 *p*. *g*. Posito *g* significare gravitatem naturalem qua singula apud nos corpora solicitantur, atqui existente *p* indefinite parva aqua *p*F proprio pondere suo cadet per foramen F (Fig. 157 *Phoron.*) si nullam habeat aquam incumbentem atque cadendo per altitudinem F*f* = *p*, acquiret celeritatem *u* = √ 2 *g*. *p*. ut constat ex §. 150 *Phoron.* proinde sequitur etiam fore V = √ 2 *g*. A quæ est expressio celeritatis, quam acquirere potest corpus quodvis cadendo ex altitudine A, ergo tanta etiam est velocitas quacum aqua ex vase, in quo ea assurgit ad altitudinem A, per foramen erumpit: sed pag. 394. *Phoron.* totam analysin adducere volui.

S. B. ANIMADVERSIO

In novam Editionem Herodoti a Cl. Gronovio curatam.

EOdem fere tempore geminæ Herodoti Editiones erant lucem adspecturæ, altera Leidæ, altera hic Lipsiæ: & hæc fortasse paulo prius; sed illam Juno Lucina, ut videtur, faventioribus adspiciens oculis promovit: Ἀλκμήνης δ' ἀπέπαυσε τόκον, σχέθε δ' Εἰλειθυίας, ut olim Argis quam Thebis addictior. Non sustinerem in tam *parvis*, saltem quod ad me attinet, *exemplis grandibus uti*, aut Herculis & Eurysthei vexatoris cogitationem suggerere, nisi similia quædam fata, quamvis rationibus fere con-

 contrariis, apparerent. Certe quasi Ate quadam faciente nos etiam præventi sumus: ærumnas autem jam tum, quamvis fœtu nondum edito, ipse satis superque sensi & sentio, quas enarrare nihil attinet: felici interim Editione tribus in locis ostendente signum, non Eurysthei aliquod, sed illud Herculis τῦ βαρυσκίπωνος, quod & sic in posterum etiam ἐλπίδα πικρὰν ὑποτείνει τῦ μέλλοντος, præsertim si irritare videbor, id quod evitari vix posse videtur. Nam variis de causis tandem aliquando vulgandum est, ecquid in Editione nupera desiderem: præcipue ut documentum aliquod extet me quoque solicitum fuisse de Herodoto: & nostrum fœtum talem esse ut nihil ei officere debeat illius primogenitura. Hoc sine offensione Viri Clarissimi, qui & ipse serio eidem Scriptori intentus fuit, perfici

Pag. 378.

vix posse videtur, præsertim cum in eo ipso quod caput est frontibus adversis pugnantia sentire nos contingat. Dico circa contextum Herodoti, quem ipse tanquam fœdissime corruptum infinitis interpolationibus mutavit ex MS. Mediceo, quasi ille demum esset Verus Codex; vulgatas autem Editiones ejusmodi autumat, ut, cum legisset Jungermannianam, neget in Præfatione, se inde *assecutum fuisse aut intellexisse quid adferret iste scriptor*, quod equidem exaggerandi potius studio, quam ex animo dictum puto. Inferius autem cum dixisset MSS. *exemplaria historia ejus mirabiliter conspurcata & interpolata fuisse*, mox addit: *deprehendi id potest ex illis, quæ satis macra & nævis fane quam fœda edidit Aldus acquiescente illis* Camerario, *& quæ mox cum tanta farragine variarum Lectionum Henr. Stephanus.* Ego contra, ex quo Herodotum cognoscere studui, Aldinam Editionem ad eam rem tractans, judicavi eam esse melioribus tot aliorum Autorum Editionibus, quas Homerus ille typographorum fecit, accensendam. Camerarius autem ille noster non erat tam stupidus, ut non sentiret hinc inde pauca quædam ad quæ offenderet; sed nulla tenebatur prurigine interpolandi: qua quidem peste primus afflavit Herodotum Henr. Stephanus, dignis conviciis a Cl. Gronovio aliquoties verberatus; audacem ejus & non raro subdolam quandam rationem in hunc & alios, Autores ipse etiam deprehendi. Jungermannus & Galeus fere secuti sunt, tanquam re bene ab illo gesta: ut plerique recudentes Autorem, in quo ille præiverit, quasi fascinati vestigia ejus adorant. Mediceum Codicem non malum esse conjicio; Aldinam tamen Editionem & hoc summatim meliorem & fideliorem duco. Adeoque revocanda illa censeo quæ in nova Ed. ejecta sunt, paucissimis exceptis. Pleraque plana esse ajo: nec adeo multa obstare deprehendi, quo minus intelligi possit Herodotus: &, si quæ sint, in gravioribus nihil video opis ex MS. allatum, quasique in tuto ea præterita, ut ab aliis: quorum pleraque ut spero nos removebimus in Notis nostris, non pauca primi detecturi.

ctari. De his aliisque singulatim quædam dicenda erunt; & quidem tantum in primum, medium & ultimum Librum, quos solos, initio hujus anni nactus exemplar, perlegeram, & quædam enotaveram. Quæ ut in meliorem partem accipiat Vir Cl. nec propterea favorem erga me, quem aliquando declaravit, minuat, rogo. Act. Erud. An. 1716. M. Aug. Pag. 379.

Animadverto autem in principio statim, Viros doctos, quasi noluissent videri in ipso limine impingere, veluti malum omen declinantes, prima illa tacitos præteriisse. Ego nihil dissimulabo. Vult Herodotus causas editæ a se historiæ indicare, ubi legitur: *ὡς μή τε τὰ γενόμενα ἐξ ἀνθρώπων τῷ χρόνῳ ἐξίτηλα γένηται, μήτε ἔργα μεγάλα τε καὶ θωμαστὰ ἀκλεᾶ γένηται* i. e. *ut neque ea quæ facta sunt, ex hominibus evanida fiant, neque opera (sive quæ gesta sunt) ingentia & admiranda, gloria fraudentur.* Vere hic in Autorem nostrum dici posset, *δὶς ταὐτὸν ἡμῖν εἶπεν ὁ σοφὸς Ἡρόδοτος, Bis unum idemque nobis dixit sapiens ille Herodotus*, quemadmodum Euripides de Æschylo dicit ejus Prologos carpens in Ranis Aristophanis. Esset autem id Herodoto indignum, utpote ineptum & ridiculum: *καταγέλαστε δή που, ὃ πάλαι πρόκειται, τοῦτο πάλιν προυθεῖναι, καὶ δὶς ταὐτὰ λέγειν*, inquit Plato in Euthydemo: *Deridiculum scilicet est, quod dudum extat id rursus proponere, & bis eadem dicere.* Nonne *τὰ γενόμενα* sunt *ἔργα*, & *τὰ ἔργα, γενόμενα*; perinde ergo est ac si quis dicat, *ut neque gladium perdamus, neque ensem amittamus*, i. e. ut Battus apud Ovidium *In illis montibus* inquit *eunt, & eunt in montibus illis*. Tale quid ut absit ab Herodoto, legendum censeo unius literæ facta mutatione: *ὡς μή τε τὰ λεγόμενα ἐξ ἀνθρώπων, τῷ χρόνῳ ἐξίτηλα γένηται, μή τε ἔργα μεγάλα τε καὶ θωμαστὰ ἀκλεᾶ γένηται.* i. e. *ut neque ea quæ dicuntur ab hominibus, tempore evanida fiant: neque facta ingentia & admiranda gloria fraudentur.* Debuit omnino in principio præmonere Herodotus, se præter illa quæ revera gesta sint, traditurum & ea quæ fama tantum feruntur. Qualia sunt ex parte, quæ a diversis aliter atque aliter narrantur, item fabulosa quædam, quæ itidem diligenter annotavit: unde & mendax habetur; immerito ille quidem, ut prudentiores sentiunt. Adversus cavillatores & hic in principio debuit se præmunire, & quidem multo magis quam alibi aliquoties, sed præcipue Lib. VII. Segm. 152. *ἐγὼ δὲ ὀφείλω λέγειν τὰ ΛΕΓΟΜΕΝΑ, πείθεσθαί γε μὴν οὐ παντάπασιν ὀφείλω. καί μοι τοῦτο τὸ ἔπος ἐχέτω ἐς πάντα τὸν λόγον. Ego vero debeo dicere quæ dicuntur, credere tamen non omnino debeo. Atque istud dictum mihi se extendat in universam historiam.* Similiter, ut sæpe alias, Pausanias lib. VI. cap. 3. *ἐμοὶ μὲν οὖν λέγειν μὲν τὰ ὑπὸ Ἑλλήνων ΛΕΓΟΜΕΝΑ ἀνάγκη· πείθεσθαι δὲ πᾶσιν οὐκ ἔτι ἀνάγκη.* Ut Noster in principio, sic & Pag. 380.

Arria-

Act.Erud. An. 1716. M. Aug. Arrianus in Proœmio Hist. Al. ait alia se scribere tanquam certa, alia tanquam minus talia, ὡς ΛΕΓΟΜΕΝΑ μόνον. Idem ille lib. VII. c. 28. καὶ ταῦτα ἐμοὶ ὡς μὴ ἀγνοεῖν δόξαιμι μᾶλλον ὅτι ΛΕΓΟΜΕΝΑ ἐστιν, ἢ ὡς πιστὰ εἰς ἀφήγησιν ἀναγεγράφθω. *Atque hæc mihi, potius ut ne ignorare videar quod dicantur, quam ut fide digna ad narrandum annotata sunto.* Λεγόμενα autem non γενόμενα scripsisse Herodotum in principio, apparet etiam ex Dionysio Hal. in Epist. ad Pompejum §. 3. huc alludente, quamvis ibi etiam corrector aliquis depravatum locum Herodoti in memoria habens (ut plerumq; principia facile meminimus) satagere voluerit. Afferam recte: ἐκεῖνος μὲν γὰρ (ὁ Ἡρόδοτος) κοινὴν ἑλληνικῶν τε καὶ βαρβάρων πράξεων ἐξενηνόχεν ἱστορίαν, ὡς μήτε τὰ λεγόμενα ἐξ ἀνθρώπων ἐξίτηλα γένηται, μήτε τὰ ἔργα, καὶ ἅπερ αὐτὸς εἴρηκε. *Ille enim communem Græcanicarum & Barbaricarum rerum historiam edidit, ut neque ea quæ dicantur ab hominibus, evanida fiant, neque opera (sive ea quæ gesta sunt,) & quæ ipse dixit.* Ex his postremis apparet λεγόμενα legisse & scripsisse Dionysium; nam clare distinguit τὰ ἔργα καὶ ἅπερ αὐτὸς εἴρηκεν *ea quæ gesta sunt quæque ipse dixit* & affirmavit, ab iis *quæ alii dicant* & affirment, ipse autem tantum referat ut aliorum citra assensionem. Quodsi γενόμενα apud Dionysium legatur, non est quo referatur, καὶ ἅπερ αὐτὸς εἴρηκε, nec intelligetur quid sibi velit: unde & interpres maluit aliud dicere quam Greca ferunt, vertens: *& alia quæ enumerat*, ubi ponit vocem *alia* ad Græca non pertinentem, nihil autem quod ad αὐτὸς vocem in Græcis extantem pertineat. Jungo autem, τὰ λεγόμενα ἐξ ἀνθρώπων, non autem ἐξ ἀνθρώπων τῷ χρόνῳ ἐξίτηλα γένηται; ut sit quemadmodum Lib. V. Segm. 32. ΤΑ ἘΚ τοῦ Ἀρισταγόρεω ΛΕΓΟΜΕΝΑ, præpositione ἐκ significante ὑπὸ, quem usum

Pag. 381. ab Herodoto frequentatum annotavit Portus in Lexico Jonico. Vidit usum particulæ & Cl. Gronovius, eodem quo nos modo jungens, sed retinens vulgatam scripturam, sensum facit ambiguum & ex altera parte absurdum: ὡς μήτε τὰ γενόμενα ἐξ ἀνθρώπων, ἐξίτηλα γένηται, quod pronum est ita accipere: *ut neque ea quæ evanuerunt ex hominibus, evanescant.* Lysis initio suæ Epistolæ: μετὰ τὸ Πυθαγόραν ἘΞ ἈΝΘΡΩΠΩΝ ΓΕΝΕΣΘΑΙ i. e. *Posteaquam Pythagoras ex hominibus excessit.* Non est autem mihi constitutum omnia nunc afferre quæ habeo monenda: itaque omittentur quæ in prima statim pagina novæ Ed. & in Notis ad eam deprehendi: qualia sunt, quod in ipso titulo editur Ἁλικαρνησσῆος Jonice scilicet; cum tamen Grammatici aut Librarii fere sint aut Autores Titulorum antiquissimis scriptoribus præmissorum, ut vel inde apparet quod non raro elogium quoddam scriptoris comprehendant,

dant, & plerumque nimium varient in eodem scriptore: Grammatici autem & Librarii, non alia nisi communi & Attica dialecto utuntur: quare maneat ibi Ἁλικαρνασσέως, sicut relictum erat ἱστορία, quod quidem inconcinne jungitur cum Ἁλικαρνησσῆος requirente ἱστορίη. Quin nec in ipsis Herodoti verbis statim poni sic debuit pro Ἁλικαρνασσῆος, non tam certa res est. Item quod mox in κατὰ τωὐτὸ ὁ καὶ Ἕλληνες λέγουσιν, Ionismus destruitur, quod quidem nimis sæpe factum, & excusari aut tolerari nulla ratione potest. Item quæ in Nota ad hunc locum turbantur, præsertim dum ταί inter articulos postpositivos recensetur. Talia & graviora mittam. Nec in singulis paginis hærebo, nam si quatuor tantum pagg. sive duo folia excuterem, non sufficeret spatium his destinatum &c. Reliqua in proximum Mensem servamus.

Act. Erud. An. 1716. M. Aug.

APPENDIX AD RELATIONEM

Pag. 392.

De Phænomeno luminoso.

CUm superior relatio jam typis descripta esset, pervenit ad nos tractatulus, quem de eodem phænomeno luminoso Torunii in 4. vernaculo idiomate edidit *Johannes Arndius*, Gymnasii Toruniensis Professor. Observavit autem phænomenon Dantisci, ubi tunc agebat, & testatur, se strepitum radiorum ex arcu luminoso ascendentium per aerem auribus suis percepisse. Monet etiam ventum tum spirasse, quamvis leniter, ex plaga *Nord-West gen Norden* nostris dicta, ubi arcus luminosus conspiciebatur, & noctu inter 16 & 17 Martii idem meteoron a vigilibus Dantisci visum esse. Communicatæ præterea sunt nobiscum litteræ, quas Cl. *Liebknecht*, in Academia Giessensi Mathematum Professor d. 20. Jul. ad Cl. *Wolfium* dedit, & in quibus testatur, nocte inter d. 17. & 18. Martii nec a se, quamvis more suo cœlum cum cura contemplatus fuerit, nec a militibus excubias in vallo agentibus quicquam observatum esse: cum tamen d. 20. Aprilis rumor manaret de meteoro ignito nocte præcedente instar bombardæ portatilis globos missiles ejicientis versus Austrum viso, & ipse vespere subsequente cœlo attenderet, non modo h. 9. vespert. meteoron ingens ignitum ab austro versus boream processisse, quod pyrobolorum instar tramitem luminosum post se traxerit, & scintillas ante se sparserit; verum etiam min. 46. luculam prope horizontem borealem animadvertisse, quæ post alterna splendoris incrementa & decrementa mox min. 48 disparuit, & diebus 21, 22, 23 & 24 Aprilis rediit, aliis spectaculis sane singularibus comitata,

Act. Erud. An. 1716. M. Aug. quæ, cum breviter hic describi nequeant, a Cl. Observatore alibi cum publico communicatum iri speramus. Illa autem spectacula ultima inprimis die, nempe 24. Aprilis, illustria fuere: quod quidem hic annotari consultum duximus, ne quis in præjudicium veritatis sumat, quæ novellæ publicæ hoc anno de phænomenis luminosis passim in Germania & extra eam observatis nunciarunt, omnia promiscue ad eundem diem esse referenda: cui etiam observatio *Cassiniana* contradicit.

M. Sept. Pag. 417.

CONTINUATIO ANIMADVERSIONIS

In novam Editionem Herodoti a Cl. Gronovio curatam;

Autore S. B.

CAp. VII. Lib. I. ubi de Heraclidis Lydiæ regibus: Ἄγρων μὲν γὰρ ὁ Νίνου τοῦ Βήλου. Ita hic Ἄγρων editum ex MSS. pro vulgato Ἄργων. Recte quidem. Sed sola autoritas MSS. non sufficit ad mutandum, præsertim nomina propria, *in quibus manifestum vitium non apparet*: possunt in malo etiam plures consentire. Scio autem aliquot nomina propria ex MS. Mediceo passa esse mutationem non bonam in hac Editione. Danda est opera ut aliunde etiam confirmentur. Præsertim hic locus id exigebat, qui & alioqui scrupulum movit quibusdam. Potest autem confirmari. Nam clare Julius Pollux Lib. IX. Segm. 12. καὶ Νῖνος ὁ Βήλου τὸν αὐτοῦ παῖδα ἐν ἀγρῷ τεχθέντα, Ἄγρωνα ὠνόμασεν. Verosimile est eos qui ex *Ancilla* geniti erant, quamdiu privati essent, usque ad Agronem ruri cubasse, unde isti ab agro nomen. Ita autem dicit Herodotus expresse: ἐκ δούλης τε

Pag. 418. τῆς Ιαρδάνου γεγονότες καὶ Ἡρακλέος. Nec debuit Vir Cl. ita deserere Herodotum, ut cum aliis quamvis Viris doctissimis Omphalen hic intelligeret. Quæ sive uxor, sive potius filia Regis Jardani fuerit, causam sufficientem non video, cur eam δούλην, & non vero vocabulo maluisset appellare Herodotus. Ita autem hæc facta, si facta fuere, intelligendum. Hercules simul servivit Omphalæ, quæ utique sine ancillis non fuit: ex his ille conservam aliquam duxit: qualem Malida quandam ex Hellanico memorat Stephanus Byzantinus, in Ἀκέλη. ἔοικε δὲ λέγεσθαι inquit ἀπὸ Ἀκέλλου τοῦ Ἡρακλέους καὶ Μαλίδος παιδὸς, δούλης Ὀμφάλης τῆς Λυδῆς. (ita autem recte Berckelius pro Ὀμφαλίδος) Hanc Malida Omphalæ servam dicit, ex qua Hercules susceperit Acellum illum.

illum. Quæ quoniam teste Hellanico dicuntur, eo pluris facienda sunt; nam quæ posteris tradunt, non temere omnia arripienda. Filium Herculi in servitute ex Ancilla prius natum, quam ex Omphale testatur Diodorus Lib. VI. προϋπῆρχε δὲ τῷ Ἡρακλεῖ κατὰ τὸν τῆς δουλείας καιρὸν ἐκ δούλης υἱὸς Κλεόλαος. p. 237. (ubi quædam similitudo inter Ἄκελλος & Κλεόλαος.) Regnasse autem eos qui ex Ancilla, quacunque tandem, neque enim una facile contentus erat Hercules, nati erant, diserte cum Herodoto dicit & Dio Chrys. Orat. XV. οὐ γάρ δή που βελτίους εἰσὶ πάντες τοῦ Ἡρακλέους, ὃς οὐδὲ τῇ Ἰαρδάνου δούλῃ συγγενέσθαι ἀπηξίωσεν, ἐξ ἧς ἐγένοντο οἱ Σάρδεων βασιλεῖς p. 236. *Non enim certe meliores sunt omnes Hercule qui nec cum Jardani ancilla consuetudinem habere dedignatus est, ex qua nati sunt Sardium reges.* Quare nimis audacter Josephus Scaliger Lib. III. Can. Isag. affirmat contra Herodotum, ex Regina Omphale ejusque filio stemma regum Heraclidarum Lydiæ demitti. p. 328. Scio equidem, qua auctoritate id dici possit, & nihil moror. Scrupulositatem Scaligeri merito insuper habuit & Cl. Gronovius, saltem in eo, ubi is III. Can. Isag. p. 327. scribit: *Quis non miretur Ninum Beli filium unum ex posteris Herculis fuisse, qui annis mille, ut minimum, Nino Beli filio posterior fuit? Aut est Herodoti aut Librariorum error.* Palmerius etiam in Exercitationibus ad Herodotum id tantum videtur hoc loco operam dedisse, ut pugnantia cum Herodoto loca Autorum conquireret. Nos ei, qui illustrandum hunc Autorem susceperit, allaborandum potius putamus, ut quantum fieri potest ejus fides corroboretur; ne animus Lectoris a scriptore præstantissimo, sed invidiæ valde exposito, magis alienetur.

Act. Erud. An. 1716. M. Sept.

Pag. 419.

Cum multa non levia præteream, quia brevitate opus est, hoc non possum. Cap. XLI. ubi de Adrasto fratricida ac ob id exule, quem Crœsus supplicem receperat, & de more expiaverat. Hunc Crœsus sic alloquitur: Ἄδρηστε, ἐγώ σε συμφορῇ πεπληγμένον, ἄχαρί τι τοι οὐκ ὀνειδίζων, ἐκάθηρα. i. e. ut ego verto: *Adraste, ego te calamitate perculsum, illætabile quicquam tibi haud exprobrans, expiavi.* Ita Græca exhibent Aldina & Cameraria, suntque omnia plana & clara. Miror autem cœcas aberrationes Vallæ, & ejus Correctoris Henr. Stephani. Sed cum in Nova Ed. hæc ita edita vidi: ἐγώ σε συμφορῇ πεπληγμένον, ἀχαρίτην τοι οὐκ ὀνειδίζω, ἐκάθηρα, cumque legi versionem eorum & præcipue Notam ad ea; profecto in tristitiam datus sum, sive ut Vir Cl. veterum more loqui solet, præ dolore mihi lacrymæ exciderunt, tanta mihi visus est συμφορᾷ πεπληγμένος. Nihil ergo dico amplius, nisi hæc δεῖσθαι καθαρσίων.

Venio nunc ad locum illum Cap. XLVII. ubi Crœsus tentat

Act.Erud. An. 1716. M. Sept. oracula, qui quidem locus ad vexandos non tantum deos heroasque, sed & homines factus videtur. Illis tunc divinandum erat, quid Crœsus faceret, cum facturus esset, quod nemo de Rege mentis compote suspicaretur: nobis, quid Herodotus casu quodam depravatus, dixerit. Sed illis quidem res successit, nam Apollo facile olfecit, quid Crœsus coqueret: alioquin *εἰ μὴ τὴν ῥῖνα ὀξὺς ἦν, κἂν ἀπῆλθεν αὐτῦ ὁ Λυδὸς καταγελῶν*, ut Lucianus jocatur; hominum autem adhuc nemo inventus est, qui hic adhiberet *ῥῖνα κριτικὴν*, aut alioquin extricaret. Non illud genus Criticorum, qui ingenio & conjecturis vivunt: non, qui MStis pro ratione uti solent. Dicit Herodotus Crœsum iis quos ad oracula tentanda mittebat, sic mandasse: *ἀπ' ἧς ἂν ἡμέρης ὁρμηθέωσι ἐκ Σαρδίων, ἀπὸ ταύτης ἡμερολογέοντας τὸν λοιπὸν χρόνον ἕκαστος τῇ ἡμέρῃ χρῆσθαι τοῖσι χρηστηρίοισι.* Quæ Valla ita vertit: *ut qua die proficiscerentur ex Sardibus, ab ea reliquum tempus supputantes quotidie oraculis uterentur*. Apparet eum legisse non *ἕκαστος τῇ ἡμέρῃ*, sed *ἑκάστῃ*

Pag. 420. *ἡμέρῃ*. Nimis autem absurda res existit hoc pacto. Illi qui, ex Asia minore partim in Africam, partim in Europæ loca minime vicina mittebantur, jubentur, primo statim & secundo & tertio die ab exitu ex Sardibus, oracula ibi consulere, quo si volare possent interea vix pervenirent; & quidem deinceps etiam *quotidie* id facere jubentur, numerantes dies a die profectionis in infinitum scilicet: nec enim ponitur terminus, ut omnem ætatem terant oracula consulendo, quid Crœsus faciat, nec unquam reverti possint cum responsis. His rerum absurdis oratio accedit incongrua *ἐντειλάμενος ἡμερολογέοντας ἕκαστος χρῆσθαι*. Videntur hæc nostri Critici sensisse. Sed audiamus eorum responsa, & primum ex conjecturis. Inde sane videtur esse (nihil enim indicatur) quod in Ed. Galei apparet *ἕκαστον τῇ ἡμέρῃ*. Mirum autem ni hoc clancularium aliquod facinus Henr. Stephani est, in alios inde derivatum. Istud autem, quamvis speciem aliquam habeat, quatenus constructionem juvat: pejus tamen est illo vitioso, quod, si nihil aliud, saltem vestigia retinet veræ lectionis; conjectitium autem istud & irreptitium & hæc abolet indagationemque frustratur, nec sensum meliorem reddit; nihilo enim magis intelligent Legati, quisnam sit ille dies, quo sciscitari debeant: quem omnino eos scire necesse est & observare, ut in eundem cadant coctura Crœsi & eorum sciscitationes, quemadmodum ipse Crœsus in sequentibus observavit coquendo, *φυλάξας τὴν κυρίην τῶν ἡμερέων, statuto illo die observato*, ut recte Valla. Hoc ergo nihili est, & non sine scelere receptum. Audiamus alios: habemus autem magna nomina. Josephus Scaliger & Daniel Heinsius, referente & consentiente Jun-

ger-

germanno ad Jul. Pollucem I. 67. 48. legere jubent: ἕκαςον ἰῇ ἡμέρῃ. Act. Erud. An. 1716. M. Sept.
i. e. *unamquemque una die*, scil. jussit Crœsus sciscitari. Sed pace Trium virorum, & eorum, qui nefas putabunt illis contradicere, istud adhuc pejus est: primo superstructum est falsæ interpolationi ἕκαςον, deinde sensum tantundem juvat: nonne quæso unusquisque uno aliquo die sciscitabitur, & tamen non omnes eodem? omnino simul omnibus unus certus dies præscribendus erat, non unicuique seorsim: certe etiam sine mandatis necessario, quisque semel interrogaturus, uno aliquo die interrogabit. Postremo, quæ plane indecens est ἀκυρία, sed in nostris hominibus Græca emen- Pag. 421.
dare conantibus mihi sæpius animadversa, non attenditur quid usitatum sit, & quomodo alias Autor loqui soleat, & an ipse ita locuturus fuisset. Cum in omnia cadat unum, necesse est in omni sermone id sæpissime occurrere; nusquam tamen apud Herodotum invenietur ἴα *una*, aut aliquis inde casus, sive ita sive Jonice; sed semper μία in casibus suis, pro ipsius dialecto, per η. Tales vidimus conjecturas. Restant, quæ ante multa secula foliis mandata fuere. Vir Cl. Herodotum ex MS. Mediceo reformans in sua Editione reposuit: ἀπ' ἧς ἂν ἡμέρης ὁρμηθέωσι ἐκ Σαρδίων ἀπὸ ταύτης ἡμερολογεόντας ἕκαςος τῇ ἡμέρῃ χρῆσθαι τοῖσι χρηςηρίοισι. Expectabas aliquid. Sed eadem vides, quæ ex prioribus Edd. supra posuimus. Ita tamen agit quasi in solo illo Cod. extet ἕκαςος, interim cum conspurcatis illis Aldinis, quibus Camerarius acquievit, hic in malo consentit bonus ille Codex. Frustra autem confirmare conatur Vir Cl. aliunde ex Herodoto; nam aliena sunt, quæ adducit, excepto uno loco ex I, 63; sed æque suspectum nihil juvat. Condonetur sane verborum constructio quamvis intolerabilis; manent tamen rerum δυςχέρειαι superius indicatæ. Sic vertit: *ut qua die proficiscerentur ex Sardibus ab ea reliquum tempus per quemlibet diem supputantes, quique ista die oraculis uterentur*, fideliter: & dies illa κυρία tamen non apparet. Lege ergo pro ἕκαςος τῇ una litera omissa ἑκατοςῇ i. e. *centesima* die: ut dimiserit eos Crœsus mandans, *ut, a qua die profecti essent ex Sardibus ab hac numerantes per dies ceterum tempus, centesima die uterentur oraculis sciscitantes &c.* Hæc est κυρία illa dies, qua Legati ingredientur templa, Crœsus culinam: Non Apollinis magis oraculum est verum. Ad alia, omissis multis non levibus.

Cap. LX. Aldina omnesque Edd. habent: ἐπεί γε ἀπεκρίθη ἐκ παλαιτέρυ, τῦ βαρβαρικῦ ἔθνεος τὸ ἑλληνικὸν ἐὸν καὶ δεξιώτερον καὶ εὐηθίης ἠλιθίυ ἀπηλλαγμένον μᾶλλον. Quæ vertam durius ad vitandam ambiguitatem: *Quandoquidem separatum fuit jam olim a barbarico genere genus Græcum, existens dexterius & a fatuitate stolida*

 lida magis abhorrens. Hoc verum eſt, nec aliter ſentiunt Græci, & non eſt neceſſe aliorum teſtimonia hic cumulare. Sed nova Editio contrarium menti Autoris, contrarium veritati exhibet: Pag. 361. *ἐπεί γε ἀπεκρίθη ἐκ παλαιτέρου τὸ βάρβαρον ἔθνος τοῦ ἑλληνικοῦ· ἐὸν δεξιώτερον* &c. i.e. *poſtquam ſeparatum fuit jam olim Barbarum genus a Græco, exiſtens dexterius &c.* Ita quidem ex MS. illo, ſed & princeps Aldina ex MS. fuit expreſſa, & quidem multo meliore. Apparet autem eſſe interpolationem ex uno in plures derivatam: nempe ſciolum aliquem librarium offendebant duo genitivi diverſi ambiguitatem parientes *ἐκ παλαιτέρου τοῦ βαρβάρου ἔθνεος*, itaque tanquam melius faciebat, *ἐκ παλαιτέρου τὸ βάρβαρον ἔθνος*. Thucydides qui noſtrum bene norat & ſæpius ad eum reſpicit, ex illo loco colorem ducens eandem *χέσιν* obſervavit, nempe *ἀπεκρίθη--τοῦ βαρβαρικοῦ--τὸ ἑλληνικὸν*, dum in Proœmio ſcribit: *οὐ μὴν οὐδὲ βαρβάρους εἴρηκε διὰ τὸ μηδὲ τοὺς ἕλληνάς πω, ὡς ἐμοὶ δοκεῖ, εἰς ἓν ὄνομα ἀντίπαλον ἀποκεκρίσθαι*. *Neque tamen barbaros* dixit Homerus ceteros Græcos *propterea, quod nec Græci adhuc, ut mihi videtur, in unum nomen adverſarium* barbaris *eſſent ſeparati* ab illis. Miror autem rationem Viri Clar. in confirmando: non ceſſat paſſim ut hic aliena allegare, *καὶ οὐδὲν ἐοικότα τῷ πράγματι.*

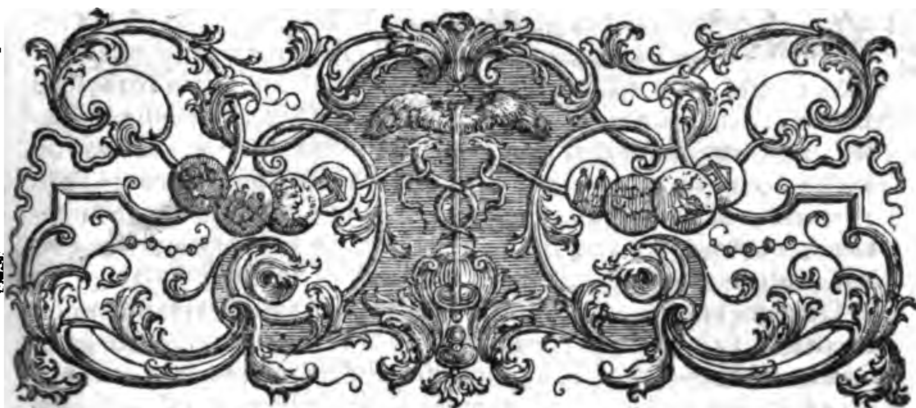
Longe plurima nunc etiam relinquo, quæ recte habentia interpolata ſunt in pejus: quædam etiam, quæ emendationem deſiderabant, quibus nihil ex MS. nihil aliunde opis allatum, ut aliqua plerumque talia deſeruntur, de quo genere maxime notabile quiddam eſt Cap. XCII. quod a nemine, quod ſciam, animadverſum. Sermo eſt de quodam homine, qui, antequam Crœſus regno eſſet potitus, Pantaleontis Crœſi fratris partibus ſtudebat, ut is potius regnaret. Hunc Crœſus jam Rex interfecit ſive interfici curavit: *τὸν ἄνθρωπον ἐπὶ κναφηΐου ἕλκων διέφθειρε*. ita ubique legitur. Nihil hic ex ingenio nihil ex MS. Viri docti. Omnes tacent: ſcilicet nihil intra eſt oleam nihil extra eſt in nuce duri. O illos ſtomachi felices! ego concoquere nequeo; res & verba adverſantur. Res minime regaliter geſta. Bonus ille homo quaſi immemor quis jam regnaret, ſecure, ut videtur, per urbem ſpatiabatur, deinde Crœſus in platea quadam eum offendit: & tunc primum ipſe etiam recordatus illum ſibi in ſucceſſione regni adverſatum fuiſſe, occidendum putavit; ſed tanquam aliquis præ- Pag. 423. timidus & legibus obnoxius, veritus ne ab hominibus videretur, in publico non ſuſtinuit hominem trucidare: verum in proximam quandam officinam eum traxit, non enim habebat qui ſublimem intro raperent, traxit ergo, diu ut videtur reluctantem; ibi demum ſecure miſero ademit animam: quomodo autem id fecerit,

cerit, θεὸς οἶδε, scilicet, & Crœsus cum fullone illo, sodali for- Act. Erud.
te uso; ad nos vix tenuis famæ perlabitur aura per nuncium isto- An. 1716.
rum Herodotum, postquam ei malum quoddam oblatum est. M. Sept.
Non tamen adeo id est occultum ut mediocriter scientem Græce & attentum fallere possit. Consideretur modo ἐπὶ κναφηΐου ἕλκων· hoc non est, ut Valla vertit & omnes ἀνεξετάστως accepere, non est, nec potest esse *in officinam fullonis trahens*, verum *in* aut potius *super officina fullonis trahens*; esset autem illud si legeretur ἐπὶ κναφήϊον vel potius ἐς κναφήϊον ἕλκων. (Nemo mihi objiciat unam & alteram singularem phrasin, quas ipse bene scio, & nihil moror: attendens potius quomodo Herodotus & omnes hic loquerentur.) Rursus autem in tali interficiendi modo considerando facetiæ oriuntur, quas nolo consumere in Tragœdia, cujus faciem res mox sumet post Comicam & nimis plebejam. Nam illum hominem Crœsus exquisitissimis tormentis cruciatum tristissima morte affecit, si legas quod Herodotus scripserat: ἐπὶ κνάφου ἕλκων διέφθειρε. Scire oportet, quid sit κνάφος. Suidas κνάφος, inquit, ὄργανόν τι ἐν κύκλῳ κέντρα ἔχον δι' οὗ τοὺς βασανιζομένους κτείνουσιν. ὅμοιόν ἐστι κναφικῷ κτενί. *Instrumentum quoddam undique stimulos habens, quo sontes tortos occidunt, simile est fullonico pectini.* Tale tormentum adhibuisse Crœsum in illo occidendo ostendam. Hesychius indicio est, corruptus quidem & ille ibi ut passim, sed ad hæc sufficiens, & facile ex nostro vicissim emendandus, ut afferam: ἐπὶ κνάφου ἕλκων διέφθειρε. τὸ γὰρ πρότερον οἱ γναφεῖς ἀκανθῶν σωρὸν συστρέψαντες τὰ ἱμάτια ἐπὶ τοῦ σωροῦ ἔκναπτον. ὁ δὲ σωρὸς ἐλέγετο γνάφος. ὁ οὖν ΚΡΟΙΣΟΣ τὸν ἐχθρὸν περιέξαινε ταῖς ἀκάνθαις καὶ οὕτως ἔφθειρε. Legitur autem in vulgatis ἐπικνάφων ἕλκων. διαφθείρων deinde ἐπὶ τοὺς σωροὺς pro ἐπὶ τοῦ σωροῦ. Post verba Herodoti in principio posita sine dubio eorum expositio & Herodoti mentio amputata: sicut constat plerisque citationibus
Autorum aliisque multis Hesychium truncatum. Illis autem hæc Pag. 424.
dicit: *antea enim fullones spinarum fasce convoluto vestes pectebant: fascis autem ille dicebatur γνάφος. Crœsus itaque inimicum suum laceravit spinis & sic interfecit.* (talia autem notum intelligenda esse, ut Harpagus dicit apud Nostrum I. 117: καὶ εἶδον δι' ἐκείνων καὶ ἔθαψά μιν, non enim ipse Crœsus fuit carnifex.) Accedit Plutarchus in Libro de Mal. Her. hæc tangens: ἀδελφὸν γὰρ αὐτοῦ (τοῦ Κροίσου) Πανταλέοντα περὶ τῆς βασιλείας ἀεί πως διαφέρεσθαι ζῶντος ἔτι τοῦ πατρός. τὸν οὖν Κροῖσον, ὡς εἰς τὴν βασιλείαν κατέστη τῶν ἑταίρων καὶ φίλων τοῦ Πανταλέοντος ἕνα τῶν γνωρίμων ἐπὶ κνάφου διαφθεῖραι καταξαινόμενον. *Fratrem enim*, inquit, *cum eo* (cum Crœso) *Pantaleontem de regno semper fere contendisse vivo adhuc patre.*

patre. Crœsum itaque in regno constitutum, sodalium & amicorum Pantaleontis unum, ex nobilibus, super pectine fullonico interfecisse laceratum. Iste etiam locus nescio quo adverso fato sed aliter corruptus. Ed. Aldina & Basileensis pro ἐπὶ κνάφυ habent ἐπὶ νάφυ, quod nihil est, sed facile manuducit ad κνάφυ vel γνάφυ, nam utraque scriptio obtinet. Ed. Francf. A. 1556. ἐπὶ τάφυ, quod nihil ad rem, ut & Xylander sensit, qui maluit vertere: in officina *fullonis*, quasi esset ἐπὶ κναφείυ, quasi ex Herodoto scilicet, non sentiens aliam ejus depravationem. Deinde ἐν τῷ legitur non ἀεί πως, quod quidem posui, ut aliquid diceretur, non tanquam indubitatum. Præterea Suidas & Goldasti Lexicon Vetus vocum Herodotearum commemorant κνάφος ut ex Herodoto, quod nonnisi in hunc locum cadere potest. Quod ad supplicii genus atrocissimum attinet, tali supplicio apud inferos exercetur Aridæus ille Platonis antiquus tyrannus crudelissimus aliique similes. Lib. ult. de Rep. *illum*, inquit Er, *infernales ministri cum quadrupedem constrinxissent & in caput proturbassent, & excoriassent, trahebant secus viam exterius super tribulis lacerantes*, quorum postrema Græce: εἷλκον—ἐπ᾽ ἀσπαλάθων κνάμπτοντες. ubi ἀσπάλαθοι *frutices spinosi*, κνάμπτοντες autem idem quod κνάπτοντες (unde κνάφος,) & exponentibus Græcis Lexicographis καταξαίνοντες, quo Plutarchus utebatur: ἐπὶ κνάφυ καταξαινόμενον.



EX-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS, ANNI 1717.

MAG. PETRI HORREBOWII

Math. super. in Universitate Havniensi Profess. Ord. determinatio apparentis diametri Solaris.



UM proxime cogitationes meas de restituendis motibus Solaribus proposuerim, nihil autem satis limitate de apparente Solis diametro statuerim; volui & hac in parte curiositati Orbis eruditi pro virili satisfacere. Per hos ergo viginti quatuor annos, ab anno nimirum 1692 ad annum 1716, in quibus peractæ fere continua serie observationes cœlestes in promptu sunt, transitus diametri Solaris per meridianum constanter fuit 2'. 9". 15‴. quando scilicet Sol fuit in media sua a Tellure distantia, quod interea contigit, & præcipue anno 1706. ♈ & ♎ 7°. 30'. nam in hoc negotio ultima non requiritur accuratio. Ergo iisdem temporibus declinatio Solis fuit 2°. 58'. 56". neque enim hoc negotium turbat in declinatione pauco- Act. Erud. An. 1717. M. Febr. Pag. 92.

Act. Erud. An. 1717. M. Febr. Pag. 93.

corum secundorum error. Resolvuntur itaque 2′. 9″. 15‴. temporis in 32′. 18″. 45‴. arcus; seu 116325‴. Porro ut radius 10000000. ad 116325‴; sic cosinus declinationis 9986457. ad 116167‴. id est 32′. 16″. 7‴. quæ est apparens diameter Solis in media distantia. Ex declinationibus superioris & inferioris limbi Solaris in meridie iisdem temporibus sumptis, concluditur diameter Solis in media distantia 32′. 14″. In ea autem altitudine deprehenditur refractio inferioris limbi 2″ major, quam superioris, quibus adjectis fit diameter Solis 32″. 16‴. ut antea.

Quando Sol est in distantia apogea, invenitur ejus diameter ex declinationibus limborum 31′. 43″. vel 44″, sumendo inter omnia medium. Transitus diametri iisdem temporibus per meridianum interdum 2′. 18″. temporis, interdum 2′. 18″. 15‴. Assumo inter utrumque medium 2′. 18″. 8‴. temporis, quod in arcu dat 34′. 32″, seu 2072″. Iisdem temporibus declinatio Solis est 23°. 16′. 34″. ergo ut radius 100000, ad 2072″; sic cosinus declinationis 91863, ad 1903½″. id est 31′. 43½″. ut antea.

Quando Sol est in distantia perigea, varia & inconstans est diameter ex declinationibus limborum deducta, forsan ob inconstantiam refractionum in tam parva altitudine; frequentissime tamen occurrit 32′. 35″. In ea autem altitudine *refractio* inferioris limbi superat refractionem superioris quasi 14″, quibus adjectis, nascitur diameter Solis perigei 32′. 49″. Transitus diametri Solis per meridianum maxime probabilis iisdem temporibus est sæpe 2′. 22″. 45‴. sæpe 2′. 23″. sæpius minor, sed & non raro major; hinc ergo assumo medium 2′. 22″. 52‴. quod in arcu æquatoris dat 35′. 43″. seu 2143″. dico ergo: Ut radius 100000, ad 2143″; sic cosinus declinationis 91863, ad 1969″. seu 32′. 49″. ut antea.

Tabulam per hanc festinationem pertexere non licet, sed hanc facile adornaverit quicunque in hisce studiis non plane hospes.

Quæ prolixiora nobiscum communicavit Cl. Autor sub titulo ἀντχνία Kepleriana *ἐντεχνος, in Suppl. T. VI. Sect. 8. p. 366. exhibuimus.*

C. WOL-

Act. Erud. An. 1717. M. Mart. Pag. 109.

C. WOLFII

THEOREMATA GEOMETRICA NOVA,

Quibus omnium Parabolarum, Hyperbolarum & Cissoidum in infinitum, aliarumque innumerarum Curvarum novarum descriptiones simplicissimæ continentur.

THEOREMA I.

SI in triangulo æquicruro ACB *ducatur* QF *basi* BC *parallela & assumta constante* AL *compleatur rectangulum* FGLQ, *tandemque per* A *&* G *ducatur recta* AM; *erit punctum* M *in Parabola* Apollonii, *cujus axis* AP, *vertex* A *& parameter* AL. Tab. I. Fig. 1.

DEMONSTRATIO.

Ob parallelismum rectarum LG & QM est AL : LG = AQ : QM, hoc est, quia GL = FQ = AQ *per hypoth.* AL : AQ = AQ : QM. Sed ob parallelismum rectarum AQ & PM, itemque AP & QM, est AP = QM & PM = AQ. Quare AL : PM = PM : AP. Cum itaque AL . AP = PM^2; erit punctum M in Parabola *Apollonii*, quæ habet axem AP, verticem in A & parametrum AL. *Q. e. d.*

THEOREMA II.

Si ad axem AP *Parabolæ cujuscunque ex earum numero, ad quas, posita parametro* = 1, $PM^m = AP$, *erigatur normalis* AC *in vertice* A, *fiatque* AL *parametro &* LR *ipsi* QM *parallela & æqualis; recta per* A *&* R *ducta designabit punctum* N, *quod est in parabola proxime superiori quam* AM, e. gr. in Parabola secundi generis, si AM fuerit primi generis.

DEMONSTRATIO.

Ob parallelismum rectarum LR & QN est AL : LR = AQ : QN, hoc est, quia LR = QM *per hypoth.* AL : QM = AQ : QN. Sed, posita parametro AL = 1, ex natura Parabolarum QM = AQ^m: quare 1 : AQ^m = AQ : QN. Quoniam itaque ob parallelismum rectarum AO & QN, itemque AQ & ON, est AQ = ON & QN = AO; erit 1 : ON^m = ON : AO, consequenter AO = ON^{m+1}. Est itaque punctum N in Parabola proxime superiore quam AM. *Q. e. d.*

Act. Erud. An. 1717. M. Mart. Pag. 110. Tab. I. Fig. 2.

THEOREMA III.

Si in parallelogrammo rectangulo ALCB *ducatur* GQ *ipsi* AL *parallela & ad diagonalem* AG *rectanguli* ALGQ *excitetur normalis* AM *recta* GQ *continuatæ in* M *occurrens ; erit punctum* M *in Parabola* Apollonii, *cujus parameter* AL.

DEMONSTRATIO.

Est enim ob angulum GAM rectum GQ:QA = QA:QM. Quare cum sit ob parallelismum rectarum GM & LP, itemque LG, AQ, & PM, AL = GQ: AQ = PM & QM = AP; erit etiam AL:PM = PM:AP, consequenter AL.AP = PM^2. Est adeo punctum M in Parabola *Apollonii*, cujus parameter AL. *Q. e. d.*

THEOREMA IV.

Si ad chordam AM *in parabola quacunque* AMH *ex illarum numero, ad quas* AL . $AP^m = AP^{m+1}$ *excitetur normalis* AN *semiordinatæ* PM *continuatæ in* N *occurrens ; erit punctum* N *in Parabola proxime superiore quam* AMH. E. gr. Si M fuerit in Parabola primi generis ; erit N in ea, quæ secundi generis ; si S Parabola tertii, V in Parabola quarti generis &c.

DEMONSTRATIO.

Cum enim sit ob angulum MAN rectum PM: AP = AP: PN; erit etiam $PM^m : AP^m = AP^m : PN^m$. Sed $PM^m = AL. AP^{m-1}$ ex natura Parabolarum. Ergo AL: AP = $AP^m : PN^m$. Quoniam vero ob parallelismum rectarum AP & TN, itemque AT & PN, AP = TN & AT = PN; erit AL: TN = $TN^m : AT^m$, consequenter AL . $AT^m = TN^{m+1}$. Est itaque punctum N in parabola proxime superiori quam AMH. *Q. e. d.*

THEOREMA V.

Fig. 3. *Si ad chordam arcus circuli* AM *erigatur normalis* AN *semiordinatæ* PM *continuatæ in* N *occurrens ; punctum* N *est in Cissoide* Dioclis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ob angulum NAM rectum PM: PA = PA : PN; erit etiam $PM^2 : PA^2 = PA^2 : PN^2$. Sed PM^2 = AP . PB ex natura circuli. Ergo AP . PB : $PA^2 = PA^2 : PN^2$, consequenter PB : PA = $PA^2 : PN^2$. Quare si AB = a, AP = x, PN = y; habetur æquatio curvæ AND naturam definiens $x^3 : (a - x) = y^2$. Unde patet, esse Cissoidem *Dioclis*. *Q. e. d.*

THEOREMA VI.

Pag. 111. *Si* AMB *fuerit circulus superioris generis, punctum* N *eodem modo determinatum est in Cissoide generis proxime superioris*. E. gr. si AMB circulus secundi generis, dico Cissoidem AND fore tertii generis.

DEMONSTRATIO

Act. Erud. An. 1717. M. Mart.

Cum sit $PM^{m+1} : AP^{m+1} = AP^{m+1} : PN^{m+1}$ & $PM^{m+1} = AP^{m} . PB$ ex natura circulorum superiorum ; erit $PB : AP = AP^{m+1} : PN^{m+1}$. Quare si ut ante sit $AB = a$, $AP = x$, $PN = y$; erit æquatio curvas AND in infinitum definiens $X^{m+2} : (a - x) = Y^{m+1}$. Unde intelligitur, in quolibet casu AND esse Cissoidem aliquam & genus ejus uno gradu superare genus circuli genitoris AND. *Q. e. d.*

SCHOLION.

Si curva genetrix sit ellipsis; genita habet semiordinatas ad semiordinatas Cissoidis ejusdem generis in ratione constante. Sunt nempe potentiæ semiordinatarum illius curvæ ad potentias Cissoidis ut parameter ellipsis ad ejus axem, qui idem est diameter circuli genitoris.

THEOREMA VII.

Si recta AN *ad radium* AM *circuli* DMB *normalis semiordinata* PM *continuata in* N *occurrat, punctum* N *erit in curva, hujus hæc singularis est proprietas, ut facta* AQ = PM, *trilineum* APN *sit segmento semicirculi* DQR *æquale.* Tab. I. Fig. 4.

DEMONSTRATIO.

Sit $AP = x$, $AM = a$: erit $PM = \sqrt{(a^2 - x^2)}$, & hinc ob $PM : AP = AP : PN$ reperitur $PN = x^2 : \sqrt{(a^2 - x^2)}$; Est adeo vi calculi summatorii *Leibnitiani* trilineum $APN = \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(a^2 - x^2)}}$. Sit $DQ = v$; erit $QR = \sqrt{(2av - v^2)}$ & hinc segmentum semicirculi $\int dv \sqrt{(2av - v^2)}$. Est vero *per hypoth.* $QA = PM$, hoc est, $a - v = \sqrt{(a^2 - x^2)}$. Unde facta reductione reperitur $x = \sqrt{(2av - v^2)}$, facta vero differentiatione $xdx : \sqrt{(a^2 - x^2)} = dv$. Ergo $\int dv \sqrt{(2av - v^2)} = \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$, hoc est, DQR = APN *Q. e. d.*

SCHOLION.

Quoniam $x = \sqrt{(2av - v^2)}$; patet hinc insignis aliqua circuli proprietas hactenus non animadversa. Nempe si fiat AQ = PM, fore QR = AP: Obiter noto, BC ad diametrum circuli PB normalem esse curvæ ANR asymptotum.

THEO-

THEOREMA VIII.

Act. Erud. An. 1717. M. Mart. Tab. I. Fig. 5. Pag. 112.

Si ad chordam AM *hyperbolæ æquilateræ* AMR *perpendicularis* AN *excitetur semiordinatæ* PM *in* N *occurrens, punctum* N *est in curva Cissoidi agnata, in qua nempe, posito axe transverso hyperbolæ* AB, $BP:AP = AP^2:PN^2$.

DEMONSTRATIO.

Cum enim sit $PM^2 : AP^2 = AP^2 : PN^2$ & ex natura hyperbolæ æquilateræ $PM^2 = AB \cdot BP$; erit $AP \cdot BP : AP^2 = AP^2 : PN^2$, consequenter $BP : AP = AP^2 : PN^2$. Quod vero hæc curva agnata sit Cissoidi, ex æquatione patet. Sit enim $AB = a$, $AP = x$, $PN = y$; erit $y^2 = x^3 : (a + x.)$ At Cissoidis æquatio est $y^2 = x^3 : (a - x)$.

SCHOLION.

Superiorum generum hyperbolæ æquilateræ gignunt curvas superiorum generum Cissoidibus agnatas, quæ proprio nomine adhuc destituuntur, quia hactenus a Geometris non fuerunt consideratæ. Hyperbolæ scalenæ generant curvas, in quibus potentiæ ordinatarum ad potentias similes in prioribus rationem constantem habent parametri genetricis ad ejus axem transversum.

THEOREMA IX.

Fig. 6. *Si ex centro* C *hyperbolæ æquilateræ ad quodcumque punctum* M *ducatur recta* CM *& in* C *excitetur ad eam normalis* CN; CQ *vero perpendicularis ad axem* AB, *tandemque ex* M *ducatur* MN *ipsi* BP *parallela occurrens normali* CN *in puncto* N; *erit hoc punctum in curva* CNR, *cujus hæc singularis est proprietas, ut trilineum mixtilineum* CQN *sit segmento hyperbolico* APM *æquale*.

DEMONSTRATIO.

Sit $AC = a$, $CQ = x$; erit ex natura hyperbolæ æquilateræ $MQ = \surd(x^2 + a^2.)$ Unde ob $MQ : QC = QC : QN$ *reperitur* $QN = x^2 : \surd(x^2 + a^2.)$ quare vi calculi summatorii *Leibnitiani* $\int x^2 dx : \surd(x^2 + a^2)$ est spatium trilineum CNQ. Sit $AP = v$; erit $PM = \surd(2av + v^2)$ per naturam hyperbolæ æquilateræ, & hinc segmentum hyperbolicum $AMP = \int dv \surd(2av + v^2.)$ Est vero ob $CQ = PM$ $x = \surd(2av + v^2)$ & ob $CP = QM$ *vi calculi Leibnitiani* $xdx : \surd(x^2 + a^2) = dv$. Patet ergo esse $\int x^2 dx : \surd(x^2 + a^2) = \int dv \surd(2av + v^2)$ hoc est, $CQN = AMP$. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

Quia $QN = y = x^2 : \surd(x^2 + a^2)$; erit $y^2 = x^4 : (x^2 + a^2)$ Est itaque curva tertii generis.

THEO-

THEOREMA X.

Act. Erud. An. 1717. M. Mart. Pag. 113.

Si DC *&* CE *fuerint asymptoti alicujus Hyperbolæ* AMS *ex earum numero, ad quas spectat æquatio* $a^{m+1} = xy^m$ *(positis nempe* CL = a, CP = x *&* PM *ipsi* CD *parallela* = y) *&* *ducta per* M *ipsi* CE *parallela* KN, *factaque* CH = CL, *ex* H *ducatur* HQ *ipsi* KP *& ex* Q *asymptoto* CD *parallela* QN; *erit punctum* N *in Hyperbola proxime superiori, quam est genetrix* AML.

DEMONSTRATIO.

Ob parallelismum rectarum KL & HQ est CK : CH = CP : CQ. Sed CK = PM = y & CH = CL = a. Est itaque PM : CL = CP : CQ. Et quoniam ex natura hyperbolæ CP = $a^{m+1} : y^m$; reperitur CQ = $a^{m+2} : y^{m+1}$. Unde si CQ = X; erit $a^{m+2} = xy^{m+1}$. *Q. e. d.*

THEOREMA XI.

Tab. I. Fig. 8.

Si CD *&* CE *fuerint asymptoti &* CL *latus potentiæ hyperbolæ ductisque* AL = CL *&* PQ *asymptoto* CE *&* AT *alteri* CD *parallelis jungantur puncta* C *&* Q *recta* CQ *atque ex* N *demittatur perpendicularis* NM; *erit punctum* M *in Hyperbola Apollonii.*

DEMONSERATIO.

Etenim ob parallelismum rectarum LN & PQ est CL : CP = LN : PQ. Sed PQ = CL. Ergo CL : CP = LN : CL, consequenter CL^2 = CP . PN. Est adeo N in hyperbola *Apollonii*. *Q. e. d.*

THEOREMA XII.

Si AMG *fuerit Hyperbola ex earum numero, quæ sub æquatione* $a^{m+1} = x^m y$ *continentur &* CL = AL *latus potentiæ hyperbolæ,* EC *vero &* CD *ejus asymptoti, ductaque ex* C *ad quodvis hyperbolæ punctum* M *recta* CM *per* R *agatur ipsi* CE *parallela* RS; *erit punctum* S *in hyperbola proxime superiori, quam* AMG.

DEMONSTRATIO.

Est enim CP : PM = CL : LR. Sed LR = PS. Ergo CP : PM = CL : PS. Sit CL = a, PC = x; erit PM = $a^{m+1} : x^m$, consequenter PS = $a^{m+2} : x^{m+1}$ & hinc æquatio pro curva, in qua punctum S, $a^{m+2} = x^{m+1} y$. *Q. e. d.*

SCHOLION.

Me non monente apparet, similibus artificiis innumeras alias curvas describi posse. Nostra vero theoremata in lucem publicam pro-

Act.Erud. An. 1717. M. Mart. proferre libuit, non modo quod hactenus desideratæ fuerint parabolarum & hyperbolarum superiorum descriptiones commodæ, verum etiam quod nostræ curvarum descriptiones mihi utiles visæ fuerint ad theoremata condenda. Ceterum cum huc usque in Pag. 114. construendis æquationibus cubicis & biquadraticis parabola ceteris sectionibus conicis prælata fuerit ob simplicitatem constructionis, hyperbola autem sæpius suppeditet constructiones concinniores & ab ipsa quasi natura ad solutionem quorundam problematum præ aliis lineis destinetur; epilogi loco adjicere libet hyperbolæ constructionem adeo simplicem, ut hyperbolam in posterum Tab. I. Fig. 5. facilius, quam parabolam construere liceat. Sit nimirum AB axis transversus, AD ad AB normalis semiaxis conjugatus. Ex centro hyperbolæ C describatur semicirculus FD*f* radio CD; erunt *f* & F foci hyperbolarum oppositarum. Ex F per D (aut quomodocunque libuerit) ducatur recta FG & ex F radio FE, qui axi transverso æqualis describatur arcus LE, mox alii complures concentrici MM infra verticem hyperbolæ A. Tandem ex foco F intervallo E*m* determinentur puncta M & M.

C. G. Temperamentum Musicum universale.

SIT data proportio intervalli in numeris $c:d$
Numerus partium in quas dividi debet intervallum datum sit a.
Erit earum quælibet $C^{1:a} : d^{1:a}$
Quæ in se ducta datis vicibus b
Exhibebit intervallum quæsitum $C^{b:a} : d^{b:a}$

In octava ratio $c:d$ constans est $2:1$ & pro genere Diatonico-Chromatico $a=12$ (quoniam octava dividenda est in duodecim hemitonia tanquam partes minimas.) Præterea cum numerus b determinetur ex denominatione intervalli quæsiti, erit canon universalis pro intervallis generis Diatonico-Chromatici $2^{b:12} : 1 : {}^{b:12}$

Quare Hemitonium C : Cis $= \sqrt[12]{2:1}$.
Tonus . . C : D $= \sqrt[6]{2:1}$.
Tertia minor C : Dis $= \sqrt[4]{2:1}$.
Tertia major C : E $= \sqrt[3]{2:1}$.
Quarta . . C : F $= \sqrt[12]{32:1}$.
Quarta abund. C : Fis $= \sqrt{2:1}$.

Quin-

Quinta . .	C:G	$=\sqrt[12]{128:1}$.	Act. Erud. An. 1717. M. Mart. Pag. 115.
Sexta minor def.	C:Gis	$=\sqrt[3]{4:1}$.	
Sexta major . .	C:A	$=\sqrt[4]{8:1}$.	
Septima min.	C:B	$=\sqrt[6]{32:1}$.	
Septima maj.	C:H	$=\sqrt[12]{2048:1}$.	
Octava	C:c	$= 2:1$.	

Eadem methodo absolvitur temperamentum generis Enharmonici, quod hic tædii vitandi causa omittimus. In praxi numeris surdis substitui possunt rationales per appropinquationem continuam, donec excessus vel defectus, aurium judicio, nihilo æquetur.



NOVA METHODUS

Pag. 117.

Inveniendi ætatem mundi seu status præsentis Telluris,

ab EDMUNDO HALLEJO *in Transactionibus Anglicanis An.* 1715. *Num.* 344 *p.* 290. *& seqq. publicata.*

SAlsedinem in oceano atque lacubus continuo augeri arbitratur celeberrimus *Hallejus*. Cum enim fluvii continuo aquas advehant, nullas vero inde revehant, nec tamen eorum quantitas in oceano augeatur; ut affluentes quotidie in vapores resolvantur, extra omne dubium positum est. Sed dum aqua in vapores abit, particulæ salinæ, quas terras alluendo attraxerat in itinere, secernuntur: salis adeo quantitas continuo augetur. Quoniam tamen incrementa quotidiana, immo forte & annua, insensibilia sunt, cum aqua fluviatilis sensibili salsedine careat; ut incrementi salsedinis quantitas sine periculo nimium a vero aberrandi definiri possit, notabile annorum intervallum requiritur. Suadet itaque Vir ingeniosus, ut salsedinis quantitas nostro ævo experimentis accurate institutis definiatur & in eruditorum annalibus ad posterorum memoriam transmittatur, qui ubi eandem denuo ad examen revocaverint, incrementum dato tempori respondens determinabunt & inde per regulam trium mundi ætatem calculo probabili elicient. Quodsi supponas, ab initio rerum aquas oceani jam fuisse salsas; tellurem multo juniorem esse, quam prodiderat calculus, constabit.

Pag. 118.

Act. Erud. An. 1717. M. April. Pag. 189.

ELOGIUM JACOBI GRONOVII.

AMisit clarissima Lugdunensium apud Batavos Academia præterito anno Jacobum Gronovium, Virum, qui dum vixit, assiduam dedit operam, ut bonas literas ornaret, & quicquid ingenio & doctrina poterat, ad communem omnium utilitatem conferret. Natus est Vir celebris Daventriæ oppido Belgii fœderati nobilissimo, patremque habuit Virum itidem præclare doctum, qui Daventria relicta Lugdunum abiens hunc filium artibus, quæ in puerilem ætatem cadunt, satis excultum eo secum duxit, & Pag. 190. nihil eorum, quæ ad formandum poliendumque ejus ingenium pertinere videbantur, prætermisit. Inprimis cum singulari naturæ instinctu literarum Græcarum & Latinarum amore eum flagrare animadverteret, non retraxit ab hoc laudabili instituto, imo acriores ei admovit stimulos, & ut in egregio proposito persisteret, & amœniora literarum studia cum *Juris scientia* conjungeret, vehementer hortatus est. Quo factum, ut accepta peregrinandi potestate in Angliam optimam literarum sedem primum excurreret, & in Academia Oxoniensi, & Cantabrigensi e codicibus manu exaratis sedulo colligeret, quicquid futuro tempore usibus suis proficuum existimabat. Hic in complurium doctorum virorum amicitiam admissus est, & cum Pocockio, Pearsonio, præcipue autem Merico Casaubono, tam familiariter vixit, ut & postremus morti proximus inter mutuos ejus complexus exspiraret. Ex Anglia redux, fructus, quos ex ista peregrinatione tulerat, illico cum eruditis communicavit, & Polybium Historicum Græcum suis & Casaubonorum observationibus illustratum edidit. Qua & re proceres urbis patriæ, quibus Gronovii ingenium mirifice placebat, adducti, provinciam, quam Hogersius olim tenuerat, ei decreverunt, quam tamen exteris invisendis regionibus intentus modeste abnuit, & sequenti anno in eorum societatem, qui illustrem Paatsium ordinum Belgicorum legatum in Hispaniam comitabantur, adsumtus est. Inde Italiam petiit, ubi tantum gratia apud magnum Hetruriæ Ducem valuit, ut Magliabecchio & purpurato Patre Mediceo pro ipso potissimum adnitentibus, in locum Chimentelli Professoris Pisani sufficeretur. Neque tamen diutius ibi commoratus est, sed elapso duorum annorum spatio Venetias, Pataviumque evolavit.

lavit. Cum vero accidisset, ut morte propinqui cujusdam opimam hereditatis portionem ad se devolutam cerneret, retulit iterum pedem in Germaniam, & sibi ac Musis suis deinceps vivere decrevit. Sed non diu admodum hoc literato otio frui potuit, quandoquidem A. 1679. Lugdunum evocatus, & Professoris officio admotus est, ubi primo statim in Academiam introitu tam egregie se commendavit Patribus, ut pensionem huic muneri attributam quadringentorum florenorum accessione augerent. Ad exteros aliquoties invitatus est, nihilominus tamen Lugdunum suum Patavio, Kilonio, aliisque locis, quo vocabatur, perpetuo prætulit. An. 1702. titulo Geographi Lugdunensis & lautiore iterum stipendio ornatus est. In eo jam ejus industria versabatur, ut Tacitum scriptorem gravissimum variis adnotationibus auctum in lucem emitteret, cum fatum interveniret cœptis, & filiam ejus natu minimam, quam eximio amore diligebat, inopinata morte extingueret. Qua domestica clade ita parens perculsus, & quasi extra se positus fuit, ut die XXI. Octobr. præteriti anni, postquam undecim dies lectulo fatali adfixus decubuerat, simili modo ex hac vita emigraret. Alter filiorum, quos reliquit, arti medicæ, natu vero minimus juris scientiæ & elegantioribus literis studium suum addixit. Ceterum Gronovius non admodum placido, sed paululum acerbiore ingenio fuit, quod inprimis controversiæ, quæ ipsi cum Fellero, Perizonio, If. Vossio, Fabretto, Blancardo, Clerico, Kustero aliisque intercesserunt, satis superque testantur. Scriptorum, quibus inclaruit, larga messis est, quoniam vero maximam partem in his Actis nostris recensentur, illa saltem hic indicasse sufficiet. Edidit autem 1) Macrobium cum suis, Pontani, & Meursii observationibus, Lugduni 1670. in 8. & Londin. 1694. 8. 2) Polybium cum suis & ineditis Casauboni utriusque, Valesiique, & Palmerii notis, Amst. 1670. III. vol. in 8. 3) Cornel. Tacitum cum variorum Commentariis, Amst. 1673. & denuo 1685. II. volum. 4.) Supplementa Lacunarum in Ænea Tactico, Dione, & Ariano, Lugd. Bat. 1675. in 8. 5) Tit. Livium Amst. 1679. 8. 6) Stephani Byzantini Fragmentum de Dodone exercitationibus Academicis illustratum, Lugd. Bat. 1681. 4. 7) Henrici Valesii Notas in Harpocrationem Lugd. Bat. 1682. 4. 8) Senecam Tragicum Amst. 1682. 8. 9) Exercitationes Academicas de Pernicie & casu Judæ, Lugd. Bat. 1683. 4. 10) Epictetum, Delph. 1683. 8. 11) Pomp. Melam cum Excerptis ex Julio Honorio, & Æthici Cosmographia, Lugd. Bat. 1685. 8. 12) Dissertationes de Origine Romuli, Lugd. Bat. 1684. 8. 13) Responsionem ad Cavillationes Fabretti, Lugd. Bat. 1684. 8. quibus Fabretti ficto Jasithæi nomine Apologema ad Gronovium, in

Act. Erud. An. 1717. M. April. Pag. 191.

Act.Erud. An. 1717. M. April. Pag. 192.

ejusdemque Titivilitia seu somnia de T. Livio opposuit. 14) Leonardi Augustini Gemmas & Sculpturas antiquas, Franequ. 1685 & 1694, in 4. 15) Aulum Gellium, Lugd. Bat. 1687 in 8 & 1706 in 4. 16) Lucianum Gr. & Lat. II. Vol. Amst. 1687. 8. 17) Stephani Byzantini editionem Berckelianam, Lugd. Bat. 1688. fol. 18) Cebetis Tabulam Gr. & Lat. cum notis suis, Lugd. Bat. 1687. 8. 19) Jo. Fred. Gronovii de Sestertiis, seu subcesivorum pecuniæ veteris Græce & Romanæ Libr. IV. Lugd. Bat. 1691. 4. 20) Ciceronis opera cum notis, Lugd. Batav. 1692. 4. II. Vol. & 12. V Vol. 21) Ammianum Marcellinum cum Lindenbrogii, Valesiorum & Gronovii notis, Lugd. Bat. 1693 in fol. & 8. 22) De Icuncula Smetiana, qua Harpocratem indigitarunt, Lugd. Bat. 1693. in 4. 23) Harpocrationis Lexicon Græce cum suis & Valesii Maussacique notis, Lugd. Bat. 1696. in 4. 24) Gorlæi Dactyliothecam, Lugd. Bat. 1695. 4. II. Vol. 25) De duobus lapidibus in agro Duyvenvoordiensi repertis, L. B. 1696. 4. 26) Rycquium de Capitolio Romano cum Not. Gronovii, L. B. 1696. 8. 27.) Q. Curtium cum ipsius & variorum notis, Amst. 1696. 8. 28) Thesaurum antiquitatum Græcarum, L. B. 1697. 1702 fol. XII. Vol. 29) Geographiam antiquam, hoc est, Scylacis Periplum *maris* mediterranei, Anonymi Periplum Paludis Mœoticæ, *Agathemeris* Hypotyposin, cum notis Vossii, Palmerii, Tennulii, & Gronovii, L. B. 1697. 4 & 1700. 4. 30) Manethonis Apotelesmatica cum versione Latina & notis, L. B. 1698. 4. 31) Suetonium a Salmasio recensitum cum emendationibus Gronovii, L. B. 1698. 12. 32) animadversiones in Scylacis Oxoniensem editionem, & dissertationes Dodvvellianæ de Scylacis ætate examen, cum Ephori fragmento ex Cosmæ Topographia, L. B. 1699. 4. 33) Memoriam Cossonianam, adjecta nova Editione monumenti Ancyrani cum not. Gronovii, L. B. 1695. 4. 34) Phædrum cum Joh. Frid. & Jac. Gronovii notis, & Nic. Disspontini Collectaneis. L. B. 1703. 8. 37) Arrianum de expeditione Alexandri cum ejus *Indice*, addita Vulcanii versione interpolata, & suis animadversionibus L. B. 1704. fol. 36) Minutium Felicem cum not. varior. & suis, addito Cypriano, & Firmico, L. B. 1709. 8. 37) Fragmentum Josephi, quod continet decreta Romana & Asiatica pro Judæis, cui additæ sunt notæ ac emendationes variæ in Suidam, L. B. 1712. 8. 38) Herodotum Gr. & Lat. cum not. L. B. 1715. De ceteris, quæ adfecta habuit Gronovius, spes adhuc superest, fore, ut a filiis suo tempore edantur.

NO-

Act. Erud. An. 1717. M. Maii. Pag. 232.

NOTANDA

Circa Theoriam colorum Nevvtonianam.

IN Actis An. 1713. p. 447. monuimus, multos optare, ut Vir summus, *Newtonus* mentem suam aperire dignetur de difficultate ab ingeniosissimo *Mariotto* ejus colorum theoriæ objecta. *Mariottus* scilicet contendit, lumen coloratum per refractionem in prismate trigono factam productum iterata refractione in alios colores ex parte mutari, quod tamen vi theoriæ *Newtonianæ* immutabile esse debebat. Cum hæc legeret *Newtonus*, difficultatem e medio sublaturus experimenta, quibus theoria ipsius confirmatur, juxta methodum suam per J. T. *Desaguliers*, Societatis Regiæ Sodalem, coram illustri hac Societate iterari curavit, qui eadem postea coram *Monmortio* aliisque Academiæ Regiæ Scientiarum Sociis felici cum successu repetiit. Inde apparet, radios luminis esse omnino heterogeneos & pro diversitate coloris diversos admittere refrangibilitatis atque reflexibilitatis gradus, & colores vere primitivos per refractionem in alios minime mutari posse. Ratio vero, cur *Mariotto* non successerit experimentum, hæc redditur, quod colores per refractionem in prismate factam productos falso habuerit pro primitivis, cum per eam radii heterogenei non prorsus a se invicem separentur, atque methodum ignoraverit eos sufficienter a se invicem separandi. Primum nimirum eandem publicavit *Newtonus* in Optica prop. 4. lib. & *Desaguliers* testatur, descriptionem ibi traditam sibi suffecisse ad experimenta cum successu capienda. Successus experimentorum claret ex Transactionibus Anglicanis Anni 1716. ubi Num. 348. p. 435. & seqq. singula distincte describuntur, quæ coram Societate Regia ad nutum *Newtoni* iteravit. Nos operæ pretium judicamus, ut methodum separandi a se invicem heterogeneos luminis compositi radios ex Optica *Newtoniana* huc transcribamus. In Solis radio per parvum rotundumque foramen in cubiculum tenebricosum immisso lens MN intervallo circiter decem duodecimorum pedum a fenestra erigatur, qua foraminis imago I super chartæ albæ plagulam ultra lentem collocatam distincta depingatur. Deinde proxime post lentem MN prisma vitreum ABC interponatur, quo lumen trajectum refringatur ab I ad aliam chartam *pt*, ibique rotunda imago I convertatur in oblongam *pt*. Movenda autem est

Edit. Act. (margin, beside line 1)

Tab. II. Fig. 1. (margin)

Pag. 233.

Act.Erud. An. 1717. M. Maii. est charta ultro citroque usque eo, donec charta & prisma justo inter se spatio distent, quo rectilinea imaginis latera quam maxime distincta appareant, sine ulla penumbra. Ea imago *pt* constat ex circulis *ag*, *bh*, *ci*, *dk*, *el*, in una eademque recta ordine continuo dispositis, qui singuli æquales sunt circulo I & consequenter foramini F magnitudine respondent. Quamobrem minuendo id foramen hi circuli, iisdem adhuc manentibus centrorum intervallis in quam libuerit parvitatem contrahi poterunt, indeque obtinebitur radiorum mixtura in imagine *pt* tam parva, quam ipsi cupimus. Loco rotundi foraminis F melius adhibetur oblongum, forma oblongi parallelogrammi, cujus longitudo parallela sit prismati ABC & unciæ unius aut duarum, latitudo solummodo $\frac{1}{10}$ aut $\frac{1}{20}$ unciæ. Potest etiam adhiberi foramen triangulum, binis lateribus inter se æqualibus, cujus basis e. gr. circiter $\frac{1}{10}$ unciæ, altitudo uncia una aut plus eo. Etenim hoc pacto, si prismatis axis sit parallelus ad trianguli perpendicularem, imago *pt* jam composita erit ex triangulis æquicruris *ag*, *bh*, *ci*, *dk*, *el*, *fm* &c. aliisque innumeris intermediis triangulis, foramini triangulari forma & magnitudine respondentibus & inter duas lineas parallelas *af* & *gm* ordine continuo dispositis. Quare lumen a latere obscuriori *gm* erit plane simplicissimum, a clariori *af* aliquantum compositum, ut adeo in utroque varia experimenta una capere liceat. In hujusmodi experimentis cubiculum esse debet maxime tenebricosum, lens bona, qualis in tubis adhiberi solet, prisma angulo longiori, puta 70 graduum, beneque factum ex vitro bullis venulisque immuni, & faciebus accurate planis, summa item cum cura perpolitum, quo modo lentes tuborum poliuntur. Prismatis præterea acies angulatæ lentisque extremitates, quatenus irregularem aliquam refractionem efficere possint, charta nigra agglutinata obtegi debent, radiique solaris in cubiculum transmissi lumen id omne, quod ad experimentum erit inutile, charta nigra aliove aliquo nigro objecto corpore omnino intercipiendum est. Denique quia prismata apta difficillime comparantur, utendum est vasis ex speculorum confractorum partibus in formam prismatum, conclusa intus aqua pluvia, compactis, & ad augendam refractionem aqua Sacharo Saturni copiose imbui potest.

Tab. II. Fig. 2.

Pag. 234.

EX-

Act. Erud. An. 1717. M. Junii. Pag. 270.

EXCERPTA EX LITERIS

JO. FR. WEIDLERI MATH. PROF. VITEMB.

Ad D. J. B. die 14. April. datis,

De Aurora Boreali Vitembergæ in Saxonibus die X. Aprilis observata.

DIes erat Aprilis decimus, quo toto nobis Borrhapeliotes (N. O.) leniſſime ſpirans peramœnam ſerenitatem attulerat, atque mercurialem barometri columnam, ultra ſerenitatis terminum, quem hic notamus, nimirum 29 digitum pedis Romani completum, evexerat. Quanquam autem erat veſperi frigidiusculus ille ventus, ſerenitatem tamen cœli conſtantiſſimam noctu quoque conſervavit. Hora vero IX m. 45 cum forte fortuna prope conclavis hypaquilonem (N. G. O.) ſpectantis, feneſtram conſtitutus, inuſitatam animadverterem ſeptentrionalis plagæ claritatem, proſpiciens curioſius brevi auroram borealem ſatis illuſtrem, illi tamen, quæ ſuperioris anni menſe Martio conſpecta, alibique a me deſcripta eſt, parum fulgore inferiorem, deprehendi. Arcus nempe ſexaginta, quantum definire potui, graduum, tali prope horizontem nitore emicabat, qui creperæ, poſt occiduum Solem, relictæ luci albidæ, coloribus non infectæ, ſimillimus eſt. Cetera pars cœli ſerena erat & ſtellis undiquaque ſcintillantibus ornata, diffuſumque a Borea aurora lumen ita caliginem diſſipabat, ut etiam phænomeni, extra ordinem lucentis, ignari veſpera laudata noctis inſuetam claritatem notarent. Vix eram tractum lucidum contuitus, & jam fulgurationes prælongæ & inſignes, ex illo ipſo aſſurgebant, quarum nonnullæ a vigeſimo, quem albor lucis ſeptentrionalis continuæ erat aſſecutus, gradu ad 48, polum verſus, protendebantur. Hæ cum nuperis, quantum ad ſpeciem, ſatis conveniebant, figura apparens trabis cujusdam latioris lucidæ, vel flammæ infra paulo latioris, ſuperiori vero in parte cuſpidatæ, ſpectabatur. Latitudo erat diverſa, quarundam trium quatuorve graduum. Fulgurationes hæ ictu oculi in regione iſta lucida genitæ, poſt celerrimum verſus ſupera aſcenſum, dicto citius evaneſcebant. Quædam fere contiguæ ſimul, eodemque tempore, parallelos prodibant, &, uti in aurora nupera, æquidiſtan- Pag. 271.

Act.Erud. An. 1717. M. Junii. distante situ servato, versus Corum (N. O.) ab hypaquilone ducebantur, sed, brevem emensæ viam, citissimæ oculis semet subducebant. Tales flammas ingentes XII. progressu temporis natas, uno horæ quadrante, usque ad hor. X. conspexi. Postea nullæ amplius a me visæ sunt, horæ dimidio, quo præterlapso, cum & splendor imminueretur, & descendere aurora videretur, ab observatione destiti. Paulo ante hor. X. erat hoc notatu dignissimum spectaculum, quod nubes nigerrimæ & spissæ, in illo ipso lucido tractu, assurgebant, fumi copiosi coagmentati instar referentes. Hæ sensim ad 34° elatæ, & versus Corum propulsæ, cum antea essent continuæ, incipiebant in partes scindi, &, quod mihi maxime in hac observatione placuit, intra 15 m. spatium, ita dissolvebantur & dissipabantur, ut ne *ullum* quidem illarum in cœlo vestigium amplius superesset. Quæ nubes quin incensæ sulphureæ materiæ fuligines haberi dicique possint, minime dubito. Nam brevissimo illo tempore in regione illustri nascebantur, sed disjectæ a vento, in auras rursum repente abibant. Ceterum nullum notavi materiæ prorumpentis strepitum, omnia æquabili celerique motu agitabantur. Arcum lucidum prope horizontem, quamvis integrum, quia *opposita* conclavi meo curiæ aliarumque ædium altiorum *tecta prospectum* liberiorem impediebant, videre haud potuerim, adfuisse tamen aliquem, alii, qui idem phænomenon conspexerunt, referunt. Mihi, cum vererer, ut representationes novæ, præter expectationem factæ, cito, quæmadmodum etiam evenit, desinerent, non erat integrum, alium quærere observationi magis accommodatum locum.



JOSEPHI VERZALIÆ CÆSENATIS

Epistola ad Geometras.

M. Julii. Pag. 312. CUM superioribus diebus, ut Amico per literas imagines Divorum, Divarumque quarundam postulanti operam navarem, *Bibliopolam* hunc *Gallum* convenissem; atque ut institutæ jam rei exitum expediret, expectarem, *Academiæ Parisiensis Commentariorum*, quorum nullum intra novem fere annos videre contigerat, corpora quædam in manus forte inciderunt, Pag. 313. in quibus *Problemata* illa duo, ad vires *Centrales*, cum in *inani* tum in *pleno* spectantia, quæ primus ego publice *Geometris* po-

posui, ac generalissime persolvi, a *Transalpinis* quibusdam *Viris Eximiis* & luculenter explicantur & extricantur enodanturque copiosissime. Et quanquam suscepti numeris ratio, tempus meridianum importunum, & locus, non modo, ut egregias, quas *Præstantissimi Viri* usurpant, rationes & vias gustarem, non tulerunt, sed vix, ac ne vix quidem, *Disputationum* illarum inscriptiones percurrendi, atque *æquationum* formulas strictim aspiciendi, facultatem dederunt; ex ea tamen *Meditationum* earum vel brevissimi temporis percursione tantam cepi voluptatem, quanta ex re jucundissima maxime capi potest, eoque majorem, quo paucis ante diebus ab Amico acceperam, idem argumentum non uno in loco in aliis quibusdam exteris *Diariis* diligenter quoque pertractari. Quid enim homini, omne otium tempusque in literarum studiis conterenti, carius atque antiquius esse debeat, quam ut lucubrationes suæ ab ingenio excellenti *Viris* probentur, atque ita probentur, ut in illis explicandis aliquam laudis suæ partem ponere videantur, ego quidem non video. Quare ex hac illustri significatione tunc demum perspecto rerum illarum pretio, atque cognito præclaro tantorum *Geometrarum* erga illas studio, ipse mihi gratulatus sum bene locatam in illis perquirendis industriam, venique facile in eam spem, fore, si quid non minoris momenti emitterem, ut id eodem animo *Viri Clariss.* acciperent, atque non minori sedulitate excolerent. Quamobrem, cum tunc Opusculum quoddam, in quo, quantum digressionum ratio fert, *Problemata* quædam, ex iis, quæ *Physico-Mathematica* vocantur, expediuntur, sexennio ante eoque amplius absolutum, in manibus haberem, neque satis adhuc mihi constaret, quam mox illud evulgaturus essem; aliquod ab illis eligere, atque illud *Geometris* dare, mecum ipse constitui. Est autem id quod sequitur:

Act Erud. An. 1717. M. Julii.

Funiculum, sive Catenam, extremis suis ita fulcro alligatam, ut prolabi minime possit, infinitæ Potentiæ, datam servantes legem, paribus intervallis, ad pares angulos pellunt, aut trahunt: quæritur earum formula, habita ratione ponderis Funiculi, sive Catenæ.

Pag. 314.

Utere hoc in præsens, *Lector Geometra*, atque ubi ad formulæ explicationem perveneris, si penitus ejus naturam inspicias, tunc demum cognosces, illud latius patere, quam primo videatur aspectu. Non modo enim *Problemata* illa egregia a *Principibus Geometris* maxima sui cum laude jam pridem dissoluta, quæ *Velariarum*, *Linteorum*, & *Musculorum* dicuntur, nec non (instituta levi mutatione) ea quæ *Catenariarum* vocantur, & præterea sua omnium horum *Inversa* (sic loquuntur,) ut rationes singulares complectitur; sed quod majus atque sublimius quoddam est, *Algebram* nostram, vel in hujusmodi quæstionibus *Physicis* extricandis, no-

Act Erud. An. 1717. M. Julii.

tiones quasdam, ab omni materia secretas, consectari sæpe necessitate coactam, ab hac durissima servitute liberat, atque in dignitatem amplissimam vindicat. Quod si huic superius *Problema* meum, de *Viribus Centralibus Corporum*, *ambitus quomodocunque incurvos*, *in medio ut libet crasso*, *ac illorum motui resistente percurrentium*, adjunxeris; næ *Meditationibus* qualibuscunque nostris aditum, qui antea *Mathematicis* clausus erat, ad innumerabilia ac præclara quæsita patefactum esse reperies; præcipue vero, quantum a *Parabolicis* distent missilium semitæ, quæcunque fuerit aëris qui nos circumfundit crassitudo, & illius resistendi ratio; quaque ponderum lege sint onerandæ *Catenæ*, ut eosdem aut alios nectantur in arcus; atque quo vere tumeant sinu navium *Vela* flante Noto, *Lintea* liquore plena ac *Musculi* a spiritu inflati, quibus in rebus, non modo *Veterum*, sed & *Recentiorum*, quibus ceteroquin tot alia mirabilia debemus, cessavit industria, tunc tandem intelliges.

Ceterum ego E. E. Æ. S. S. A. I. ad formulas quæ sequuntur 4. 5. = 2. 4. 4. 6. 4. 4. 4. *d*. 4. 6. 4. 4. 4. *d*. 2. 8. 2. 4. 2. *e*. 8. 3. 6. 8. 4. 2. vel 4. 8. = 2. 8. 4. 8. 4. *d*. 2. 4. 2. 6. 4. 4. 2. *d*. 4. 6. 4. 4. 2. *e*. 8. 3. 6. 8. 4. 4. pervenio.

Pag. 315.

Analysis Problematis Virium Centralium in pleno.

Vis *Centralis*, $= f$; $r =$ Resistentiæ, $u =$ Velocitati, $du =$ ejus differentiæ, ac $dt =$ tempori. $fdt = du$ in *inani* (signa pro re nata ipse mutabis,) & per ambitus curvarum, quarum y sunt *Ordinatæ*, & dx partes minimæ, sive *rectæ*, sive *circuli*, ab ipsis interceptæ; $fdy : u = du$; Cum ergo in *pleno*, $f = f - r$, habebimus, $fdy - urdt = udu$; quæ est formula generalissima, unde emanant omnes aliæ. Alteram addere, supervacaneum duco.

Dum hæc ab Adversariis describerem, incidi in *Theoremata* quædam non inelegantia, quibus dies *Nonarum Decembris* 1705. erat adscripta: *De Corporibus*, *quæ in cava Conoidum superficie*, *circum axem torquentur*. Hæc quoque habe, & vale.

1. *Vis Centrifuga Corporis est in ratione composita*, *ex directa Subtangentis & reciproca Ordinatæ*, *spectantium ad Conoides*. 2. *ejus Velocitas est in ratione subduplicata Subtangentis*. 3. *Tempus est in ratione composita*, *ex directa Ordinatæ*, *& reciproca subduplicata Subtangentis*. Bononiæ *Kal. Junii M. DCCXVII.*

ELO-

Act Erud. An. 1717. M. Julii. Pag. 322.

ELOGIUM GODOFREDI GUILIELMI LEIBNITII.

ANno superiori Orbis eruditus amisit non sine ingenti scientiarum atque bonarum artium detrimento ornamentum suum ac decus facile præcipuum, Virum illustrem, Godofredum Guilielmum Leibnitium, in omni scientiarum bonarumque artium genere summum. Natus est Lipsiæ anno superioris Seculi quadragesimo & sexto die vigesima tertia Junii juxta stylum Julianum, seu quarta Julii juxta correctiorem, quo nunc utimur. Patrem habuit *Fridericum Leibnitium*, Moralium Professorem, & Universitatis Actuarium; matrem vero *Catharinam*, *Guilielmi Schmuckii*, J. U. D. & in Universitate nostra Professoris publici filiam. E majoribus ejus in celebritate versatus est *Paulus de Leibniz*, frater germanus *Christophori Leibnitii*, qui Nostri atavus fuit: eum etenim *Rudolphus II.* Imperator (id quod diploma testatur) ob res in bello præclare gestas ad dignitatem generosi Equitis evexit, concesso peculiari insigni, quo etiam Noster constanter usus est. Soror uterina, *Anna Catharina*, nupsit *Simeoni Læflero*, S.S. Theologiæ Licentiato & ad D. Thomæ in urbe nostra Archidiacono, ex quo conjugio natus est *Fridericus Simeon, Læflero*, in vicinia Pastor, unicus Viri illustris hæres. Ex priori parentis conjugio geniti erant *Johannes Fridericus*, Scholæ Lipsiensis *Thomanæ* Collega tertius, & *Rosina*, *Henrici Freislebii*, Doctoris Theologiæ & Antistitis Sacrorum Orlamundanorum, conjux, jam multis abhinc annis una cum Sorore uterina ex hac vita egressi. Patre, cum esset sex annorum puer, A. 1652. d. 5. Sept. mortuo, mater fœmina valde prudens ac pia in ejus educationem omni studio incubuit, eumque in patriæ ludum Nicolaitanum misit, ubi literis & Latinis & Græcis a *Johanne* imprimis *Hornschuchio* & *Tilemanno Bacbusio* institutus est. Vix comprehenderat animo linguæ utriusque elementa, cum privatim ad lectionem *Livii* aliorumque Autorum classicorum, renitentibus Magistris, accederet. E poetis *Virgilium* manu sedula, mente attenta evolvit, ita ut senex tantum non omnes Poetæ versus non interrupta serie recitare potuerit, atque ex ejus lectione adeo profecit, ut aliquando Carmen heroicum trecentorum versuum sine ulla elisione intra unius Pag. 323.

diei spatium composuerit. Anno ætatis decimo quinto Academica ingressus est studia: ubi primum Philosophiam atque Mathesin, pro viribus illis, excoluit, quod videret, se Scholasticorum veterumque Mathematicorum ac *Cartesii* scripta, quæ in Parentis bibliotheca selecta offendebat, intelligere non posse, etsi Latinitatis melioris optime gnarus. Præcipuo itaque duce usus est *Jacobo Thomasio*, qui literas elegantiores cum Philosophiæ Scholasticæ tunc temporis receptæ studio conjunxerat & quem sine pari futurum fuisse postea judicavit, ubi ad virilem, immo senilem ætatem pervenit, si ea ipsi contigisset felicitas, ut recentiorum in Philosophia atque Mathesi inventa, quæ nostro ævo reservaverat providentia divina, vidisset. In Mathematicis audivit *Johannem Kuhnium*, publicum in Universitate patria Mathematum Professorem, cujus obscurius tradita cum ipse accurate perciperet, commilitones vero assequi non possent, ut & ipsi intelligerent, disputando cum Magistro ac in ejus doctrinæ veritatem inquirendo effecit. Mox in Academiam Jenensem se contulit, *Erhardi Weigelii*, Mathematum Professoris celebris, lectiones Mathematicas frequentaturus: ubi etiam *Johanne Andrea Bosio*, Polyhistore celeberrimo, duce ad studium historicum animum appulit; nec *Falckneri* scholas Juridicas neglexit, cum A. 1662. primam Philosophiæ lauream impetrasset. Anno 1663. in patriam rediit & sub *Thomasii* præsidio de *principio individuationis* publice disputavit. Eodem anno Brunsuigam abiit salutatum *Johannem Strauchium*, JCtum celeberrimum urbisque Syndicum, matris sororem in matrimonio habentem, & ut expediret quædam hæreditatis negotia, de quibus dissentiebant. Patriæ redditus 1664. Magister bonarum artium renunciatus est & Philosophiam ad Juris interpretationem applicans, non multo post *Specimen quæstionum Philosophicarum e Jure collectarum* Præses in cathedram produxit. Magna animi attentione Philosophorum Græcorum scripta evolvit & conciliationem Philosophiæ Platonicæ atque Aristotelicæ meditatus, integros sæpe dies in nemore prope Lipsiam consumpsit. Pro loco in ordine Philosophorum obtinendo disputationem de *Complexionibus* habuit, quæ initium fuit Tractatus de arte combinatoria, cujus posteriorem editionem anno nonagesimo superioris seculi se inscio factam ægerrime tulit, cum ad maturiorem ætatem perveniens multas quidem meditationes egregias, multos tamen etiam defectus in eo notaverit. Palmarium vero ipsius studium fuit Jurisprudentia, cui *Bartholomæo Leonardo Schwendendorffero* & *Quirino Schachero* ducibus vacavit. Sub illius præsidio in cathedra JCtorum A. 1665. de *Conditionibus* bis disputavit & Juris utriusque Baccalaureus creatus est. Horas subcisivas

Pag. 324.

in

in legendis scriptis literatorum celebratissimorum consumens materiam Tractatus de scriptoribus Lipsianizantibus seu Laconicum Lipsii scribendi genus imitantibus collegit, quem tamen aliis negotiis distractus non perfecit. A. 1666. titulum Doctoris Juris ambiens, eum quidem ob causas arcanas & quod nondum maturus annis crederetur, impetrare non potuit. Quare patriæ vale dicens in Academiam Altorfinam se contulit & eodem anno cum incredibili omnium plausu Doctor Juris creatus est, postquam de *Casibus perplexis in Jure* publice disputasset: oblata simul Professio Juris extraordinaria, quam recusavit. Dissertationes ejus Juridicæ postea conjunctim recusæ sub hoc titulo: *Specimina Juris. I. Specimen difficultatis in Jure, seu Dissertatio de Casibus perplexis. II. Specimen Encyclopediæ in Jure, seu quæstiones Philosophicæ ameniores ex Jure collectæ. III. Specimen certitudinis seu Demonstrationum in Jure exhibitum in Doctrina conditionum; Autore Godofredo Guilielmo Leibnitio*. Noribergæ eruditos illius temporis convenit, ut cum iis de rebus ad eruditionem spectantibus colloqueretur. Floruit tum Societas quædam operationibus chymicis secretis sub directione Clerici cujusdam lapidis Philosophici ergo vacans: ad cujus arcana ut admitteretur, ex celebrium Chymicorum scriptis phrases maxime obscuras collegit, & literas, quas ipse non intellexit, ad Directorem composuit. Hic ergo *Leibnitium*, quem e grege adeptorum ex literis agnoscere sibi videbatur, in Laboratorium introduxit, ut Secretarius Societatis pro certa pecuniæ vi omnes in eo tentatos processus describeret & in operantium usum celeberrimorum chymicorum scripta excerperet. Accidit vero, ut supremus Electoris Moguntini status Minister *Johannes Christianus* L. B. a *Boineburg* Noribergam iter faciens una cum *Leibnitio* prandium caperet: ubi ex discursibus eruditis perspectis ejus ingenii dotibus & in Jure profectibus judiciique acumine autor ipsi fuit, ut studium Juris atque Historiarum porro excoleret, se effecturum spondens, ut in aulam Serenifs. Electoris *Jo. Philippi a Schønborn* vocaretur. Eo fine Noriberga Francofurtum ad Mœnum abiit & propriis primum sumtibus ibi vixit. Cum A. 1668. *Johannes Casimirus*, Rex Polonorum, relicto solio Regio, sceptra atque coronam Reip. reddidisset, & illustris *Boineburgius* in Causa *Philippi Wilhelmi* Comitis Palatini, qui ad Regnum adspirabat, in Poloniam proficisceretur; sub ficto *Georgii Ulicovii Lithuani* nomine, tanquam Vilnæ 1669. impressum, Francofurti ad Mœnum typis describi curavit, *Specimen Demonstrationum politicarum pro eligendo Rege Polonorum, novo scribendi genere ad claram certitudinem exactum*, in quo ostendere satagebat, *Philippo Wilhelmo* meliorem Regem a Republ. eligi non

Act. Erud. An. 1717. M. Julii. Pag. 325.

Act.Erud. An. 1717. M. Mart. non posse. Opusculum hoc pereruditum non modo *Bucleras*, vir in his studiis excellens ac merito suo celebris, cum legeret, in suo genere sine pari agnovit: verum idem etiam adeo placuit Principi Serenissimo, cujus causam egerat, ut, splendidis conditionibus oblatis, Autorem in Aulam suam vocaret, quas tamen, *Boineburgio* suadente, accipere renuit, Consiliarii munus in aula Moguntina iisdem præferens. Agnovit statim Elector præclaras viri dotes. Unde *Leibnitius* cum se gratia ejus gaudere videret, quam A. 1668. Francofurti imprimi curabat, *Novam methodum discendæ docendæque Juris-*
Pag. 326. *prudentiæ*, quamque in itineris diversoriorumque strepitu destitutus libris conscripserat, eidem submisse dedicavit. Adjecerat sub finem libelli catalogum desideratorum in Jurisprudentia, *novumque corpus Juris* promiserat: quod cum Serenissimo Electori probaretur, suppresso sui & loci impressionis nomine Moguntiæ eodem plane anno opusculum edidit sub titulo, *Corporis Juris reconcinnandi ratio*, & de eodem argumento cum *Johanne Alberto Portnero*, JCto. celebri, qui idem animo volvebat, per literas egit. Eodem tempore cum *Hesenthalera* mutuas operas conjungere decreverat, ad *Alstedii* Encyclopediam revidendam, corrigendam & augendam: quamvis vero alia deinceps negotia impediverint, quo minus institutum executus fuerit, idem tamen etiam senex probavit, & tribus circiter ante obitum mensibus *Cl. Wolfio*, quem Halæ invisebat, dixit, se optare, ut post tot recentiorum inventa & lucubrationes aliquis exemplo *Alstedii* Encyclopediam quandam conscriberet, cujus in Mathesi vices tueri possent Elementa Matheseos universæ *Wolfiana*. A. 1670. *Marii Nizolii* Antibarbarum philosophicum, qui primum Parmæ A. 1553. sub titulo, *de veris principiis & vera ratione philosophandi* comparuerat, cum notulis nonnullis, præfatione erudita & epistola ad *Jacobum Thomasium* de *Aristotele* Philosophis recentioribus reconciliabili denuo recudi curavit, & illustris *Boineburgii*, Mæcenatis sui, nomini inscripsit, cujus etiam commendatione *Johanni Friderico*, Duci Brunsuicensi & Luneburgensi, Principi erudito, innotuit, ad quem deinceps, quicquid curiosi ipsi obvium fuit, perscripsit. Cum *Boineburgius*, ad castra Pontificiorum transiens, *Wissowatium*, Socinianum pereruditum, quo familiariter utebatur, ad eadem perducere vellet, scripta Epistola prolixa de antiquitate religionis Pontificiæ; hic vero rescriberet, se mirari, quod Philosophiæ ac Logicæ probe gnarus fundamento historico parum firmo fidem suam superstruat, & ab eodem requireret, ut in forma ad argumenta Socinianorum responderet: *Leibnitius* A. 1671. sub ejus nomine epistolam exaravit, cui titulus: *Sacrosancta Trinitas per nova inventa Logi-*

ca defensa, in qua errores circa copulam Syllogismorum, hactenus non observatos, monstravit. Eodem anno Moguntiæ *Novam hypothesin physicam, qua phænomenorum naturæ plerorumque causæ ab unico quodam universali motu in globo nostro supposito repetuntur*, *seu Theoriam motus* publici juris faciebat, quæ Societati Regiæ Anglicanæ inscripta Londini recusa, & a *Knorrio de Rosenroth* A. 1680. in Germanicum idioma translata, sub ficto *Christophori Pegasii* nomine, addita *Thomæ Brownii* Pseudodoxia epidemica. Etsi autem libellus cum applausu exceptus fuerit, nec pauca contineat egregia; ipse tamen Autor, cum ad maturiores meditationes pervenisset, eundem ex asse non probavit. Edidit tum etiam schedam sub titulo *Notitia Opticæ promotæ*, in qua inventa quædam nova de vitris poliendis continebantur, & quam ad *Benedictum Spinosam*, rei Opticæ peritum, misit, addita epistola, quæ in posthumis *Spinosæ* una cum ejus ad illam responsione pag. 559. & seqq. legitur. Miserat *Boineburgius* filium suum Lutetiam Parisiorum studiorum & exercitiorum corporis gratia. Quare cum negotia quædam in aula Regia ipsi expedienda acciderent, quæ filio committere non poterat, facile persuasit *Leibnitio*, ut iter in Galliam susciperet, simulque filii sui mores observaret, præsertim cum virorum eruditissimorum in urbe tunc temporis degentium celebritatem perpendens perspiceret, quantum ex eorum commercio utilitatis in se sit redundaturum. Nec spem fefellit eventus: erat enim fere hospes in altiori Geometria, cum illuc veniret, sed cum *Hugenii* imprimis consuetudine frueretur, ipsiusque Tractatum ingeniosum de Horologio oscillatorio, *Pascalii* literas atque *Gregorii a S. Vincentio* opus insigne de quadratura circuli & sectionibus conicis attenta mente & sueta solertia perlegeret, subito ipsi non sine omnium admiratione affulsit lux, ut vix esset, qui in hoc studiorum genere perspicacior *Leibnitio* haberetur. Quamvis autem in Matheseos studio præcipuam temporis partem ibidem consumeret; alia tamen studia insuper non habuit. Unde celeberrimo *Huetio* instigante, de *Martiano Capella* cum notis in usum *Delphini* edendo cogitavit, nec a proposito destitisset, nisi malevolorum malitia, quæ in chartam conjecerat, clam surrepta fuissent. Præterea *Arnaldi* familiaritate usus est, cum quo ipsi crebrum literarum commercium intercessit circa controversias Theologicas, de quibus cum *Malebranchio* aliisque eruditis Galliæ publice disputabat *Arnaldus*. Imperfectionem machinæ Arithmeticæ, quam *Pascalius* invenerat, sed non perfecerat, agnoscens, aliam non invita Minerva excogitavit, cujus ideam cum *Colberto*, summo status Ministro, & Academiæ Regiæ Scientiarum exhi-

Act. Erud. An. 1717. M. Julii. Pag. 327.

Pag. 328.

Act.Erud. An. 1717. M. Julii. exhiberet, adeo utrique probata fuit, ut in numerum Sociorum reciperetur. A. 1673. missis negotiis Boineburgii, qui e vivis excesserat, in Angliam navigavit, ubi præter alios eruditos *Collinsium*, & *Oldenburgium*, Societatis Regiæ Secretarium, convenit, eorumque amicitiam sibi conciliavit. Postquam vero cum morte Electoris Moguntini spes omnis in aula Moguntina emergendi decollasse videbatur, annuique reditus jam cessabant; ex Anglia in Galliam redux, status præsentis rationem, cum ad Serenissimum Ducem Brunsuicensem, *Johannem Fridericum*, scriberet, una exposuit, qui eidem respondens Consiliarii munus in aula sua obtulit, concessa libertate porro Parisiis commorandi, donec machinam Arithmeticam perfecisset. Ex itinere Anglico enatum ipsi est commercium epistolicum cum *Oldenburgio* & ipso mediante cum *Isaaco Newtono*, jam tum Geometra summo. Literæ tantum Analyticæ ac Geometriæ reconditæ continentes, quantum integra tunc temporis volumina non continebant, leguntur Tomo tertio Operum *Wallisii* f. 617. & seqq. A. 1675. Diario Eruditorum Parisino inserta est Methodus ipsius horologia automata portatilia perficiendi. Mense Septembri anni sequentis per Angliam & Bataviam in Germaniam reversus, Hanoveræ sedem sibi fixam esse voluit. In Batavia cum *Huddenio* locutus, qui in numerum Consulum Amstelodamensium relatus, cum ob negotia civilia res Mathematicas curare amplius non posset, librum MSC. monstravit egregiis inventis plenum; unde apparebat, non modo quadraturam *Mercatoris* ipsi jam A. 1662. & methodum Tangentium *Slusii* multo ante, quam publicata fuerat, innotuisse; verum etiam eundem methodum *Slusiana* ampliorem aliaque luce publica dignissima reperisse. Sæpe itaque doluit, quod MSC. illud forte interciderit. Vix Hanoveram advenerat, cum de adornanda Bibliotheca sumtibus Domini sui cogitaret, eumque in finem coemeret libros Physicos, Medicos atque Historicos tam typis descriptos, quam MSC. multa solertia multoque judicio a viro docto *Martino Fogelio* ex omni Europa undiquaque collectos. Curribus quoque perficiendis, quibus vehimur, utilem
Pag. 329. operam navavit: unde *Bechero*, qui indignabatur *Leibnitio*, quod a Duce Serenissimo stipendia annua pro ipso impetrare non potuisset, enata est occasio in libello Germanico de Sapientia stulta perstringendi Virum ingeniosum, quasi de curru cogitasset, quo quis viginti quatuor horarum spatio Hanovera Amstelodamum vehi posset. Experimentis physicis & chymicis, studio rerum naturalium & rei metallicæ, jubente Domino, multum temporis impendit: unde A. 1667. Diario Eruditorum Parisino inseri curavit relationem de capite capreoli monstroso, mox etiam

de-

descriptionem Phosphori a *Kraftio* inventi & in aula ducali præparati, quam postea pleniorem edidit in Miscellaneis Berolinensibus. Hæc tamen studia ipsum a rebus politicis atque historicis non revocabant. Quare cum tempore pacis Neomagensis quæstio agitaretur, num Principes Imperii ad tractanda pacis negotia Ablegatos mittere possint, sub ficto *Cæsarini Fustnerii* nomine edidit libellum *de Jure Suprematus Principum Imperii*, cujus summam idiomate quoque Gallico publicavit sub titulo: *Entretiens de Philarete & d' Eugene sur la question du temps agitée a Niwegue touchant le droit d' Ambassade des Electeurs & Princes de l' Empire*. Ejusdem argumenti est scriptum Germanicum: *einige Schrifften den Characterem der Chur-und Jurstl. Gesandeten betrefendt*. Meruit hac ratione, ut in numerum Consiliariorum aulicorum A. 1677 reciperetur. Quod eodem tempore nec Mathematum culturam neglexerit, testantur quæ de discernendis numeris primitivis & quadratura Cycloidis A. 1678. in Diario Eruditorum Parisino disseruit. Multum quoque per literas de controversiis Theologicis cum Pontificiis, *Nicolao* præsertim *Stenone*, Domino de *Reck* & *Ernesto* Hassiæ *Landgrafio*: cum *Henrico* autem *Eckbarto* (a), Antistite erudito, qui ante Mathematum Professor in Academia Rintelensi fuerat, de *Cartesii* dogmatibus nonnullis disputavit. A. 1679. *Johanni Friderico*, Duci ac Domino suo, e numero mortalium sublato, Carmine Heroico Latino parentavit. Ejus Successor *Ernestus Augustus*, Episcopus Osnaburgensis, non minori gratia ipsum complexus, qui etiam jussit, ut historiam domus suæ conscriberet. Cum A. 1682, sub directione *Ottonis Menckenii*, Acta Eruditorum Lipsiæ edi cœpissent, institutum hoc valde promovit & præter recensiones varii generis librorum, quas ipse composuit, multis egregiis in Mathesi, Geometria inprimis sublimiori ac Arte analytica inventis eadem ornavit, utque Geometræ primi ordinis alii paria facerent, effecit. Non opus est, ut prolixe recenseamus, quæ in singulis Actorum annis publicavit: omnia enim Viri illustris schediasmata, quæ ibi leguntur, Indices generales uno obtutu conspicienda exhibent. A. 1684. in iisdem publicaverat egregium illud calculi differentialis inventum, cujus ideam jam An. 1677. per literas communicaverat cum *Newtono*, quæ apud *Wallisium* Operum Vol.

Act. Erud. An. 1717. M. Julii.

Vide p. 553.

Pag. 330.

(a) Prænomen D. Eckhardi, cum quo Illustri Leibnitio literarum commercium intercessit, non fuit Henricus sed Arnaldus, qui in Algebraicis ac Philosophia Cartesiana egregie fuit versatus, ac primum in Academia Rintelensi Mathesin publice docuit, postea vero sacris Jensensibus præfectus est.

Act.Erud. An. 1717. M. Julii. III. f. 648. extant: sed cum ejus utilitatem insignem non statim perviderent Geometræ, ipseque *Hugenius* re non satis intellecta primum sentiret, ope hujus calculi aliter jam inventa nova tantum ratione exprimi, per aliquot annos inglorium jacuit. Accidit vero, ut, cum A. 1686. brevem demonstrationem erroris memorabilis *Cartesii* circa legem naturæ, secundum quam volunt a Deo eandem semper quantitatem motus conservari, in his Actis ederet, Abbas de *Catelan* in Novellis Reip. literariæ ejusdem anni *Cartesium* contra *Leibnitium* defenderet, qui A. 1687. in iisdem eidem respondebat. Enimvero cum Abbas denuo replicaret, nec rei examinandæ par videretur, *Leibnitius* eundem convicturus, *Cartesium* etsi præclara, non tamen omnia dedisse, problema lineæ isochronæ proposuit: quod solvere nescius controversiam missam fecit. Dedit autem solutionem *Hugenius*, suppressa cum demonstratione, tum analysi. Demonstrationem A. 1689. in his Actis postea publicavit *Leibnitius*: analysin ope calculi differentialis tentavit, inventamque in Actis A. 1690. communicavit *Jacobus Bernoullius*, & ad vires calculi examinandas problema catenariæ *Leibnitio* proposuit, quod cum per eum solvisset, publice id in iisdem Actis significans aliis quoque methodos suas exercendi spatium reliquit, & ad novum problema de *linea*, *quam* percurrens grave uniformiter recedat a dato puncto, vel accedat ad datum punctum, Geometras insuper invitavit. Solutiones problematis catenarii in Actis A. 1691. impertiti sunt *Hugenius*, *Johannes Bernoullius* & *Leibnitius*, quamvis suppressa analysi: *Jacobus* vero *Bernoullius* varia calculi differentialis specimina exhibuit, publiceque p. 290. fassus est, seu in problematibus physico-mechanicis, quæ quis nequicquam alia tentet methodo, calculi *Leibnitiani* eximium & singularem plane usum comperisse, ut ipsum propterea inter primaria seculi nostri inventa censendum esse æstimet. Ab eo tempore majorem celebritatem consecutus est calculus differentialis, ad quam quid inprimis contulerit *Johannes Bernoullius*, in Actis A. 1716. Anonymus docuit. Ceterum *Leibnitius* ab A. 1687. de Historia domus Brunsuicensis ac Luneburgensis serio cogitare cœpit, eoque fine sumtibus Ducis Serenissimi per Bavariam, Franconiam, Sueviam aliasque Germaniæ provincias iter faciens in cœnobiis MSC. sedulo evolvit, ac ubique locorum Viros doctos & artifices ingeniosos invisit. Ad libros rariores ac MSC. excerpendum Francofurti ad Mœnum adsciverat virum juvenem, *Fridericum Heynium*, cum quo Viennam abiit, Bibliothecam Imperialem per-

Pag. 331. lustraturus, & inde in Italiam excurrit Archiva Principum, Bibliothecas illustres, templa, epitaphia & quicquid curiosi obviam

viam fieret, visurus. An. 1690. domum redux factus ad sua quoque studia redibat, & præter Mathematica, quæ in his Actis dedit, Diario Eruditorum Parisino disquisitionem inseruit: num essentia corporis in extensione consistat? A. 1691. objectiones movit per literas contra scriptum *Pelissonii*, quod sub titulo: *Reflexions sur les differents de la Religion*, editum Reformatis religionem Pontificiam persuadere debebat, quæ una cum responsionibus *Pelissonii*, Sorbona approbante, A. 1692. Parisiis sub titulo: *De la tolerance des Religions Lettres de Mr. de Leibniz & Responſe de M. Pelisson, ou quatrieme partie des Reflexions sur les differents de la Religion*, prodiere, & mox in Batavia recusæ fuere. Eodem anno in Diario Eruditorum Gallico edita est epistola ad *Foucherium* de axiomatibus quibusdam Philosophicis, & alia de novis literariis in Colloquiis menstruis *Tenzelii*, ut taceamus, quæ in illo de catenaria & analysi transcendenti, ac in his Actis de aliis argumentis Geometricis proposuit. Status Administris suppeditavit, quæ ex Historia & Jure publico scitu necessaria erant, cum Serenissimus Dux *Ernestus Augustus* ad dignitatem Electoralem eveheretur. Cumque etiam hoc anno ideam historiæ Brunsuicensis privatim adornaret ac Electori conspiciendam exhiberet; ex contemplatione status naturalis regionis enatus ipsi est elegans *Protogæorum* Tractatus, in quo de diversis terræ stratis, de reliquiis marinis in iisdem repertis, de metalli fodinis, cryptis, montibus, lacubus aliisque istiusmodi rebus rationes affert. Ejus aliquod specimen exhibuit in Actis A. 1693. quo etiam suas de *Huetii* Censura Philosophiæ Cartesianæ & *Swelingii* ad eam responsione cogitationes ad *Nicaisium* Abbatem perscripsit, & *Christiano Thomasio* prolixius exposuit, quid in *Cartesii* dogmatibus reprehendat, qui Notata *Leibnitii* circa vitam & doctrinam *Cartesii* Historiæ Sapientiæ & stultitiæ inseruit. In Diario Gallico de axiomatibus quibusdam Philosophicis cum *Foucherio* disputavit, & regulam generalem de compositione motuum dedit: in Colloquiis menstruis *Tenzelii* de *Nodotii* Fragmento *Petronii* disseruit. Et quia cura suprema Bibliothecæ Guelpherbytanæ ipsi etiam demandata fuerat; Acta publica sedulo perlustravit, quæ ibidem inter MSC. præsertim *Mazariniana* asservantur, & selectiora una cum aliis, quæ a Principibus & Viris doctis undiquaque acceperat, sub titulo *Codicis diplomatibus* in folio edidit, præmissa præfatione de principio Juris & amore Dei. A. 1694. controversia juris publici agitata est inter ipsum atque Jurisconsultum celebrem *Kulpisium*, quorum ille vexillum Imperii majus Electori suo, hic vero duci Wurtembergico asserebat, & contra

Act.Erud. An. 1717. M. Julii.

Act.Erud. An. 1717. M. Julii. Pag. 332.

Pfannerum fœdus inter *Carolum* Regem Galliæ & Duces Saxoniæ *Fridericum* atque *Williermum* A. 1444. initum, ac in Codice Diplomatico assertum, in literis ad *Tenzelium* datis defendit, quæ una cum *Pfannerianis* in Actis eruditorum Germanicis Sect. XXIII. postea publicatæ sunt. Quæ de Historia Medica quotannis edenda meditatus, in Diario Gallico reperiuntur: ipsius vero de vana *Aimari* arte rhabdomantica, & vita R. P. *la Chaise* fabulosa, in Batavia edita, epistolæ ad *Tenzelium* in hujus Colloquiis menstruis leguntur. Matrimonium inter Ducem Mutinensem & *Johannis Friderici* Ducis Brunsvicensis ac Luneburgensis filiam natu majorem initum materiam dedit A. 1698. scripto Gallico, cui titulus: *Lettre sur la Connexion des Maisons de Brunswic & d'Este*, a *Guidio* Abbate in Italicum *idioma* translato. Emisit quoque in Actis hisce specimen dynamicum pro admirandis naturæ legibus circa corporum vires & mutuas actiones detegendis & ad suas causas revocandis; in Diario autem Gallico Systema harmoniæ præstabilitæ publice primum proposuit, quo solo communicatio substantiarum & commercium inter mentem atque corpus rationali modo explicatur: id quod nec *Bælius* in Dictionario critico diffitetur, etsi difficultates quasdam facessere nitatur, quas per literas ad ipsum sed nondum editas, sustulit. Dolendum vero, quod alteram partem speciminis dynamici, quam promiserat, non addiderit: immo magis dolendum, quod scientiam novam dynamicam, de qua primus cogitavit & quam ipse omnium optime condere poterat, aliis negotiis multiplicibus districtus non perfecerit. A. 1696. in publicum emisit specimen historiæ arcanæ de vita Alexandri VI. Papæ ex Diario MSC. *Johannis Burchardi* Ceremoniarum Magistri, præmissa præfatione de hoc librorum genere erudita: quam pleniorem ex opere integro *Burchardi*, quod postea ad manus ipsius pervenit, editurus erat, nisi mors propositum evertisset. Eodem anno in novo Diario Eruditorum Berolini edito suas de origine Germanorum cogitationes prodidit, quos eosdem cum *Hermionibus* statuit, a Duce *Irmino*, *Hermino* seu *Hermanno* nomen adeptis: ad *Cl. Benzelium* vero, hodie Professorem & Bibliothecarium Upsaliensem, suam de origine Suecorum sententiam perscripsit, quod scriptum nuper in Miscellaneis suis imprimi curavit *Cl. Fellerus*. Ceterum cum non minora essent Viri summi in domum Electoralem, quam Remp. literariam merita; eodem anno ab Electore in numerum Consiliariorum justitiæ intimorum cooptatus est. Ex literis Missionariorum edidit Novissima Sinica de statu religionis Christianæ in China, & A. 1698. Accessiones Historicas duobus Tomis,

qui-

quibus historici medii ævi tum nondum in publicum prostantes continentur. Tum opera Cl. *Eckhardti* (qui nobiscum liberali manu communicavit ad Elogium *Leibnitii* profutura) ad labores historicos sublevandos uti cœpit. A. 1700, quo & diploma, quo in Academiam Regiam Scientiarum Parisiensem receptus est, accepit, ab Electore Brandenburgico, *Leibnitio* suadente, fundata est Societas Scientiarum, cujus ipse Præsidem egit, etsi maximam partem temporis absens esse cogeretur, usus gratia plane singulari conjugis Electoralis, mox Reginæ Borussiæ, quæ ipsum in materiis philosophicis profundis ac arduis consulere sueverat. Prodiit eodem tempore Mantissa Codicis diplomatici; prodiere observationes de principiis Juris in Diario Eruditorum Germanico a Dn. *Eckhardto* Hanoveræ sub titulo *Auszug neuer Bucher* tum edi cœpto, quibus Anno sequente 1701 accedebant Epistola responsoria de methodo Botanica ad dissertationem *A. C. Gackenholzii*; Annotationes de iis, quæ secundum Jus Gentium modernum ad majestatem Regiam requiruntur, occasione coronationis Regis Prussiæ; dissertatio de Numis Gratiani Aug. cum Gloria novi Seculi; Notæ in *Schilteri* Specimen Glossarii Alemannici. In Diario Trevoltiensi de generatione glaciei, de demonstratione existentiæ divinæ *Cartesiana*, de instituto Academiæ Scientiarum Berolinensis & de quadam moneta Romana, & A. 1702 de calculo suo differentiali egit: in his vero Actis specimen novum Analyseos pro Scientia infiniti circa summas & quadraturas exhibuit: quod, quia singulare & inter inventa recentiora in recondita Geometria vix paria habet, omnino commemorari debet, utut reliqua silentio prætereamus, quæ ab eo in iisdem leguntur. Status Regis Borussiæ Administris consiliis adfuit, cum de Successione in Principatu Novi Castri deliberaretur. Quoniam Berolini educatio bombycum non male succedebat; eandem in aliis quoque Germaniæ locis promoturus, privilegium a potentissimo Poloniarum Rege obtinuit plantandi moros in omnibus Saxoniæ locis, ubicunque commodum visum fuerit: quamvis, cum ipse experimenta Hanoveræ caperet, eademque ad finem usque vitæ non sine exiguo damno continuaret, eodem usus non fuerit. A. 1703 eidem Regiæ Majestati persuadere conabatur Academiam Scientiarum Dresdæ fundandam; quod quo minus factum fuerit, turbæ in Polonia exortæ impediverunt. Ab eo autem tempore multum laboris impendit Historiæ Brunsuicensi, & de nova lingua philosophica cogitans, Juveni cuidam docto commisit, ut se duce omnium rerum definitiones colligeret: ejus tamen nihil perfecit. Interim annotationes conscripsit in ea, quæ de prædestinatione & sacra Cœna ex majori opere *Burneti* Anglico descripta & in Latinum

Act. Erud. An. 1717. M. Julii. Pag. 333.

idio-

Act.Erud. An. 1717. M. Julii. Pag. 334.

idioma translata ad promovendam unionem Reformatorum cum Lutheranis imprimi curaverat *Jablonskius*, Regi Borussiæ a sacris, ostenditque, *Burnetum* fundamentum controversiæ non perspexisse, nec sententiam Lutheranorum satis intellexisse, cujus rationes solide exposuit. Misit eas MSC. ad ipsum *Burnetum*, cui multum probatæ fuerunt. Ad ea, quæ *David Gregorius* tentamini ejus de motuum cœlestium causis in elementis Astronomiæ objecerat, prolixe respondit in peculiari dissertatione, quam A. 1704. ad *Wolfium* Lipsiam miserat, ut eam, prout commodum videretur, Actis inseri curaret. Sed cum *B. Menckenius* ob prolixitatem nimiam *Leibnitio* gratificari non posset; ejus loco A. 1706 inserta tantum est Epistola, quam de eodem argumento ad Amicum perscripserat. Idem etiam Viri illustris annotationes in *Hickesii* Thesaurum linguarum Septentrionalium seposuerat: quas tamen postea Filius, qui nunc collectionem Actorum moderatur, in Supplementis eorundem prodire voluit. A. 1707 primum edidit Scriptorum Brunsuicensium Tomum, quem postea A. 1710 secundus, & 1711 tertius secuti sunt. Quæ Miscellaneis Berolinensibus a *Leibnitio* inserta sint, in his Actis recensuimus. De insigni quoque Theodiceæ opere, quod A. 1710 primum lucem publicam adspexit, abunde dictum est in his Actis alibi. A. 1711 commendante *Antonio Ulrico*, Duce Brunsuicensi, ab Imperatore in numerum Consiliariorum aulicorum Imperii receptus est *Leibnitius*, & Torgaviæ, cum Serenissima Princeps *Charlotta Christiana Sophia* Principi imperii Russici hæredi desponsaretur, cum Russorum Monarcha de declinatione acus magneticæ variisque scientiarum generibus collocutus, ab eo munus insigne accepit, moxque in numerum Consiliariorum justitiæ intimorum relatus est, addito stipendio annuo mille thalerorum Albertinorum. Occasione Historiæ studii Etymologici linguæ Germanicæ impensi, a Clar. *Eckhardto* editæ, Collectanea etymologica scripsit, post ejus obitum ab *Eckhardto* publici juris facta, & paulo ante a nobis recensita. Epistola de principiis operis *Puffendorfiani* de officio hominis & civis, quæ hoc anno in Diario Germanico (*der Bucher-Saal* vulgo dicto) comparuit, dudum ad R. Abbatem *Molanum* scripta fuit. Mortuo Rege Borussiæ, Societatis Regiæ Fundatore, de Societate Scientiarum alibi constituenda cogitavit, & commendatione Serenissimi Principis *Eugenii* Imperatorem instituto faventem habuit: quem etiam in finem Viennam profectus stipendium annuum bis mille florenorum obtinuit una cum convictu in aula, duplo auctius obtenturus, ubi sedem fixam (quod facturus erat, si diutius supervixisset) Viennæ constitueret. Quod autem consilia de Academia Scientiarum ibidem condenda successu caruerint,

rint, tum pestis Viennæ grassata, tum reditus Hanoveram An. 1714 factus ad perficiendam historiam Brunsuicensem impedivit. Invenit Hanoveræ laboris socium *Cl. Eckhardtum*, quem Rex Angliæ ideo ex Academia Julia in aulam evocatum titulo Historiographi ornaverat: cumque in Anglia scripta nonnulla contra religionem Lutheranam in odium Regis prodiissent, in tractatu Gallico, cui *Anti-Jacobite* est titulus, ad objectiones respondit & discrimen Ecclesiæ Anglicanæ atque Lutheranæ in articulo de Cœna distincte exposuit. Viennæ vero cum Dn. *Sully* libellum Gallicum sub titulo: *Regle artificielle du Tems*, in publicum proferret; notas quasdam rogatus adjecit de modo tractandi horologia pendulis & elateribus instructa. Tractatum de originibus Francorum, A. 1715 editum, impugnarunt in Gallia Viri quidam eruditi, & in Germania *Gundlingius*, Eloquentiæ in Academia Halensi Professor. Sed utrisque mox publice satisfecit. A. 1716 per literas de argumentis metaphysicis cum *Clarkio* disputavit, quæ cum in Anglia prælum subire debeant, suo tempore a nobis recensebuntur. Ad Dn. *Remontium* nonnulla de Theologia Sinensium Lutetiam Parisiorum misit, & mortuo *Barone de la Hontan* Tractatum edidit Gallicum, cui titulus: *Reponse du Baron de la Hontan a la lettre d'un particulier opposée au Manifeste de la Majesté de la Grande Bretagne comme Electeur de Bronswic contre la Suede*. Ad preces *Jablonskii* varias epistolas de unione Protestantium conscripsit. In Anglia nonnemo calculi differentialis inventi gloriam, qua per tot annos fruebatur, dubiam ipsi reddere cœperat ab A. 1708; cui, cum Viennæ esset, chartam quandam volantem interea opposuit & nonnulla, quæ in Diario Hagiensi ea de re publicatis opponerentur, ad Amicum perscripsit, donec redux factus perlustraret commercium, quod eo fine in Anglia prodierat, epistolicum, & distinctius ad singula responderet. Enimvero cum intelligeret, inficetum scribendi genus adamari ab Antagonista, quod & a suo genio & a Seculi moderni moribus alienum noverat, nec ipse a se impetrare potuit, ut Antagonistæ crambem, quam sæpius recoctam apposuit, vel primis labiis degustaret, nec amicis permittere voluit, ut causam suam tuerentur: quare etiam factum est, ut de hac controversia nihil a nobis dictum fuerit in his Actis. Quo tamen perspicerent intelligentes, quid de tota illa controversia sentiendum sit, Commercio epistolico Anglorum aliud quoddam suum idemque amplius opponere decreverat, & paucis ante obitum diebus Clar. Wolfio significavit, se Anglos famam ipsius lacessentes reipsa refutaturum: quam primum enim a laboribus historicis vacaturus sit, daturum se aliquid in Analysi prorsus inexpe-

Act. Erud. An. 1717. M. Julii. Pag. 335.

expe-

Act. Erud. An. 1717. M. Julii. Pag. 336.

expectatum & cum inventis, quæ hactenus in publicum prostant, sive *Newtoni*, sive aliorum nil quicquam affine habens. Enimvero hisce & aliis, quæ a profundo Viri ingenio expectanda erant, carere cogitur Respublica literaria, postquam præter sui & amicorum expectationem d. 14 Novemb. An. 1716 e vivis discessit. Causa mortis fuit arthritis humeros infestans: contra quam decoctum hauserat a Jesuita Viennensi commendatum, quod cum per vias naturales ejicere non posset, accedentibus doloribus calculi, convulsiones excitavit mortemque intra horulæ unius ambitum acceleravit. Ut honeste sepeliretur, nihil omisit hæres unicus *Læflerus*. Historiam Brunsuicensem reliquit, quam cum ab initio regni Caroli Magni, usque ad A. 1024 perducere constituisset, nonnisi ad annum 1005 produxit. Perficiet eam, qui vivo mutuas operas præstitit, *Eckhardtus*, aliquoties jam nobis laudatus, atque interim, quæ prælo parata sunt, uno alterove tomo edet. Operis ideam ipsius *Leibnitii* verbis expressam proxime dabimus. Erat vero *Leibnitius* staturæ mediocris, myops quidem, sed tamen visus acie pollens usque ad finem vitæ, macilento potius, quam pingui corporis habitu præditus. Potu utebatur modico, victu largiori: vinum aqua temperabat ad præcavendum ardorem stomachi. Nullum ipsi erat prandii, nullum cœnæ tempus: sed quando a studiis vacabat, fame invitante, cibum capiebat. Cum in senectute doloribus arthriticis vexaretur; loco prandii pauculo lactis fruebatur, sed largius cœnabatur, statimque a cœna cubitum ibat: quod antehac ante horam primam vel secundam matutinam vix contingebat. Sæpius cum Electore aliisque Principibus epulabatur. Et singulari admodum in gratia fuit apud *Sophiam*, Electricem, *Sophiam Charlottam*, Borussiæ Reginam, & *Wilhelminam Charlottam*, *Georgii Augusti* Principis Walliæ illustrissimam conjugem. De nemine unquam male locutus, quin potius omnia in meliorem partem interpretatus est. Multa legit & excerpsit, atque ad singulos fere libros curiosos notulas quasdam in schedulis consignavit: eas tamen statim seposuit, nec memoria pollens unquam relegit. Prolixum nimis foret, si nomina Virorum illustrium ac eruditorum, immo etiam Principum, recensere vellemus, cum quibus ipsi commercium epistolicum intercessit, quod maximam temporis partem absumsit. Erga domesticos paulo indulgentior erat: ad iram pronus, sed quam mox sedare noverat. Virtutem, siquis alius, sectabatur, nec facile quicquam animi tranquillitatem turbare poterat. Sæpius iter faciebat in aulas Principum, quibus charus habebatur, & in via schediasmata Mathematica, quæ cum in his Actis, tum in aliis Eruditorum Diariis leguntur, composuit. Multa adhuc

præ-

præclara in MSC. ac schedis ejus latent, quæ in Bibliotheca Regia Hanoveræ nunc servantur. Scripta ejus minora, quæ hactenus sigillatim impressa, uno volumine recudi curabit *Eckbardtus*. Idem molitur editionem tam integrorum Tractatuum, quos MSC. reliquit, quam Leibnitianorum ex schedis ejus compilandorum.

Act. Erud. An. 1717. M. Julii.

J. H. SCHEDIASMA

M. Aug. Pag. 348.

De Trajectoriis datæ Seriei Curvis ad angulos rectos occurrentibus:

continens solutionem generalem Problematis in Actis Erudit. 1698. p. 417 primum propositi & in Actis Anni superioris pag. 325 iterati.

ETsi Autor quidam Anonymus, cujus tentamen solutionis in Transactionibus Londinensibus circa hoc problema editum ab Amico accepi, satis abjecte de hoc Problemate sentire videtur, sub prætextu, quod nullius sit utilitatis, non tamen id impedit quominus solutionem ejus generalem hoc loco sim adducturus, tum quia elegans mihi videtur problema, tum etiam quia Amicus optimus id a me exegit. Sed priusquam eam exponam, juvabit Autoris Anonymi textum, quo problema solvere tentavit, attulisse. "Natura curvarum secandarum, inquit ille, dat „ tangentes earum ad intersectionum puncta quæcunque: & „ anguli intersectionum dant perpendicula curvarum secantium; „ & perpendicula duo coeuntia per concursum suum ultimum „ dant centrum curvaminis curvæ secantis ad punctum intersectionis cujuscunque. Ducatur abscissa in situ quocunque com„ modo, & sit ejus fluxio unitas, & positio perpendiculi dabit „ fluxionem primam ordinatæ ad curvam quæsitam pertinentis, „ & curvamen hujus curvæ dabit fluxionem secundam ejusdem „ ordinatæ. Et sic problema semper deducetur ad æquationes. „ Quod erat faciendum.

Autor ob inutilitatem, quam causatur, hujus problematis, hæc præcepta nullo exemplo illustrare dignatus est, quare ea tentamen potius solutionis vocavi quam solutionem ipsam; imo tentamen istud, utut semper ad æquationem ducat, in curvis secandis transcendentibus, quarum indoles aliter quam per æqua-

Act. Erud. An. 1717. M. Aug. Pag. 349. tiones differentiales exprimi nequit, successu semper destituetur, quia centrum curvaminis curvæ secantis necessario semper datur per quantitatem tres indeterminatas earumque elementa involventem, ex qua etsi ope æquationis differentialis curvæ secandæ, cujus modulus tertiam præbet indeterminatam juxta coordinatas curvæ, hæc tertia indeterminata ejici potest, ejici tamen non poterit moduli elementum, nisi in æquationes identicas incidere velis. Per *modulum* hic intelligo lineam, quæ respectu unius ejusdemque curvæ secandæ est constans, sed in diversis curvis ejusdem speciei diversæ magnitudinis. Itaque Autoris methodus non est generalis, sed ad solas curvas algebraicas aut simplicissimam ex transscendentibus restringenda, id insuper incommodi habens, quod laboriosissimo semper calculo centrum curvaminis invenire atque adeo ad secundas fluxiones descendere jubeat præter necessitatem; quod secundum *Conterranei* cujusdam sui statutum non minus est erroneum quam Problema quoddam construere velle per curvam magis compositam quam necessitas requirit. Videatur Tom. VIII. Diarii Hagiensis pag. 421 in fine. Dico Autorem nostrum citra necessitatem ad secunda differentialia delabi, cum certum sit, ope canonis mox afferendi & ad transscendentes curvas æque ac algebraicas sese extendentis, semper æquationem differentialem primi gradus inveniri posse pro trajectoria curvas secandas ad angulos rectos trajiciente. Canon vero ita habet:

In æquatione differentiali curvarum secandarum permutatis coordinatarum elementis, alterutro tamen cum signo mutato, eliciatur valor moduli *ex æquatione post hanc permutationem orta, inventusque moduli valor in æquatione curvæ secandæ finitis quantitatibus expressa substitutus, suppeditabit æquationem differentialem Trajectoriæ quæsitæ.*

Exemplum I.

Invenire Trajectoriam Hyperbolarum ex eodem centro latereque transverso describendarum.

Sint a semilatus transversum, c semiaxis conjugatus qui, cum in diversis hyperbolis diversæ sit magnitudinis, pro *modulo* sumi debet, x abscissæ & y ordinatæ. Æquatio hyperbolarum erit $ayy = cxx - aac$, in cujus differentiali $aydy = cxdx$ permuto elementa coordinatarum scribendo pro dx, dy & pro dy, $-dx$, scilicet dx cum signo mutato, & provenit $cxdy = -aydx$, adeoque Pag. 350. valor moduli $c = -aydx : xdy$ in æquatione $ayy = cxx - aac$, præbet æquationem differentialem primi gradus $ayy = -axxydx + \frac{a^3}{ydx}$

$ydx:xdy$ trajectoriæ quæsitæ, quæ debitis reductionibus contrahitur in $ydy = -xdx, + aadx:x$, cujus integralis est $yy = bb - xx + 2aalx - 2aalb$, ponendo lx & lb pro logarithmis linearum x & constantis b, quæ ad amussim convenit cum ea quam Doctiss. Nicol. Bernoulli Johannis Celeberrimi Viri dignissimus Filius dedit in Actis 1716 p. 326. Act. Erud. An. 1717. M. Aug.

EXEMPLUM II.

Invenire Trajectoriam curvarum hac æquatione $x^3 + y^3 = axy$ *expressarum.*

Curvæ æquatio differentialis est $3xxdx + 3yydy = aydx + axdy$, in qua scribendo pro dx & dy respective dy & $-dx$, invenitur $3xxdy - 3yydx = aydy - axdx$, atque adeo $a = 3xxdy - 3yydx : ydy - xdx$, qui valor in æquatione $x^3 + y^3 = axy$ substitutus, destructus destruendis & omnibus ad unam æquationis partem dispositis, præbebit $x^4 dx - y^4 dy + 2x^3 ydy - 2xy^3 dx = 0$ æquationem differentialem primi gradus pro trajectoria quæsita, in qua æquatione etsi indeterminatæ separari possunt cum suis elementis, huic tamen reductioni, brevitatis studio non immorabor.

EXEMPLUM III.

Invenire Trajectoriam Logarithmicarum per datum positione punctum transeuntium & communem asymptotam habentium.

Æquatio earum differentialis $ydx = ady$, reducitur ad $dx = ady:y$ & integrando $x = aly$, in prima vero permutatis dx & dy cum dy & $-dx$, fiet $ydy = -adx$ & $a = ydy : -dx$, qui valor in æquatione $x = aly$ substitutus dat æquationem $-xdx = ylydy$ differentialem primi gradus Trajectoriæ quæsitæ.

Similis est processus in omnibus aliis curvis algebraicis a trajectoria orthogonaliter secandis, & in illis ex transcendentibus quarum æquationes differentiales in alias finitis quantitatibus expressas mutari possunt, ita tamen ut quantitates transcendentes quibus constabunt modulum non involvant, ut in exemplo præcedenti. Etsi vero canon noster hærere videtur in aliis curvis transcendentibus, quarum æquationes differentiales ita comparatæ esse videntur ut nequeant quantitatibus finitis ut ut transcendentibus exprimi quibus modulus non involvatur, nihilominus tamen ex exemplo sequenti constabit, ad eas omnino sese extendere levi scilicet facta substitutione novæ cujusdam indeterminatæ loco alterutrius illarum quibus curvæ secandæ æquatio differentialis constat. Pag. 351.

Act. Erud. An. 1717. M. Aug.

EXEMPLUM IV.

Invenire Trajectoriam curvarum circa eundem axem descriptarum & per datum in axe punctum transeuntium, hancque communem proprietatem habentium, ut in singulis, normalis curvæ ad axem terminata sit ad respectivum radium osculi in data ratione m *ad* 1.

Æquatio differentialis hujus curvæ est quæ habetur numero I.

$$dx = y^m dy : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} \text{ Æqu. I.}$$

loco ipsius y scribo valorem N. II. & $adu : b$ pro dy in æqu. I. fietque

$$y = au : b \text{ -- Æqu. II.}$$

$dx = adM : b$, ponendo ad abbreviandum valorem dM qui in æqu. III.

$$dM = u^m du : \sqrt{(b^{2m} - u^{2m})} \text{ -- III.}$$

adeoque integrando $dx = adM : b$, elicitur æquat. IV.

$$M = bx : a \text{ --- IV.}$$

In æquat. I. permutatis coordinatarum elementis more solito, fiet $dy = - y^m dx : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$, ex qua elicitur $am\, dy = ym\, ds$ posita $ds^2 = dx^2 + dy^2$, vel facta $ds : dy = p : b$,

$$a = b^{-1:m} p^{1:m} y \text{ --- V.}$$

Hinc ex æquat. II. & V. elicitur -- $u = b^{m+1:m} p^{-1:m}$ -- VI.

& differentiando -- $du = -\frac{1}{m} b^{m+1:m} p^{-m-1:m} dp$ - VII.

Substitutis in æqu. III. valoribus u & du ex VI. & VII. invenietur

$$dM = -\frac{1}{m} b^{2m+1:m} p^{-m-1:m} q^{-1} dp \text{ -- VIII.}$$

ponendo in præcedenti VIII. $q = \sqrt{(pp - bb)}$.

Substituendo in æqu. IV. valorem a ex V. fiet

$$M = b^{m+1:m} p^{-1:m} xy^{-1} \text{ --- IX.}$$

Pag. 352. & differentiando -- $dM = (-\frac{1}{m} p^{-m-1:m} xy^{-1} dp + p^{-1:m} y^{-1} dx - p^{-1:m} xy^{-2} dy) . b^{m+1:m}$. X.

Jam ex æquationibus VIII. & X. elicitur alia, quæ multiplicata per $b^{-m-1:m} p^{1:m} qy^2$, & omnibus membris ad unam æquationis

tionis partem rejectis, præbet - - $byydp - qxydp + mpqydx - mpqxdy$. XI.

Æquationis XI. integralis est $bx + qy = y^{m} p : c^{m-1}$, in qua si loco magnitudinum b, q & p substituam elementa dy, $-dx$ & ds quæ ipsis in eodem ordine proportionalia sunt, mutabitur in $xdy - ydx = y^{m} ds : c^{m-1}$. XII.

Et hæc XII. est æquatio differentialis primi gradus Trajectoriæ quæsitæ. Q. E. I.

COROLLAR.

Si $m = \frac{1}{2}$, æquatio prima abit in $dx = dy \sqrt{y} : \sqrt{(a-y)}$ æquationem Cycloidis, cujus integralis est $x = A - \sqrt{(ay - yy)}$, posita $A = \int \frac{1}{2} ady : \sqrt{(ay - yy)}$, adeoque A est arcus circularis cujus diameter a & sagitta y. Æquatio quinta præbet hoc casu $abb = ppy$ seu $ady^2 = yds^2$, ex qua eliciuntur $ds = dy \sqrt{ay} : y$, & $dx = -dy \sqrt{(ay - yy)} : y$; quare hi valores in æquatione XII. ad hunc casum applicata $xdy - ydx = ds \sqrt{cy}$, substituti dant $x + \sqrt{(ay - yy)} = \sqrt{ac}$ vel $x = \sqrt{ac} - \sqrt{(ay - yy)} = A - \sqrt{(ay - yy)}$ adeoque $A = \sqrt{ac}$. Hoc est, si in circulo generatore cujuslibet Cycloidis abscindatur arcus ad basin cycloidis terminatus qui sit medium geometricum inter diametrum circuli a & datam rectam c, linea per alterum arcus terminum ad basin cycloidis parallela, cycloidi occurret in quæsitæ trajectoriæ puncto, & hæc ipsissima est constructio, quam Celeberrimus Bernoulli dedit pro sua *Synchrona* in Actis 1697. Est itaque Synchrona Bernoulliana & Trajectoria una eademque curva & utriusque æquatio differentialis $xdy - ydx = ds \sqrt{cy}$.

Indicandum esset, qua ratione methodus nostra applicanda sit, cum trajectoriæ quæruntur, quæ curvas secandas in quolibet dato angulo secant, id vero ut ut facile ex præcedentibus colligi possit, alii tamen schediasmati una cum aliis huc pertinentibus reservabimus.

PRO-

Act. Erud. An. 1717. M. Aug. Pag. 353.

PROBLEMA POSTHUMUM

ab incomparabili Viro Perillustri D. GODEFRIDO GUILIELMO Lib. Bar. de LEIBNIZ mens. Dec. A. 1716 paulo ante mortem suam missum & commissum,

Solutioni R. P. AUGUSTINI THOMÆ a S. JOSEPHO *Ordinis Scholarum Piarum Decani.*

$$bx + 1 = yy.$$

IN quo b est numerus datus quicumque integer possibilis, x & y quæsiti hac lege, ut y semper maneat minor quam b. Petitur ejus solutio in integris toties, quoties fieri potest.

In hoc Problemate, utut leve, breve, ac facile appareat, latent non contemnenda arcana hactenus Arithmeticis incognita, ut in sequentibus solutionibus patebit. Itaque sit

SOLUTIO PRIMA.

Pro omnibus numeris possibilibus constans & unica, omnium facillima. Ponatur $b - z = y$. erit $b^2 - 2bz + z^2 = yy = bx + 1$. Si itaque z supponatur $= 1$. erit $b^2 - 2b = bx$, & $b - 2 = x$, & $b - z = b - 1 = y$. Unde colligitur numerum datum b non posse minorem esse ternario, licet possit esse major atque major in infinitum, ad quos omnes sese extendit hæc unica solutio; ita ut in quovis numero a 3 incipiendo verum sit $b - 1$ esse $= y$. & $b - 2 = x$. Verum quia Problema innuit pro quibusdam numeris plures Solutiones seu Variationes, quam hanc unicam, nempe toties, quoties fieri potest; idcirco, ne quærantur Variationes frustraneæ, operæ pretium erit præscire, quot Variationes patiatur num. b. Quare sit

Præliminare Universale.

Omnis numerus b integer a 3 inclusive usque in infinitum ex diligenti scrutatione naturæ numerorum observatus est habere solutiones seu variationes vel unicam tantum, vel 3 vel 7 vel 15. vel 31. vel 63. &c. & hac in infinitum progressione, quæ sic propagatur: Unitas dupla $+ 1 = 3$. hujus duplum $+ 1 = 7$. du-

duplum + 1 = 15. duplum + 1 = 31. duplum + 1 = 63. &c. in infinitum. Act. Erud. An. 1717. M. Aug.

Regula I.

Omnes numeri primi, & eorum potestates qualescunque unicam habent solutionem. Ut 3. 9. 27 (5. 25. 125) 7. 49. 343. 2401. &c. &c. Pag. 354.

Regula II.

Omnia producta duorum diversorum primorum numerorum, aut duarum potestatum qualiumcunque a diversis primis ortarum, aut permistim numeri primi cum potestate alterius primi tres habent solutiones, seu variationes. Ut 15 ex 3 per 5. 21 ex 3 per 7. 35 ex 5 per 7. 225 ex 9 per 25. 675 ex 27 per 25. 45 ex 5 per 9. 189 ex 7 per 27 &c.

Regula III.

Omnia producta trium diversorum primorum, aut trium potestatum quarumcunque a diversis primis ortarum, aut permistim, 7 habent solutiones seu variationes. Ut 105 productum a 3, 5, 7. 33075 a 49, 25, 27 735 a 3, 5, 49 &c. Atque ita porro producta ex quatuor diversis primis solutiones habent 15 ex quinque 31 ex 6, 63 &c. semper uno gradu in præcedenti Præliminari plures &c.

Regula IV.

Dupla numerorum seu productorum in prioribus tribus Regulis non immutant, neque augent numerum solutionum. Quadrupla vero attollunt uno, & octupla duobus gradibus. Sic quadrupla I. Reg. 3. 9. 5 nempe 12. 36. 20 &c. habent tres, & octupla 24. 72. 40 &c. 7 solutiones. In Reg. secunda 15. 21 quadrupla 60, 84 habent 7. & octupla 120, 168 &c. 15 solutiones. In Reg. tertia 105. 735 quadrupla 420, 2940 &c. habent 15 & octupla 840, 5880 &c. 31 solutiones. Sic quadrupla productorum ex quatuor primis habent 31 & octupla 63 solutiones &c. neque ultra octuplum altius ascenditur. Nam licet 24 octuplum ipsius 3 admittat 7 solutiones, tamen sexdecuplum 48 non admittit plures. Quod & proportionaliter de aliis intelligendum est.

Regula V.

Numerus 4 habet unicam solutionem, ejus duplum 8 tres, neque porro ascenditur. Hinc 16. 32. 64. 128 &c. in infinitum tres tantum habent solutiones. Præsuppositis admirandis hisce numerorum proprietatibus sequitur

So-

SOLUTIO SECUNDA.

Act. Erud. An. 1717. M. Aug.

Exhibens in specie solutiones possibiles omnium numerorum b per quadrata

Pag. 355.

$bx+1=yy$. Ergo $x=\frac{yy-1}{b}$. Hæc æquatio nos docet ex Tabula quadratorum Neperi vel alterius Autoris excerpenda esse inter b & bb tot quadrata quot solutiones seu variationes recipit num. datus b, & quidem talia, quæ abjecta unitate exacte dividi possint per b ad habendos valores x & y.

Proponatur $b=7$. qui cum sit num. primus, unicam habet solutionem ex Reg. I. ideoque unicum tantum quadratum intermedium inter b & bb, hoc est, inter 7 & 49 quod -1 dividi possit exacte per $b=7$. nempe $36=yy$. unde $yy-1=36-1=35$. ideoque $\frac{yy-1}{b}=\frac{35}{7}=5=x$, & $y=b$ rad. □ ex 36. Quod idem per primam solutionem invenitur. Ubi notandum pro iis numeris, qui unicam tantum habent solutionem, semper assumendum esse tantum quadratum proximum ante bb, ut hic 36 ante 49.

Sit $b=15$ habens tres solutiones ex Regula quinta $bb=225$. ideoque tria apta quadrata intermedia inter 15 & 225 quæ -1 dividi possint per 15 seu per 3 & 5. nempe 16. 121. 196. $=y^2$, quæ -1 sunt 15. 120. 195 & divisa per 15 exhibent, 1. 8. 13 pro x. pro y vero sunt 4. 11. 14. radices excerptorum quadratorum.

Sit $b=24$ habens 7. solutiones ex Reg. IV. ideoque 7 apta quadrata intermedia inter b & bb, seu inter 24 & 576. quæ -1 dividuntur per 24 seu per 3 & 8. nempe 25. 49. 121. 169. 289. 361. 529. quæ -1 sunt 24. 48. 120. 168. 288. 360. 528. divisa per 24 dant 1. 2. 5. 7. 12. 15. 22. pro x. pro y vero 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. radices dictorum quadratorum. Ubi notandum ultimum quadratum ex intermediis inter b & bb semper esse aptum solutioni. Et hæc methodus operandi per quadrata est brevissima & facillima pro numeris, qui patiuntur plures solutiones seu variationes, quam unam; si tamen Tabula quadratorum tam procul extensa sit usque ad bb. Quodsi non, utendum erit Factoribus dati numeri b. Ideoque sit

SOLU-

SOLUTIO. TERTIA PER FACTORES.

Act. Erud. An. 1717. M. Aug. Pag. 356.

Definitio.

Factores vocantur duo quicunque numeri, qui simul multiplicati producunt datum numerum b. Habentque quipiam numeri tantum unum par factorum, quales sunt omnes primi, quipiam plura, ut omnes compositi. Sic 3 factores habet 1. 3. &c. 12 habet factores 1 per 12. & 2 per 6. & 3 per 4.

Operatio.

$bx + 1 = yy$. Ergo $bx = yy - 1$ quod producitur ab $y + 1$ per $y - 1$.

& sic exprimitur: $y^2 + 1 * y^2 - 1$. quare $x = \frac{y^2 - 1}{b} = \frac{y + 1 * y - 1}{b}$.

quia igitur $y^2 - 1$ duos habet factores $y + 1$ & $y - 1$. quorum differentia semper $= 2$. idcirco & b dirimendum est in duos factores, quorum unus exacte dividat $y + 1$. alter $y - 1$. Porro hi factores vocentur m & n. stabitque operatio sic:

$$\frac{y + 1}{m} \text{ sit } = \text{ quotienti } z$$

$$\& \frac{y - 1}{n} \text{ sit } = \text{ quotienti } v$$

ideoque $y + 1 = mz$
& $y - 1 = nv$
mutuo ductu $y^2 - 1 = mnzv = bx$ est autem $mn = b$
ideoque $zv = x$. & y jam supra notum est.

Ex his formatur in numeris hic processus: Esto $b = 7$. factores $1 = n$. $7 = m$. & cum b semper petatur major quam y, non poterit hic $y + 1$ majus esse, quam $b + 1 = 7$. & $y - 1 = b - 1 = 5$. hinc

$$\frac{y + 1}{m} = \frac{7}{7} = 1 = z$$

$$\& \frac{y - 1}{n} = \frac{5}{1} = 5 = v$$

atque ita $zv = 5 = x$. & $y = 6$.

Act. Erud. An. 1717. M. Aug. Pag. 357.

Sit $b=12$. habet ex Reg. 4. tres solutiones. Factores $m.\ n$ vel $n\ m$

1. 12
2. 6
3. 4

Hic $y+1$ & $y-1$ sumendi sunt tales numeri, ut unus per m, alter per n exacte dividatur, nempe $\frac{y+1}{m}=\frac{12}{12}=1=z.$ & $\frac{y-1}{n}=\frac{10}{1}=10=v$ hinc $zv=10=x.$ & $y=11$. Sequitur

Sit $\frac{y+1}{m}=\frac{6}{6}=1=z.$ & $\frac{y-1}{n}=\frac{4}{2}=2=v$

hinc $zv=2=x.$ & $y=5$.

Sit $\frac{y+1}{m}=\frac{8}{4}=2=z.$ & $\frac{y-1}{n}=\frac{6}{3}=2=v$

hinc $zv=4=x.$ & $y=7$.

Sunt itaq; pro num. $b=12$. tres solutiones seu variationes *pro* x. *pro* y.

pro x	pro y
2	5
4	7
10	11

Notandum hic occurrere quæpiam compendia. Primo si unus factorum sit 2 & alter ejus confactor numerus par, simpliciter sic locantur:

$$\left.\begin{matrix}8 \text{ divis. per } 2 \text{ fit } 4\\ 6 \qquad\qquad 6 \quad 1\\ 4 \qquad\qquad 2 \quad 2\end{matrix}\right\}\begin{matrix}4=x. \ 7=y.\\ 2=x. \ 5=y.\end{matrix}$$ Quod & cum factore 4 practicatur.

2°. Cum præter primum valorem $y=11$ reliqui duo sint 5 & 7 simul $12=b$. tunc habito minori 5 habetur illico alter major 7 per subtractionem 5 a 12.

3°. per Crucem sic:

$y+1=6$ divis. per 6 est 1. 2 — 1 = 1. 2 per 4 ductum dat $8=y+1$

$y-1=4$ 2 2. 6 — 2 = 4. 1 per 6 $6=y-1$

Esto

Esto nunc datus num. $b=24$. habens ex Reg. 4. septem solutiones Act. Erud. An. 1717. M. Aug. Pag. 358.

Factores $m.n$	$y+1=24$	divisum per 24 fit	1	} $22=x.\ y=23$
vel $n.m$	$y-1=22$	1	22	
1.24	&c. 14	2	7	} $7=x.\ y=13$
2.12	12	12	1	
3. 8	10	2	5	} $5=x.\ y=11$
4. 6	8	4	2	} $2=x.\ y=7$
	6	6	1	
	4	4	1	} $1=x.\ y=5$

NB. nunc per Crucem resumantur factores 4. 6

sic: 4 ⋈	2. 2 a 6 rest. 4	ductum per 4 fit 16	div. per 4 fit	4	} $12=x.\ y=17$
6 ⋈	1. 1 a 4 ⋈ 3	6	18	6	3	
4 ⋈	1. 1 a 6 ⋈ 5	4	20	4	5	} $15=x.\ y=19$

Hic per superiora compendia primum & tertium processum est, & factores 2.12 dederunt duos, 4.6 vero quatuor valores, & 1.24. unum.

Superest, ut per secundum compendium operemur. Eximantur tres minores valores y.

sic: Valor	$b=24$	24	24	
Min. valores	$y=5$	7	11	Subtr.
Maj. val.	$y=19$	17	13	ut supra

$y+1=20$	divis. per 4 fit		5	} $15=x$
$y-1=18$		6	3	} $12=x$
&c. 16		4	4	
14		2	7	} $7=x$
12		12	1	

Per hoc compendium tollitur dimidius labor Operationum.

Proponatur jam exercitii causa $b=1716$ numero Anni, quo mihi D. Proponens jam lecto detentus hoc Problema solvendum commisit. Hic num. ex Reg. IV. recipit 15 solutiones seu variationes, quia quadruplus est producti trium primorum 3. 11. 13.

Factores: m. n. vel n. m.					
1. 1716	$y+1=1716$ div. per $n=1716$ fit			1	} $1714=x$. $y=1715$.
2. 858	$y-1=1714$		$m=$ 1	1714	
3. 572	$y+1=$	858	858	1	} $428=x$. $y=857$.
4. 429	$y-1=$	856	2	428	
6. 286	&c.	288	6	48	} $48=x$. $y=287$.
11. 156		286	286	1	
12. 143		156	156	1	} $14=x$. $y=155$.
13. 132		154	11	14	
22. 78		132	132	1	} $10=x$. $y=131$.
26. 66		130	13	10	
33. 52		572	572	1	} $190=x$. $y=571$.
39. 44		570	3	196	
NB. Aptissimi fa-		728	52	14	} $308=x$. $y=727$.
ctores sunt, qui		726	33	22	
in divisione profe-		704	44	16	} $288=x$. $y=703$.
runt unitatem,		702	39	18	
cum fieri potest.	$b=1716$	1716.	1716. 1716. 1716.	1716. 1716.	
Min. valo	res $y=$ 857	727.	703. 571. 287.	155. 131. subtr.	
Maj. valo	res $y=$ 859	989.	1013. 1145. 1429.	1561. 1585. Rest.	
	$y+1=$ 860 divis. per		2	fit 430	} $430=x$. $y=859$.
	$y-1=$ 858		858	1	
Hic adhibentur ii-	&c.	990	33	30	} $570=x$. $y=989$.
dem factores, qui		988	52	19	
supra pro minori-		1014	39	26	} $598=x$. $y=1013$.
bus valoribus ad-		1012	44	23	
hibiti fuerunt.		1146	3	382	} $764=x$. $y=1145$.
		1144	572	2	
		1430	286	5	} $1190=x$. $y=1429$.
		1428	6	238	
		1562	11	142	} $1420=x$. $y=1561$.
		1560	156	10	
		1586	13	122	} $1464=x$. $y=1585$.
		1584	132	12	

Hoc compendio qui volet uti, poterit illud quoque adhibere in pragmatia solutionis secundæ per quadrata.

Pag. 360. Demum $b=840$ habens ex Reg. quarta 31 solutiones exercitio Lectoris relinquimus. Ubi quærendi prius erunt 15 minores valores pro x & y. majores 15 habentur per subtractionem. Maximus denique valor est $b-1=829=y$. & $b-2=838=x$.

CON-

CONCLUSIO.

Act. Erud. An. 1717. M. Aug.

Atque ita videmur intentum Perill. Dn. de Leibniz assecuti, quod erat, ut per hoc ultimum suum, nunc posthumum Problema Arithmeticam altius attolleret, & rariora sub eo contenta arcana & artificia, hactenus omnibus Arithmeticis incognita, eruditiori Seculo patefaceret. Hoc vero suum laudabile propositum ægritudine & morte præventus exequi nequiit. Idcirco ab eodem per epistolam specialem Hanovera requisiti illud pro virili nostrum effectum ad conservandam immortalis Viri gloriam deduximus. Nam

Dignum laude Virum Musa vetat mori.

Hor. Lib. 4. carm. Ode 8.

Horniæ Austriæ 22. Apr. 1717.

NOTITIA

DE HISTORIA BRUNSUICENSI,

quam edere paraverat G. G. LEIBNITIUS.

De Historia sua Brunsuicensi sequentia in scheda annotata reliquit Illustris *Leibnitius*:

Annales originum Brunsuicensium complectentur res Imperii occidentis ab initio regni Caroli Magni usque ad finem Henrici II Imperatoris, & ita ab anno Domini 769 usque ad A. D. 1025. In iis habebuntur antiquitates Saxonicæ ad stirpem Watikindeam, res superioris Germaniæ ad stirpem Welficam, res Longobardicæ ad stirpem veterum Ducum & Marchionum Tusciæ & Liguriæ spectantes. Ab his enim omnibus Duces Brunsuicenses sunt orti, & regiones habuerunt, itaque totius Imperii Historiam per illa tempora explicari necesse fuit. Et post res Imperatorum ex stirpe Carolina describentur res quinque Imperatorum vel Regum veteris lineæ Brunsuicensis, nempe Henrici Aucupis, trium Ottonum & Henrici secundi, in quæ tempora incidunt etiam ceteræ origines.

Præmittetur his Annalibus quædam dissertatio de antiquissimo harum regionum statu, qui ante Historicos ex naturæ vestigiis haberi potest; & alia de migrationibus gentium, præsertim Pag. 361.

quæ

quæ in has regiones venere. Et subjicietur Annalibus deductio Genealogica Guelfica seu Brunsuicensis ad nostra usque tempora ex Tabulariis eruta, brevem sed accuratam familiæ totius Historiam complexa, eminentium familiarum, velut Gibellinæ, Austriacæ veteris & novæ, Andegavensis, Anglicæ, Schirensis seu Bavaro Palatinæ &c. Genealogiis longe melius quam hactenus constitutis. Per documenta etiam constituetur exacte Chronologia Seculi noni & decimi cum parte octavi & undecimi, quæ hactenus miris tenebris involuta fuere, adjecta etiam Dissertatiuncula, quæ inscribetur: Flores sparsi in tumulum Papissæ, ubi novis illatis in Historiam luminibus fabula illa explodetur, quæ solis hactenus tenebris Chronologicis se tuebatur. Denique ausim dicere, nihil tale ad Historiam mediam hactenus prodiisse, in quo tam multi sunt sublati errores in Imperii rebus per Germaniam Italiamque, & res in clariore luce positæ. Bina erunt volumina in folii forma, ut vocant, Tabulis æneis veterum monumentorum, documentorum, sigillorum, numismatum ornata.

Ex literis Clar. *Eckbardti*, qui in munere Historiographi Domus Brunsuicensis *Leibnitio* successit, habemus, quod *Vir illustris* Tractatus de Naturalibus regionis tantum ideam quandam, quam animo conceperat, in schedis suis delineaverit; de migrationibus gentium vero nihil adhuc in chartam conjecerit. In ipsa Historia ab initio regni *Caroli M.* usque ad An. 1005 pervenit. Deductiones chronologicæ omnes, præter majores *Azonis* Marchionis, debentur studio *Eckbardti*, etiam reliqua suppleturi, quæ adhuc desiderantur. Idem spem facit, fore ut duo Tomi priores, in quibus nodi difficillimi genealogici solvuntur & origines omnium familiarum illustrium in Europa explicantur, anno sequente in publicum prodeant. Cetera vero ab Anno Domini 1025 usque ad *Ottonem* primum Ducem Brunsuicensem & Luneburgensem ante quinquennium vix comparebunt.

Act. Erud. An. 1717. M. Aug. Pag. 381.

PHILIPPI A TURRE
EPISCOPI ADRIÆ ELOGIUM,
a JACOBO FACCIOLATO *scriptum*.

PHilippus a Turre ea morum probitate fuit, eaque literarum gloria, ut merito de fortuna queri potuerit, nisi ad ceteras animi dotes insignem moderationem addidisset. Non caruit ille quidem bonis, quæ fortunæ dicuntur; abundavit etiam, si fortunæ duntaxat ratio ducatur; sed singularis illius, atque inaudita virtus majus aliquid postulare visa est, unde hominem posteri metirentur. Natus est in urbe Foro-Julii vulgo *Cividale*, Kal. Maj. An. MDCLVII, parentibus apprime nobilibus, Mario a Turre, & Camilla de Frumentinis. Quod in prima ætate rarissimum est, libros semper maluit, quam crepundia; cumque Rhetoricum & Philosophicum cursum in Patria celerrime absolvisset, Patavium migravit. Ibi rursus humaniores litteras tractare cœpit, ad quas potissimum factus videbatur, tum se Jurisprudentiæ dedit, nec interim Mathematicum, aut Anatomicum studium, qua erat ingenii abundantia, prætermisit. Annos natus fere viginti, publicum utriusque Juris examen subiit, probatusque suffragiis omnibus, in Patriam revertit: ubi paucis post annis Patruo Civitatis Canonico suffectus, antiquæ eruditionis studium suscepit, seu potius renovavit. Hunc enim amorem jam tum imbiberat cum Patavii esset, & Octavium Ferrarium eruditissimum superioris seculi virum frequentissime audiret. Tametsi Ferrarius politiorem antiquitatem tractabat; Philippus vero in sui Capituli Archivo rudiora monumenta, sed magis recondita invenit, quibus & ornandæ antiquissimæ Patriæ, & obscurissimæ ætatis illustrandæ incredibili ardore succensus est. Sed cum intelligeret, hujusmodi literarum genus magnam librorum copiam, & eruditorum commercium postulare, Romam demigravit anno MDCLXXXVII, ibique ita se totum antiquæ historiæ tradidit, præsertim vero Ecclesiasticæ, ut non multo post inter delectos Academicos Collegii *de propaganda Fide* relatus fuerit. Tum vero primum in magna illa non dicam multorum hominum, sed omnium fere nationum luce fulgere cœpit, & quantus futurus esset, ostendere. Ingenium multi admirabantur, sed acerrimus hominum æstimator Pag. 382.

Caro-

Act. Erud. An. 1717. M. Aug.

Carolus Augustinus Fabronus, nunc S.R.E. Cardinalis, in primis coluit, ejusque commendatione factum est, ut cum eminentissimus Josephus Renatus Imperialis Ferrariam Legatus missus esset, Philippum sibi adjungeret, & juri dicundo præficeret, quod officium *Auditoris* appellant. Sexennium in ea Legatione commoratus, ita se omnibus singulari prudentia, fide, integritate commendavit, ut cum Cardinalis provincia decederet, eum sibi retinendum putaverit, ut Romæ quoque in multarum *Congregationum* negotiis ejus opera uteretur. Quo in munere sane gravissimo, quidquid supererat otii, id totum in antiquitatis studium conferebat; eaque industria celeberrimo Cardinali Norisio plurimum probatus, ad intima ejus literarum consilia admissus est, multisque benevolentiæ testimoniis supra ceteros ornatus. Accidit per ea tempora, ut Antii rudera ad portus constructionem effoderentur, ex quo intellectum est, literas quoque fortuna indigere, nihilque admodum valere sive ad opes, sive etiam ad famam, nisi illam sibi sociam adsciscant. Cum enim magnis illis effossionibus monumenta quædam antiquissimæ formæ detecta essent, hinc sibi Philippus occasionem arripuit ingenii prodendi sui eo Syntagmate, quod est de *monumentis Antii;* in quod tam multa, tam varia, tam recondita ex omni eruditione *conjecit*, ut minima pars titulo significetur. Egregiam lucubrationem Innocentius XII. Pont. Max. valde probavit, nec laudibus solum, quarum multi solent esse liberalissimi, sed etiam beneficiis ornavit, plura daturus, nisi fato interceptus fuisset. Veruntamen, quod ille præstare non potuit, abunde præstitit Clemens XI., qui pro sua quadam non religionis modo, sed etiam literarum cura Philippum complexus, Adriensem Episcopum renunciavit 18. Kal. Febr. An. MDCCII. Qui hominis virtutes & ingenium noverant, non eum libenter discedere Roma patiebantur, ut in Italiæ angulo nec prorsus illustri, neque saluberrimo delitesceret; sed ille tamen nihil tale recusandum ratus, in quo divina quædam vis apparebat & providentia, Rhodigium statim profectus est, totumque se ejus Ecclesiæ rebus addixit. Magna in eo fuit & intelligendi, & agendi celeritas: itaque cum omnia suæ provinciæ negotia ipse per se diligentissime expediret, optimique Præsulis partes impleret, sua tamen tempora Musis quoque tribuebat. Hujus industriæ quærenti socium, non defuit Comes Camillus *de Silvestris*, notum in Repub. literaria nomen, ætate pene pari, morum vero elegantia, & antiquitatis studio nihil dissimili. Hunc sibi Philippus tanquam divinitus datum in urbe multis quidem rebus ornata, sed literis colendis non admodum opportuna,

Pag. 383.

tuna, cupidissime adjunxit, eoque uno familiarissime, quam diu vixit, usus est. Curavit etiam sibi a Dominicana Familia virum in primis clarum Thomam *Minorellum*, ex cujus politissimo ingenio, quo tempore Rhodigii fuit, & ipse magnum cepit consuetudinis fructum, & Rhodigina juventus institutionis. Sed & absentium amicitias studiosissime coluit, quicunque aliquo insigni literaturæ genere præstarent; & Patavium identidem excurrebat, iis præsertim diebus, quibus Seminarii census ab Eminent. Georgio Cardin. CORNELIO haberi solet, cum ut se omnium fere disciplinarum, linguarumque disputationibus continenter habitis recrearet, tum vero maxime ut Antistiti optimo, & ad literas promovendas incitatissimo gratificaretur. Cetera lætus, & quod in humanis rarissimum est, sua contentus sorte, id unum primis annis dolebat, quod librorum copia careret, nec satis haberet fortunarum, quibus & Episcopalem dignitatem sustinere posset, & honestissimum hoc desiderium explere. Post aliquanto respiravit, instructaque decenter domo, de libris comparandis cogitare cœpit, quod ipsum ita præstitit, ut vel ex hoc uno de summa ejus sapientia conjici possit. Per hæc adjumenta non paucas pro re nata dissertationes composuit, de *Taurobolio*, de *vermibus corporis humani*, de *Solis Eclipsi*, de *Anniæ Faustinæ nummo*, de *annis Imperii Elagabali*, ab iis editas, ad quos per epistolam missæ sunt, præter ultimam, quam edidit ipse typis Seminarii Patavini A. MDCCXIII. Scripsit præterea ad amicos Latine, & Italice multa, non soluta modo, sed etiam ligata oratione, quæ singula quidem minuta sunt, sed in unum tamen collecta corpus, justum volumen efficerent. Nolim equidem quæcunque scripsit sive serio, sive joco, statim vulgari, quam ego Amicorum curam magnorum virorum existimationi sæpe fatalem animadverti: sed quædam tamen de militaribus itineribus, ac de tota illa controversia, quæ ipsi cum præstantissimo Adversario Johanne Vignolio de *Imperio Severi Alexandri* fuit, omnino jacere non debent, quod jam ad umbilicos pervenerint, & famam ejus sustinere possint. Multa etiam mihi de Patriarchis Aquilejensibus legit, multa ostendit ex abditissima antiquitate deprompta; sed pleraque informia sunt, nec lucem sperare possunt, nisi forte a Clarissimo Viro Justo *Fontanino*, qui & ea eruditione est, ut nihil hujusmodi formidare debeat, & iis moribus, ut nihil omittere possit, quod ad Præsulis de se meritissimi gloriam conducere videatur. Reliquum est, ut de ejus morte dicamus, quod paucis absolvetur; nam ne dissecto quidem, exploratoque cadavere, Medici ipsi ceteroquin peritissimi statuere

Act. Erud. An. 1717. M. Aug.

Pag. 384.

Act Erud. An. 1717. M. Aug.

tuere potuerunt, quo genere morbi consumptus sit, quique hydropem accusant, ita rem involvunt, ut nec satis appareat quo modo gigni potuerit, nec quomodo cognosci, nec quomodo sanari. Quod certum est, duos ferme, antequam moreretur, menses perpetua siti laboravit, eodemque tempore δυσυρίᾳ, morbo illo quidem non novo, sed pene jam familiari. Sitis in febriculam desiit, quæ & ab ipso contempta est, nec a Medicis valde oppugnata, quod ex δυσυρίας proficisci crederetur, nihilque hujusmodi portenderet, quale postea consecutum est. Quid plura? Sic erat in fatis: repente in extremis fuit. Itaque cum se ad illam supremam luctam rebus divinis comparasset, incredibili virtute, & constantia decessit V. Kalend. Mart. MDCCXVII. Rhodigii sepultus est ingenti totius civitatis luctu, quæ calamitatem hanc acerbissime tulit, & pro summa temporum difficultate eiam in omen vertit. Talis fuit Episcopus, ut non solum cum probatissimis hujus ætatis, sed cum majoribus etiam comparari potuerit. Severus & gravis, sed idem, cum tempus posceret, blandus & affabilis, supra quam ejus vultus plane censorius polliceri videretur. Sermo compositus, & in re qualibet ita eruditus, ut semper meditatum crederes. Id fuit in *illo singulare*, quod cum plurimum temporis literarum *studiis concederet*, non tamen se rebus agendis subducebat; quo factum est, ut doctissimus esset, idemque prudentissimus. Id ipsi apud suos magnam autoritatem conciliavit, liberalitas vero gratiam, & benevolentiam. Amicitiis usus est omnium ferme sui temporis literatorum, multorum etiam hospitiis. Nam id in primis curabat, ut hospites frequenter haberet; cumque ipse tenuissimo victu uteretur, alios splendidissime excipiebat.



EXPE-

Act Erud. An. 1717. M. Octob. Pag. 456.

EXPERIENTIA DE PULVERE PYRIO in Antro Canis, quod Puteolis est, accenso:

ex litteris JO. BAPT. LAMBERTI *Neapoli datis ad Amicum Regiomontanum* C. G.

AD ea quæ de pulvere pyrio scripseram, nostrorum refutans sententiam circa locum incendii (*Vesuviani*,) reposuisti, a Germano quodam non potuisse in Canum Antro explodi sclopetum. Quod ego non ipsi pulveri tribuo, qui in eo loco non accendatur, ut fere omnibus exteris qui eo accesserunt, scriptisque sua itinera consignarunt, sine ratione persuasum est. Etenim tentantibus illis sclopetum explodere, pulvis non accenditur, quia ignis scintillæ a silice per chalybem expressæ antequam ad pulverem pertingant, a mephite oppressæ extinguuntur, quod pluries notavi, immo admovens pulveri ingentem & fervidam facem perspexi, aliisque demonstravi, illam prius fuisse extinctam, quam ad pulverem perveniret. Hæc mihi observatio declaravit, pulverem non accendi ob ignis debilitatem, qui mephitis viribus resistere non poterat, quique si longe vividior & fortior fuisset, pulverem potuisset in ipsa mephite inflammare. Hinc excitato igne in ipso pulvere, hunc non solum conflagrare, sed etiam accendi in ipsa mephite deprehendi. Nam acceptam pulveris portionem cum aqua miscui & conflatam massam deinde Solis calore exsiccandam curavi, sic compositus pulvis non statim totus igne conflagrat, sed paulatim consumitur, quare massam illam extra mephitim accensam igne, in mephitim ipsam injeci, eamque vidi non sine magna animi voluptate in illis ipsis mephitis locis, in quibus prius faces extinctæ fuerant, conflagrare & consumi. Quo experimento doctior pulverem ipsum pyrium sine aliqua mistione in ipsa mephite deposui, ad quem aliam massam superiori similem extra mephitim accensam admovi, quæ & ipsa, ut solebat, in mephite arsit, & pulverem illum quoque in mephite jacentem accendit. Hoc ego experimentum pluries feci, ne quis suspicioni locus relinqueretur, semperque idem fieri deprehendi & mecum alii observatores notarunt, nec video, quæ exactior diligentia in ea re adhiberi potuerit.

Pag. 457.

Act. Erud. An. 1717. M. Octob. Pag. 461.

METHODUS SINGULARIS,

qua Solis Parallaxis sive distantia a Terra, ope Veneris intra Solem conspiciendæ, tuto determinari poterit:

Proposita coram Regia Societ. ab EDM. HALLEJO J. U. D. *ejusdem Societatis Secretario.*

E Transactionibus Anglic. An. 1716. Num. 348.

PLurima sunt maxime quidem paradoxa, omnemque fidem apud vulgus superantia, quæ tamen adhibitis Mathematicarum Scientiarum principiis levi negotio enodantur. Ac sane nullum problema magis arduum ac difficile videbitur, quam est *Solis a Terra* distantiam vero proximam determinare; quod tamen obtentis accuratis quibusdam observationibus, ad electa & prævisa tempora peractis, non multo opere efficietur. *Id quod* inclytæ huic Societati, quam immortalem fore auguror, in hac dissertatione ob oculos ponere libet, ut junioribus nostris Astronomis, quibus forsan hæc observare ob minorem ætatem obtingere potest, viam præmonstrem, qua immensam Solis distantiam intra quingentesimam sui partem rite dimetiri poterint.

Pag. 462.

Notum autem vobis est hanc distantiam a diversis Astronomiæ autoribus diversam fingi, prout cuique ex conjectura probabile visum est: a *Ptolemæo* quidem ejusque asseclis, uti & *Copernico* & *Tychone Brahæo*, *Terræ* semiadiametris mille & ducentis, *Keplero* ter mille quingentis fere. *Ricciolus* distantiam *Keplerianam* duplicat, quam tamen *Hevelius* dimidio tantum auget. At vero visis in *Solis* disco ope telescopii Planetis *Venere* & *Mercurio* mutuato fulgore nudatis, tandem compertum est Planetarum diametros visibiles multo minores esse quam eatenus haberentur; *Veneris*que Semidiametrum a *Sole* visam, non nisi quartam minuti primi partem vel quindecim secunda subtendere; *Mercurii*que semidiametrum, ad mediam ipsius a *Sole* distantiam, sub angulo decem tantum secundorum conspici; atque sub eodem etiam *Saturni* semidiametrum e *Sole* videri. *Jovis* autem Planetarum maximi semidiametrum non nisi tertiam minuti primi partem apud *Solem* subtendere. Unde, servata analogia, non-

nonnullis e modernis Astronomis visum est, *Terræ* quoque semidiametrum e *Sole* conspectam, medio loco inter *Jovis* majorem & *Saturni* & *Mercurii* minorem angulum subtendere, *Veneris*que æqualem, nempe quindecim secundorum: adeoque *Solem* a *Terra* quatuordecim fere millibus semidiametrorum *Terræ* distare. Iisdem autem Autoribus aliud argumentum paulo ampliavit hanc distantiam: quoniam enim *Lunæ* diameter paulo major est quarta parte diametri *Terræ*, si Parallaxis *Solis* ponatur quindecim minutorum secundorum, fieret *Lunæ* corpus corpore *Mercurii* majus, Planeta scilicet secundarius primario major; quod concinnitati Systematis mundani contrariari videretur. E contra vero *Venerem* inferiorem & Satellitio destitutam, majorem esse *Terra* nostra superiori & tam insignem comitem nacta, vix concedere videtur eadem concinnitas. Ut itaque medio loco incedamus, ponatur *Terræ* semidiameter e *Sole* visa, seu quod idem est, *Solis* Parallaxis horizontalis, duodecim secundorum cum semisse: unde *Luna* minor erit *Mercurio* & *Terra Venere* major; ac proveniet *Solis* a *Terra* distantia sexdecies mille cum quingentis *Terræ* semidiametris proxime. Huic autem distantiæ in præsentiarum assensum præbeo, usque dum experimento, quod proponimus, quanta sit, certius constet. Nec moror autoritatem quantumvis gravem eorum, qui *Solem* ultra hos terminos in immensum evehunt, freti observationibus vibrantis Penduli, determinandis his angulorum minutiis, uti videtur, haud satis fidis: saltem hac methodo tentanti Parallaxis aliquando nulla, aliquando etiam negativa occurret; hoc est distantia vel infinita fiet, vel infinito major: quod absurdum. Et, ut verum fatear, minuta secunda vel etiam dena secunda instrumentis quantumvis affabre factis certo distinguere vix homini datum est; atque adeo minime mirandum, si tantorum Artificum multos & ingeniosos conatus hactenus eluserit rei ipsius maxima subtilitas.

Act. Erud. An. 1717. M. Octob.

Pag. 463.

Dum autem, ante quadraginta fere annos, in Insula *Sanctæ Helenæ*, syderum polum Australem ambientium observationibus operam darem; contigit mihi *Mercurium* sub *Solis* disco transeuntem omni adhibita diligentia observare: quodque mihi præter spem feliciter successit, momentum quo *Mercurius* ingrediens *Solis* limbum interius contingere visus est, pariterque momentum quo egrediens limbum Solis strinxit, facto angulo contactus interioris, tubo optimo viginti quatuor pedum accuratissime obtinui. Unde pro comperto habui intervallum, quo *Mercurius* totus intra *Solis* discum tum temporis apparuit, etiam abs-

Act. Erud. An. 1717. M. Octob.

absque errore unius minuti secundi temporis: nam filum luminis Solaris, inter limbum planetæ obscurum & *Solis* lucidum interceptum, quantumvis tenue in oculos incurrere visum est; & in ictu oculi, denticulus in limbo *Solis* a *Mercurio* ingrediente factus evanescere, uti ab egrediente factus quasi momento incipere. Hoc autem perspecto statim intellexi, *Solis* Parallaxim ex hujusmodi observationibus rite concludi posse, si

Pag. 464.

modo *Mercurius Terris* vicinior majorem haberet parallaxin a *Sole*; etenim hæc parallaxium differentia tantilla est, ut semper minor sit ipsa Solari quam quærimus; proinde *Mercurius*, licet frequenter intra *Solem* videndus, huic nostro negotio vix satis aptus habebitur.

Restat itaque *Veneris* transitus per *Solis* discum, cujus parallaxis quadruplo fere major Solari, maxime sensibiles efficiet differentias, inter spatia temporis quibus *Venus Solem* perambulare videbitur, in diversis *Terræ* nostræ regionibus. Ex his autem differentiis debito modo observatis, dico determinari posse *Solis* parallaxin etiam intra scrupuli secundi exiguam partem. Neque alia instrumenta postulamus præter *Telescopia* & *Horologia* vulgaria sed bona: & in Observatoribus non nisi fides & diligentia, *cum* modica rerum Astronomicarum peritia desiderantur. *Non enim* opus est, ut latitudo loci scrupulose inquiratur, nec ut horæ ipsæ respectu meridiani accurate determinentur: sufficit, Horologiis ad cœli revolutiones probe correctis, si numerentur tempora a totali ingressu *Veneris* infra discum *Solis*, ad principium egressus ex eodem; cum scilicet primum incipiat Globus *Veneris* opacus limbum *Solis* lucidum attingere; quæ quidem momenta, propria experientia novi, ad ipsum secundum temporis minutum observari posse.

Ob leges autem motuum admodum arctas, rarissime intra *Solis* orbem conspicitur *Venus*, ac per plus quam centum & viginti annorum decursum, ne semel quidem ibidem videbitur; nempe ab anno 1639 (cum præclaro Juveni *Horroxio* nostro, eique primo & soli a rerum conditu, jucundissimum hoc spectaculum obtigit,) usque in annum 1761, quo juxta Theorias quas hactenus cœlo conformes experimur, Stella *Veneris* iterum subtercurret *Solem Maji* 26 mane; ita ut *Londini* hora fere sexta matutina in medio disci Solaris expectanda sit, nec nisi quatuor minutis centro *Solis* Australior. Duratio autem hujus transitus erit octo fere Horarum, nempe a secunda usque in decimam fere matutinam. Atque adeo ingressus minime *Anglis* conspicuus erit: cum autem Sol tum temporis occupaturus sit sexdecim

decim *Geminorum* gradum, viginti tres ferme gradus in Boream declinans; per totam quasi Zonam frigidam Septentrionalem inoccidus conspicietur: ac proinde qui littus *Norwegiæ* incolunt ultra Urbem *Nidrosiam*, quam *Drontem* vocant, usque ad Promontorium ejus *Boreale*, *Venerem Solis* discum subingredientem observare poterunt; ac fortasse *Scotis* Borealioribus & Insulæ *Hetlandiæ*, olim *Thylen* dictæ, incolis in oriente Sole ingressus ille conspici poterit. Quo tempore vero *Venus Solis* centro proxima erit, *Sol* verticalis erit supra littora Borealia sinus *Gangetici*, vel potius regni *Peguani*; ac proinde in Regionibus circumvicinis, cum *Sol* in ingressu *Veneris* quatuor fere horis distabit ad ortum, & in egressu totidem fere ad occasum, accelerabitur motus apparens *Veneris* intra *Solem* duplo fere parallaxeos horizontalis *Veneris* a *Sole*; quia *Venus* tunc ab ortu in occasum fertur retrograde, interea dum oculus ad *Terræ* superficiem positus in contrarias partes ab occasu in ortum gyratur. Act. Erud. An. 1717. M. Octob. Pag. 465.

Posita autem parallaxi *Solis*, uti diximus, duodecim secundorum cum semisse, erit parallaxis *Veneris* quadragesimum tertium secundorum; & sublata parallaxi *Solis*, restabit saltem semiminutum pro parallaxi Horizontali *Veneris* a *Sole*, ac proinde dodrante saltem minuti promovebitur *Veneris* motus a parallaxi illa, interea dum *Solis* discum percurrit, in iis scilicet Poli altitudinibus quæ Tropico vicinæ sunt; atque adhuc amplius in vicinia Æquatoris. *Venus* autem tum temporis satis accurate quatuor minuta prima singulis horis intra *Solem* conficiet; ac propterea dodranti minuti undecim saltem temporis minuta prima competunt, quibus duratio *Eclipseos* hujus *Venereæ* ob parallaxin contrahetur. Atque ex hac contractione sola liceret de parallaxi quam quærimus tuto pronunciare, si modo darentur *Solis* diameter *Veneris*que Latitudo in minimis accuratæ; quas tamen ad computum postulare, in re tam subtili, haud integrum est.

Procuranda est igitur alia observatio, si fieri possit, in locis illis ubi medium *Solis* occupat *Venus* in ipso Medinoctio; nempe sub Meridiano priori opposito, id est, sex quasi horis, vel 90 gradibus *Londino* occidentaliore, & ubi *Venus* paulo ante occasum *Solem* subintrat, paulo post ortum, exit; id quod fiet in dicto Meridiano, sub altitudine Poli Borei quinquaginta sex circiter graduum: hoc est, in eo sinu qui *Hudsoni* dicitur, ad Portum ejus cui nomen *Nelsoni* inditum. In locis enim huic Pag. 466. circumvicinis parallaxis *Veneris* durationem transitus protrahet, & sex saltem temporis minutis longiorem efficiet; quia dum *Sol* ab

 ab occasu in ortum sub Polo tendere videtur, ea loca in disco *Terræ*, motu contrario in occasum ferri videbuntur, hoc est motu cum motu proprio *Veneris* conspirante; proinde tardius moveri videbitur *Venus* intra *Solem*, ac cum diuturniore mora discum ejus pertransire.

Si itaque in utroque loco hic transitus ab Artificibus idoneis contigerit debite observari, manifestum est totis septendecim minutis longiorem futuram esse moram in portu *Nelsoni* observabilem, quam quæ apud *Indos* orientales expectanda est: nec multum refert an ad Fortalitium *Sancti Georgii*, vulgo *Maderas* dictum, vel ad *Bencoulam* in litore occiduo Insulæ *Sumatræ* prope æquatorem capiatur observatio; si *Anglis* tum temporis hæc studia curæ fuerint. Si vero *Gallis* his rebus invigilare placuerit, non incommode apud *Poudechery* se sistet Observator in litore *Sinus Gangetici* occidentali, sub altitudine Poli duodecim fere graduum. *Batavis* autem celeberrimum *Bataviæ* suæ Emporium Observatorium huic negotio satis aptum ministret, si modo illis etiam animus fuerit hac in parte cœlorum scientiam promovere. Ac sane vellem diversis in locis ejusdem Phænomeni observationes a pluribus institui, tum ad majorem adstruendam ex consensu fidem, tum ne nubium interventu frustraretur singularis Spectator, eo spectaculo quod nescio an denuo visuri sunt hujus & subsequentis seculi mortales; & a quo pendet Problematis nobilissimi & aliunde inaccessi solutio certa & adæquata. Curiosis igitur syderum scrutatoribus, quibus, nobis vita functis, hæc observanda reservantur, iterum iterumque commendamus, ut, moniti hujus nostri memores, observationi peragendæ strenue totisque viribus incumbant; iisque fausta omnia exoptamus & vovemus, præprimis ne nubili cœli importuna obscuritate exoptatissimo spectaculo priventur; utque tandem Orbium cœlestium magnitudines, intra arctiores limites coercitæ in eorum gloriam famamque sempiternam cedant.

Pag. 467. Diximus autem, hac ratione Solis Parallaxin intra quingentesimam sui partem investigari posse, id quod nonnullis mirum sine dubio videbitur. Veruntamen si in utroque e locis nuper designatis accurata habeatur observatio; jam monstravimus, totis septendecim minutis differre inter se durationes *Eclipseon* harum *Venerearum*, ex Hypothesi scilicet, quod Solis parallaxis fuerit duodecim cum dimidio minutorum secundorum. Quod si major vel minor reperiatur ex observatione hæc differentia, in eadem fere ratione major vel minor erit Solis parallaxis. Cumque

que septendecim minuta prima temporis competant duodecim secundis cum dimidio parallaxeos Solaris; pro unoquoque parallaxeos minuto secundo, orietur differentia plusquam 80 secundorum minutorum temporis; adeoque si habeatur differentia hæc intra bina secunda vere & comprobata, intra quadragesimam partem unius secundi minuti constabit, quanta sit Solis Parallaxis; ac proinde distantia ejus determinabitur intra quingentesimam sui partem, saltem si parallaxis non minor reperiatur ea quam supposuimus: quadragies enim duodecim cum dimidio fiunt quingenti.

Act Erud. An. 1717. M.Octob.

Hactenus Astronomice doctis satis superque rem indicasse mihi videor, quos etiam monitos velim, me in hoc argumento Latitudinis Planetæ rationem non habuisse, tum ad vitandas calculi intricatioris molestias, conclusionem etiam minus evidentem reddituras; tum ob motum Nodorum *Veneris* nondum compertum, nec nisi ex hujusmodi corporalibus Planetæ cum *Sole* Conjunctionibus rite determinandum. Non enim conclusum est *Venerem* quatuor minuta infra *Solis* centrum transituram, nisi ex Hypothesi quod Planum Orbitæ *Veneris*, in Sphæra stellarum fixarum immobile, Nodos suos iisdem in locis habiturum sit, ubi anno 1639 inventi sunt. Quod si tramite Australiori transeat anno 1761, liquido patebit Nodos regredi; si vero Borealiori, progredi inter Fixas; idque in ratione $5\frac{1}{2}$ *min.* in centum annis *Julianis*, pro unoquoque minuto, quo via *Veneris* tum temporis plus vel minus distabat a *Solis* centro quam dictis quatuor minutis. Differentia autem inter durationes harum Eclipsium paulo minor fiet septendecim minutis, ob Latitudinem *Veneris* Australem; major vero futura, si procedentibus Nodis, ad Boream centri *Solem* transierit. Pag. 468.

In eorum autem gratiam, qui cum observandis syderibus oblectentur, nondum tamen integram Parallaxium doctrinam hauserint, libet Schemate simulque Calculo paulo accuratiore rem plenius exponere.

Ponamus igitur, anno 1761, *Maii* 25 17 hor. 55′, *Londini*, *Solem* occupaturum *Gemin.* 15°. 37′. ac proinde ad centrum ejus Eclipticam tendere in Boream angulo 6°. 10′. *Veneris* autem visibilem intra *Solis* discum viam tum temporis descendere in Austrum, facto angulo cum Ecliptica 8°. 28′: proinde via *Veneris* tendet parum in Austrum respectu æquatoris, intersecans declinationis parallelos angulo 2°. 18′. Ponamus etiam *Venerem* ad dictum tempus *Solis* centro proximam fore, ac ab eodem quatuor minutis distare ad Austrum; singulisque horis etiam

 quatuor minuta prima intra *Solem* motu retrogrado describere. Erit autem *Solis* semidiamer 15'. 51". proxime, *Veneris* vero 0'. 37". ½. Ac supponamus, experimenti gratia, differentiam parallaxium Horizontalium *Veneris* & *Solis*, quam quærimus, 0'. 31". esse, qualis ex supposita *Solis* Parallaxi 0'. 12". ½ elicitur. Describatur itaque (*Figura tertia*) centro C circellus AEBD, cujus semidiameter sit 0'. 31". discum Terræ repræsentans, & in eo Ellipses parallelorum 22, & 56 *grad.* Latitudinis Borealis, modo jam ad construendas Ellipses Solares ab Astronomis usitato, ut D*ab*E, *cde*: sit autem BCA Meridianus in quo *Sol;* ad quem inclinetur recta FHG viam *Veneris* designans angelo 2°. 18", quæque distet a centro C 240 partibus æqualium BC est 31; & de C cadat recta CH ipsi FG perpendicularis. Ac posito planeta in H ad 17 hor. 55', vel 5 hor. 55' mane, dividatur recta FHG in spatia Horaria III. IV, IV. V, V. VI. &c. ipsi CH, hoc est quatuor minutis æqualia. Fiat etiam recta KL, æqualis differentiæ apparentium Semidiametrorum *Solis* & *Veneris*, sive 15' 13" ½. Et circulus radio KL, centro vero quolibet puncto intra circellum disci *Terræ* descriptus, occurret rectæ FG in puncto denotante quota hora *Londini* numerabitur, cum in eo *Terræ* superficiei loco, qui sumpto in disco puncto subjacet, *Venus* angulo contactus interioris *Solis* limbum continget. Ac si centro C radio KL descriptus circulus occurrat ipsi FG in punctis F & G erunt recte FH, HG = 14' 41", id quod percurrere videbitur Venus tribus horis cum quadraginta minut. Cadet igitur F in II. hor. 15', *Londini;* G vero in IX. hor. 35' mane. Unde manifestum est, quod, si Terræ magnitudo, ob immensam distantiam, quasi in punctum evanesceret; vel si motu diurno destituta *Solem* haberet eidem puncto C semper verticalem, Eclipseos hujus mora integra per septem horas cum triente duraret. Verum Terra interea motu motui *Veneris* contrario gyrata per 110 *grad.* Longitudinis suæ, ac proinde contracta dictæ moræ duratione, puta duodecim min. proveniet ea 7 hor. 8'. proxime, sive 107 *grad.*

Tab. II. Fig. 3.

Pag. 469.

Jam in ipso Meridiano *Venus Solis* centro proxima erit ad Ostium orientale fluminis *Gangis*, ubi poli altitudo est 22 *grad.* circiter. Locus igitur ille utrinque æqualiter distabit a Sole, in momentis introitus & exitus planetæ, nempe 53° ½ *grad.* ut sunt puncta *a*, *b*, in parallelo majore D*ab*E. Erit autem Diameter AB ad distantiam *ab* ut quadratum Radii ad contentum sub Sinubus 53 ½ & 68° *grad.* hoc est, ut 1'. 02" ad 0'. 46" 13"'; ac calcu-

calculo rite instituto (quem ne Lectori tædio sit, omittere præstat) invenio, quod circulus centro *a* & radio KL descriptus occurrat rectæ FH, in puncto M, ad II. hor. 20′. 40″; centro vero *b* descriptus occurret ipsi HG in N, ad IX. hor. 29′. 22″; horis scilicet *Londini* numeratis; proinde tota *Venus* intra *Solem* conspicietur ad *Gangis* ripas, per 7 hor. 8′. 42″. Recte igitur posuimus durationem fore 7 hor. 8′; cum pars minuti hic nullius sit momenti. Act. Erud. An. 1717. M. Octob.

Aptato autem calculo ad *Portum Nelsoni*, invenio, quod Sole jamjam occasuro, discum ejus subitura sit Venus, statim vero ab ortu ejus exitura ab eodem; Loco illo interea per Hemisphærium a Sole aversum de *c* ad *d* translato, motu motui *Veneris* conspirante. Mox igitur *Veneris* intra *Solem* diuturnior fiet ob Parallaxin, puta quatuor minutis; ut sit omnino septem hor. 24′. sive 111 *grad.* æquatoris. Cumque Latitudo Loci sit 56 *grad.* erit ut Quadratum Radii ad contentum sub Sinubus $55\frac{1}{2}$ & 34 *grad.* ita AB = 1′, 02″ ad *cd* = 28″. 33‴. Ac calculo rite peracto constabit, circulum centro *c* radio KL descriptum rectæ FH occursurum in O, ad II. hor. 12′. 45″, centro vero *d* descriptum ipsi HG in P, ad IX. hor. 36′ 37″. Quocirca duratio moræ ad *Nelsoni* portum erit 7 hor. 23′. 51″; major scilicet quam ad ostia *Gangis* totis 15′. 10″ temporis. Quod si *Venus* absque Latitudine transierit, fiet dicta differentia 18′. 40″, augebitur eadem differentia, multo major futura aucta planetæ Latitudine Borea. Pag. 470.

Londini autem, ex prædictis Hypothesibus, consequitur *Venerem* jam tum infra *Solem* ingressam orituram; & ad 9. hor. 37′. mane, & in egressu *Solis* limbum interius contacturam; ac denique non nisi hora nona 56′. orbem ejus integrum relicturam esse.

Iisdem etiam Hypothesibus constat, *Venerem* extremum *Solis* limbum Boreum quasi centro suo stringere debere, Anno 1769, *Maii* 23, undecim hor. 00′, ita ut, ob Parallaxin, in Borealibus *Norwegiæ* partibus, tota intra *Solem* in occiduum apparere poterit: dum in litoribus *Peruviæ* & *Chili*, vix exiguo sui segmento cadentis *Solis* disco quasi inequitare videbitur; uti in Insulis *Moluccis* earumque vicinia, oriente *Sole*. Quod si Nodi *Veneris* retrocedere reperiantur (ut ob nuperas quasdam observationes suspicio est) tum toto corpore intra orbem *Solis* ubique conspicua, maxima harum Eclipseωn differentia, argumentum Parallaxeos *Solaris* præbebit adhuc multo luculentius.

Act. Erud. An. 1717. M. Octob.

Quomodo autem ex observatis alicubi apud *Indos* Orientales, anno 1671, ingressu & egressu *Veneris*, & cum exitu ejus apud nos observabili collatis, eadem Parallaxis derivari poterit; aptando scilicet angulos Trianguli specie dati in trium Circulorum æqualium circumferentias, alia occasione docebitur.





EXCERPTA
EX ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS,
TOMI SEXTI SUPPLEMENTORUM.

C. A. H.
SPECIMEN EMENDATIONUM CRITICARUM
in operibus Ovidii tentatarum.



NUper indicatum est hisce in Actis A. 1714 pag. 439. (*Edit. Actor.*) Burmannum, virum doctrinæ elegantia clarissimum, in eo esse, ut novam litteratis exhibeat Ovidii operum editionem. Nec dubitare fas est, quin & sinceriora & luculentiora edere ea paret: spemque eruditi non levem concipiunt ex ejus Petronio ac Phædro. Visum igitur mihi est, ex pluribus, quæ adhuc depravata exstant in Ovidio, decerpta quædam publico nunc examini, adeoque ipsius Burmanni judicio, subjicere. Quod si hæc suffragio suo digna existimaverint Critici, alio tempore plura proferemus. Hoc quidem loco decem mendas eluere animus est. Tomi VI. Supplem. Sect. II. Pag. 77.

I. Tri-

Tomi VI. Supplem. Sect. II.

I. *Tristium lib. I. Eleg. 1. v. 55* & *56.* ita sunt editi:

Carmina nunc si non studiumque, quod obfuit, odi,
Sit satis. ingenio sic fuga parta meo.

Equidem sic rescribo pentametrum:

Sit satis, ingenio nec fuga parta meo.

Scilicet veretur Poeta in præcedentibus versibus, ne forte lectoribus hæc carmina non videantur ab ipso esse profecta, quippe ingenio ejus satis cognito minora. Hos igitur monet, ut statum Poetæ considerent, qui vel ipsum debilitet ingenium. Addit, se nec famam istis carminibus quærere. Jam pergit: Sit satis, inquiens, si nunc carmina studiumque poeticum, quod exilii mihi causa est, non prorsus odi, nec ingenium quoque meum exilio quasi quodam damnatum est. Sit, inquit, satis, me scribere versus qualescunque potius, quam nullos. Trajectio verborum, nec Ovidio nec cæteris infrequens Poetis, corruptioni locum fecit. Ceterum isthuc referri debent, quæ idem scribit *Trist. III. 4. 43. seq.*

- - - *Nil non mortale tenemus,*
Pectoris exceptis ingeniique bonis.
En ego cum patria caream vobisque domoque,
Raptaque sint, adimi quæ potuere mihi,
Ingenio tamen ipse meo comitorque fruorque:
Cæsar in hoc potuit juris habere nihil.

Pag. 78. II. *Trist. I. 2, 85* & *86*:

Nescio quo videam positos ut in orbe Tomitas,
Exilem facio per mea vota viam.

V. 83 dixerat, se vota diis facere, iisque se obstringere, ut feliciter ac cito ipsum deducant in locum exilii, quem jam petat. Hinc legi oportere auguror hunc in modum:

Exigo jam facile per mea vota viam.

Exigo, id est, ardenter oro flagitoque. Tale sane verbum hoc loco requirit orationis series pariter ac scopus. Ex *exigo* facile factum est *exilem facio*. *Jam* inserui exigente metro, & conveniente orationis scopo. Sic Ovidius *Heroid. XVIII. v. 52*:

Ut tibi det faciles utilis aura vias.

III. *Trist. I. 2, 102*:

Si satis Augusti publica jussa mihi.

Scripsisse ita crediderim Poetam:

Sique rata Augusti publica jussa mihi.

Profecto non alia est Poetæ sententia. Si, inquit, nunquam questus sum de Augusti imperio, sed, quod boni civis est, semper

acquie-

acquievi latis ab eo legibus. Nec repugnat Nostri genus dicendi. Nam ejusdem libri *eleg.* I. *v.* 33 inquit: Tomi VI. Supplem. Sect. II.

Quæque volet, rata sint,

IV. *Trist. I.* 3, 75:

Sic Priamus doluit tunc, cum in contraria versus
Ultores habuit proditionis equus.

Nic. Heinsius totum hoc distichon expungere audet, tanquam ab aliena insertum manu. Sed nolumus secare, ubi sanationi locus est. Lege sis mecum ita:

Sic primus doluit, tunc, qui in contraria versos
Ultores habuit proditionis equos.

Respicit enim Naso exemplum Metii, jussu regis Tulli Hostilii ab equis *in diversum iter concitatis*, uti loquitur Livius *lib. I. c.* 28 distracti. Totam historiam enarrat ille *cap.* 27 & 28, ita concludens: PRIMUM (en quid velit sibi *primus* ille apud Ovidium!) Pag. 79. *ultimumque illud supplicium apud Romanos exempli parum memoris legum humanarum fuit: in aliis gloriari licet, nulli gentium mitiores placuisse pœnas.* Etiam Gellius *Noct. lib. XX. cap.* I. extremo eandem referens historiam *novum* vocat supplicium. Porro Ovidius dicit: *Sic primus doluit, qui*, pro *ille, qui: tunc* pro *olim*. Sed hæc levia sunt.

V. *Trist. II.* 331:

Forsitan & dubitem, numeris levioribus aptus
Sim satis, in parvos sufficiamque modos.

Non dubito aliam, quam nonnulli codices habent, præferre lectionem, sed additis parentheseos signis:

Forsan (& hoc dubitem,) numeris, cætera.

Nimirum parenthesis modestiæ causa inserta est. Forsan, inquit, (sed etiam ea de re dubitare possim,) aptus satis sim ad leviora carmina.

VI. *Trist. II*, 449:

Fallere custodem demum docuisse fatetur.

τὸ *demum* alienum est hoc loco ac videtur natum esse ex postrema syllaba vocis proxime præcedentis *custodem*. Judicent Critici, an hæc lectio sit vera:

Fallere custodem se condocuisse fatetur.

VII. *Trist. III.* 6, 15 & 16:

Sed mea me in pœnam nimirum fata trahebant:
Omne bonæ claudunt utilitatis iter.

Alter versus mirum quantum claudicat. Unde Heinsius rursus cultrum stringit, scilicet recidens vulnus immedicabile. Sed partem trahit sinceram, cum totum eliminat distichon. Priori quip-

pe

 pe versu elegantius nihil est, nihil concinnius. Conabimur proinde & hic pristinæ integritati restituere pentametrum, ita eum refingentes:

Omne ô ne claudant [scil. fata mihi] *utilitatis iter!*

h. e. utinam calamitas mea non sit perpetua, nec nisi morte finienda! Sic & alio loco dixit *iter claudere*, *Heroid. XVIII*, 140.

VIII. *Heroid. epist. XI. v.* 19:

Num minus infestum, funebria munera, ferrum
Feminea teneo, non mea tela, manu?

Canace, cujus nomine hanc scripsit epistolam Ovidius, *v.* 13. *seq.* queritur, patrem suum, tot imperantem hominibus, suæ imperare iræ non posse. Porro *v.* 17 meminit, se stirpe Jovis editam Pag. 80. esse. Sed quid, inquit, hoc me juvat, cum nimis infestum ferrum cogor in mea ipsius viscera immittere? En veram lectionem:

Cum nimis infestum, funebria munera, ferrum
Feminea teneo, non mea tela, manu.

IX. *Heroid. epist. XIII. v.* 104:

Tu mihi luce dolor, tu mihi nocte venis.

Insipida hæc sunt quidem certe, aut ego nil sapio. Relegamus, quæ præcedunt, viam ut aperiamus veris ac sinceris *Poetæ* verbis. Jusserat Laodamea maritum Troiam petentem exire nave postremum, scilicet quia oraculum prædixerat, periturum, qui primus Græcorum Troianam terram sit tacturus. E contrario vult eadem, ut maritus in reditu celeritatem adhibeat summam. *Cum venies*, inquit, id est, cum redibis domum, *remoque move veloque carinam*, *inque tuo* (hoc est, Græco) *celerem littore siste gradum*. *Sive latet Phœbus*, (ita pergit,) *seu terris altior exstat*, hoc est, sive nox sit sive dies,

Tu mihi luce celer, tu mihi nocte veni,

hoc est, celer & sine mora ad me veni, sive noctu veneris sive die.

X. *Heroid. epist. XIV. v.* 82.

Et queritur, factum sanguinis esse parum.

Quid, quæso, dubitamus sic rescribere:

Et queritur, fusum sanguinis esse parum.

Sed hæc nunc sufficiant.

D. S.

Tomi VI. Supplem. Sect. IV. Pag. 154.

D. S. SCHMIEDERI,

ACAD. NAT. CUR. SOC.

Observatio Physica, de Nube arborea, tempestatis mutationem certo indicante.

PHænomenon nostrum licet ex rusticorum, præsertim superioris Saxoniæ & Variscorum regionem inhabitantium, Physica petitum, dignum tamen mihi visum est, cujus nunc & *Denominationis Rationem*, & *Materiam*, *Formam*, *Differentiam*, *Magnitudinem*, *Genesin*, *Tempus apparitionis & durationis*, nec non *Plagam*, ubi conspicitur, ac denique *Finem*, in præsenti exponam. Nubis arboreæ nomen gerit Phænomenon nostrum, ideo, quod ad arboris, ingentis sæpe, faciem accedere videatur, ut ex Schematismis *Fig*. 1. & 2. apparet, ubi A. & C. truncum, striæ vero albæ B.B.B. & D.D.D. ac floccinubium E.E.E. ramos atque folia constituunt. Tab. I. Fig. 1. 2. Vulgus in vernacula vocat *einen Metter-Baum*, partim ex ratione adducta, partim, quod ex ejus apparitione de mox futura, eaque vel turbulenta vel serena tempestate, & ex qua mundi plaga ista adventura sit, judicium ferat, certissimumque istius præsagium existimet. Materiam constituunt nubes, non vero quælibet, sed istæ tantum albicantes, quæ leves sunt atque steriles dicuntur, omniumque semper supremum in aere obtinent locum. Forma, ut monitum jam fuit, arborea est, duplici quidem utplurimum sub specie (neutiquam tamen uno eodemque tempore) apparens. Interdum enim truncum arboris ramosum & foliis carentem, *Fig*. 1. alio tempore foliis eundem quasi exornatum *Fig*. 2 refert, quæ folia E.E.E. primum nonnihil adhuc informia, nubes discerptæ inque floccos divisæ efformant atque repræsentant. Sunt autem folia hæc, striis istis truncum & arboris ramos nobis sistentibus, quoad colorem candidum paululum obscuriora, procul dubio inde, quod iis quodammodo sint inferiora atque densiora, quo ita superior ventus, flare nunc incipiens, (atque unica nostræ arboris meteoricæ, ut infra audiemus, causa efficiens) ob situm depressiorem ista vel non attingat, vel si ea etiam tangat, ob flatum tamen adhuc leniorem nondum elongare, sed in floccos atque vellera saltem mutare valeat, cujus rei veritatem quotidie fere videmus, quando *Boreas*, præsertim vero *Eurus*, tempestate hactenus nubila ac pluviosa, leniter jam spirare incipit. Pag. 155.

Tomi VI. Supplem. Sect. IV.

Observamus enim hic, quod ab ejus leniori afflatu nubes densæ discerpantur, attenuentur atque in ejusmodi floccos convertantur, quos *Virgilius* & *Lucanus vellera* vocant. Plebs vellera hæc vocat *Schaffgen*, indiciumque futuræ serenitatis ut plurimum credit. Alibi dicuntur hæc vellera *Rarpsem-Schuppen*, ajuntque, *der Dimmel ist Rarpsen schuppigt, es mird gut Metter merden*, sed hæc ὡς ἐν παρόδῳ. Pergimus nunc ad arboris nostræ meteoricæ magnitudinem, quæ sat notabilis observatur, sed non semper. Interdum enim ea tanta est, ut ingentis etiam ad quercus imaginem accedat, interdum quoque pyri saltem vel pruni faciem refert. Magnitudine perspecta, ad generationem etiam ejusve causam tendimus, ubi potissimum fuerit atque palmarium, nubium ac ventorum, ut ex antea jam dictis luculenter patet, habere rationem, utpote cum quorum flatu istarum motus intime est connexus, dum horum perpetuo legunt vestigia, cursumque eam versus semper dirigunt plagam, quam tectorum flabella atque turrium, *die Haus-und Thurm-Jahnen*, ipsis demonstrant. Interim tamen attentum & sedulum ventorum ac nubium observatorem quotidiana docebit experientia, nubes a dicta flabellorum *quandoque* deflectere via, & nunc alia quadam collaterali, nunc prorsus contraria incedere, vel plane duplici inter se gaudere motu, quando earum quædam in hanc, quædam in aliam vel oppositam moveri videntur plagam, qui motus nubium ultimus causam sensationis arboris nostræ specialem indicat, quæ in nubium & ventorum supra paululum jam indigitata diversitate quærenda est, cum ventorum & nubium detur duplex genus, superiorum nempe atque inferiorum. Hæc ventorum autem discrepantia hactenus paucissimis Scriptorum Observationum meteorologicarum nota fuit, & adhuc propemodum ignota est, ut ex erudita *Dn. Wolffii*, *Prof. Mathes. Halens.* celeberrimi, Dissertatione, de *Hieme proxime preterlapsa*, (hiemem intellige dirissimam anni 1709 elapsi) §. 11. p. m. 7 patet, quando ait: *merito igitur miramur, quo jure, qui hactenus observationes meteorologicas dederunt, ventum nonnisi unicum eumque semper regularem allegent*. Hæc ille. Pergimus in descriptione nostræ arboris nubeæ, dicimusque, quod nec quilibet ventus, nec qualibet nubes ad ejus generationem atque efformationem aptæ sint. Nubes enim ac vapores, ex quibus nostrum coalescit meteoron, primum ex sterilium & nonnihil tenacium, deinde venti ex superiorum & leniorum sunt genere. Quando itaque in suprema aeris regione ventus superior leniter spirare incipit, v. g. ex plaga orientali, (spirante adhuc vento inferiori ex plaga v. g. australi) & ejusmodi nubium & vaporum genus offendit, sensim sensimque nimis leviores dissipat, tenaciores ve-

Pag. 156.

ro in longos ejusmodi tractus mutat & strias, & ita colligit, quo tandem arboris speciem nostris sistere videantur oculis. Ventum vero superiorem verissimam meteori hujus esse causam, duplex habemus argumentum, quorum prius est, quod striæ albicantes. (ββββ) hactenus ductum inferioris venti adhuc spirantis secutæ, subito nunc, ob instantem tempestatis mutationem certam patiantur affectionem, dum nempe inverti videntur, *Fig.* 3. Cum enim ventus superior novus in eas sub (α) incidit, novas ex iis quasdam strias versus (*b*) efficit, quod fit, quando breviter tantum durat, quando vero persistit in suo flatu, plane eas invertit & secundum suum nunc inceptum dirigit motum. Alterum argumentum est, quod brevi post hanc striarum inversionem superior ventus, inferius etiam, ex plaga primum indicata spirare nunc incipiat. Tempus certum, & ratione partium anni & ratione horarum diurnarum, nostræ arbori nubeæ non assignari potest, cum omni anni ac diei tempore appareat. Quam diu duret, itidem certo dici non potest, interdum enim per semihorulæ, interdum vero per unius horæ & ultra spatium visum nostrum delectat: quale indicium quoque esto de plagæ certitudine, qui enim ventorum & nubium motum intelligit, facile quoque percipit, certam isti non posse adscribi, cum nunc in orientali nunc in occidentali, mox in meridionali, mox in boreali, mox etiam in collaterali appareat. Ultimum denique finis arboris nostræ nubeæ exponendus restat, qui ex hactenus dictis nemini amplius obscurus esse potest, cum tempestatis mutationem indicet atque præsagiat. Hoc saltem adhuc notandum, quod, quando in plaga occidentali conspicitur, ita ut rami versus orientem se extendant, pluviam; quando vero in orientali videtur, cœlum serenum annunciet, ventumque (a ventis enim tempestates pendent) ex oriente spiraturum, prædicat; ut adeo Vulgus huic meteoro arboreæ nubis (*eines Metter-Baumes*) nomen non inepte imposuerit.

Tomi VI. Supplem. Sect. IV.

Tab. I. Fig. 3.

Pag. 157.

Tomi VI. Supplem. Sect. IV. Pag. 178.

LEXICI MINERALOGICI SPECIMEN

a D. JO. JAC. SCHEUCHZERO, Prof. Mathes.

Tiguro transmissum.

ABALKIAKEL. v. Ætites.

ABNODENISCHRA. | ABNODINESCHAR. Chald. | ABNODNESCHRE. Syr. } v. Ætites.

ABRAUM. Germ. Tamm Erde, so uber den gang liget, *Schœnberg. Bergm. Redens-art.*

ABSINTHUS. *Alberto M.* lapis est niger rubeis virgulis vel guttulis. Videtur *Asyctos Plinii* corrupto vocabulo. *B. de Boot, Lap. & gemm.* pag. 548.

Pag. 179. ABSTRICH. Germ. die unart, so im treiben von dem werk abgezogen wird. *Schœnberg. Red-arth beym Schmeltzhutten.* Was sic erstlich im treiben von der glæte abgesetzt, wird gewaschen, berechnet und der *alte vorrath* ganennet. *Kirchmai. Erklær. Bergmann-wort.*

ABU MALEJIO. | ABU MUAE. | ABU MUE. } v. Cinis Sampænsis.

ACCIAIO Ital. | ACCIARUM Lat. } i. q. Chalybs. v. Ferrum.

ACESIA. | ACESIS. ΑΚΕΣΙΣ. | ACESTIS. ΑΚΕΣΤΙΣ. } v. Chrysocolla.

AXAK, ἀχὰκ. v. Calx viva.

ACHATES, reperta primum in Sicilia, juxta Flumen ejusdem nominis *Plin. Hist. Nat.* Lib. XXXVII. cap. 10. Hinc nominis origo, derivata post ad alias gentes; Græcis quippe vocatur ΑΧΑΤΗΣ, Germanis ACHAT, AGATH, ACHATSTEIN, AGATHSTEIN, AGSTEIN, quæ vox distinguenda a GAGATE, qui etiam AGSTEIN & AUGSTEIN dicitur, sicuti & vulgo ipse noster ACHATES aliquando hoc nomine *Augstein* venit, Anglis & Gallis AGATE, Italis, Siculis, Hispanis, AGATA, ACHATE.

Notæ

Notæ Achatis *characteristicæ & distinctivæ*. Tomi VI. Supplem. Sect. IV.

1. Duritie marmor longe superat, ut & politura, hinc inter lapides pretiosos communiter refertur.

2. Plerumque quidem, ut alii hujus generis lapides, superficie externa est asper, & rudis, diffractus tamen insignem lævorem, politura & nobilitatis indicium, ostentat.

3. Ab *Onyche* differt, quod onyx zonis & crustis variorum colorum constet; Achates vero lineis & maculis ludat.

4. A Jaspide (quacum confunditur apud *Kentm. de fossil.* p. 51. sub uno Jaspidis titulo) quod Jaspis sit rudior, mollior, magis opaca, & mire confusos plerumque habeat colores, prædominante tamen purpureo vel viridi. In Achate vero colores magis sunt ab invicem distincti, prædominante plerumque albo & nigro.

Worm. Mus. 96. Calceol. Mus. p. 246. Pag. 180.

SPECIES.

1. PASSACHATES. Plin. *loc. cit.* legunt alii PHASSACHATES, alii PSAPHACHATES, *Salmasius* autem *in Solin.* p. 92. JASPACHATES. Achates Jaspidi similis.

ΤΑΛΩΨ ΙΑΣΠΙΣ, vitreæ perspicuitatis Jaspis. *Orph. de lap.* p. 230. *Salm.* loc. cit.

Achate Polombina. Imperat. Hist. Nat. pag. 544.

Achates Palumbum exprimens. Agric. Nat. Foss. Lib. VI. p. 302. male.

Not.

Medius quoad materiæ puritatem & splendorem inter Achatem & Jaspidem, ut ad hanc referri deberet, nisi adesset quædam perspicuitas.

2. CERACHATES. *Plin.* l. c.

Achates cornu exprimens. Agric. Nat. Foss. Lib. VI. pag. 303.

Achate cornea. Imper. l. c.

Not.

Qui Κέρας Græcorum admittunt pro radice vocis, huc referunt, cum *Wormio Mus.* pag. 96, *Agricola* loc. cit. & aliis eum Achatem, qui *lineis & maculis cornu refert*, figura, quod rarum, vel colore. Qui vero ceram Latinorum, eum qui *cerea est facie.* Salmas. in Sol. p. 94. 95.

3. SARDACHATES. *Plin.* l. c.

Σάρδος αἱματόεις Ἀχάτης. Sardam sanguinei coloris referens Achates. *Orph. de Lap.* p. 230.

Achate Sarda. Imperat. Hist. Nat. p. 544.

Achates Sardæ modo rubens. Agric. de Nat. Foss. Lib. VI. p. 303.

Acha-

Tomi VI. Supplem. Sect. IV. *Achates tota splendida flammæ igneæ rubedinem æmulans*. Calceol. Muf. pag. 248.

A reddisch semiopake Flint. Plot. Nat. Hist. of Staffordshire p. 175.

Not.

Rubens est ad flammam potius quam sanguinem accedens, nunc opacus, nunc semipellucidus.

Pag. 181. 4. HÆMACHATES. *Plin.* l. c.

Achate sanguinea. Imperat. l. c.

BLUTSTEIN nostratibus Gesn. Fig. Lap. 149.

BELO Chin. Rumph. Amboin Rarit. pag. 287.

Not.

Hoc nomine veniunt, *non qui sanguineis maculis irrubescunt, vel rubentibus & albis venis distinguuntur, sed qui toti sunt sanguinei coloris, & non distincti rubentibus & candidis maculis*. Salmas. in Solin. pag. 94.

5. HÆMACHATES alter, *qui sanguineis maculis irrubescit*. Solin. Polyh. cap. 5.

Achates sanguineis maculis irrubescens. Salm. in Solin. p. 94.

Achates distinctus rubentibus venis & albis. Plin. l. c.

Achates, quem sanguineæ venæ transeunt. Hæmachates. Agric. Nat. Foss. pag. 203.

Achates lineis colorem sanguinis exprimentibus conspersa. Hæmatiti lapidi in colore non multum dissimilis, ut merito Hæmachates nuncupari possit. Calceol. Muf. l. c.

Achates niger rubentibus venulis. Spen. Muf. pag. 116.

Achates sanguineis venis in se convolutus & flavis lineis maculisque varius. Cord. Obs. Sylv. pag. 220.

Not.

In hunc censum venire possunt Achatæ quicunque coloris sunt sanguinei, sed non puri, verum aliis coloribus sociati, sive nunc sanguineæ sunt striæ sive bractus integri maculosi.

6. Ἀχάτης Μιλτοπάρηος, *Achates in quo minium*. Orph. de lap. pag. 230.

Achates, quæ unius coloris est invicta Athletis. Plin. l. c. legend. *qua minii coloris est*. Salm. in Sol. p. 95.

Achates miniaceis maculis lacteo corpori immixtis. Cord. l. c.

Not.

Satura quadam rubedine, a tenui flammeo & sanguineo colore distinguitur Miniaceus, qui si in Achate est obvius, hoc miniacei Achatæ nomen meretur.

7. PERILEUCOS *filo ab ore (ora) gemmæ ad radicem usque candido descendente*. Plin. l. c.

Pag. 182. Ἀχάτης περιλεύκιος. Salm. in Sol. pag. 92.

Acha-

Achates niger venis obsitus albis. Marbod. Lib. XVI. c. 2. Tomi VI. Supplem. Sect. IV.
CROWSTONES blake, streaked white, wich polisht so well, that I have seen them set in rings, and have been taken at least for the *black Achat*, or MELANOLEUCOS of Aldrevand. Mus. Met. Lib. IV. cap. I.

Not.

Hoc nominis meretur, qui lineis candidis & plerumque lacteis vel una vel pluribus est conspicuus, rectis vel circularibus: pro nota characteristica habet Salm. l. c. *circulos in medio* lapidis *nigros & albos, junctos & variatos*, ad distinctionem sequentis.

8. LEUCACHATES. Plin. l. c.

Achate bianca. Imperat. Hist. Nat. pag. 544.

Achates ob perspicuitatem in candore pulcherrima. Calceol. Mus. pag. 247.

WIDURIS Malab. & Javanensibus quibusdam BELOAR. Rumph. Amb. rar. pag. 287.

Not.

Sunt hi *albi toti, vel albis lineis tractibusque distincti*. Salm. l. c. Illi persæpe sunt semipellucidi, albumini ovi similes, hi ad præcedentem quoque speciem possunt referri.

Achates nigra venulis purpureis & albicantibus, in qua vena alba fluvium referens ejus latera cingit. Worm. Mus. 97.

9. *Achates vitreæ perspicuitatis*. Plin. l. c. Solin. l. c.

Ὑάλωψ ἴασπις, *vitreæ perspicuitatis Jaspis*. Orph. de Lapid. pagin. 230, 231.

Ἀχάτης τῷ εἴδει ὑποκυανίζων ἔξωθεν περιφέρειαν λευκὴν ἔχων. *Achates coloris subcærulei, extrinsecus circumferentiam habens albam*. Ita vulgo vertunt, sed male, judicante *Salm. in Sol.* pag. 94. 95, *cum vitream perspicuiatem indigitet, sive cæruleam perspicuitatem*, Epiphanius, *sicuti etiam vitreum pellucidum & cæruleum interpretatur* Philargyrus.

Achates nigra babens in medio circulos nigros & albos similes Hæmatiti. Isidor. sed falso hic τὸ ὑποκυανίζον Epiphanii sumit pro nigro. Salm. pag. 95.

Not. Pag. 183.

Achatæ pellucidi tum Orientales tum Europæi plerumque sunt candidi, vel ὑποκυανίζοντες, subcœrulei quid oculis inferentes, a *Leucachate* in eo imprimis differunt, quod hic lactei sit candoris, vel saltem albumini ovi similis, ille vero *vitreæ magis perspicuitatis*.

10. DENDRACHATES *velut arbuscula insignis*. Plin. l. c.

ΔΕΝΔΡΑΧΑΤΟΣ Anonym. MSC. de virtutib. Lapid. citatus a Du Fresne Gloss. Græc. App.

ΔΕΝ-

 ΔΕΝΔΡΟΦΥΖΟΣ ΠΕΤΡΗ, *Dendrachates*, ΔΕΝΔΡΗΕΙΣ ΑΧΑΤΗΣ, *Achates arborescens*. Orph. de Lap. pag. 202, 203. *Achates, in cujus planitie vel arbores delineatæ conspiciebantur*. Camill. Leonard. Spec. Lap. Lib. III. cap. 3.
Achate figurata di Alberi. Imper. l. c.
BOOMTIES ACHATES. Rumph. Amb. Rar. p. 287.
Confundit cum Dendrachate *arbusculas marinas*. Gesn. Fig. Lap. pag. 174. sed male.

Not.

Vitreæ plerumque est perspicuitatis, sed arbusculis nigris Dendritarum ad instar insignis, ut *Dendrites Achatinus* commode dici possit.

11. *Achates similes limitum (al. palmitum) floribus*. Plin. loc. cit. Ignotus prorsus.

12. *Achates cum spicis, quas diceres nunc ex tritico excidisse*. Cardan. de subtilit.

13. *Achates in cujus medio herba Rorismarini conspici potest*. In Pinacotheca *Lautieri* vidit Ol. Borrich. Act. Hafn. 1677. pag. 206.
Agate, ou il y a de petits rameaux de feuilles noires. *Moncon*. Voyag. Tom. I. 251.

Not.

Idem est hic, ni vehementer fallor, cum Dendrachate N°. 10, licet forsan foliola sint latiora; varians hæc in ramusculis & foliis latitudo meo judicio non variat speciem, nisi in infinitum velimus multiplicare entia.

14. *Agata Sardonica ripiena di festuche*. Settal. Mus. pag. 89.

Not.

Conferri hic potest cum n°. 12.

Pag. 184. 15. ANTACHATES, *cum uritur, Myrrham redolens*. Plin. loc. citat. legunt alii ANCHACATES, an potius STACTACHATES, quod flactæ odorem, id est myrrhæ habeat. Salm. in Solin. pag. 133.
ANATACHATES & ANTHACHATES. Agric. de Natura Foss. pag. 246. 276.

Not.

Prævio *Agricola* judico, referendum hunc esse ad succinum aliudve bituminosi generis fossile; nihilominus in serie Achatum, *Plinium* secutus, eum adducere volui.

16. CORALLOACHATES *guttis aureis Saphiri modo distincta*. Plin. l. c. *similis Corallo aureis guttis distinctæ*. id.
CORALLACHATES, *qui coralli modo rubet*. Worm. Mus. 96.
Achate che somiglia al Corallo. Imper. l. c.
Coralloachates a Coralli forma. Boot. Hist. Gemm. & Lap. L. II. c. 96.

Acha-

Achates corallo colore similis. Agric. Nat. Foss. Lib. VI. p. 303. Tomi VI. Supplem. Sect. IV.

Not.

Si Corallii modo rubeat, referri potest ad *Hæmachaten* N°. 5. Si formam habeat Corallii, id est figuram externam, est sui generis Achates, qualem reperiri vix credo, si, quod *Plinius* nominis Autor, *guttis aureis Sapphiri modo*, (vel, ut autumo, lapidis Lazuli instar) est consperssa vel *distincta* sui est generis, placet altera appellatio Pliniana, quod huc referri debeat Achates *similis*, colore scilicet, *Corallo-aureis guttis distinctæ*.

17. ACHATES, *quæ reddunt species fluminum, nemorum & jumentorum etiam esseda (al. ederas) & staticula & equorum ornamenta*. Plin. l. c.

Corona di Agata Sardonica, le cui varie spezie per i diversi lineamenti di fiumi, boschi, giumenti, che in molte di esse effigiati, sono dalla natura, e ingemmamenti che seco annesso portano varii nomi le cagionano. Settal. Mus. pag. 89.

Een Achat steen, waarop men in zyn veluomen koleur ziet een onderaardsche roots, en door de zelve eenige bergen in t' verschiet hebbende boven in t' verwulfzel twe door gebrokene gaten, door welkerseene een stralend licht komt vallen. Rumph. Amb. rar. p. 90.

Achates coloris candidi macula incarnata semidiaphana undis albis cincta & lacum quasi repræsentans aliisque viridibus variegatus. Mus. Tigurin. Pag. 185.

Not.

Infinitus forsan est Achatum, qui huc referri possunt, numerus, infinite variantibus casu singulari lineis & maculis, quibus tamen plerumque possessores vel scriptores plus addunt imaginatione delusi, quam revera iis inest.

18. *Cepites, Tuinsteen, een sort van Achaat mit streepen, die geestige fortressen en andere gedaantens verbeelden*. Rumph. Amb. Rar. p. 289.

Not.

Affinis hic Achates marmoribus Florentinis referri quoque potest ad n. 17.

19. *Achates leoninæ pelli* (al. pellis) *similes*. Plin. l. c.

ΛΕΟΝΤΟΣΕΡΗΣ ΑΧΑΤΗΣ *εἶδος ἔχων ζαφοινὸν ἀμαιμακέτοιο λέοντος*. LEONTOSERES, *Achates colorem habens fulvum indomiti leonis*. Orph. de Lap. p. 230. 231.

Notat hic *Salm.* in Sol. p. 95. λεοντοσέρην Ἀχάτην dictum esse Orpheo, *non quod Leoninæ pelli similis, ut Plinius intellexit, nec quod colore Leonis sit, ut voluit Epiphanius, sed a virtute & potentia, quam habet sistendi frænandique Leonum & ceterarum ferarum iras & impetus, σειρὴ idem quod σειρὴ vinculum, cingulum, σειρίζω, σειρίζω ligo, fræno, vincio*.

Tomi VI. Supplem. Sect. IV. Ἀχάτης χρῶμα ἔχων λέοντος, *Achates Leonis colorem habens*. Epiphan. de 12 Gem. p. 6. 10.

AGAPIS *lapis est colore pellis leoninæ, ab ἀγάπη*, id est *dilectione sic dictus, quod ab omnibus diligatur. Facultatem admirandam contra scorpionum ictus ac viperarum morsus habet, alligatus vulneribus, aqua prius madefactus, extemplo dolorem mitigat & sedat*. B. de Boot. Lib. II. p. 548. ex Lud. Dulce.

Notat de Laet de Gemm. & lap. Lib. II. 195. *Agapis* nomen corruptum esse ex *Achate*, nam & Plinius l. c. scribit, *Leoninæ pelli similes potentiam habere contra scorpiones dicuntur*: id quod Agapi heic tribuitur.

LEONINA, sc. *Achates*. B. de Boot Lib. II. c. 96.

LEONTIOS, a *Leonis pelle ita dicta gemma*. Plin. L. XXXVII. c. 2.

Pag. 186. LEONTODORON, Græcis. Agric. Nat. Foss. Lib. VI. pag. 303. Calceol. Mus. 148.

BROCATELLA, Italis. Boot. l. c.

LEONACHATES, *recentiorum Brocatalla forte vulgo*. Calceol. Mus. loc. cit.

Not.

Manebimus nos in Pliniana descriptione & Achatem hujus nominis volumus, qui fulvo Leonis colore est insignis.

20. PARDALIOS, a *Pantheræ pelle ita denominata*. Plin. Lib. XXXVII. c. II. Agric. l. c.

Huc referenda forte sequens λεοντοσέρης descriptio Orpheana.

- - - - - - κατάστικτος σπιλάδεσσι
Πυρσαῖσιν λευκαῖς τε μελαινομέναις χλοεραῖς τε.
- - - - - - *distinctus Punctis*
Rutilis albisque nigrescentibus viridibusque, p. 230. v. 10. 11.

Achates ob varias maculas Pantheræ animalis feri, pelli maculosæ quæ sunt similes, & quas per totum corpus hinc inde conspersas habet. PANDALION *Græcis dicitur*, PANTACHATEM *juniores vocant*. Calceol. Mus. p. 248.

21. *Achates Pyrrhi, in qua IX Musæ & Apollo Citharam tenens, non arte sed natura sponte ita discurrentibus maculis, ut Musis quoque singulis sua redderentur insignia*. Plin. Lib. XXXVII. cap. 1.

Rex Pyrrhus digito gestasse fertur Achatem,
Cujus plana novem signabat pagina Musas,
Et stans in medio Citharam tangebat Apollo.
Naturæ non artis opus, mirabile dictu. Marbod. de lap. Lib. VII. cap. 1.

Not. Mirabile non tam naturæ, ut autumo, quam artis productum, quemadmodum hujus generis alia pro naturalibus venditantur & hodie, quæ Christum crucifixum aliaque ostentant.

22. Acha-

22. Achatæ alii ἀνθρωπόμορφοι. Tomi VI. Supplem. Sect. IV.
Achates, in quo Natura Heroinam depinxit capillis crispatam, & pectore balteo instructam. Kirch. Mund. subterr. Lib. VIII. p. 30.
Achates in qua conspicitur Regium caput diademate ornatum, naturalibus id exprimentibus venis, absque omni artificis manu, conspicitur Venetiis in Ecclesia Divi Marci. Calceol. Mus. p. 21.
Achates, in quo hominis imago conspicitur coloribus ita eleganter effigiata, vestimentis ita affabre delineata, capiti, collo, brachiis & pedibus, quæ sua respondent textura, ut hominem non sine veloci gressu itineri intentum esse prænunties, in augustissimo rerum naturalium conclavio auspiciis Seren. Ferd. Gonzagæ erecto, videtur. Calceol. l. c. Pag. 187.
Een Achaat, waarin men de gedaante van een biddenden Paus ziet in syn gedaante en verwen. Rumph. Amb. Rar. p. 290.

23. *Achates, quæ circulum ita exacte fusco colore notatum habet, ut circino perfectior exarari non possit. In circuli medio Episcopi cum mitra effigies exacta apparet. Deinde si paulunlum invertatur, alterius imago visitur. Quod si iterum vertatur, duæ imagines apparent, & mulieris & viri, alioque modo inversa adhuc alia.* Boot. L. II. c. 95.

Not.

Potest & hic inter ἀνθρωπομόρφυς referri, peculiarem tamen locum propter circulum, quo humanæ figuræ sunt cinctæ, meretur.

24. *Achates, qui cor & pulmones simul venarum aliquo ductu egregie repræsentat.* In Bibliotheca Francofortensi visitur. Konig. Regn. Miner. pag. 106.

25. *Achates, in quo medius Onyx oculum referebat, habuit quondam* Joh. Ludovicus Guetius, *unde Achatem* OMMATIAM aut ONYCHOPHTTALMUM *vocare lubuit.* Velsch Hecat. I. Observ. 22.
Sunt Achates, inquit Cardan. de subtilit. f. 290, *qui referunt avium oculos, alii piscium, quidam humanos oculos,* LEUCOPHTHALMI, *quidam lupi,* LYCOPHTHALMI, *quidam capræ,* ÆGOPHTHALMI *vocati.*
Agata Sardonica rappresentante un occhio di Cavallo. Settal. Mus. 89.
OPHTHALMIOS, VISCHOOGS-ACHAAT, *is buiten an de rand licht hornverwig, darna en Kring van den reder Koleur, en in t'mitten een witten oogappel.* Rumph. Amb. Rar. 289.
Achates grisei coloris in annuli formam arte effigiatus, qui linearum vel tractuum cœrulescentium signatura, oculum bovinum pulchre exprimit. BOOPHTALMOS a me possessore denominatus.

26. *Achates, quam ipsa rerum natura* Christo *tanquam* DEO *ac conditori suo dedicavit hunc in modum* B. XRISTO R. S. XXX. Pag. 188.

Tomi VI. Supplem. Sect. IV. hoc est ex interpretatione Lambecii, Biblioth. Vindob. L.I. p.25. BEATORI ORBIS, vel BEATORI GENERIS HUMANI CHRISTO REGI SEMPITERNO TRIUNO CRUCIFIXO, extat in Cimeliotheca Cæsarea.

27. *Agata, in cui la natura aprì la scuola di Aritmetica, mentre segnandovi tai numeri* 4191, 191, *parve che render volesse inarrivabile il di lei prezzo*. Settal. Muf. 81.

28. Αἰγλήεις σμάραγδος *Fulgens Smaragdus*. Orph. Lap. pag. 230. verf. 5.

Not.

Hoc titulo venire poteft Achates fmaragdi colorem viridem præ fe ferens.

29. Ἀχάτης ἐν ᾧ χαλκός. *Achates in quo Æs*. Orph. Lap. pag. 230. verf. 7.

Not.

Huc pertinent, qui æneas miculas vel Pyritæ ænei particulas repræfentant.

30. Ἀχάτης, ἐν ᾧ χροιὴ ἐαροτρεφέος μήλοιο. *Achates in quo verni pomi color*. Orph. 230. v. 7.

31. *Achates carnei coloris, in quo Natura Lunæ corniculatæ effigiem lacteo femicirculo tam perfecte efformavit, ut ne ab arte quidem elegantius pingi potuisset, unde & feleniten aliquando vocavit, fed cum adverfa quoque parte attentius infpiceret, Aphrodifium deinceps appellavit, quod Veneris feu Vefperuginis phafes exacte referat, quas in Itiner. Extat.* Kircher. Par. I. Dial. I. produxit. Cafp. Schott. Iconifm. V. Fig. 3. & 6 p. 133, tefte ipfo Poffeffore Velfchio. Ephem. Germ. Dec. I. ann. I. Obf. 156. p. 336.
Agata orientale di ovata figura, in cui fcuoprefi belliffima una luna, fotto di cui un' altra, come fe nell' acqua foffe, fi riflette, e fopra alla quale ombreggia un non fo che di nuvolofo. Settal. Muf. p. 88.
Achates ἀστροειδής. Kirch. Mund. Subt. Lib. VIII. p. 28.

32. *Achates, in quo natura Hemifphærium pinxit cœli diftinctis orbibus, in medio terra rotunda quafi aquæ fupereminens, in reliquo hiatus terræ fumum emittere videtur, qui Aerem obumbret*. Cardan. de fubtilit. f. 290.

Pag. 189. *Achates, in quo quinque Orbes perfectiffime defignati*. In Pinacotheca Lautieri vidit Ol. Borrichius Act. Hafn. 1677. p. 206.

33. *Achates quatuor coloribus infignis, fed pluribus lineis diftinctus, quem ideo* ELEMENTARIUM *five* ΤΕΤΡΑΣΤΟΙΧΕΙΟΝ *nominare placuit: cœrulefcens enim color Aquæ indicium nobis facere vifus, albus Aeris, ex flavo rubefcens Ignis, reliquo obfcuro fufco & quafi hepatico Terram notari poffe exiftimavimus*. Velfch. Hecat. I. Obf. 42. poffeff.

Acha-

Achates politi continuis variorum colorum venis æquali distantia procurrentibus conspicui. Spen. Muſ. p. 116. Tomi VI. Supplem. Sect. IV.

Achates tricolor, qui non minus ELEMENTARIUS *sed* ΠΕΡΙΣΤΟΙΧΕΙΟΣ *appellari posset. Nos tamen a linearum miris ductibus* ENGRAPHUM *potius vocavimus*. Velsch. l. c. possessor.

Achates bicolor hepatici coloris obscuri, atris lineis intercurrentibus, & ipse elementarius, ΔΙΣΤΟΙΧΕΙΟΣ *dici posset*. Velsch. l. c. possessor.

Not.

Observandum & hic & alibi in Mineralogia, non omnia sub eodem numero recensita semper esse synonyma, si in arcto sensu synonymiam consideremus. In tanta colorum, partium, figuræ, situs, variatione laxior significatus locum habet, secus ac id fit in Botanica, ubi eædem species harumque individua ejusdem semper sunt figuræ, coloris, eorundem florum & fructuum. Non exiguam infinita hæc in Mineralibus, in primis coloratis, ut sunt Achates, Jaspides, Marmora, Silices, parit difficultatem, quapropter liberum est cuique ex synonimis id seligere, quod objecto suo videtur adæquatum, vel etiam, ubi necessitas postulat, formare novum.

34. *Achates, quæ ruforum crinium globum graphice expressum exhibet, & omnino conferri potest cum* CORSOIDE *Plinii, quum κόρση simpliciter capillum significet*. Salm. in Sol. p. 537. possessor.

35. *Achates, in quo minutus sorex conspicitur*. In Pinacotheca Lautieri vidit Borrich. Act. Hafn. 1677.

36. *Achates albus nigra musca prægnans*. Rumph. Amb. Rar. p. 287.

37. *Achates pallidi coloris totus innumeris venis veluti capillaribus nigricantibus cancellatus*. Velsch. l. c. Possessor. Pag. 190.

38. *Achates flavus, sed nigro minutissime punctatus*. Velsch. l. c.

39. *Agata Orientale Sardonica di ovata figura di colore bianchiccio, nel cui midollo risplende una massa di acqua, che volgendola si vede muoversi*. Settal. Muſ. p. 80.

Terrestres globi, (COCCOS *vocant*) *in Occidentali India*. OVA SOLIS. Nieremberg. Hist. Nat. Lib. XVI. c. l.

COCCUS PARAGUAYANORUM (VENTER CHRYSTALLINUS ÆTITES GEMMATA) *extra ex rubro impuro & albo mixtus expolitus ejusdem cum optimo Chalcedonio coloris, & in Meditullio vacuus, sponte rumpitur, vacuus & ingentem strepitum edit*. Jonston. Notit. Regn. Miner. Tit. 2. cap. 4. art. 2. pag. 44. 45. Bausch de Ætit. pag. 23.

Not.

Ad Ætitem hic quoque referri potest, qua globosus & cavus, & quidem ad Ætitem gemmis prægnantem, potius tamen materiæ, scil. respectu huc pertinet in numerum Achatum.

40. Aga-

Tomi VI. Supplem. Sect. IV. 40. *Agata del Chile, dentro del quale molti Cristalli si veggono a risplendere, e chiamata Cocco da i Chilesi, e quando è maturo, scoppia come un pezzo di Artiglieria*, Settal. Mus. 53. 88.
Agata nel seno di cui brilla trasparente vaga miniera di berilli, da che i Latini chiamano BERYLLOACHATES. Settal. Mus. 89.
Achates globosus continens in se Chrystalla sexangula, Ætitæ species. Sibald. Scot. Nat. P.II. Lib.IV. p.50.

Not.

Non differt hic a præcedente, nisi contento: quod hic est aqua, ibi fluores gemmei. Qui sub eundem numerum lapidem utrumque disponere cupit, ei per me licet, quemadmodum & ego ad eundem titulum redigo Achatas omnes Fluoribus quibusvis, seu gemmei fuerint, seu viliores, Crystallini, prægnantes.

41. *Agata di colore alla pietra ciana o sia Lazulsii consimile, ma trasparente, ritrovato ne pezzi della pietra Lazuli.* Settal. Mus. 89.
Achates serenissimi vernique cœli, a quovis vapore labore expurgati, colorem instar Saphiri referens, SAPPHIROACHATES *dicta.* Calceol. Mus. 248.
Pag. 191. *Achates cinereis ac lividis in cœruleo venis convolutus.* Cord. Sylv. Observ. pag. 220.
Achates cœruleo albus punctis venulisque hepatici coloris densissime interspersis. Spener Mus. 116

Not.

Est hic igitur Achates magis minusve cœruleus: forte non admodum ab eo differt ὁ ὑποκυανίζων. n. 9.

42. *Achates ovi columbini magnitudine & figura, variis coloribus laminatim quasi distinctus, cernere etiam licet album, nigrum, fuscum, flavum, griseum, aliosque mira jucunditate junctos.* Worm. Mus. 97.
Achates politi continuis variorum colorum venis æquali distantia procurrentibus conspicui. Spener. Mus. p.116.
Achates, in quo color cœruleus, candidus, viridis, niger & alii diversi apparent. Calceol. Mus. 248.
Achates crudus coloris ex cœruleo rubro & viridi variegati; rober unvolkommener Agath von unterschiedlichen Farben. Mus. Tigurin.
Achates ovi gallinacei magnitudine coloribus, albo, cœruleo, rubro, favo pulchre variegatus, in quo stipulæ pellucent; vidi apud Dn. Salom. Hirz. Præfectum Eglisoviensem.

Not.

Pertinent huc quicunque πολύχροοι, quos non facile ad alias species reduxeris; coloribus variis ludentes.

43. *Achates Hepatici coloris; Leber Farber Achat.*

44. *Achates purpurei coloris, nigris & albis venulis conspicuus.* Spen. Mus. 116.

45. *Acha-*

45. *Achates Malachitæ & Chalcedonio mixtus*. Spener. Mus. 116. *Achates Musaicus venis parallelis ex Chalcedonio mixtis*. Id. l. c. Tomi VI. Supplem. Sect. IV.

46. *Achates cruce signatus*. Sibbald. Prod. Hist. Nat. Scot. Par. II. Lib. IV. pag. 50.

47. LAPIS INDICUS *figura nuclei pini, sed oblongior aliquanto, unciæ unius longitudine, extremitas altera radicem quasi quandam habet, quæ alteri lapidi inserta fuisse videtur, altera planior, latior, coloribus cum Achate certat. Limbo enim est purpureo, qui tingit violaceum, hic candida linea reliquum separat ad cinereum tendens, natura politus est*. Worm. p. 97.

H. de B. E. M. COGITATIONES DE TITULO MAGNI,

Sect. V. Pag. 218.

Carolis Imperatoribus ex Francorum linea communi.

I. CN. Pompejum ob præclara gesta *Magnum* appellatum fuisse, constat, & *Maximi* titulum apud Imperatores Constantinopolitanos ultimis temporibus valde in usu fuisse, & ex numismatibus & inscriptionibus apparet. Fl. Valentinianus in Inscriptione in Ponte Cæstio conspicua, quam BARONIUS To. III. Annal. Eccles. ad A. CCCXII. §. 96. p. 95. & BERTIUS Lib. I. Rer. Germ. pag. 104. exhibent, FL. VALENTINIANUS. PIUS. FELIX. MAXIMUS. VICTOR nominatur: Constantinus vero in diversis maximi moduli numismatibus CONSTANTINUS MAX. AUG. audit, apud JOH. VAILLANT de Numismatibus Æreis Impp. Rom. pag. 250, quæ inscriptio in aliis quoque numis apparet: add. SPANHEIMIUS de Usu & Præstant. Numism. Dissertat. VII. pag. 445. Inter recentiores Carolum Francorum Regem potentissimum, postea Romæ *Augustum* & *Imperatorem* vocatum, *Magni* titulo cognominari, inter multos quidem constat; verum abstinuisse, dum in vivis esset, ab isto titulo *Carolum*, nec ei nisi post multos annos, Aliquorum in primis instinctu, datum fuisse, plurimi credunt. Id enim artis ingeniose exercent, ut alios Principes ad venerationem sui instigent, dum Imperantes, qui propensa in ipsos fuerunt voluntate, avaritiamque istorum largis donationibus demulserunt, splendidis titulis honorant, & pro optimis Principibus, licet id nullo modo promereantur, venditant, illos e contrario, qui simulata animi studia non amarunt,

runt, pro Tyrannis, impiis & futilibus hominibus habent. Communis quidem hæc Eruditorum sententia atque mens est, interim haud credo, quod adeo firma sit, quin contrarium probari possit, quod nonnullis exemplis me facturum confido.

II. Quod ad numismata attinet, si OCTAVIO de STRADA fides habenda, statim apparet, in illis Carolum fuisse *Magnum* vocatum. Invenitur enim apud eundem Lib. III. de Vitis Cæsarum pag. 367. ectypon aurei numi, in quo Carolus Imperiali corona tectus conspicitur, dextra pomum, cui insistit victoria, sinistra gladium tenens, cum epiphrasi: CAROLUS MAGNUS ROMAN. IMPERA. SEM. AUG. Aversa *vero pars* signum Caroli K A S (R, V, L) cum inscriptione METULLO ✠ exhibet.

Pag. 219.

Non me quidem fugit, quod magnus ille Polyhistor WAGENSEILIUS Comment. de S. R. Imp. Lib. Civitate Noribergensi c. 26. pag. 249. hunce STRADÆ nummum pro genuino agnoscat, dum ex illo, tanquam supremo fidei argumento, *probare conatur*, ornatum imperatorium, quem hodienum Noribergenses custodiunt, a Carolo originem trahere. Sed merito hunc errorem agnovit Celeberrimus Halensium Professor Jo. PETR. LUDEWIG de Noriberga Insignium Imperial. Tutelari cap. VII. pag. 126, qui multis iisque gravissimis rationibus ostendit, aut recentioris esse ævi, aut plane a Strada confectum, cujus etiam exigua in re numismatica fides esse solet, quod multa falsa pro veris venditat. Sola magnitudo ærisque, ex quo conflatum esse dicunt, pretium indicia malæ causæ sunt, in eo tamen cum Celeberr. Dn. LUDEWIG non consentio, quod Carolus se Magnum non scripserit, neque vivus nomine hoc appellatus fuerit, quod utrumque aliis documentis confellitur.

III. Carolum enim, quum adhuc in vivis esset, Magnum fuisse vocatum, ex charta XLVII apud GOLDASTUM Tom. II. Antiquit. Alemannicarum pag. 55. apparet, quum ibidem hæc inveniatur subscriptio: *Facta traditio hæc in 4 Kal. Jun. 6 feria anno quinto, regnante Domino nostro CAROLO MAGNO IMPERATORE*, nec etiam exempla deerunt, quæ comprobant, quod ipse hoc titulo fuerit usus. Primum ex MEIBOMII Tom. II. Rer. German. p. 196 hausi. Ibi enim Erdwinus Erdmannus in Chronico Episcop. Oldenburgensium diploma profert, in quo hæc inveniuntur verba: *Karolus MAGNUS Pacificus*. Reliqua doctissimus MABILLONIUS, Vir harum literarum peritissimus, suppeditat. Extat enim L. VI. de Re Dipl. §. 62. p. 507. *Renovatio testamenti Abbonis Patricii pro*

cœno-

cœnobio Novalicienſi facta per Carolum circa An. 805, quæ ſic incipit: *Karolus Imperator, piiſſimus, a Deo coronatus, MAGNUS*, & quod ſequitur Diploma §. 63. pag. 512. pariter orditur: *Karolus ſereniſſimus, Auguſtus a Deo coronatus, MAGNUS, Pacificus, Romæ gubernans imperium*, & tandem §. 64. pag. 512. præceptum exhibetur pro *Adelberto* Saxoniæ Duce, de An. 813. his verbis: *Karolus Sereniſſimus, Auguſtus a Deo coronatus, MAGNUS, pacificus, Romanorum gubernans Imperium*. Quinque itaque oſtendi exemplis, falli eos, qui putant, Carolum ſe Magnum neque ſcripſiſſe, neque vivum appellatum fuiſſe.

Tomi VI. Supplem. Sect. V.

Pag. 220.

IV. Unde autem cognomen illud acceperit, videndum. Magnus vel ratione corporis, vel ratione virtutum dici potuit. Alexander & Pompejus a rebus præclare geſtis Magni dicti: alii a habitu corporis fuerunt cognominati hoc nomine; ſic Licinii *Craſſi*, Sempronii *Longi* nomina non ſunt ignota; add. Sigonius & Onuphrius Panvinius de Nominibus Rom. ap. Græv. To. II. Antiquit. Rom. pag. 1981 & 2006. Quid de Carolo noſtro dicendum, dubium eſt. In ea opinione eſt Wernerus Rolevinckius de Weſtph. Laudibus Lib. II. cap. II. quod tam ob excellentem factorum magnitudinem, quam ob eximiam corporis formam & modum illud cognomen meruerit. Illa enim excelluiſſe Carolum, Pſeudo-Turpinus non ſolum cap. XX. pag. 80. ſuo teſtimonio, ubi inquit, ſtaturam Caroli *octo pedum ſuorum eorumque longiſſimorum* fuiſſe, confirmat, cui tamen haud fides eſt adhibenda; ſed id etiam ipſe Eginhardus fideliſſimus ſcriptor teſtatur: *Corpore fuit amplo atque robuſto, ſtatura eminenti, quæ tamen juſtam non excederet, nam ſeptem ſuorum pedum proceritatem ejus conſtat habuiſſe menſuram*. Conſentit vetus Poeta Saxo, de Vita Caroli Magni Lib. V. verſ. 335 apud Illuſt. Leibnitium de Script. Brunſvic. Tom. I. pag. 165:

Egregie procerus, & hoc moderamine juſto.
Septem namque ſuis longus erat pedibus.

Quod verboſius doctiſſimus Marquardus Freherus in diſſert. de ſtatura Caroli Magni explicavit, quam cum ſuis notis Henr. Guntherus Thulemarius illuſtratam edidit, & Vir. Clariſſ. Jo. Hermannus Schmincke in nitidiſſima ſua Eginhardi Editione pag. 220. haud ita pridem apud Batavos recudi fecit. Accedit, quod alii etiam apud Francos a corporis habitu fuerint cognominati: Pipinus enim *Brevis* dicebatur, *quod ſtatura puſillus eſſet*, ut Odorannus Monachus fragmento Chronolog. ad A. 750. Pag. 221.

Tomi VI. Supplem. Sect. V. in Annal. Pithœi pag. 214 testatur; ut Carolos *Calvum* & *Crassum* taceam: vid. tamen DUFRESNE Voc. *Bevera* pag. 598. Ut proinde a veritate non multum aliena esse videatur eorum conjectura, qui primum ex Francorum linea Imperatorem & ob res præclare gestas, & ob proceram corporis staturam *Magni* nomen promeruisse, sibi persuadent.

V. Sed jam aliorum quoque notandus est error, qui solum Carolum ex Francorum linea Imperatorem primum, Magni elogio honoratum fuisse putant, quum eodem titulo etiam ejusdem successores, qui Caroli fuerunt nominati, usos esse sequentibus probavero. Graviter enim labuntur, qui improvide, quum *Magni* cognomen inveniunt, omnia ad Carolum I. referunt, non solum contra Chronologicam computationem multum peccantes, sed etiam historiam pessime confundentes. Observavit illud jam ante me JOACHIMUS VADIANUS Lib. II. pag. 53 de Collegiis Monasteriisque Germaniæ, quem GOLDASTUS Tom. III. Rerum Alemannicarum exhibet. *Observatumque*, sunt illius verba, *tam CALVUM quam CRASSUM Magni sibi cognomen usurpasse: ut plane errent, qui non satis expensa temporum supputatione, repente ad Carolum Pipini filium animum adjiciunt, ubi publicis in tabulis diplomatisve Magni cognomen legant. De Calvo quidem non video dubitari, quin se Magnum cognominaverit; Crassi autem diploma extat San-Galli, nuper a me visum, in cujus sigillo plumbeo ipse Imperator laureatus cernitur, cum hac inscriptione: CAROLVS M. AVGVSTVS, & in altera sigilli parte hæc verba itidem laureo sertulo inclusa leguntur: RENOVATIO REGNI FRANC. In fine autem Diplomatis hæc verba scripta sunt: Data Non. Octob. Ann. Incarnationis Domini DCCCLXXXIII, Indictione secunda, Anno vero Imperii Domini Caroli in Italia III, in Francia II, actum Papiæ in Dei nomine feliciter.*

VI. Hæc sunt Vadiani verba, quæ licet longiora sint, ea tamen annotare me non piguit, cum maxime ad declarandam meam quæstionem faciant. De *Calvo* autem non dubitari testatur; quo tamen non obstante, quibusdam exemplis rem reddam clariorem. Suppeditat tale Charta Heligandi Comitis pro ecclesia S. Martini Turonensis apud MABILLONIUM Tom. III. Annal. Ordinis Bene-

Pag. 222. dict. App. document. ad Lib. XXXV. num. 6. pag. 671, in qua sæpius Caroli Magni fit mentio, quare allegatus Autor doctissimus cit. loc. ad Ann. 856. pag. 54 annotavit, quod Charta illa contineat quædam observatione digna, quorsum refert, quod Carolus Magnus Imperator sæpe dicatur, sive id adjective sive pro cognomine accipiatur. GRATIANUS Dist. XIX, cap. III. adducit

ducit sententiam, *quod tolerandum sit jugum, quod a sancta sede imponitur, licet importabile videatur*, quæ ex *Concilio Caroli M.* citatur. NAUCLERUS Vol. II. gen. XXVIII. narrat, quod illud sit unum ex viginti tribus legum capitulis, quas Carolus Magnus ad omnes suas provincias misit; sed extat in Concilio Triburiensi cap. XXX, quod sub Carolo Calvo celebratum fuisse constat. Accedit LUIDBERTI Moguntini Archi-Episcopi autoritas in Epistola ad Ludovicum Regem Calvi fratrem in Tom. XVI. Bibl. Patrum Max. pag. 764 ubi postquam Papæ conatus in Francorum gentem injurios esse ostendit, ut sua jura Imperator defendat, monet, additque: *Quapropter necessarium videtur mihi & utile, ut religiosus Princeps Carolus frater Vester Legatis atque literis a Vobis destinatis, super hoc negotio mature conveniatur, ut tam ipse, quam sacerdotes Regni Ejus, qui hactenus ab hujusmodi sordibus mundi sunt, Vobis & Vestris Episcopis adjungatur &c.* quæ sanæ sunt indicio, edictum tale in Episcoporum conventu esse propositum, ut proinde necessaria non fuisse emendatio videatur, in quibusdam, recentioribus inprimis, Decreti & Corporis Juris Canonici Editionibus facta, ubi tantummodo ex *Capitulis Caroli Imperatoris* citatur. Tomi VI. Supplem. Sect. V.

VII. SUGGERII Abbatis Sancti Dionysii testimonium his superaddendum esse censeo, ex quo petierat Rex Ludovicus, *ut inter Sacratissima Sanctæ Trinitatis & SS. Martyrum altaria sepeliri mereretur*, quod negat SUGGERIUS in Vita Ludovici Grossi, cujus verba sunt: *Occupato loco Caroli MAGNI Francorum Regis, quia nec fas nec consuetudo permittit Reges exhospitari, quod proposueramus, fieri non potuit*. Si autem consideratur accuratius, quis ex tribus Carolis, qui Imperio Romano-Francico præfuerunt, intelligatur, Carolus omnino est, qui *Calvus* alias dicitur. Pag. 223. Carolus enim Pipini filius Aquisgrani in æde Div. Virginis Mariæ terræ mandatus fuit, vid. EGINHARDUS cap. XXXI. Annales PITHŒANI ad Ann. DCCCXIV. pag. 24. MONACHUS EGOLISMENSIS pag. 282. *Crassi* autem ossa in Augiæ Majoris Monasterio sepulta fuerunt, teste REGINONE ad An. DCCCLXXXVIII. & LAMBERTO SCAFNABURGENSI ad h. a. Loquitur itaque Suggerius de Carolo Calvo, qui in Italia obiit, a suis vero deportatus est; *sed quia fœtor intolerabilis ex putredine cadaveris bajulantes gravabat, compulit illud terræ mandare, post aliquantos annos ejus ossa translata sunt, & Parisiis in Monasterio Sancti Dionysii honorifice sepulta*, testatur REGINO ad Ann. 877. Consentiunt Annales PITHŒANI, item FULDENSES his annis. Continuator etiam ÆIMONII Lib. V. cap. XXXV. apud FREHE-

Tomi VI. Supplem. Sect. V. RUM pag. 497 his verbis: *ex Basilica Beati Eusebii Martyris in Civitate Vercellensi, ubi requierit annis VII, per visionem delatus est in Franciam & honorifice sepultus in basilica B. Dionysii Martyris apud Parhysios.*

VIII. Carolus III, Crassus vulgo dictus, potentissimus & ditissimus fuit Princeps, de quo OTTO FRISINGENSIS Lib. VI. Chronic. Cap. IX. pag. 123: *Post Carolum Magnum*, inquit, *inter omnes Reges maximæ fuit potestatis*, & postea paucis interjectis: *Rex iste, qui in divisione Orientalis Regni, acceperat inter fratres minimam portionem, ad tantum primum venit fastigium, ut tam Orientalia quam Occidentalia Regna cum Romano susciperet Imperio.* Promeruisse itaque hunc Carolum Magni titulum omnino videtur, qui eo ornatus fuit, ut ex dictis supra Vadiani verbis constat. His addo verba Appendicis EUTROPII: *Eo vero* (Ludovicum Italiæ Imperatorem intelligas,) *infirmante & ad extremum propinquante, quia non habebat filium, voluit sibi succedere Carolum MAGNUM* (Crassus Ludovici German. Regis filius significatur) *ad suscipienda Imperialia sceptra: cum hæc ita geruntur, Romani Pontifices semper per Oratores literas mittebant invitatorias ad Carolum Calvum Regem Francorum, incitantes eum clam . . . Mittitur denique alius missus ab uxore Imperatoris Engelberga, vel a suis primatibus ad Carolum MAGNUM, ostendens ei vota defuncti; &* Pag. 224. *quia longius erat, noluit tam cito venire, ut impedire possit iter Caroli Calvi.* ECKEHARDUS junior de Vita Sancti Notkeri, apud GOLDASTUM Antiquit. Alem. Tom. I. Par. II, hunc Carolum sæpius MAGNUM vocat, ex. gr. Cap. XIII. pag. 362. c. XVII. pag. 368, cap. XXIX. pag. 277. & passim, quod etiam Goldastus in notis ad hunc locum pag. 396 recte observat. His exemplis ostendi posse puto, Carolos tres ex Francorum linea Impp. Magni nomen sibi vindicasse: interim hæc, salvo rectius sentientium judicio, dicta sunto.

R. P.

Tomi VI. Supplem. Sect. VI. Pag. 271.

R. P. AUGUSTINI THOMÆ A S. JOSEPHO,

Scholarum piarum Hornæ in Austria Profess.

SOLUTIO PROBLEMATIS:

Constituere Triangulum, in quo unus angulus ad basin sit alterius duplus, latera autem habeant datam rationem.

EJus occasio hæc fuit. R. P. *Hieronymus Sacherius* Societ. Jesu, Neostatica sua & aliis ingeniosis operibus notus, a R. P. *Thoma Ceva*, ejusdem Societatis apud Mediolanenses Viro celeberrimo, quæsiverat, an nosset sequens theorema alicubi demonstratum, subjeceratque quæ sequuntur:

Trifariam Geometrice secatur angulus, cujus opposita in triangulo basis tum bis contineat excessum lateris majoris supra minus, tum etiam portionem quandam, inter quam & latus minus sit medius proportionalis excessus prædictus. Esto triangulum ABC, in quo latus AB sit v. g. 6, latus BC 4 & basis AC 5, adeo ut nimirum bis contineat 2 excessum lateris majoris supra minus & insuper unitatem, inter quam & latus minus BC 4 est medius proportionalis excessus prædictus. Dico angulum ABC trifariam geometrice secari. Tab. II. Fig. 1.

Demonstratio. Centro B intervallo BA describatur circulus, ad cujus circumferentiam protrahantur AB in D, AC in D, BC in H, HB in F: tum jungatur DB & in BF sumatur BG æqualis ipsi BC, atque ideo GF æqualis CH. Si ergo in AC sumatur AM dupla ipsius CH, qui est excessus lateris majoris AB supra minus BC, erunt utique ex hypothesi tres continuæ proportionales, latus minus BC, excessus CH & portio residua CM. Quoniam igitur GC est dupla ipsius BC, ut AM ipsius CH, erit GC ad AM ut BC ad CH sive ut CH aut GF ad CM. Quare simul jungendo ita erit tota FC ad totam CA ut CH ad CM. Est autem ut FC ad CA ita DC ad CH, quoniam rectangulum FCH æquale rectangulo DCH. Igitur DC ad CH ut CH ad CM, sive ut BC ad CH. Æquales ergo sunt DC & BC, & sic æquales anguli BDC & DBC. Itaque externus angulus ABC duplus est unius illorum, ut anguli BDC, aut ejus æqualis BAC. Est etiam externus angulus EBC æqualis duobus internis & oppositis ACB, Pag. 272.

BAC:

Tomi VI. Supplem. Sect. V. RUM pag. 497 his verbis: *ex Basilica Beati Eusebii Martyris in Civitate Vercellensi, ubi requierit annis VII, per visionem delatus est in Franciam & honorifice sepultus in basilica B. Dionysii Martyris apud Parbysios*.

VIII. Carolus III, Crassus vulgo dictus, potentissimus & ditissimus fuit Princeps, de quo OTTO FRISINGENSIS Lib. VI. Chronic. Cap. IX. pag. 123: *Post Carolum Magnum*, inquit, *inter omnes Reges maximæ fuit potestatis*, & postea paucis interjectis: *Rex iste, qui in divisione Orientalis Regni, acceperat inter fratres minimam portionem, ad tantum primum venit fastigium, ut tam Orientalia quam Occidentalia Regna cum Romano susciperet Imperio*. Promeruisse itaque hunc Carolum Magni titulum omnino videtur, qui eo ornatus fuit, ut ex dictis supra Vadiani verbis constat. His addo verba Appendicis EUTROPII: *Eo vero* (Ludovicum Italiæ Imperatorem intelligas,) *infirmante & ad extremum propinquante, quia non habebat filium, voluit sibi succedere Carolum MAGNUM* (Crassus Ludovici German. Regis filius significatur) *ad suscipienda Imperialia sceptra: cum hæc ita geruntur, Romani Pontifices semper per Oratores literas mittebant invitatorias ad Carolum Calvum Regem Francorum, incitantes eum clam ... Mittitur denique alius missus ab uxore Imperatoris Engelberga, vel a suis primatibus ad Carolum MAGNUM, ostendens ei vota defuncti; & quia longius erat, noluit tam cito venire, ut impedire possit iter Caroli Calvi*. ECKEHARDUS junior de Vita Sancti Notkeri, apud GOLDASTUM Antiquit. Alem. Tom. I. Par. II, hunc Carolum sæpius MAGNUM vocat, ex. gr. Cap. XIII. pag. 362. c. XVII. pag. 368, cap. XXIX. pag. 277. & passim, quod etiam Goldastus in notis ad hunc locum pag. 396 recte observat. His exemplis ostendi posse puto, Carolos tres ex Francorum linea Impp. Magni nomen sibi vindicasse: interim hæc, salvo rectius sentientium judicio, dicta sunto.

Pag. 224.

R. P.

Tomi VI. Supplem. Sect. VI. Pag. 271.

R. P. AUGUSTINI THOMÆ A S. JOSEPHO,

Scholarum piarum Hornæ in Austria Profess.

SOLUTIO PROBLEMATIS:

Constituere Triangulum, in quo unus angulus ad basin sit alterius duplus, latera autem habeant datam rationem.

EJus occasio hæc fuit. R. P. *Hieronymus Sacherius* Societ. Jesu, Neostatica sua & aliis ingeniosis operibus notus, a R. P. *Thoma Ceva*, ejusdem Societatis apud Mediolanenses Viro celeberrimo, quæsiverat, an nosset sequens theorema alicubi demonstratum, subjeceratque quæ sequuntur:

Trifariam Geometrice secatur angulus, cujus opposita in triangulo basis tum bis contineat excessum lateris majoris supra minus, tum etiam portionem quandam, inter quam & latus minus sit medius proportionalis excessus prædictus. Esto triangulum ABC, in quo latus AB sit v. g. 6, latus BC 4 & basis AC 5, adeo ut nimirum bis contineat 2 excessum lateris majoris supra minus & insuper unitatem, inter quam & latus minus BC 4 est medius proportionalis excessus prædictus. Dico angulum ABC trifariam geometrice secari. Tab. II. Fig. 1.

Demonstratio. Centro B intervallo BA describatur circulus, ad cujus circumferentiam protrahantur AB in D, AC in D, BC in H, HB in F: tum jungatur DB & in BF sumatur BG æqualis ipsi BC, atque ideo GF æqualis CH. Si ergo in AC sumatur AM dupla ipsius CH, qui est excessus lateris majoris AB supra minus BC, erunt utique ex hypothesi tres continuæ proportionales, latus minus BC, excessus CH & portio residua CM. Quoniam igitur GC est dupla ipsius BC, ut AM ipsius CH, erit GC ad AM ut BC ad CH sive ut CH aut GF ad CM. Quare simul jungendo ita erit tota FC ad totam CA ut CH ad CM. Est autem ut FC ad CA ita DC ad CH, quoniam rectangulum FCH æquale rectangulo DCH. Igitur DC ad CH ut CH ad CM, sive ut BC ad CH. Æquales ergo sunt DC & BC, & sic æquales anguli BDC & DBC. Itaque externus angulus ABC duplus est unius illorum, ut anguli BDC, aut ejus æqualis BAC. Est etiam externus angulus EBC æqualis duobus internis & oppositis ACB, Pag. 272.

BAC:

Tomi VI. Supplem. Sect. VI. BAC: ergo est triplus ipsius BAC aut ejus æqualis DBC. Quare angulus EBC trifariam geometrice secatur, atque adeo trifariam etiam geometrice secabitur datus angulus ABC, qui est ejus complementum ad duos rectos. *Q. D. E.* Unde sequitur solutio sequentis problematis: *Constituere triangulum, in quo unus angulus ad basim sit alterius duplus, latera autem habeant datam rationem. Debet autem latus minus esse majus dimidio lateris majoris.* Data autem sit ratio ut 9 ad 12. Fiat triangulum ABC, in quo latus AB sit 12, latus BC 9, & basis AC 7, composita nempe ex duplo excessu lateris majoris supra latus minus & insuper ex unitate, inter quam & latus minus 9 est medius proportionalis excessus 3. Constat ex præcedenti theoremate, quod angulus BCA ad basin sit duplus reliqui BAC.

Cum ergo forte elegantes meditationes Geometricæ & Arithmeticæ R. P. *Augustini* ad R. P. *Cevam* missæ fuissent, hic problema ex epistola *Sacheriana* decerptum ei per Dn. *Theobaldum Schottelium*, Cæsareæ Anticameræ custodem, in numerorum arcanis egregie versatum, & filium hujus Dn. *Josephum Schottelium*, cum R. P. *Ceva* litterarium commercium colentem, proposuit: cujus R. P. *Augustinus* mox talem Solutionem tam syntheticam, quam analyticam dedit, quæque *Cevæ* & *Sacherio* valde suo merito placuit. Habeat latus majus ad minus rationem, quam habet recta AB ad BC, nempe minorem dupla, ut ita ex dictis minor BC sit major dimidio majoris AB. Replicetur AC æqualis ipsi BC, & ex his tribus AB, BC, AC construatur triangulum isosceles ABC, cui circumscribatur circulus & per 1. IV. ex puncto B aptetur in eadem recta *bd* = *bc* & jungatur *ad*; erit *bd* petitum triangulum.

Tab. II. Fig. 2.

Demonstratio. Propter æquales rectas ex constructione AC, CB, BD, erunt per 18. III. arcus AC, CB & BD æquales, & arcus ACB duplus arcus CB vel BD, idemque etiam per 33. VI. erit angulus BDA subtensus ab arcu ACB duplus anguli BAD subtensi ab arcu BD. Præterea propter æquales ex constructione est per 7. V. AB ad BD ut AB ad BC. Habet proinde Triangulum ABD omnes conditiones in problemate requisitas. *Q. E. F.*

Pag. 273. Mox idem R. P. *Augustinus* Hornæ d. 30. Junii Analysin etiam misit talem, simulque monstravit, quomodo problema in numeris rationalibus solvi possit.

Fig. 3. *Analysis.* Supponatur jam constitutum tale triangulum ABC, in quo angulus ACB sit duplus anguli BAC & bisectus per rectam CE: quo pacto erunt tres anguli BCE, ECA & CAB inter se æquales, & duo triangula ABC, CBC æquiangula, propter æquales angulos BAC, BCE, & communem ad B, ideoque per

4. VI.

4. VI. AB ad BC ut BC ad BE, & hinc BE tertia proportionalis ad AB & BC. Ex hac manuductione sequitur *Synthesis* seu *Compositio & constructio problematis*. Sit data ratio duorum laterum, quæ est AB ad BD, sitque ex dictis priori solutione minor BD, major dimidio majoris AB & per 11. VI. inveniatur ad AB & BD tertia proportionalis BE. Tunc centro B intervallo BD & centro E intervallo EA describantur duo arcus circulares DCF & ACG secantes se in puncto C, ad quod ex B & A ducantur rectæ BC & AC. Dico, ABC esse quæsitum triangulum. Tomi VI. Supplem. Sect. VI.

Demonstratio. Ducatur recta CE. Ex eodem centro B sunt radii BD, BC æquales. Est autem ex constructione ut AB ad BD ita BC ad BE: ergo etiam ut AB ad BC ita BC ad BE, & consequenter per 6. VI. æquiangula sunt triangula ABC, CBE, & angulus BAC æqualis angulo BCE. Atqui angulus BCE æquatur angulo ECA, qui in triangulo isoscele (propter æquales radios EA, EC ex centro E) AEC æquatur angulo EAC. Ergo angulus ACB duplus est tam anguli BCE & anguli ECA, quam anguli EAC seu BAC. Insuper (propter æquales BC, BD) est ut AB ad BD ita AB ad BC. Habet ergo triangulum ABC omnia in problemate requisita. *Q. e. f.*

Lemma. Dictum est in constructione duos arcus DCF, ACG se secare in C: quod ita deducitur. Ex constructione est ut AB ad BD ita BD ad EB. Ergo dividendo ut AB ad DB ita DE ad EB. Atqui AD minor est quam DB (propterea quod ex hypothesi BD sit major quam $\frac{1}{2}$ AB, ideoque residua AD minor quam $\frac{1}{2}$ AB.) Ergo & DE minor quam EB. Proinde AD+DE minores sunt quam DB+EB, hoc est, AE seu EC minor quam EH, ideoque EC vel EI nunquam pertinget ad H, multo minus superabit, ac proinde arcus DCF, ACG secabuntur in G.

Corollarium I.

Ut habeantur singula tria latera in numeris rationalibus, ponamus BA $=a$ & BC $=b$, eritque ex dictis AB : BC = BC : BE, hoc est, $a:b=b:\frac{b^2}{a}$. Subtrahatur BE $=b^2:a$ a BA $=a$, restat BEA $=(a^2-b^2):a$. Rursus ex præcedente demonstratione sunt æquales anguli BCE, ECA. Proinde per 3. VI. Pag. 174.

$$\text{BE} : \text{EA} = \text{BC} : \text{AC}$$

$$\frac{b^2}{a} : \frac{a^2-b^2}{a^2} = b : \frac{a^2-b^2}{b}$$

Atque

Tomi VI. Supplem. Sect. VI. Atque ita a, b & $(a^2 - b^2):b$ in eundem denominatorem b ductis; erunt in integris

$$\left.\begin{array}{r} ab = AB \\ b^2 = BC \\ a^2 - b^2 = AC \end{array}\right\} \text{Canon primus.}$$

In numeris sumatur proportio $a:b$ ad libitum, a major, b minor, dummodo major quam $\frac{1}{2}a$.

Sit a	b	erit ab = AB	b^2 = BC	$a^2 - b^2$ = AC
=3	=2	=6	=4	=5
=4	3	12	9	7
=5	3	15	9	16
=7	4	28	16	33
=7	5	35	25	24
=7	6	42	36	13

Corollarium II.

Colligitur exinde id, quod olim a *Federico Commandino* apud *Clavium* Prop. 7. lib. 2. Elem. *Euclidis* geometrice demonstratum est, multo patentius analytice, rectam AC *hujus Trianguli* (quæ supra in Canone primo æquatur $a^2 - b^2$) coalescere ex duplici differentia laterum AB & BC, hoc est, $2ab - 2b^2$, nec non ex quadrato $a - b$, nempe $a^2 - 2ab + b^2$. Hæc enim conjuncta generant $a^2 - b^2$, ut sequitur.

$$\left.\begin{array}{r} AB = ab \\ BC = b^2 \end{array}\right\} \text{ex Canone.}$$

Differentia AB — BC $= ab - b^2$ dupla $2ab - 2b^2$
ex $a - b$ quadratum $a^2 - 2ab + b^2$

Summa $a^2 - b^2 = AC$, ut in Canone.

Pag. 275. In numeris $ab = 6$, $b^2 = 4$, differentia $ab - b^2 = 2$, dupla $2ab - 2b^2 = 4$. Adde quadratum $a^2 - 2ab + b^2 = 1$: summa $5 = AC$.

Corollarium III.

Insuper sequitur, latus minus b^2, differentiam $ab - b^2$ & quadratum $a^2 - 2ab + b^2$ esse continue proportionales in ratione b ad $a - b$. Nam divisis prioribus terminis b^2 & $ab - b^2$ per b, fit quotus $b : a - b$ & posterioribus $ab - b^2$ & $a^2 - 2ab + b^2$ itidem divisis per $a - b$ fit quotus denuo $a - b$, seu quod idem est, productum $a^2 b^2 - 2ab^3 + b^4$ ex primo b^2 in tertium $a^2 - 2ab + b^2$ æquale producto medii $ab - b^2$ in seipsum. Proinde per 17. VI.

b^2,

b^2, $ab - b^2$ & $a^2 - 2ab + b^2$ sunt in proportione continua, quod in numeris patet. Nam posito Tomi VI. Supplem. Sect. VI.

$a=3$	& $b=2$,	erit $b^2 = 4$,	$ab - b^2 = 2$	& $a^2 - 2ab + b^2 = 1$
$a=5$	$b=3$	9	6	4
$a=7$	$b=4$	16	12	9

Corollarium IV.

Hinc nobis via panditur hoc nobilissimum problema sublimius evehendi & inveniendi Triangulum, habens unum angulum duplum alterius, in quo non solum singula latera, verum etiam perpendicula & tota area exhiberi possint in numeris rationalibus. Resumatur præcedens Canon primus

$$\left.\begin{array}{r} ab = AB \\ b^2 = BC \\ a^2 - b^2 = AC \end{array}\right\}$$ Ex his inquiratur area trianguli, ut sequitur:

Summa $a^2 + ab$

dimidia $\frac{a^2+ab}{2}$. Hinc ablatis singulis lateribus, restabunt

differentiæ $\frac{a^2-ab}{2}$

$$\frac{a^2-2b^2+ab}{2}$$

$$\frac{-a^2+2b^2+ab}{2}$$

Productum omnium $4a^2b^6 - 9a^4b^4 + 6a^6b^2 - a^8$ æquale quadrato areæ Trianguli. Hæc ut fiat rationalis, dividatur per quadratum $a^2b^4 - 2a^4b^2 + a^6$, nascitur quotus $4b^2 - a^2$ æquandus quadrato $4b^2 - 4bc + c^2$, fit $b = (a^2 + c^2) : 4c$, atque hinc tria latera Pag. 276.

$$ab = \frac{a^3 + ac^2}{4c} = \frac{4a^3c + 4ac^3}{16c^2} = AB$$

$$b^2 = \frac{a^4 + 2a^2c^2 + c^4}{16c^2} = BC$$

$$a^2 - b^2 = \frac{14a^2c^2 - a^4 - c^4}{16c^2} = AC$$

Tomi VI. Supplem. Sect. VI.

Omisso denominatore $16c^2$, emergunt in integris

$$\left.\begin{array}{l} AB = 4a^3c + 4ac^3 \\ BC = a^4 + 2a^2c^2 + c^4 \\ AC = 14a^2c^2 - a^4 - c^4 \end{array}\right\} \text{Canon secundus.}$$

$$\text{Area} = 2a^7c - 30a^5c^3 + 30a^3c^5 - 2ac^7.$$

In numeris sumantur a minor, c major ad libitum, ita tamen ut $a^4 + c^4$ subtrahi possint a $14a^2c^2$.

Sit $a = 1$,	$c = 2$;	erit AB = 40,	BC = 25,	AC = 29,	Area = 468
1	3	120	100	44	2112
in minimis		30	25	11	132
2	3	312	169	407	24420 &c.

Corollarium V.

Tab. II. Fig. 3. Sequitur ex tertia Figura, tam angulum CBH, quam CBA Geometrice trifariam secari. Ducta enim BK parallela EC & KL sextante peripheriæ seu triente semiperipheriæ DCH; erit externus angulus CBH æqualis duobus internis BCA + BAC, ideoque triplus anguli BAC, qui ex præcedentibus ut *duplus* est anguli BCA. Quapropter & angulus CBH triplus *est anguli CBK*, cum omnes quatuor BAC, ACE, ECB, CBK inter se sint æquales. Quia igitur tota semiperipheria DCH totius arcus LCK & ablatus arcus CKH ablati triplus est, erit & reliquus CLD reliqui CL, hoc est, tam angulus CBH anguli CBK, quam angulus ABC anguli LBC triplus.

Postremo varietatis causa non inutile erit adjungi tres alias Solutiones, quas Dn. *J. J. Marignonius*, Cæsareus Mathematicus & Statuum inferioris Austriæ Geometra R. P. *Augustino* misit.

Problema. Constituere triangulum, in quo unus angulorum ad basin sit alterius duplus, latera autem habeant datam rationem possibilem. Pag. 277.

Solutio I.

Fig. 4. 5. Talia sint triangula ABC vel acutangula ad basin, vel obtusangula (triangulum enim rectangulum & isosceles obliquangulum, utpote unius tantummodo casus non considero.) Ex A intervallo minoris lateris AC, fiat arcus secans basin in D, latus vero majus in E, ducaturque AD, quæ æqualis erit recta BD. Nam angulus ADC vel AD*d* utpote angulo ACB æqualis ponitur duplus anguli B & BAD, ideoque & latera AD, DB æquantur. Non secus ducto arcu intervallo majoris lateris AB, erunt A*d*, C*d* æquales. Insuper ex natura circuli ut basis BC ad summam laterum ita BE differentia eorundem ad BD, sive

ex

ex probatis ad latus minus, & vicissim. Sint itaque data vel ad libitum sumta latera AC$=m$, AB$=n$, nimirum in ratione data m ad n, basis autem BC$=x$; erit $x:m+n=n-m:m$ & $x=(n^2-m^2):m$. Si vero detur vel statuatur basis BC$=a$, AC$=x$, AB$=nx:m$; erit $x=am^2:(n^2-m^2)$ & inventa BD constructio fluit ex inspectione figuræ. Tomi VI. Supplem. Sect. VI.

Corollarium 1. Quia BD + DA semper majores sunt quam AB, erit ratio AB ad AD vel AC semper dupla minor.

Corollarium 2. Quia anguli B & ACB minores sunt duobus rectis, erit angulus ACB in Fig. 5 semper minor gradibus 120.

Solutio II.

Invento centro d fiat arcus EA locus geometricus omnium triangulorum possibilium verticalis, sitque vel data BC vel sumta sint EC, EB segmenta æqualia datis m & n. Demum ex C intervallo CD fiat arcus secans priorem in A & ducantur AB, AC, fietque triangulum ABC quæsitum. Tab. II. Fig. 6.

Demonstratio. Ducta AD, quæ æquabitur rectæ AB, erunt anguli B & A æquales. Sunt autem CAD & d æquales: ergo angulus ACB duplus anguli A, duplus quoque anguli B. Q. E. D.

Aliter. Ex C intervallo CB fiat arcus secans latera in E & F; ducanturque rectæ BF, CE. Angulus itaque ACd externus duplus est interni FBC & angulus ECF ad centrum duplus quoque anguli EBF ad circumferentiam, cum eidem arcui BF insistant. Ergo totus ACB duplus totius ABC. *Q. e. d.* Fig. 7.

Solutio III.

Fiat ex C intervallo CB semicirculus, sitque ut m ad n, ita BC ad BE. Tum transferatur arcus BE ex A in F & ex C per F, ex B vero per E agantur rectæ concurrentes in A. Vel fiat angulus BCA duplus anguli B. Dico triangulum ABC quæsitum. Fig. 8. Pag. 278.

Demonstratio. Ducantur EC, EF. Ablato angulo ECF communi, remanent anguli ECB, FCD, uterque æqualis utrique CEF & CFE. Ergo rectæ BC, EF parallelæ & triangula AEF, ABC similia. Sed per constructionem CB vel CF ad BE ut m ad n: ergo etiam AC ad AB ut m ad n, angulus vero ECd duplus anguli B. Ergo etiam FCB duplus anguli B. *Q. e. d.*

Corollarium. Patet BE minorem esse non posse ipsa BC, nec æqualem: sed nec majorem diagonali quadrati super eadem BC descripti.

Tomi VI. Supplem. Sect. VI. Omisso denominatore $16c^2$, emergunt in integris

$$\left.\begin{array}{l} AB = 4a^3c + 4ac^3 \\ BC = a^4 + 2a^2c^2 + c^4 \\ AC = 14a^2c^2 - a^4 - c^4 \end{array}\right\} \text{Canon secundus.}$$

$$\text{Area} = 2a^7c - 30a^5c^3 + 30a^3c^5 - 2ac^7.$$

In numeris sumantur a minor, c major ad libitum, ita tamen ut $a^4 + c^4$ subtrahi possint a $14a^2c^2$.

Sit $a = 1$, $c = 2$; erit	AB = 40	BC = 25	AC = 29	Area = 468
1	3	120	100	44	2112
in minimis		30	25	11	132
2	3	312	169	407	24420 &c.

Corollarium V.

Tab. II. Fig. 3. Sequitur ex tertia Figura, tam angulum CBH, quam CBA Geometrice trifariam secari. Ducta enim BK parallela EC & KL sextante peripheriæ seu triente semiperipheriæ DCH; erit externus angulus CBH æqualis duobus internis BCA + BAC, ideoque triplus anguli BAC, qui ex præcedentibus ut *duplus* est anguli BCA. Quapropter & angulus CBH triplus *est anguli CBK*, cum omnes quatuor BAC, ACE, ECB, CBK inter se sint æquales. Quia igitur tota semiperipheria DCH totius arcus LCK & ablatus arcus CKH ablati triplus est, erit & reliquus CLD reliqui CL, hoc est, tam angulus CBH anguli CBK, quam angulus ABC anguli LBC triplus.

Postremo varietatis causa non inutile erit adjungi tres alias Solutiones, quas Dn. *J. J. Marignonius*, Cæsareus Mathematicus & Statuum inferioris Austriæ Geometra R. P. *Augustino* misit.

Problema. Constituere triangulum, in quo unus angulorum ad basin sit alterius duplus, latera autem habeant datam rationem possibilem. Pag. 277.

Solutio I.

Fig. 4. 5. Talia sint triangula ABC vel acutangula ad basin, vel obtusangula (triangulum enim rectangulum & isosceles obliquangulum, utpote unius tantummodo casus non considero.) Ex A intervallo minoris lateris AC, fiat arcus secans basin in D, latus vero majus in E, ducaturque AD, quæ æqualis erit recta BD. Nam angulus ADC vel AD*d* utpote angulo ACB æqualis ponitur duplus anguli B & BAD, ideoque & latera AD, DB æquantur. Non secus ducto arcu intervallo majoris lateris AB, erunt A*d*, C*d* æquales. Insuper ex natura circuli ut basis BC ad summam laterum ita BE differentia eorundem ad BD, sive

ex probatis ad latus minus, & vicissim. Sint itaque data vel ad libitum sumta latera $AC = m$, $AB = n$, nimirum in ratione data m ad n, basis autem $BC = x$; erit $x : m + n = n - m : m$ & $x = (n^2 - m^2) : m$. Si vero detur vel statuatur basis $BC = a$, $AC = x$, $AB = nx : m$; erit $x = am^2 : (n^2 - m^2)$ & inventa BD constructio fluit ex inspectione figuræ. Tomi VI. Supplem. Sect. VI.

Corollarium 1. Quia BD + DA semper majores sunt quam AB, erit ratio AB ad AD vel AC semper dupla minor.

Corollarium 2. Quia anguli B & ACB minores sunt duobus rectis, erit angulus ACB in Fig. 5 semper minor gradibus 120.

Solutio II.

Invento centro *d* fiat arcus EA locus geometricus omnium triangulorum possibilium verticalis, sitque vel data BC vel sumta sint EC, EB segmenta æqualia datis *m* & *n*. Demum ex C intervallo CD fiat arcus secans priorem in A & ducantur AB, AC, fietque triangulum ABC quæsitum. Tab. II. Fig. 6.

Demonstratio. Ducta AD, quæ æquabitur rectæ AB, erunt anguli B & A æquales. Sunt autem CAD & *d* æquales: ergo angulus ACB duplus anguli A, duplus quoque anguli B. *Q. E. D.*

Aliter. Ex C intervallo CB fiat arcus secans latera in E & F; ducanturque rectæ BF, CE. Angulus itaque AC*d* externus duplus est interni FBC & angulus ECF ad centrum duplus quoque anguli EBF ad circumferentiam, cum eidem arcui BF insistant. Ergo totus ACB duplus totius ABC. *Q. e. d.* Fig. 7.

Solutio III.

Fiat ex C intervallo CB semicirculus, sitque ut *m* ad *n*, ita BC ad BE. Tum transferatur arcus BE ex A in F & ex C per F, ex B vero per E agantur rectæ concurrentes in A. Vel fiat angulus BCA duplus anguli B. Dico triangulum ABC quæsitum. Fig. 8. Pag. 278.

Demonstratio. Ducantur EC, EF. Ablato angulo ECF communi, remanent anguli ECB, FCD, uterque æqualis utrique CEF & CFE. Ergo rectæ BC, EF parallelæ & triangula AEF, ABC similia. Sed per constructionem CB vel CF ad BE ut *m* ad *n*: ergo etiam AC ad AB ut *m* ad *n*, angulus vero EC*d* duplus anguli B. Ergo etiam FCB duplus anguli B. *Q. e. d.*

Corollarium. Patet BE minorem esse non posse ipsa BC, nec æqualem: sed nec majorem diagonali quadrati super eadem BC descripti.

Tomi VI. Supplem. Sect. VII. Pag. 296.

INDEX EXPURGATORIUS

ad SENECÆ Ἀποκολοκύντωσιν, *confectus a C. A. H.*

INdicem exhibeo locorum in satyra *Senecæ* longe ingeniosissima depravatorum, ac simul medicinam iis, non empiricam, non temerariam, sed methodicam, sed logicam adhibeo. Videant majorum gentium Critici, ubi recte viderim, ubi (nam in lubrico versatur loco critica industria,) lapsus sim. Vitam Germaniæ nostræ debet hic *Senecæ* libellus, *Erasmo* teste *Chil. I. cent. 3. n. 1.* Facite, quæso, Critici meæ gentis, mecum, ut idem sanitatem debere Germaniæ jure judicetur. Quo autem faciliora inventu sint, quæ pertractabo, loca, sciant velim lectores, me & paginas & versus indicaturum illius *Senecæ*, qui Lipsiæ *Fritschii* sumtu in orbem prodiit anno ejus, quod nunc agimus, sæculi secundo.

I.

Pag. 806. *v.* 10. par verborum: *quid viderit*, expungo. Glossema hoc tam est manifestum, ut neminem sperem dissensurum. Audiamus *Senecam*: *Nam ex quo in senatu juravit, se Drusillam vidisse cœlum adscendentem, & illi pro tam bono nuntio nemo credidit,* (hoc loco ineptus quispiam interpres asseverat illud *quid viderit*) *verbis conceptis affirmavit, se non indicaturum, etiamsi in medio foro hominem vidisset occisum.*

II.

P. 806. *v.* 13. *&* 14. ita rescribo: *Ab hoc ego quæcunque audivi, certa & clara* (hoc est, non involuto & ænigmatico sermone tecta,) *affero: ita ille me salvum & felicem habeat! Certa & clara* jam restituit *Gronovius* conjectura certa & clara. Postrema verba sunt jusjurandum joculare, quo per illum nugatorem (a quo se hæc accepisse, quæ narraturus sit, simulat) jurat *Seneca*, haud secus ac olim Socrates per canem perque anserem jurasse legitur. Pag. 297.

III.

P. 807. *v.* 8. *&* 9. *Gronovius* infelix hic fuit medicus. Facilia erunt omnia, si pro *oneri* rescripseris *operi*, & *insistunt* pro *acquiescunt*. *Nimis rustice*, inquit, *insistunt operi poetæ, non contenti ortus & occasus describere, ut etiam medium diem inquietent. Nimis rustice*, hoc est, nimis ex more rusticorum, qui ne medio quidem die ab *opere* cessant.

IV.

P. 807. *v.* 17. *Unam de tribus Parcis seducit*. Ita lego cum *Gronovio*.

Certa hæc est & clara lectio, errore scribæ inde orto, quod præcedentis vocis litera postrema primam sequentis evanescente sono absorpsit. Tomi VI. Supplem. Sect. VII.

V.

P.810.v.5. Deleo inficetum illud *fecit*, quod veram *Senecæ* sententiam corrumpit. Nam *&*, *&* hoc loco posita sunt pro *tum*, *tum*.

VI.

P.810.v.7. Non dubito, quin primo casu *Seneca* scripserit: χαίροντες, εὐφημοῦντες ἐκπέμπετε δόμων. Est autem versus Senarius nescio unde depromptus:

VII.

P.810.v.13. *Væ me*, grave est Latinis auribus. Levi mutatione scribo: *Væ mi*, id est, mihi.

VIII.

P.810.v.17. Pro *impresserunt* Gronovius reposuit *impressit*. Quæ correctio tam plana, ut non in margine adscribenda, sed Seneca ipse emendandus sit & peccatum scribæ e medio tollendum.

IX.

P.811.v.8. vulgaris hæc est lectio: *Tum Hercules primo adspectu sane perturbatus est, ut qui etiam non omnia monstra timuerit: ut vidit &c.* Sanavit huncce locum feliciter *Gronovius*, sed non persanavit. Scribit enim ita: *utcunque etiam Junonia monstra domuerit*. Mihi sic legendum post diligentem contemplationem visum est: *Tum Hercules p. a. s. perturbatus, qui tamen Junonia monstra domuerat, ut vidit &c.* Pag. 298.

X.

P.812.v.5. Pro *Marci* substituit *Planci Gronovius*, non levi innixus conjecturæ, sed exploratæ historiæ. Quare ne dubites.

XI.

P.812.v.16. ita scribi oportere, res ipsa loquitur: *Ille autem Febrim duci jubebat, illo gestu elatæ* (vulgo legitur *solutæ*,) *manus, & ad hoc unum satis firmæ, quo decollare* (id est, decollandos significare) *homines solebat*.

XII.

P.812.v. ult. & p.813.v.1. En vulgaris scriptura: *Tum Hercules: Audi me, inquit, tu, & desine fatuari: venisti huc, ubi mures ferrum rodunt. Citius mihi verum, ne tibi alogias excutiam*. Languidus vero sermo, & ab Herculis si non furore, saltem ira & ardore, prorsus alienus. Optime respondebunt, credo, loquentis affectui hæc verba, quæ proinde Senecæ esse mihi persuasi: *Audi me-fatuari. Unde venis? Cedo mihi verum, ne tibi &c.* Ex *cedo* errans librarii vel manus vel auris fecit primum *cito*, deinde *citius*. *Mures ferrum rodentes*, terribiles scilicet bestiolæ, & in Gyaro insula, teste Plinio, olim repertæ, unde irrepserint, si quæras, dixerim, enatos eos esse partim ex glossemate, partim ex varianti lectione. Nimirum

 ad τὸ *fatuari* nonnemo adscripsisse videtur τὸ *morus*, id est, stultus: & pro *verum* alia lectio *ferrum* habuit, nisi fallor.

XIII.

*P.*814. *v.*13. omissam fortè parenthesin restituo. Jam sic scribas velim: *Est aliquid in eo Stoici dei: (jam video) nec cor, nec caput habet.*

XIV.

*P.*814. *v.*14. 16. *&* *p.*815. *v.*1. corruptissime hæc leguntur: *Si me hercules a Saturno petisset hoc beneficium, cujus mensem toto anno celebravit Saturnalia ejus princeps, non tulisset. Illum Deum ab Jove &c.*

Pag. 299. Tollam τὰ ἐμβεβλημμένα, & suum cuique reddam, glossemata margini, sanata verba *Senecæ*. Deleo igitur sine ulla hæsitatione duo illa verba: *Saturnalia ejus*, tanquam manifestam ἐξήγησιν istis verbis: *cujus* (Saturni) *mensem*, adscripta in margine. Deleo etiam τὸ *princeps*. Pariter quippe ex ora irrepsit in orationem *Senecæ*. Cum enim *Seneca* personam, de qua sermo hic est, non nominasset, sed e superioribus subaudisset, memoriæ subventurus quispiam adscripsit *princeps*, innuens, de Claudio Imp. sermonem fieri. Cetera quo pacto huc sint illata, nondum clare video. Hoc video, aliena esse, atque ita oportere *rescribi: Sed* (non *si*) *mehercules a Saturno petisset* (hoc est, *petere debuisset*, elegantissima dicendi ratione,) *hoc beneficium, cujus mensem toto anno celebravit, non ab Jove, &c.* Lege porro, quæ subsequuntur, & magis in hac lectione confirmaberis.

XV.

*P.*815. *v.*6. 7. 8. 9. 10. Quot versus, tot errores scripturæ, additis insuper tribus falsis interpunctionibus. Ego veram scripturam illico exhibeo, corruptelarum causas posthac indicaturus. Sic igitur, me judice, *Seneca* scripserat: *Quare, quæro enim, sororem suam stultum sit ducere? Athenis dimidium licet Alexandriæ totum. Quia Romani, inquit,* (scilicet *Claudius* Imp.) *mores negant. Hic* (observa, Lector, ironiam!) *nobis curva corriget!* Ex *sit ducere* factum fuerat *studere*: ex *Romani Romæ*: ex *negant linguunt*: ex *corriget corrigit*: ex *mores mures*: denique ex diversa lectione τοῦ *mores* irrepserat τὸ *molas*. *Negant* eleganter dixit pro *vetant*, quem eundem in modum *Ovidius*:

Nitimur in VETITUM *semper cupimusque* NEGATA.

XVI.

*P.*816. *v.*1. scias velim, interrogationem hanc esse, ac proinde ita scribendum: *orant?* Græca, quæ sequuntur, nec lego nec intelligo. Repertus incorruptior codex plus lucis huc inferre, quam ingenium, poterit. Id quod etiam judico de magno illo hiatu *p.* 814. *v.*7. qui nec ipse, nisi ex antiquo aliquo libro, expleri potest.

XVII.

XVII.

P.816.v.15. Olim, inquit, *magna res erat, Deum fieri: jam nimium facile est*. Sic equidem scribo. Vulgo posteriora ita exhibentur: *jam fama nimium fecisti*. *Fama* irrepsit ex diversa lectione τῦ *jam*. Ex *facile est* ortum est ineptissimum illud *fecisti*. Tomi VI. Supplem. Sect. VII. Pag. 300.

XVIII.

P.818.v.2. Si quid volueris, in vicem faciam. Vulgo scriptum est una voce *invicem*, quod erratum sæpe quoque occurrit in *Curtio*.

XIX.

P.818. v. 19. 20. 21. Etiamsi ... senescit. Quid hæc sibi velint, ego quidem certe nescio. Illud scire mihi videor, non corrigenda ea, sed ejicienda prorsus esse. Nam ista Augusti Imp. verba: *Itaque illa* (publica) *omittam, hæc* (domestica) *referam. Iste, quem videtis, per tot annos sub meo nomine latens, hanc mihi gratiam retulit, ut duas Julias, proneptes meas, occideret, &c.* Hæc, inquam, verba tam arcte inter se cohærent, nihil ut interjici debeat. Ast unde, inquies, duo illi versus? Dicam, quod assecutus conjectura sum, relicta spe fontem erroris clarius detegendi melioribus ingeniis ac felicioribus. Scilicet Græca, quæ hic apparet, vox corrupta videtur ex inscriptione hujus libelli: ΑΠΟΚΟΛΟΚΥΝΤΩΣΙΣ. Hanc in suspicionem me adduxit figuræ vicinitas. Porro *Phormea Græce* natum mihi videtur esse ex *formæ Græcæ*: *senescit* ex *ce* (altera syllaba vocis *Græcæ*,) *nescit*, quod præcedit. Reliquas dubitationes certissime sustulerit liber aliquis antiquus notæ melioris

XX.

P.819.v.2.3. Videris, Jupiter, an in causa mala, certe in tua. Is (vulgo: *tua, si*) *hic inter nos futurus est?* Facile persuaserim, hanc fuisse veram Senecæ ipsius scripturam: id quod ante me jam in mentem venerat *Gronovio*.

XXI.

P.820.v.3. Hunc (sic scribo,) *Deum facere vultis?* Vulgaris scriptura: *Hunc nunc*. Sed quid verbis opus est, cum erroris origo in aprico sit?

XXII.

P.823.v.1. Gronovius delet τὸ *nuntius*, & sic legit: *Talthybius Deorum*. Recte illam vocem ab eo in exilium ejectam, ecquis dubitet, nisi cœcus sit & excors? Pag. 301.

XXIII.

P.825.v.10.11. Sic habet vulgaris editio: *Erant, qui dicerent, si uni Dii laturam fecissent, Tantalum siti periturum, nisi illi succurretur: non unquam Sisyphum onere relevari*. Non mediocriter me locus hic exercuit, alio tempore aliis conjecturis animum subeunti-

Tomi VI. Supplem. Sect. VII.

euntibus. Tandem reperisse mihi sum visus, ubi pedem figerem. Nam ille error, qui tot mendas peperit; videlicet cum varians lectio e margine translata in ipsam orationem fuit, hoc quoque loco a me post diuturnam & acrem curam observatus tenebras disjecit omnes. Antea vero, quam verum *Senecam* inducam loquentem, *Mureti* huc congruentia verba & afferre mihi, & inspicere lectori, volupe fuerit. *Inter cetera sane multa genera depravationum*, inquit ille *Var. lect. lib. XV. cap. 16. animadverti, librarios, si quando scripturam satis liquido perspicere non poterant, dubitabantque, hoc an illo modo scriptum foret, aut si quando aliud in aliis exemplaribus scriptum reperiebant, solitos esse* UTRUMQUE *ponere, & lectorum judicio permittere, utrum verius videretur. Eo modo vix credibile est, quam multa in optimis scriptoribus mutilata sint.* Hæc *Muretus*. Ejusdem originis corruptelarum exempla *Scioppius* & *Robortellus* afferunt plura: ille in sua *Arte Critica p.* 80. hic in *Disputatione de ratione corrigendi antiquorum libros p.* 109. His expensis facile mihi, credo, assentientur lectores, veram incorruptamque hanc esse scripturam: *Erant, qui siti periturum dicerent Tantalum, nisi illi succurreretur: non* (pro *annon*) *unquam Sisyphum onere relevari? aliquando Ixionis miseri rotam sufflaminandam.* Sic & integritatem suam & vehementiam debitam huic orationi reddidi. Scilicet librarius bis scripserat τὸ *siti periturum*, semel ante *Tantalum*, iterum post eum. Pari lapsu τὸ *dicerent* iteraverat. Itaque ex altero *dicerent* ad ultimum evasit *fecissent*, & ex priori *siti periturum* factum est *si uni Dii laturam*. Adeo error errorem trudit. Sed iterum audiamus *Muretum* lib. cit. *cap. IX.* ita fatum: *Solebant homines imperiti, qui victum sibi describendis libris quæritabant, quæ perperam scripserant, non delere, ne libros*
Pag. 302. *suos multis lituris deformatos minus vendibiles redderent, sed iis, ut erant, omissis cetera persequi.* Sustuli nunc ego, quod tollere librarius noluit, ne suæ ipse operæ pretium minueret. Atque ad hunc quidem *Senecæ* libellum hæc jam animadversa sunto.

JO.

Tomi VI. Supplem. Sect. VII. Pag. 314.

JO. ADOLPHI WEDELII,

MED. DOCT. ET PROF.

Observatio de Embolo Hydraulico novo.

PAretur cylindrus solidus ex ligno ita præparato, ne ab aqua intumescat, nec exsiccatus detumescat, qui exacte cylindro cavo (quem melioris distinctionis gratia cum *Vitruvio* modiolum vocabimus) respondet, ita ut huic immissus liberrime ultro citroque induci & reduci queat.

In hujus ima parte, relicto a basi unius circiter digiti spatio integro, torno insculpatur circularis cavitas quatuor digitos longa & duas circiter lineas profunda, ita ut in hac parte imminutum seu minorem cylindrum exhibeat.

In cylindri hujus imminuti utraque extremitate denuo cavitates circulares torno fiant, quarum latitudo sit quatuor linearum, profunditas vero duarum. In medio ejusdem cylindri imminuti torno excavetur itidem circulare spatium quinque lineas latum, & duas profundum.

Hoc ita parato corium vitulinum bene præparatum instar fasciæ scindatur, ut ejus latitudo æqualis sit longitudini cylindri dicti imminuti, longitudo autem ea sit, ut circumferentiæ modioli internæ & insuper tribus digitis respondeat. Per corii hujus utraque latera longiora in extremitate filum robustius paulo & inceratum exiguis intervallis acu mediante trajiciatur, ita ut quodlibet latus longius totum in plicaturas minimas pro lubitu contrahi possit. Pag. 315.

Notata in corio illa longitudine, quæ circumferentiæ modioli internæ respondet, latera ejus longiora fili trajecti beneficio in plicaturas minimas in tantum constringantur, ut, si cylindro imminuto circumdetur corium, cavitates illas circulares extremas cylindri imminuti exacte cingant, latera vero corii breviora sibi invicem ita incumbant, ut altera extremitas notam longitudinis circumferentiæ dictam fere attingat. Illa vero corii superficies, in qua pili hæserunt, respiciat cylindrum circumdatum.

Hoc facto corium utrinque cavitati circulari cylindri imminuti mediante filo plicato, quali sutores utuntur, aliquoties circumvoluto nodoque sufficienter munito firmetur, cavendo tamen, ne nimis crebra circumvolutione filum circumductum ultra super-

Tomi VI. Supplem. Sect. VII. ficiem cylindri minoris corio tecti emineat. Utile etiam est, pici paulo molliori, tenaci tamen, illam corii particulam illinire, quæ cavitati circulari inhæret & filo constringitur, ut ea parte adhuc firmius connectatur.

Longioribus corii lateribus utrinque sic firmatis, interjecta ejus pars laxior paulo est, ut a cylindri imminuti superficie recedat & distensa undique modioli superficiem internam contingere queat. Tandem in corii hujus medio, cui circularis cavitas media cylindri imminuti subjacet, fiant circumcirca foramina circularia uno circiter digito a se invicem distantia, quorum diameter æqualis sit sex lineis.

Corium ut mollitiem suam servet, unguento, alia occasione describendo, inungatur, & sic confectus erit embolus usum superius dictum præstans. Notandum autem, longitudinem corii, si modiolus inæqualis sit amplitudinis, amplissimæ modioli circumferentiæ respondere debere.

Ut vero appareat, quomodo hic embolus aquæ transitum per interstitium impediat, notandum est, quod corium ita eidem aptatum valvulam circularem duplicem constituat, *superiorem* & inferiorem, quarum termini sunt foramina corio *insculpta*.

Pag. 316. Dum itaque embolus extrahitur, aqua inferiorem valvulam replens distendit, ut undique affigatur internæ modioli superficiei, nec aeri exterius incumbenti ingressum concedat, quo magis enim aer intrare nititur, eo magis aquam valvulæ inhærentem premit, & firmius lateribus valvulam applicat, sibique ipsi viam claudit.

Si vero intrudatur embolus, tunc aqua in modiolo hærens exire hoc loco etiam gestiens inferiorem valvulam comprimit, superiorem vero expandit, ac eodem modo exitum sibi ipsi præcludit, unde, quo fortius intruditur embolus, eo minus aqua exire hoc loco potest, cum valvulam magis adhuc & firmius expandat.

Frictio autem exigua & remoram fere nullam præstans hic reperitur, quia aqua ipsa elateris vicem subit, &, si cedere cogatur, in tubo, per quem exire debet, velocitatem vel vim aquæ propulsæ auget.

Potest etiam similem in modum embolus fieri simplici tantum valvula instructus, si in extractione tantum emboli, non vero in intrusione, aquæ transitus impediendus est, ut in antliis attractivis requiritur, ubi solo ejusmodi valvula ornato embolo, aliam tamen circumferentiæ proportionem habente, aqua facillime in altum elevari potest.

Embolus hoc modo paratus in machinis talibus, quæ certis tantam

tum temporibus in usum vocantur, semper officium suum præstat, si tantum id observetur, ut corium exsiccatum unguento tacto iterum inficiatur, &, si vel maxime post aliquot annos demum machina ejusmodi exerceatur, statim respondebit voto. Rem ita se habere, præter rationem dictam, confirmat experientia, sine qua in ejusmodi rebus nunquam ratiocinationi soli fidere debemus. Tomi VI. Supplem. Sect. VII.

EXCERPTA E LITERIS M. PETRI KOLBII REDWIZII d. 27. Apr. 1716. ad Collectores Actor. Erud. datis, *de aquis Capitis Bonæ Spei.*

CUM nuper forte in Actis Erudit. An. 1683. M. Dec. p. 191. in Observationem Medici Lugdunensis de aquis Rhodani incidissem, non ingratum futurum existimavi ea paulum expendere, quæ de aquis Capitis Bonæ Spei, quas longo satis tempore gustavi, probavi, examinavi, observata habeo. Pag. 317.

Nam omnia, quæ doctissimus hujus Observationis Autor de aquis Rhodani profert, tantum declarare videntur, quod sanæ illæ sint, & quod, post defæcationem in urnis figulinis maximis factam, in illis quam optime non tantum plurimos menses, sed etiam plures annos, immo integrum Seculum incorruptæ conservari possint. Addit porro, quod etiam supra mare transportatæ, & in figulinis hisce urnis reservatæ, incorruptæ permaneant; in doliis vero ligneis mox corrumpantur; post aliquod deinde temporis spatium rursum depuratæ, & potabiles, ut antea, evadant.

Has denique proprietates soli Rhodano haud quaquam competere ipse circa finem addit, sed alios adhuc reperiri fluvios statuit, de quibus idem fere decantetur; plures vero magnorum præcipue fluviorum esse autumat, quorum aquæ sub experientiæ examen vocatæ idem omnino præstaturæ sint, persuasum sibi habet. Inter magnorum vero illorum fluminum Danubii atque Rheni Germanorum aquas hic mihi etiam reposuisse videtur aquas Thamiseos, quæ in Actis Anglicanis Observ. VI. mensium Julii, Augusti & Septembris p. 400. adeo extolluntur, ut, putredine neglecta vel potius deposita aliquid tamen spirituosi ostendant, &

e doliis emissæ flammas sibi proximas arripiant. Sic quoque eandem ob causam Galenus lib. I. de simplicium Medicam. facult. & lib. 6. Epidemicor. teste Celeb. Vossio, Nili aquas depuratas laudat, easque sanas esse judicat; cui Dapperus in descriptione Africæ fol. 131. idem sentiendo accedit.

Hæc ipsa, inquam, observatio admodum rara mentem ad Caput Bonæ Spei, ubi plures annos continua serie vixi, revocavit, & aquas ipsius paulo altius examinandas proposuit: quippe quæ omnibus omnium nationum nautis innotescunt non tantum bonitatis, sed etiam ipso sanitatis nomine. Decurrunt enim hæ Capitis Bonæ Spei aquæ dulces a monte Tabularum, & vallem, Capitis Bonæ Spei nomine claram percurrunt, quemadmodum & plures aliæ, e summis montium cacuminibus adeo copiose de-fluunt, ut molas fere omnes celerrimo cursu circumagant, & tam celeri profluxu, ut etiam lapillos, silices vocatos, supra quos decurrunt, dimoveant, & secum alio avehant.

Pag. 318.

Hinc, si sabuli particulam, quam ventorum fortissima agitatio illis immiscet, excipias, sedimento omni carent, ut potius claræ non tantum sint admodum, sed etiam puræ, pellucidæ, tenues, inodoræ, & quam minimum secundis qualitatibus *dotatæ, uno* verbo, sanæ. Neque enim ægrotis illuc advectis, aut etiam in loco ipso jam degentibus, quocunque etiam morbo laborarent, vel unquam nocent, utut largiores de illis sæpe haustus trahant; sed Chirurgi ipsi, (Medicos enim aliosque Doctores, & experientia claros viros illic haud reperire datur) ægrotis consilio subvenientes suo, ordinant, ut loco vini, ceteroquin optimi, dulcissimi & generosissimi, quale nempe Terra ipsius Capitis Bonæ Spei ubertim largitur, hanc aquam in potu habeant: id quod etiam citra omne sanitatis incommodum faciunt, ut potius amissam tanto facilius recuperent, prouti quotidiana experientia satis superque declarat; ego vero jam olim in epistola quadam ad Excellentissimum Archiatrum & Consiliarium intimum Badenæ Badensium Principum, Doctissimum atque Expertissimum Dominum Doctorem Christianum Ludovicum Gœckelium, de morbis incolarum & advenarum Capitis Bonæ Spei data, pluribus exposui.

Quod vero & in doliis ligneis, contra naturam si non omnium, plurimarum tamen aquarum simplicium, nobis præcipue Europæis cognitarum, bonæ & incorruptæ conservari possint istæ aquæ, propriam, si vel aliorum experientiam sicco pede præterirem, in medium vocare possum. Nam Anno 1713, die 10 Aprilis Caput Bonæ Spei relinquentes Europam petivimus; mensibus vero antecedentibus Februarii & Martii, dolia nostra, ceteroquin jam

male

male olentia, & fœtore aquæ Indicæ, quin & carnis lardique sale conditi infecta, implevimus: at vero ea ipsa aqua fœtorem cum omni reliqua impuritate extrahere studuimus; id quod etiam, experientia fere quotidiana probatum, feliciter successit. Postea enim quam plena hæc dolia aeri libero exposita reliquimus, & quotidiana circumrotatione aquæ particulas movimus, quicquid impuritatis infuit, quicquid fœtoris nocumento esse potuit, non tantum aquæ sese immiscuit, sed etiam, deducendo hanc aquam dolia nostra reliquit, ita, ut hac ratione purgata hæc dolia, de novo tantum implenda rursum hac aqua fuerint.

Tomi VI. Supplem. Sect. VII.

Pag. 319.

Atque sic hac aqua denuo repleta nobiscum die supra dicto aveximus dolia, & toto itineris tempore, quod ad 22 Augusti usque duravit (Itinera Indica nunquam tamdiu durant, quoniam ex Capite Bonæ Spei ad Bataviam vel Candiam Ceylonensium civitatem, ad summum trium spatio Mensium trajiciunt, eaque propter nullam eorum mentionem facere volui: qui vero ex India redeuntes ad Caput Bonæ Spei appellunt, aqua hac non sunt instructi) nullam, nisi sub Zona torrida, quam permeare cogebamur, perexiguam mutationem sensimus.

Hanc vero non aquæ aut doliis adscribendam esse duco, alias etiam in aliis Oceani partibus, vel potius Climatibus semel infecta, mutationem hanc in pejus vergentem non tam amisisset, quam potius indies indiesque sensibiliorem tenuisset, & gustandam præbuisset: sed ardori Solis nimio adjudicandam eam esse autumo, quoniam radiis vel perpendicularibus, vel paululum tantum inclinatis, & superficiem maris, & navem illic navigantem premit, adeo, ut præ nimio sæpissime calore vix quisquam sciat, quem in navis angulum sese abscondat, quo vel paululum defatigata & lassa corporis membra refocillare possit.

Dicet forte quispiam, inferiorem navis partem, ubi aqua & reliqua esculenta, quin & cuncta alia ad rem nauticam pertinentia, cum ipso onere navibus imposito & rei bellicæ necessariis requisitis, asservantur, adeo non calere, ut in superiori navis parte: ad hæc respondeo, quod, qui hæc objicere studet, vel nunquam navem, Zonam torridam permeantem, frequentaverit; vel quod idem mihi dixisse videatur, ac si probatum vellet dare, hypocaustum vel leviter calefactum æque calidum esse atque balneum, igne fortiori coactum & obrutum. Nam in superiori navium parte, si vel maxime radii solares intensissimæ sint fortitudinis & penetrationis, levis tamen quælibet aeris motio, vel venti perexigua agitatio, vim illorum penetrantissimam lenit, ita, ut facile illis, in superiori navis parte positis levamen afferatur:

Pag. 320.

Tomi VI. Supplem. Sect. VII. ratur: hinc nautæ & naucleri, cum ceteris directioni navium præpositis, velum expandunt, illudque funibus malo tum posteriori cum medio alligant, ut sub ejus tegmine positi, solarium radiorum vim tantam non sentiant, quantam milites remigesque ceteri experiuntur, qui, quo sudoris acrimonia e corporibus suis non impedita defluat, nec quicquam impedimenti illis creet, aut noxæ, nudi communiter incedunt, pudenda solum braccis suis tumentibus lineis tegentes, tergum vero & reliqua membra soli exponentes, ut tosta fere videantur, aut flagellis cæsa.

Quod si vero quis vel sponte, vel officii causa coactus inferiora navis petit, aut descendere jubetur, non tantum primo suo accessu sudorem guttatim ebullientem animadvertit, & undique madefactus, etiamsi spatio duorum tantum minutorum ibidem perseverat, redit; sed etiam cordis palpitationes, quas onus impositum, præcipue aromata augent, sentit, respiratio difficillima ipsi redditur, & nescio quæ plura incommoda eum deterrent, quo minus loca navium inferiora petere amet. Quid? quod naucleri, quando, officio suo satisfacientes, in maximo necessitatis casu descendere coguntur, & a Capitaneis suis, ne hoc vel illud impositi oneris pereat, aut deperditum penitus eat, *jubentur*, se invicem alloquentes, & exhortantes rogant, ut alter alteri auxilio sit, & mox alius illum, qui primus descenderit, liberet, eumque rursum ascendere sinat.

Exinde itaque satis superque patet, ut arbitror, inferiorem navium, præcipue Zonam torridam trajicientium, partem, ubi inter alia & aqua nostra reposita asservatur, multo calidiorem esse superiori: sponte quoque sua inde fluit, aquam hanc tanto facilius corruptioni obnoxiam esse; id quod aliæ aquæ, quas tum ex Europa, tum ex insula Sancti Jacobi, (maxima illa est insularum Capitis viridis, quam Ann. 1705 die 14 Martii eam ob causam accessimus, ut aquæ dulcis penuriam hujus insulæ aqua dulci expelleremus, & iter ad Caput Bonæ Spei aggressum feliciter prosequi possemus) nobiscum abstulimus, Sole clarius ostendere. Vix enim ostiduo & quod excedit præterlapso, fœtore illæ non tam infectæ, quam statim post penitus imbutæ fuerunt, tantopere quidem, ut viva etiam animalia, vermes nimirum albi coloris, & rubro capite præditi, semissem fere digiti longi, in illa copiosissime creverint.

Pag. 321.

Manet ergo aquis Capitis Bonæ Spei sua præstantia, suusque honos & dignissima laus, qua omnino non tantum excedit aquas Rhodani a Doctore isto celeberrimo expertissimoque merito decantatas, verum etiam illas, quin & plures alias multis parasangis supe-

superat. Quod si vero illa non tam in doliis, quam in figulinis urnis asservaretur, quid judicandum censeretis, de illius bonitate & incorruptibilitate? Persuasum mihi omnino habeo, illam vel per mediam Zonam torridam sine ulla etiam levissima mutatione posse conservari, & navibus avehi: nam cum in doliis ligneis incorrupta vere maneat, nec nisi levissime alteretur, in urnis certe figulinis multo potius eandem qualitatem, quam primum habuit, servaret. Hinc facile credo, quod ex ore Capitaneorum, aliorumque iter facientium Danorum sæpissime audivi, hanc aquam potentissimum Danorum Regem in deliciis habere, quoniam hi ipsi navium Rectores narrant, se, quandocunque ad littora Capitis Bonæ Spei appellunt, obstrictos esse, dolium quatuor amphorarum hac aqua plenum secum auferre, & pro ipso Rege suo Gloriosissimo in Daniam asportare. Tom. VI. Supplem. Sect. VII.

Quod si nunc descenderem ad alias etiam aquarum Capitis Bonæ Spei proprietates, amplissimum non solum campum omnes dicti loci Colonias lustrandi apertum mihi viderem, sed etiam multa rara & insolita aquarum harum experimenta lucidius paulo & fusius explicanda mihi venirent. Sed præterquam quod hæc & alia plura epistolæ formam excederent, etiam verendum mihi esset, ne gravioribus meditationibus vestris impedimento essem. Nam si vel semel aquarum, quam ibidem inveni & expertus sum, distinctionem aggrederer, pluribus utique dicendum esset, ut illæ & ratione coloris, & ratione saporis, denique & ratione caloris differant.

Etenim quod primam distinctionem, nempe colorem concernit, inveni omnes fere ex summis montium cacuminibus defluentes aquas albo colore esse præditas, & quia utplurimum præcipites in valles adjacentes ruunt, supraque silices aut alios lapides substratos decurrunt, limpidas atque puras, uno verbo, sanas: alias vero, quarum origo seu fons non est in ipso cacumine montis, aut quæ lapides substratos non habent, coloris rubri vel subrubri esse deprehendi; hoc colore tinctus est rivulus vallis Taurorum sylvestrium, vulgo *die Vuffels-Balley*: aliæ porro sunt nigri coloris, vel, ut rectius loquar, limo tinctæ, ut rivulus ille, qui supra pagum Stellenbosch flumen istius nominis incurrit, & qui inferius paulo sese huic ingerit, Mottergattensis. Pag. 322.

Quod secundam distinctionem, saporem nempe, attinet, & hic quoqne maxima inter illas differentia deprehenditur; quoniam aliæ dulces sunt & manent, ut in superioribus jam fusius dixi; aliæ vero dulcedinem suam mutant, & salsedinem inducunt,

&qui-

Tomi VI. Supplem. Sect. VII.

& quidem tantam, ut ipsum sal ex hac aqua dulci eaque pluviatili (hanc enim dulcem esse, facile, credo, concedetis) sine ullius hominis ministerio vel auxilio in superficie terræ generetur & remaneat, ut suo aliquando tempore luculentius & ex professo dicam: aliæ porro salsedine imbutæ propullulant, eaque exigua, ut potui tamen & culinaribus usibus, quin & pecoribus nutriendis potandisque inservire possint; quales sunt aquæ seu fontes vallium istarum, quæ montibus Tigridum, Castello Ribbecciano, & plurimis aliis sunt inspersæ; quæ tamen omnes, si ab insuetis novitiis & advenis octiduo tantum non interrupta serie bibuntur, vim habent & purgandi, & scabiem excitandi: quando vero ab indigenis horum locorum bibuntur, illi nullo plane incommodo ab his aquis affliguntur: aliæ denique, præcipue hæ ultimæ in doliis asservatæ apertis, non clausis, putrescunt, ob nimiam credo limi abundantiam.

Tertiam denique distinctionem, nempe calorem quod spectat, aliæ reperiuntur frigidæ, præcipuæ illæ, quæ ex montium cacuminibus decurrentes angustas convalles, easque arboribus obseptas percurrunt quales sunt fere omnes supra dictæ, *quæ matutino* præcipue tempore, quando solares radii *vim tantam non* exercent, quantam pomeridianis horis, adeo frigent, ut vel dentibus percipi frigus quoddam possit: aliæ plane sunt calidæ, ut thermæ Africanæ Capitis Bonæ Spei, quarum duas innotescere Europæis & a me lustratas, quin & alteras frequentatas esse, testari possum.

Pag. 323.

Quartam distinctionem, nempe quantitatem, non possum addere, quia necessariis ad hanc examinandam requisitis destituto, haud dicere licet, quænam sit gravis, quænam lævis: hoc vero, quod circa extraordinarium fluxum & refluxum maris, septies duarum spatio horarum repetitum & observatum habeo, alia occasione vobiscum communicari poterit.

Tomi VI. Supplem. Sect. VIII. Pag. 366.

MAG. PETRI HORREBOWII,

In Regia Universitate Havniensi Astronomiæ Professoris Ordinarii.

Ἀπηχρία Kepleriana Ἔντεχνος.

DEmonstravit quondam divini ingenii Astronomus Johannes Keplerus, & post eum alii non minori pollentes judicii dexteritate, Planetas in ellipsibus suis circa Solem in ellipseos foco primario constitutum hoc modo moveri, ut, quemadmodum se habet tempus integræ periodi, qua centrum Planetæ ab Aphelio ad idem punctum restituitur, ad tempus, quo Planeta ab Aphelio descendit in certum aliquod ellipseos punctum; sic sese habeat totius ellipseos area, ad partem ejusdem areæ, quam radius vector, vel linea recta a centro Solis ducta ad centrum Planetæ interea verrit; adeo, ut tempora, quibus Planeta progreditur, & areæ, quas interim radius vector pertranseundo verrit, habeant eandem semper rationem utraque ad sua integra.

Cum autem methodum invenire non posset Keplerus, qua ex data anomalia media Planetæ in cognitionem anomaliæ coæquatæ directe pervenire liceret, problema aliis solvendum proposuit, quod tamen ipse æstimavit insolubile, & rem methodo indirecta aggressus est.

Habuit quidem ex illo tempore multos eximios Mathematicos solicitos hoc problema adeo necessarium, sed, quantum ego scio, nemo hactenus monstravit directam methodum, quæ per datam anomaliam mediam & eccentricitatem Planetæ ad anomaliam coæquatam ipso opere perduceret; quare operæ pretium me facturum esse existimavi, si methodum meam directam cum Astronomis communicarem, eamque aliis meis inventis & observatis quasi prodromum præmitterem. Liberum interea cuique relinquo, quo eam loco habere voluerint, nihilominus certus, memet hunc nodum, si non solvisse, saltem secuisse: ipsam ergo calculi seriem, missis ambagibus, exponam, in qua retineo regulas omnes, quas licet simul & expedit, ipsius Kepleri. Interim ipsam Theoriam antea breviter perlustrasse non pœnitebit.

Centro B foco secundario, radio ipsius eccentrici describitur circulus IEK, in quo circa punctum B numeratur anomalia media IBE: Circa centrum eccentrici C in ipso eccentrico numeratur anoma- Pag. 367. Tab. II. Fig. 9.

Tomi VI. Supplem. Sect. VII. & quidem tantam, ut ipsum sal ex hac aqua dulci eaque pluviatili (hanc enim dulcem esse, facile, credo, concedetis) sine ullius hominis ministerio vel auxilio in superficie terræ generetur & remaneat, ut suo aliquando tempore luculentius & ex professo dicam: aliæ porro salsedine imbutæ propullulant, eaque exigua, ut potui tamen & culinaribus usibus, quin & pecoribus nutriendis potandisque inservire possint; quales sunt aquæ seu fontes vallium istarum, quæ montibus Tigridum, Castello Ribbecciano, & plurimis aliis sunt inspersæ; quæ tamen omnes, si ab insuetis novitiis & advenis octiduo tantum non interrupta serie bibuntur, vim habent & purgandi, & scabiem excitandi: quando vero ab indigenis horum locorum bibuntur, illi nullo plane incommodo ab his aquis affliguntur: aliæ denique, præcipue hæ ultimæ in doliis asservatæ apertis, non clausis, putrescunt, ob nimiam credo limi abundantiam.

Tertiam denique distinctionem, nempe calorem quod spectat, aliæ reperiuntur frigidæ, præcipuæ illæ, quæ ex montium cacuminibus decurrentes angustas convalles, easque arboribus obseptas percurrunt quales sunt fere omnes supra dictæ, *quæ* matutino præcipue tempore, quando solares radii *vim tantam non* exercent, quantam pomeridianis horis, adeo frigent, ut vel dentibus percipi frigus quoddam possit: aliæ plane sunt calidæ, ut thermæ Africanæ Capitis Bonæ Spei, quarum duas innotescere Europæis & a me lustratas, quin & alteras frequentatas esse, testari possum.

Pag. 323. Quartam distinctionem, nempe quantitatem, non possum addere, quia necessariis ad hanc examinandam requisitis destituto, haud dicere licet, quænam sit gravis, quænam lævis: hoc vero, quod circa extraordinarium fluxum & refluxum maris, septies duarum spatio horarum repetitum & observatum habeo, alia occasione vobiscum communicari poterit.

MAG.

Tomi VI. Supplem. Sect. VIII. Pag. 366.

MAG. PETRI HORREBOWII,

In Regia Universitate Havniensi Astronomiæ Professoris Ordinarii.

Ἀπορία Kepleriana Εὔτεχνος.

DEmonstravit quondam divini ingenii Astronomus Johannes Keplerus, & post eum alii non minori pollentes judicii dexteritate, Planetas in ellipsibus suis circa Solem in ellipseos foco primario constitutum hoc modo moveri, ut, quemadmodum se habet tempus integræ periodi, qua centrum Planetæ ab Aphelio ad idem punctum restituitur, ad tempus, quo Planeta ab Aphelio descendit in certum aliquod ellipseos punctum; sic sese habeat totius ellipseos area, ad partem ejusdem areæ, quam radius vector, vel linea recta a centro Solis ducta ad centrum Planetæ interea verrit; adeo, ut tempora, quibus Planeta progreditur, & areæ, quas interim radius vector pertranseundo verrit, habeant eandem semper rationem utraque ad sua integra.

Cum autem methodum invenire non posset Keplerus, qua ex data anomalia media Planetæ in cognitionem anomaliæ coæquatæ directe pervenire liceret, problema aliis solvendum proposuit, quod tamen ipse æstimavit insolubile, & rem methodo indirecta aggressus est.

Habuit quidem ex illo tempore multos eximios Mathematicos solicitos hoc problema adeo necessarium, sed, quantum ego scio, nemo hactenus monstravit directam methodum, quæ per datam anomaliam mediam & eccentricitatem Planetæ ad anomaliam coæquatam ipso opere perduceret; quare operæ pretium me facturum esse existimavi, si methodum meam directam cum Astronomis communicarem, eamque aliis meis inventis & observatis quasi prodromum præmitterem. Liberum interea cuique relinquo, quo eam loco habere voluerint, nihilominus certus, memet hunc nodum, si non solvisse, saltem secuisse: ipsam ergo calculi seriem, missis ambagibus, exponam, in qua retineo regulas omnes, quas licet simul & expedit, ipsius Kepleri. Interim ipsam Theoriam antea breviter perlustrasse non pœnitebit.

Centro B foco secundario, radio ipsius eccentrici describitur circulus IEK, in quo circa punctum B numeratur anomalia media IBE: Circa centrum eccentrici C in ipso eccentrico numeratur anoma- Pag. 367. Tab. II. Fig. 9.

Tomi VI. Supplem. Sect. VIII. lia eccentri ACF: tandem circa ipsum Solem numeratur anomalia vera sive coæquata D⊙L.

Series Calculi in hac Theoria.

Primo omnium habenda est eccentricitas Planetæ ⊙C in partibus radii 100000, quæ in Theoria Telluris est 1688.

Secundo ex data eccentricitate ⊙C 1688 & media Planetæ a Sole distantia ⊙H. 100000 quæritur in triangulo rectangulo ⊙CH latus CH. 99986, quæ est ordinate applicatarum maxima, sive maxima latitudo ellipseos.

Pag. 368. Tertio quærenda est prosthaphæresis physica maxima, sive area trianguli ⊙CG in gradibus & partibus graduum æstimata; id quod fit methodo Kepleriana ut sequitur, Radius eccentrici CG 100000 ducitur in semissem eccentricitatis 844, proditque area trianguli in partibus quadratis 84400000. Diameter circuli ad peripheriam est ut 10000000000 ad 31415926536, ergo in minoribus numeris, si radius sit 100000, erit semiperipheria in iisdem partibus 314159 $\frac{26536}{100000}$, nam ut totum ad totum, sic semissis ad semissem. Ducatur ergo hic radius in hanc semicircumferentiam, sitque area totius circuli in partibus quadratis 31415926536. Dico jam: ut area circuli in partibus quadratis 31415926536, ad aream circuli in minutis secundis 1296000; sic quoque area trianguli prosthaphæretici maximi in partibus quadratis 84400000, ad idem triangulum in scrupulis secundis graduum 3481, id est 58′. 2″. hæc ergo est maxima prosthaphæresis physica in Theoria Telluris.

Idem vero triangulum faciliori invenietur opera sic inferendo: ut Radius 100000, ad numerum 412529 $\frac{3}{5}$ in omni Planeta; sic semissis eccentricitatis 844, ad ipsum triangulum in scrupulis secundis graduum 3482 id est 58′. 2″. ut antea.

Quarto sumitur anomalia media IBE exempli causa 60 graduum, & datur latus constans BE 100000, quemadmodum & latus BC 1688; quæritur hinc in triangulo CBE angulus BCE hac methodo: Ut summa duorum laterum EB + BC 101688, ad eorundem differentiam EB—BC. 98312; sic tangens semissis anomaliæ mediæ 30°. 57735, ad tangens semissis diff. angul. incogn. 29°. 10′. 9″. 55818. Ubi autem hic semissis inventus adjectus fuerit semissi anomaliæ mediæ, fit anomalia eccentri ficta 59°. 10′. 9″.

Quinto ut habeatur exacta anomalia eccentri, inveniendus est valor trianguli prosthaphæretici physici C⊙F per hanc analogiam: ut radius GC 100000, ad triangulum prosthaphæreticum maximum 3482″; sic sinus anguli supra inventi 59°. 10′. 9″. FD. 85868, ad triangulum C⊙F in scrupulis secundis 2989. 0‴. 49′. 49″. quibus

bus a data anomalia media subtractis, relinquitur correcta & vera anomalia eccentri 59°. 10'. 11". Ubi tamen nota: quando magna est eccentricitas, iteranda est hæc correctio, quandiu aliqua exsurgit inter anomaliam eccentri nuper & nunc correctam differentia, quæ in Theoria Mercurii, ubi maxima est eccentricitas, nunquam extra tertiam vicem extenditur. Tomi VI. Supplem. Sect. VIII. Pag. 369.

Sexto indaganda est distantia Planetæ a Sole ⊙L tali ratiocinio: Ut radius 100000, ad eccentricitatem Planetæ 1688; sic sinus complementi anomaliæ eccentri 51249, (qui in secundo quadrante est ipse sinus excessus ejus supra quadrantem) ad numerum 865 radio addendum (in secundo quadrante subtrahendum) ut efficiatur vera distantia ⊙L 100865.

Septimo in proclivi est datæ anomaliæ mediæ 60° competentem anomaliam coæquatam invenire: est enim ut distantia vera Planetæ a foco primario 100865, ad maximam latitudinem ellipseos 99986, sic sinus anomaliæ eccentri inventæ 85868, ad sinum anomaliæ coæquatæ 58°. 20' 32". 85119. namque

GC. 100000 (a) : HC. 99986 (b) = FD. 85868 (c) : LD (x)

⊙L. 100865 (d) : ⊙L. 100000 (a) = LD. (x) ad sinum LD (z)

Ergo $bc = ax$. & $dz = ax$. ergo etiam $dz = bc$. unde sequitur esse $d : b = c : z$. Q. E. D.

Pro construendis tabulis prosthaphæreticis, subtrahitur anomalia coæquata inventa ab anomalia media data, residuum est prosthaphæresis absoluta tabulæ æquationum inserenda: pro distantiis autem inventis tabulæ distantiarum Planetæ a foco primario inseruntur Logarithmi ipsis distantiis convenientes; atque hac methodo unius diei curriculo inter observandum computavi duas tabulas sequentes.

Tabula Prosthaphæreseon Telluris.

apom. med.	Sign. 0. Subtr.	S.1. Subtr.	S.2. Subtr	S.3. Subtr.	S.4. Subtr.	S.5. Subtr.	an. med.
0	0. 0. 0	0. 56. 58	1. 39. 29	1. 56. 2	1. 41. 31	0. 59. 7	30
1	0. 2. 0	0. 58. 41	1. 40. 30	1. 56. 4	1. 40. 31	0. 57. 19	29
2	0. 4. 0	1. 0. 23	1. 41. 29	1. 56. 4	1. 39. 29	0. 55. 30	28
3	0. 5. 59	1. 2. 4	1. 42. 26	1. 56. 1	1. 38. 26	0. 53. 40	27
4	0. 7. 58	1. 3. 44	1. 43. 22	1. 55. 56	1. 37. 21	0. 51. 50	26
5	0. 9. 57	1. 5. 23	1. 44. 16	1. 55. 49	1. 36. 15	0. 49. 59	25
6	0. 11. 56	1. 7. 1	1. 45. 8	1. 55. 40	1. 35. 7	0. 48. 7	24
7	0. 13. 54	1. 8. 39	1. 45. 58	1. 55. 30	1. 33. 56	0. 46. 14	23
8	0. 15. 52	1. 10. 15	1. 46. 46	1. 55. 18	1. 32. 42	0. 44. 20	22
9	0. 17. 50	1. 11. 50	1. 47. 32	1. 55. 4	1. 31. 26	0. 42. 25	21
10	0. 19. 47	1. 13. 23	1. 48. 17	1. 54. 47	1. 30. 8	0. 40. 29	20
11	0. 21. 44	1. 14. 54	1. 49. 1	1. 54. 28	1. 28. 48	0. 38. 33	19
12	0. 23. 40	1. 16. 23	1. 49. 43	1. 54. 7	1. 27. 27	0. 36. 36	18
13	0. 25. 36	1. 17. 51	1. 50. 23	1. 53. 43	1. 26. 5	0. 34. 38	17
14	0. 27. 31	1. 19. 18	1. 51. 1	1. 53. 16	1. 24. 42	0. 32. 39	16
15	0. 29. 26	1. 20. 44	1. 51. 37	1. 52. 47	1. 23. 17	0. 30. 40	15
16	0. 31. 20	1. 22. 9	1. 52. 11	1. 52. 16	1. 21. 50	0. 28. 40	14
17	0. 33. 14	1. 23. 33	1. 52. 42	1. 51. 42	1. 20. 22	0. 26. 40	13
18	0. 35. 7	1. 24. 56	1. 53. 10	1. 51. 6	1. 18. 52	0. 24. 39	12
19	0. 37. 0	1. 26. 19	1. 53. 37	1. 50. 28	1. 17. 21	0. 22. 37	11
20	0. 38. 53	1. 27. 41	1. 54. 2	1. 49. 48	1. 15. 49	0. 20. 3[illegible]	10
21	0. 40. 45	1. 29. 1	1. 54. 25	1. 49. 5	1. 14. 16	0. 18. 33	9
22	0. 42. 36	1. 30. 19	1. 54. 45	1. 48. 21	1. 12. 42	0. 16. 30	8
23	0. 44. 27	1. 31. 35	1. 55. 3	1. 47. 36	1. 11. 6	0. 14. 27	7
24	0. 46. 17	1. 32. 49	1. 55. 19	1. 46. 49	1. 9. 28	0. 12. 24	6
25	0. 48. 6	1. 34. 1	1. 55. 33	1. 46. 1	1. 7. 48	0. 10. 20	5
26	0. 49. 54	1. 35. 11	1. 55. 44	1. 45. 11	1. 6. 7	0. 8. 16	4
27	0. 51. 41	1. 36. 19	1. 55. 52	1. 44. 19	1. 4. 24	0. 6. 12	3
28	0. 53. 28	1. 37. 25	1. 55. 57	1. 43. 25	1. 2. 40	0. 4. 8	2
29	0. 55. 14	1. 38. 28	1. 56. 0	1. 42. 29	1. 0. 54	0. 2. 4	1
30	0. 56. 58	1. 39. 29	1. 56. 2	1. 41. 31	0. 59. 7	0. 0. 0	0
an. med.	S. 11. adde	S. 10. adde	S. 9. adde	S. 8. adde	S. 7. adde	S. 6. adde	an. med.

Loga-

Logarithmi Distantiarum Telluris a Sole.

anom. med.	Sign. 0.	Sign. 1.	Sign. 2.	Sign. 3.	Sign. 4.	Sign. 5.	an. med.
0	5.007270	5.006333	5.003740	5.000121	4.996414	4.993640	30
1	5.007269	5.006271	5.003631	4.999994	4.996302	4.993574	29
2	5.007266	5.006207	5.003521	4.999867	4.996191	4.993510	28
3	5.007261	5.006142	5.003410	4.999740	4.996081	4.993448	27
4	5.007253	5.006075	5.003298	4.999612	4.995972	4.993388	26
5	5.007243	5.006006	5.003185	4.999484	4.995864	4.993330	25
6	5.007231	5.005935	5.003071	4.999356	4.995757	4.993274	24
7	5.007217	5.005862	5.002956	4.999228	4.995651	4.993220	23
8	5.007201	5.005787	5.002840	4.999100	4.995546	4.993168	22
9	5.007183	5.005710	5.002723	4.998973	4.995441	4.993118	21
10	5.007163	5.005631	5.002606	4.998846	4.995337	4.993070	20
11	5.007141	5.005551	5.002488	4.998720	4.995235	4.993025	19
12	5.007117	5.005469	5.002369	4.998594	4.995135	4.992982	18
13	5.007091	5.005385	5.002249	4.998468	4.995036	4.992942	17
14	5.007063	5.005300	5.002129	4.998343	5.994939	4.992904	16
15	5.007032	5.005213	5.002008	4.998218	4.994844	4.992868	15
16	5.006999	5.005125	5.001887	4.998093	4.994751	4.992834	14
17	5.006964	5.005035	5.001764	4.997968	4.994660	4.992802	13
18	5.006927	5.004943	5.001640	4.997844	4.994571	4.992773	12
19	5.006888	5.004850	5.001515	4.997720	4.994485	4.992746	11
20	5.006847	5.004755	5.001390	4.997596	4.994401	4.992721	10
21	5.006804	5.004659	5.001264	4.997473	4.994318	4.992699	9
22	5.006759	5.004562	5.001137	4.997351	4.994236	4.992679	8
23	5.006712	5.004463	5.001010	4.997730	4.994156	4.992662	7
24	5.006663	5.004363	5.000883	4.997110	4.994077	4.992647	6
25	5.006613	5.004262	5.000756	4.996991	4.994000	4.992635	5
26	5.006561	5.004160	5.000629	4.996878	4.993924	4.992625	4
27	5.006507	5.004057	5.000502	4.996756	4.993850	4.992617	3
28	5.006451	5.003953	5.000375	4.996641	4.993778	4.992611	2
29	5.006393	5.003847	5.000244	4.996527	4.993708	4.992608	1
30	5.006333	5.003740	5.000121	4.996414	4.993640	4.992607	0
an. med.	Sign. 11.	Sign. 10.	Sign. 9.	Sign. 8.	Sign. 7.	Sign. 6.	an. med.

Ador-

Tomi VI. Supplem. Sect. VIII. Pag. 372. Adornatis jam tabulis prosthaphæreseon & distantiarum Telluris a Sole, non ingratum fore spero & hic reliqua, quæ meo judicio ad restituendos motus Telluris pertinent, breviter attexere. Ergo motus medios, & radices æqualium motuum ab æquinoctio Keplerianas retineo. Locum apogæi pro currente anno 1700 St. nov. constituo 3ˢ.7°.24′0″. cui pro singulis annis sequentibus adjicio pro præcessione æquinoctiorum 50″.48‴.304 & præterea pro vero progressu apogæi 5″.43‴.384, quem apogæi progressum annuum certa ratione demonstro, summa est 56″.32‴.384. annua progressio apogæi ab æquinoctio. Diametri Solares De la Hire cum observationibus exacte congruunt, aut certe ab iisdem non multum discrepant. Parallaxin Solis horizontalem in media distantia peculiari ratione demonstro 20″ quam & alias demonstrationes hac occasione pandere non possum, antequam Theoriam meam Lunarem publici juris facio. Maximam Solis declinationem ad 23°.29′. 30″. extendere non potui, nec ad 23°.29′10″. minuere, quam ergo, collatis quam plurimis tum aliorum, tum meis observationibus, concludo 23°.29′20″. ad quam obliquitatem eclipticæ computavi tabulam declinationum ad quintum quodque *minutum* primum, & tabulam ascensionum Rectarum ad *singula minuta* prima tum in arcu, tum in tempore. Si hæc æqui bonique consulueris benevolus Lector, propediem majora polliceor; & omnes ac singulos rogatos volo, corrigant me potius, quam carpant, minime dubitantes, quin veritatis multo sim amantior, quam laudis.

Sect. IX. Pag. 422.

JOANNIS SIGISMUNDI STENDERI,

ÆGYPTO-SEMIGALLI,

Theoremata quædam singularia ad majorem Astronomiæ Geometrico-Physicæ perfectionem facientia.

THEOREMA I.

A*Xes transversi orbium Planetarum primariorum sunt inter se in ratione composita ex ratione sexquialtera* ipsorum temporum periodicorum circa Solem *directe*, & ex *ratione subtriplicata* proportionum singularum, quæ oriuntur ex comparatione corporis solaris ad respectivam quamlibet proportionem summæ corporis solaris & corporis cujusvis Planetæ primarii *directe*. Et contra: *Tempera*

pora periodica planetarum primariorum circa Solem sunt inter se in *ratione composita ex ratione sexquiplicata* axium transversorum ipsorum orbium *directe*, & ex *ratione subduplicata* proportionum singularum, quæ oriuntur ex comparatione corporis solaris ad respectivam quamlibet proportionem summæ corporis solaris & corporis cujusvis planetæ primarii *inverse*. Tom. VI. Supplem. Sect. IX.

Scholion.

Obtinent *hæ rationes* etiam in *Systematibus Saturni & Jovis* tam quoad *tempora periodica secundariorum circa suos competentes primarios*, quam quoad *proportiones axium transversorum eorundem orbitarum*, in quibus circa suos primarios moventur, uti ex observationibus Flamstedii & Cassini constat. Ob causas vero aliunde Astronomis notas Theorema hoc peculiari demonstratione non indiget.

THEOREMA II.

Tempus periodicum satellitis primarii cujusvis circa suum competentem primarium, est ad tempus periodicum proprii ejusdem primarii circa Solem, in *ratione composita* ex *ratione sexquiplicata axis* transversi orbitæ satellitis ad axem transversum orbis competentis ipsius primarii *directe*, & ex *ratione subduplicata*, summæ corporis satellitis & corporis proprie sibi competentis primarii, ad summam corporis competentis primarii & corporis Solis *inverse*. Pag. 423. Et vice versa: *Axis transversus orbitæ secundarii cujusvis* est ad axem transversum orbis proprie sibi competentis primarii in *ratione composita*, ex *ratione sexquialtera* temporis periodici secundarii circa suum primarium ad tempus periodicum competentis ejusdem primarii circa Solem *directe*; & ex *ratione subtriplicata* summæ corporum satellitis atque ejusdem primarii ad summam corporum competentis ejusdem primarii ac Solis *directe*.

THEOREMA III.

Ratio proportionis diametri planetæ primarii cujusvis ad proportionem axis transversi orbitæ competentis ejusdem secundarii sive satellitis est ad rationem proportionis diametri alterius cujusvis primarii ad axem transversum orbitæ proprie sibi competentis secundarii sive satellitis, in *ratione composita*, ex *ratione sexquialtera* temporum periodicorum alienigenarum satellitum circa suos competentes primarios *directe*; & ex *subnonuplicata ratione rationis duplicatæ* temporum periodicorum proprie ipsis competentium primariorum circa Solem *inverse*. (hoc est ex *ratione subtriplicata* densitatum ipsorum primariorum *directe*; & ex *ratione subtriplicata*, summæ corporum satellitis atque ejusdem competentis primarii

rii

Tomi VI. Supplem. Sect. IX. rii ad summam corporum alienigenæ satellitis & proprie *sibi* competentis primarii *directe*.) Et vice versa: *Tempus periodicum satellitis cujusvis primarii circa suum primarium*, est ad tempus periodicum alienigenæ satellitis alterius cujusvis primarii circa suum competentem primarium *in ratione composita ex ratione sexquiplicata* rationum, quæ oriuntur ex comparatione diametrorum primariorum ad axes transversos orbitarum proprie cuilibet competentium secundariorum *directe*; & ex *ratione subtriplicata* temporum periodicorum ipsorum primariorum circa Solem *directe*. (hoc est ex *ratione subduplicata* densitatum horum primariorum *inverse*, & ex *ratione subduplicata* summæ corporum satellitis atque ejusdem primarii ad summam corporum alienigenæ satellitis & proprie sibi competentis primarii *inverse*.) Hinc demum fluit egregium illud NEWTONIANUM.

Pag. 424.

THEOREMA IV.

Pondera corporum in Solem & quoslibet primarios sunt inter se ut radii circulorum, in quibus circa illos revolvuntur *directe* & quadrata temporum periodicorum *inverse*. Et quia pondera corporum quantitati materiæ in singulis sunt proportionalia, *hoc est eorum* massis æqualia: liquet exinde sequens

THEOREMA V.

Densitates Planetarum primariorum esse inter se præcise *in sexquialtera ratione* ipsorum temporum periodicorum circa Solem *inverse*. Inde autem evidentissime patet porro sequens

THEOREMA VI.

Densitatem Solis esse ad densitatem cujuslibet planetæ secundarii *in sexquialtera ratione* temporis periodici secundarii circa suum competentem primarium, ad tempus periodicum proprie sibi competentis primarii circa Solem *directe*.

Scholion I.

Per *sexquialteram rationem* significatur: quadratum cognitæ proportionis respondere cubo proportionis quæsitæ: Per *sexquiplicatam* vero *rationem* indicatur: Cubum cognitæ proportionis respondere quadrato proportionis desideratæ.

Scholion II.

Ut igitur veritas theorematum præcedentium eo magis eluceat, libet demonstrationum loco nonnullis phænomenorum exemplis in medium productis, rem totam singulis, quorum interest, reddere manifestam.

Exem-

Exemplum I.

Tomi VI. Supplem. Sect. IX.

Tempus periodicum quarti ſatellitis Jovis circa ſuum competentem primarium, eſt ad tempus periodicum Lunæ circa terram reſpectu fixarum ut 1 ad $1\frac{6371}{10000}$ quam proxime. Hujus igitur quadrati = $2\frac{6801}{10000}$ radix cubica definiret, quanto pauciores ſemidiametros Jovis diſtantia media extimi Circumjovialis a centro primarii ejus contineret, quam ſemidiametros terræ diſtantia media Lunæ continet a centro terræ; ſi nimirum corpus Jovis & corpus telluris noſtræ æqualis eſſent denſitatis: Sed quia telluris noſtræ corpus $5\frac{20116}{100000}$ vicibus denſius eſt ipſo corpore Jovis, nimirum præciſe in ſexquialtera ratione temporis periodici terræ circa Solem ad tempus periodicum Jovis circa Solem, (quod eſt in ſimplici ratione ut 1 ad $11\frac{8618}{10000}$) inverſa; augeatur proportio iſta = $2\frac{6801}{10000}$ per proportionem = $5\frac{20116}{100000}$ & fiet proportio aucta = $13\frac{939689}{1000000}$ cujus radice cubica = $2\frac{406392}{1000000}$ tandem definitur, quot paucioribus ſemidiametris Jovis quartum ſive extimum ejusdem ſatellitem a centro primarii ejus diſtare mediocriter oporteat, quam diſtat mediocriter Luna in ſemidiametris terræ a centro telluris. Diſtaret jam luna a centro terræ mediocriter $60\frac{947531}{1000000}$ ſemidiametris terræ; ſi nimirum corpus Lunæ infinities minus corpore terræ ratione maſſarum corporum reputetur: quare quartus circumjovialis a centro primarii ſui hac definitione diſtaret $25\frac{32735}{100000}$ ſemidiametros Jovis; ſi nim. & corpus ejus infinities minus ipſo Jovis corpore æſtimetur. Aſt, quia quantitas materiæ quarti ſatellitis eſt ad quantitatem materiæ ipſius Jovis ut 1 ad 1656, hujus triplo = $\frac{1}{4970}$ indicatur pars totius, quæ diſtantiæ quarti ſatellitis modo definitæ addita eandem paulo auctiorem facit. Quare diſtantia centrorum quarti ſatellitis & ipſius Jovis hac ratione perfecte limitata evadet $25\frac{35245}{100000}$ ſemidd. jovialium, qua cum definitione & Flamſtedii obſervationes ſatis amice conſpirant, quippe eandem diſtantiam $25\frac{1}{3}$ ſemidiametrorum jovialium determinantes; adeoque ſuperiores rationes quam optime confirmantes.

Pag. 425.

Exemplum II.

Tempus periodicum Lunæ circa terram eſt, ad tempus periodicum quinti ſatellitis Saturni circa ſuum primarium, ut 1 ad $2\frac{925313}{1000000}$. Hujus proportionis quadratum = $8\frac{556403}{1000000}$ reſponderet cubo proportionis illius, qua determinaretur, quanto plures ſemidiametros Saturni quintus ejus ſatelles a centro primarii diſtare deberet, quam ſemidiametros terræ centra Lunæ & terræ a ſe invicem mediocriter diſtant; ſi nim. corpus terræ & corpus

Tomi VI. Supplem. Sect. IX. Pag. 426. Saturni æqualis essent densitatis. At, quia corpus telluris corpore Saturni densius est vicibus $9\frac{53800}{100000}$, nimirum præcise in *sexquialtera ratione* temporis periodici terræ circa Solem, ad tempus periodicum Saturni circa Solem *inverse*, cujus simplex ratio est ut 1 ad $29\frac{457106}{1000000}$ diminuatur proportio $= 9\frac{53806}{100000}$ in ratione proportionis præcedentis $= 8\frac{556403}{1000000}$ & facto hoc fiet $= 1\frac{1147378}{10000000}$ cujus radice cubica $= 1\frac{0368668}{10000000}$ vicissim determinatur, quanto nunc pauciores semidiametros ♄, distantia media centrorum ♄, & quinti ejus satellitis continere teneatur, quam semidiametros terræ distantia media ☽ a centro terræ continet. Sunt autem centrum ☽ & centrum ♁ in mediocri distantia vere quidem a se invicem remota $61\frac{5813055}{10000000}$ semidd. terræ. Sed si corpus Lunæ ratione quantitatis materiæ reputetur infinities minus corpore terræ, & cum ex ratione quadam aliunde desumta constet, quantitatem materiæ in ☽ esse ad quantitatem materiæ in terra ut 1 ad $31\frac{7288583}{10000000}$, adeoque corpus terræ sit ad summam corporis Lunæ & corporis terræ ut 1 ad $1\frac{03151705}{100000000}$ (hoc est ut $31\frac{7288583}{10000000}$ ad $32\frac{7288583}{10000000}$) oportebit in ejusdem proportionis ratione subtriplicata $= 1\frac{010396}{1000000}$ diminutio fieri, pro determinanda distantia mediocri centri ☽ a centro ♁ in semidiametris ♁ $60\frac{947511}{1000000}$, quatenus corpus ☽ ipso corpore ♁ infinities minus sit censendum. Hinc per superius determinatam rationem erit distantia mediocris quinti satellitis ♄ a centro sui primarii $58\frac{780483}{1000000}$ semidd. ♄. Porro, quia quantitas materiæ in quinto Comite ♄ ad quantitatem materiæ in ipso ♄ est ut 1 ad 690 circiter: inde liquet proportionem corporis ♄ esse ad proportionem summæ corporis ejusdem & corporis extimi ejus sive quinti satellitis, ut 1 ad $1\frac{001440}{1000000}$ augeatur per ejusdem proportionis radicem cubicam $= 1\frac{000481}{1000000}$ proportio superius determinata $= 58\frac{780483}{1000000}$, & fiet $= 58\frac{8087}{10000}$ qua tandem limitata est distantia media quinti satellitis ♄ a centro sui primarii in semidd. ♄. Et quia diameter ♄ est ad diametrum annuli ♄ ut pars minor lineæ media atque extrema ratione sectæ ad lineam totam: erit distantia media quinti satellitis ♄ a centro primarii $11\frac{23416}{100000}$ diametrorum ♄. Cum vero

Pag. 427. eadem nunc determinata distantia adhuc sit nonnihil augenda in *subtriplicata ratione* corporis ♄ ad summam corporis ejusdem & corporis annuli ejus, quod est ut 6 ad 7, hoc est ut 1 ad $1\frac{1}{6}$, (cujus radix cubica $= 1\frac{1}{20}$ circiter), evadet ista proxime definita centrorum Saturni & quinti ejus satellitis distantia quasi 12 diametrorum annuli; prorsus uti Cassini observatio istam determinationem requirit.

N Baden-

Tomi VI. Supplem. Sect. IX.

Exemplum III.

Tempus periodicum quarti satellitis Saturni est ad tempus periodicum quinti ut 1 ad $5\frac{012151}{1000000}$, hujus quadratum $= 25\frac{121617}{1000000}$ respondet cubo proportionis $= 2\frac{9287531}{10000000}$ qua determinatur, quanto proximior sit centro Saturni quartus ejusdem satelles, quam quintus, si nim. utriusque satellitis corpora infinities minora ipso corpore ♄ reputentur. Atque hac ratione foret distantia media satellitis Hugeniani a centro ♄ $= 20\frac{67014}{100000}$ semidiam. ♄, At, cum quantitas materiæ in quarto satellite sit ad quantitatem materiæ in Saturni ut 1 ad 5900 circiter, hujus proportionis triplo $= \frac{1}{17700}$ autem ea pars totius indicatur, qua distantia limitanda per additionem est augenda; erit eadem distantia media a centro Saturni $20\frac{67127}{100000}$ semidd. Saturni & quum diameter Saturni sit ad diametrum annuli ejus ut 1 ad $2\frac{618034}{1000000}$, erit eadem quarti satellitis a centro Saturni distantia $3\frac{833271}{1000000}$ diametrorum annuli ejus, quam eandem distantiam Cassini & Flamstedius cum ipso Hugenio quatuor integrarum diametrorum annuli definiverunt, adeoque vigesimam saltem totius partem ab ista determinatione differentes; cujus causa est, quod in ratione subtriplicata corporis Saturni ad summam ejusdem corporis & corporis annuli ejus distantia quarti satellitis Saturni a centro primarii est augenda, qua ratione eadem evadet quatuor diamet. annuli quam proxime. Unde liquet, quantitatem materiæ in annulo esse ad quantitatem materiæ in ipso Saturno ut 1 ad 6, licet de densitate ejusdem annuli adhuc nihil certi constare queat. Quod vero ipsam quantitatem diametri annuli attinet, Flamstedius quidem ex suis observationibus ad eandem, Saturni diametrum æstimat ut 4 ad 9 (hoc est ut 1 ad $2\frac{1}{4}$.) At quia per radios Luminis reflectentes diameter Saturni ad sextam fere ejus partem dilatatur, erit justa ipsius ad diametrum annuli proportio ut 1 ad $2\frac{618034}{1000000}$ hoc est ut pars minor lineæ media atque extrema ratione sectæ ad lineam totam. Pag. 428.

THEOREMA VII.

Tempora periodica conversionum Planetarum circa proprios axes respectu fixarum sunt inter se in *ratione composita* ex *ratione subsextuplicata* quantitatis materiæ in singulis *directe*, & ex *ratione subquadruplicata* soliditatum ipsorum sphærarum *inverse*. Hinc sequitur: *diametros veras planetarum primariorum* esse inter se *in ratione composita ex ratione sexquialtera* densitatum ipsorum *directe*, (hoc est ex *ratione subnonuplicata quadruplicatæ rationis* temporum

Tomi VI. Supplem. Sect. IX.

ipsorum periodicorum circa Solem *inverse*;) & ex ratione quadruplicata temporum ipsorum periodicorum (sideréarum scil. earundem conversionum) circa proprios axes *inverse*.

Demonstratio ex nonnullis Phænomenis.

Phænom. I.

Cassini primum ex revolutionibus macularum in corpore Jovis animadvertit, periodum unam conversionis Jovis resp. fixarum circa proprium axem esse ad periodum unam conversionis sidereæ terræ circa suum axem ut 1 ad $2\frac{412}{1000}$. Hujus igitur Biquadratum $= 33\frac{8477}{10000}$ determinaret quanto major sit diametro *terræ* ipsa diameter ♃ si nimirum terra & Jupiter æqualis essent densitatis: ast cum densitas Jovis ad densitatem terræ habeat rationem quam 1 ad $5\frac{20110}{100000}$ nimirum *sexquialteram illam* temporis periodici terræ circa Solem ad tempus periodicum Jovis circa Solem *inversam* cujus *sexquialtera ratio* vicissim est $= 3\frac{00176}{100000}$, per hanc minuatur ratio $= 33\frac{8477}{10000}$, & innotescet vera proportio diametri terræ ad diametrum Jovis ut 1 ad $11\frac{273}{1000}$. Porro cum distantia media terræ a Sole sit ad distantiam *mediam* Jovis a Sole ut 1 ad $5\frac{2029}{10000}$, & Terra a centro Solis distet 22710 Semidiametris terræ; quia scil. media parallaxis Solis est tantummodo 9″, 5‴; erit distantia Jovis a centro Solis media 10478 *semidiametrorum* Jovialium. Hinc oritur semidiameter Jovis me-
Pag. 429. diocriter apparens e Sole visa $19''\frac{2}{3}$. Jam ipse Flamstedius elongationem maximam quarti satellitis Jovis a centro sui primarii solertissime inquirendo, eandem in distantia Jovis a *terra* media deprehendit $8\frac{1}{2}$ minutorum circiter, & quum idem satelles a centro sui primarii distet $25\frac{1}{3}$ semidiametrorum Jovialium: erit diameter Jovis mediocriter apparens ex Flamstedii observatione 19″, 48‴, atque ita cum determinatione superiori quam optime conveniens.

Phænom. II.

Ita etiam quod ♂ attinet, idem Cassini ex revolutione macularum in eodem deprehendit, periodum unam revolutionis vertiginis ejus esse ad periodum unam revolutionis vertiginis terræ respectu fixarum ut 1 ad $1\frac{02905}{100000}$. Hujus igitur Biquadrato $= 1\frac{12133}{100000}$ proportio diametri Martis ad diametrum terræ posset definiri, dummodo terra & Mars æqualis essent densitatis: Ast cum densitas ♂ ad densitatem terræ, per Theorema V, sit ut 1 ad $1\frac{52369}{100000}$. Hujus igitur sexquialtera ratione $= 1\frac{32411}{100000}$, per Theo-

Theorema VII augeatur ratio = $1\frac{12153}{100000}$ & innotefcet vera proportio diametri Martis ad diametrum terræ, quæ eft ut 1 ad $1\frac{4849}{10000}$, & quia diftantia media terræ a Sole eft ad diftantiam mediam Martis a Sole ut 1 ad $1\frac{52369}{100000}$, diftabit mars a Sole 51378 femidiametrorum Martis. Quare diameter Martis apparens mediocriter e Sole vifa eft 8′. 1″ $\frac{1}{3}$, quam Caffini & aliorum obfervationes egregie confirmant. Tom. VI. Supplem. Sect. X.

Phænom. III.

Ita etiam, fi ftatuatur Venerem circa fuum axem revolvi heliocentrice vel refpectu Solis, fpatio 23 horarum integrarum calculum ineundo inveni, diametrum ejus mediocriter apparentem e Sole vifam effe 35″ circiter, quam eandem ex Horocci obfervatione Veneris in Sole vifæ alii 28″ definiunt, cujus differentiæ caufa eft refractio radiorum folarium in ♀ atmofphæra, per quam fieri poteft, ut ♀ diameter non jufta quantitate, fed quintam ejus fere partem nobis in ☉ eclipfando diminutior appareat. Si autem motus vertiginis Veneris motui vertiginis Martis reputetur æqualis, uti Caffini fortiter ex nonnullis ipfius obfervationibus conjectavit, evadet Veneris diameter apparens e Sole vifa in *quadruplicata ratione* majoris periodi temporis converfionis ejus circa axem minor, atque adeo ad 28″ proxime accedens. Hinc concludendum, Venerem refpectu Solis circa fuum axem revolvi non minori quam 23 horarum temporis fpatio, nec majori quam $24\frac{2}{3}$. Pag. 430.

Phænom. IV.

Ex Flamftedii obfervatione *Elongatio maxima Satellitis Hugeniani a centro* Saturni deprehenfa eft 3′, 20″, in diftantia nimirum Saturni media a centro terræ. Quare, cum idem fatelles a centro Saturni mediocriter diftans 21 circiter femidiametrorum Saturni ab eodem fit remotus: hinc innotefcit diametrum Saturni apparentem e Sole vifam effe 19″ circiter. Quare diameter terræ eft ad diametrum Saturni ut 1 ad $10\frac{894}{1000}$. Hujus igitur Radice Biquadrata = $1\frac{79124}{100000}$ definiri poffet, quanto velocius Saturni refpectu fixarum circa proprium axem revolveretur, quam terra; fi faltem denfitates corporis utriusque effent æquales. At cum per Theorema V denfitas Saturni fit ad denfitatem ♁ ut 1 ad $9\frac{538}{1000}$. Hujus igitur ratione fextuplicata fcilicet radice quadrato-cubica = $1\frac{45626}{100000}$ augeatur ratio prior = $1\frac{79214}{100000}$, & ftatim innotefcet, tempus converfionis Saturni

circa

Tomi VI. Supplem. Sect. IX. circa proprium axem esse ad tempus periodicum vertiginis terræ ut 1 ad $2\frac{6084}{10000}$ respectu fixarum. Quare Saturnus respectu Solis circa proprium axem revolvitur spatio temporis 9 horarum & $10\frac{1}{2}$ minutorum circiter, adeoque tres quadrantes unius horæ circiter dies naturalis in Saturno brevior est die naturali in Jove quod autem Saturnus tam brevi temporis spatio circa suum axem revolvatur, inde dubitare non licet: quia tam exiguo spatio temporum periodicorum quorundam satellitum circa eum, intimi præsertim ejusdem satellitis, qui 45 horarum intervallo circa eum revolvitur, magis convenit, ut Saturnus aliquoties, hoc est ad minimum quater suas revolutiones circa proprium axem interim exerceat, donec una revolutio intimi satellitis ejus circa eum in orbita absolvatur, quemadmodum hoc ex analogia systematis Jovis facile colligi potest.

Corollarium I.

Tempus periodicum revolutionis vertiginis Jovis est ad tempus periodicum vertiginis terræ respectu Solis, ut *triangulum* æquilaterum circulo inscriptum ad ipsum circulum, *hoc est ut* 1 ad $2\frac{4184}{10000}$.

Corollarium II.

Pag. 431. Tempus periodicum vertiginis terræ est ad tempus periodicum vertiginis Saturni respectu ☉ ut quadratum partis majoris ad quadratum partis minoris lineæ media atque extrema ratione sectæ, hoc est ut linea ista tota ad partem minorem scil. ut 1 ad $2\frac{618034}{1000000}$.

THEOREMA VIII.

Densitates Planetarum primariorum minuuntur non nihil quanto propius ad Solem accedunt: quia tunc per majorem vim caloris ipsorum pori dilatantur, adeoque corpora nonnihil rariora redduntur, & vicissim contrahuntur vel condensantur, quando remotius a Sole feruntur: idquod semper fit *in subdecuplicata ratione* distantiarum a centro Solis. Unde evenit, ut deficientibus aut decrescentibus Planetarum densitatibus, soliditates ipsorum sphærarum interea crescant: crescentibus autem eorum densitatibus, soliditates sphærarum decrescant. Unde oritur sequens

THEOREMA IX.

Velocitates motuum vertiginis planetarum primariorum respectu fixarum,

xarum, quamvis diurnæ istæ ipsorum revolutiones magis sibi ipsis sint propriæ; nihilominus tamen *non omni tempore sunt æquabiles*, sed pro illarum majori vel minori a Sole distantia remittuntur aut intenduntur, *in subsenagequadruplicata ratione* discessuum eorum a Sole, aut eorundem accessuum ad eundem, hoc est motus vertiginis planetarum in jam significata ratione segniores deprehenduntur in eorum apheliis, quam in periheliis & contra: quia semper in majori a Sole distantia propter remissionem caloris poni corporum ipsorum sive particulæ minimæ cohærentes arctius nonnihil contrahuntur, adeoque ipsa corpora densiora evadunt, ac proinde minori tunc soliditate potiuntur. Patet hoc ex observationibus Cassini in Jovis, quippe in quo animadvertit maculam quandam periodum revolutionis suæ absolvisse hor. 9. 56′, dum Jupiter in aphelio versabatur; contra periodum istam revolutionis maculæ istius uno circiter minuto primo breviorem 9. hor. 55′, extitisse Jove in perihelio versante. Patet etiam ex inæqualitate quadam motus ☽: siquidem recentiores Astronomi crebris iisque accuratissimis observationum experientiis edocti sunt, Lunam plenam circa æquinoctiale tempus 24′ horariis serius juxta tempus apparens in umbram terræ immergere tempore veris; tempore autem autumni totidem minutis citius, quam calculus ex hypothesi æquabilis motus vertiginis terræ respectu fixarum cæteris paribus indicare solet. Unde etiam *æquatio physica temporis* necessario oritur; de qua quidem non admittenda nonnulli iique celeberrimi viri etiamnum satagunt; nihilominus tamen ipsimet eandem produnt, dum rebus sic suadentibus coguntur confiteri, tempus periodicum Lunæ circa terram in distantia terræ a Sole maxima superari a tempore periodico Lunæ circa terram, dum terra in perihelio scilicet distantia ejus minima a centro Solis versatur: cum tamen hæc temporis periodici in Luna inæqualitas non sit vera, sed saltem apparens, adeoque non ipsi Lunæ motui, sed potius motui vertiginis terræ tribuenda. Nam dum punctum quoddam superficiei terræ tempore solstitii brumalis citius ad meridianum stellæ cujusdam fixæ redit, quam tempore vernali, Luna hoc pacto tempore apparenti locum illum nondum videtur occupare, quem assequi debet tempore æquali, & contra tempore æstivali tempore diei apparenti Luna locum istum jam videtur præteriisse, quem obtinere illum oportet tempore æquali. Hinc fit ut Lunæ motus nunc tardior nunc velocior nobis tantum appareat.

Tomi VI. Supplem. Sect. IX.

Pag. 432.

Tomi VI. Supplem. Sect. IX.

THEOREMA X.

Centrum eccentricum orbis Lunæ juxta recentissimas easque accuratissimas Astronomorum observationes movetur respectu Solis in antecedentia in orbita quadam elliptica telluris centro concentrica, cujus axis major perpetuo in syzygiarum linea, axis minor autem constanter hæret in quadraturis a Sole. In ista orbita elliptica centrum eccentricum orbis Lunæ ab axibus minoris istius orbitæ vel a Sole in antecedentia regrediendo, motu hoc suo regressivo describit aream motui apparenti veri loci Solis ab apogæi Lunæ loco medio proportionalem. Patet hoc exinde, quod ab Astronomis modernis sit observatum, Lunam apogæam in ☌ & ☍ ☉ magis, perigæam vero minus a centro terræ distare, quam eadem apogæa aut perigæa a centro terræ distat, dum in quadraturis Solis versatur; indeque evidenter colligi possit, eccentricitatem Lunæ tum semper crescere, dum apogæum Lunæ a quadraturis pergit ad syzygias Solis; decrescere
Pag. 433. autem dum idem apogæum Lunæ vicissim a syzygiis ad quadraturas revertitur. Hinc evenit, ut motus apogæi Lunæ in ejus syzygiis modo retrogradus, modo circa octantes a *Sole respectu fixarum* denuo fiat directus, adeoque semper sit variabilis.

THEOREMA XI.

Quadratum axis minoris orbitæ istius ellipticæ centro telluris concentricæ, in qua centrum eccentricum majoris orbis Lunæ respectu minoris istius orbitæ axium vel etiam Solis in antecedentia movetur, est ad quadratum axis majoris ejusdem orbitæ, ut cubus talis minor A ad cubum talem majorem B, ubi latus cubi minoris A est ad idem latus junctum cum latere cubi majoris B, ut ipse cubus minor A ad ipsum cubum majorem B.

Demonstratio.

Sit latus cubi minoris A = 1, erit latus majoris B = $1\frac{324717957244}{1000000000000}$

adeoque summa laterum cubi utriusque A & B = $2\frac{324717957244}{1000000000000}$.

Jam vero & ipse cubus minor A ad cubum majorem B eandem habet proportionem in ratione nim. ut 1 ad $2\frac{324717957244}{1000000000000}$.

Hujus igitur radice quadrata = $1\frac{52470258}{100000000}$ determinanda est

est proportio eccentricitatis orbis Lunæ minimæ, quando Apogæum ejus in quadraturis versatur, ad eccentricitatem orbis Lunæ maximam, quando apogæum Lunæ in syzygiis incedit. Cujus rei veritas eo melius exinde elucescet, quia ex Astronomicis observationibus constat, *æquationem maximam Lunæ* in ejusdem syzygiis esse quinque graduum, in quadraturis Lunæ autem septem graduum $37\frac{1}{2}$ minutorum. Unde elicitur *eccentricitas Lunæ minima* 436000 partium talium, qualium distantia ☽ a centro terræ media est 10000000, *eccentricitas vero Lunæ maxima* 664770 earundem partium, ex quo satis perspicuum, eccentricitatem ☽ minimam esse ad maximam ut 1 ad $1\frac{52470258}{100000000}$: Quare quadratum eccentricitatis minimæ est ad quadratum eccentricitatis Lunæ maximæ ut 1 ad $2\frac{324717957244}{10000000000000}$, hoc est ut cubus ille minor A ad cubum illum majorem B, ubi latus cubi minoris A est ad latus ejusdem cubi minoris junctum cum latere cubi majoris B, ut soliditas cubi minoris A ad soliditatem cubi majoris B. *Q. E. D.* Tomi VI. Supplem. Sect. IX.

Corollarium I.

Densitas ♃ est ad densitatem Solis ut latus supra descripti cubi minoris A ad latus ibidem descripti cubi majoris B, hoc est, ut 1 ad $1\frac{3247179957244}{10000000000000}$; *si igitur corpus quoddam circa Solem revolvitur, cujus densitas esset densitati Solis æqualis*; dico: quadratum temporis periodici corporis illius circa Solem fore ad quadratum temporis periodici Jovis circa Solem in ea ratione ut est cubus minor A ad majorem B; hoc est tempus periodicum suppositi corporis foret ad tempus periodicum Jovis ut 1 ad $1\frac{52470258}{100000000}$, quorum quadrata ad invicem sunt ut 1 ad $2\frac{324717957244}{10000000000000}$. Pag. 434.

Corollarium II.

Quadratum diametri circuli est ad quadratum Tangentis complementi arcus obliquitatis eclipticæ ut latus supra descripti cubi minoris A ad latus ibidem descripti cubi majoris B. Unde liquet *obliquitatem Eclipticæ* esse 23°, 28′, 51″, 41‴. Cassini eandem obliquitatem ex suis observationibus definit 23°, 28′, 54″ ½,

Tomi VI. Supplem. Sect. X.

tiones possibiles non exhibere quadratum; quæ observatio placere videbatur Nicolao Bernoullio tum præsenti, & quem hujus interventu amicum habui, sagacissimo Moivræo, & sufficit ad efficiendum id quod literis meis ultimis pollicitus eram. Jam vero plus dare possum, quam tum ipse noveram. Sit datus numerus quicunque 386449539997 26244,
dataque in eo mutanda nota ultima 4; si illam mutavero in 3, dicam transpositionem quamcunque numeri sic mutati nullam continere radicem quadratam, (quod tunc inveneram) sed nec ullam (quod nunc addo) alius ulterioris potestatis, hoc est, omnia ejus latera $\sqrt[3]{}\ \sqrt[4]{}\ \sqrt[5]{}\ \sqrt[7]{}\ \sqrt[11]{}$ &c. in infinitum surda esse. Totum autem mysterium, ut verum fatear, huc redit: numerum in se ductum vicibus quibuscunque nunquam producere multiplum, qui sublatis omnibus novenariis relinquat 3 vel 6; unde contra sequitur, numerum, qui ablatis omnibus novenariis relinquit 3 vel 6, nullas admittere radices cujuscunque potestatis in numeris rationalibus. In exemplo numerus assumtus sublatis omnibus 9 relinquit 4, quare minuendus erat unitate, ut relinqueret 3 ad præstandum quod quærebatur. Et generatim

omnes numeri qui habent radices rationales potestatis	subductis omnibus novenariis relinquunt unum ex his
dae vae bae mae	
2. 8. 14. 20. 26. 32. 38. &c. in infin.	0. 1. 4. 7.
4. 10. 16. 22. 28. 34. 40. &c. - - - -	
3. 9. 15. 21. 27. 33. 39. &c. - - - -	0. 1. 8.
5. 11. 17. 23. 29. 35. 41. &c. in infin.	0. 1. 2. 4. 5. 7. 8.
7. 13. 19. 25. 31. 37. 43. &c. - - - -	
6. 12. 18. 24. 30. 36. 42. &c. - - - -	0. 1.

(progressiones continuo crescunt per 6) &c.

J. W.

Tom. VI. Supplem. Sect. X. Pag. 473.

J. W. ZEHENDMEYERI

Solutio Problematum quorundam ab Illustriss. FERDIN. ERN. *Comite ab* HERBERSTEIN *in Actis A.* 1716. *mens. Jun. pag.* 328. *& seqq. Mathematum Cultoribus propositorum.*

QUÆ proposuit nuper illustrissimus Comes ab Herberstein problemata, facili opera solvi posse autumo problemate in hoc negotio generali, scilicet: Datis tribus lateribus Trianguli sive rectanguli, sive obliquanguli, invenire numeros angulis inscribendos, quorum duo semper lateris interjacentis quantitati æquales existant. Addantur omnia tria latera, atque a dimidio summæ subtrahantur singula latera, residuum semper dabit numerum Angulo opposito inscribendum. Sic quoad problema secundum data soliditate coni 12936 inter alia Triangula sua circumvolutione hunc generantia esse poterit Rectangulum fig. A, servata scilicet proportione diametri ad peripheriam ut 1 ad $3\frac{1}{7}$, quæ si displicet, ad quantitates abstractas tota operatio referenda est. Problema octavum dabit Triangulum rectangulum, cujus perpendicularis est Sinus Rect. datæ Elevationis poli, Basis hujus complementum & Hypotenusa Sin. Tot. verbi gratia, hic Lipsiæ Elevatio 51°, 22′ sistet Triangulum desideratum fig. B. In problemate nono sit Basis a Christo nato, usque ad Carolum Magnum 800, Crus alterum a Carolo Magno, usque ad Carolum V. 719, ab hoc usque ad annum in problemate propositum 197 crus alterum, & emerget Triang. fig. C. Hæc si tali modo ad palatum Illustrissimi Comitis soluta fuerint, ceterorum solutio proxime sequetur; sin minus, dubia benevole communicet, rogatur. Tab. II.

EX-

Tomi VI. Supplem. Sect. X. Pag. 474.

EXCERPTA E LITTERIS

Illustrissimi FERDINANDI ERNESTI Comitis ab HERBERSTEIN,

de solutione Problematum suorum, datis Pragæ die 7. Martii Anni 1717.

INgeniosæ sunt acutissimi Zehendmeyeri solutiones, sed particulares, solique triangulo affixæ; operæ proinde pretium foret, juxta conditiones Problematis inter proposita primi, species possibiles figurarum rectilinearum universaliter determinare, atque hujus determinationis beneficio reliqua pari universalitate expedire.



EX-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS ANNI 1718.

DESCRIPTIO

ac delineatio singularis & stupendi Ductus thoracici, ex Dissertatione inaugurali,

quam EDUARDUS PETRUS WIUM *de via alimentorum & chyli, sub præsidio* GEORGII FRIDER. FRANCI DE FRANKENAU, M. D. P. P. *Regii &c. Hafniæ d. 29. Aprilis Anni* 1717 *habuit, excerpta.*



Uamvis *Acta* alias *nostra* Disputationibus Academicis vacare soleant, in laudata tamen *Dissertatione* inaugurali notabilem plane ac stupendum canalem thoracicum, in cadavere humano Parisiis ante biennium ab *Autore* observatum & in *Figura*, quæ nobis *secunda* existit, delineatum tanto minus nunc negligere potuimus, quanto commodiorem una nobis præberet ansam erratum nostrum ingenue aperiendi, quod *Sulzmanni* ductum tho-

Act. Erud. An. 1718. M. Jan. Pag. 9. 10.

Act.Erud. An. 1718. M. Jan. thoracicum ex *Mich. Bernh. Valentini Medicina nov-antiqua* in mens. Octobri A. 1717. p. 451 translatum, ob defectum Disputationis Sulzmannianæ, non pro humano, sed canino, habuerimus.

Explicatio Fig. 1.

Tab. I. Fig. 1.
A. Truncus Arteriæ Aortæ abscissus.
B. Truncus, venæ Cavæ ascendentis prope cor abscissus.
CC. Venæ subclaviæ, quarum sinistra semper longior dextra.
D. Bifurcatio canalis Thoracici in ramum dextrum & sinistrum.
E. Vena Azygos hic satis ampla.
F. Ramus venæ Azygos supra Arteriam Aortam scandens, Venamque Azygos alterius lateris G. constituens.
H. Canalis Thoracici sub vena Azygos ascensus.
I. Ramus canalis thoracici supra aortam reflexus atque circulum constituens.
K. Canalis Thoracicus unico ramo infra aortam ascendens, antequam vero se sub Aorta abscondit, ramum circulum I. constituentem emittit.
LL. Rami duo lymphatici in ramum canalis *thoracici dextrum* abeuntes hic abscissi.
M.M.M. Rami lymphatici sinistri ductus.
N.N. Variæ lymphaticorum distributiones.
O.O. Duplex insertio ductus Thoracici, sinistra in vena jugulari, & dextra in subclavia, ubi jugularem dextram emittit.
P. Curvatura canalis Thoracici, quæ supra costas dextri lateris inferioris erat reflexa.
Q.Q. Canalium circumvolutiones atque gyri inter se communicantes canalium ductus thoracici supra aortam dispersi, & a productione majorum ejusdem ramorum venientes.
Pag. 11. R. Rami alterius N. 2 Canalis Thoracici, sub Aorta emergentes, postquam duos ramos, pro efformandis gyris illis notatis Q.Q. concesserunt, ascendentes usque ad S.
S. Rami R. extremitas, quam postquam ad spinam dorsi prosecutus fueram oculis, nescio quo dein evanuit.
T. Rami N. 2 sub aorta ascensus.
V.V. Rami duo abscissi a T. sub aorta producti.
X. Rami canalis thoracici; N. 1 in duos divisio, quorum minor ascendit pro circumvolutione Q. superiore formanda, major autem ramum P. constituit.
YY. Rami majoris N. 1. divisio in duos, quorum Y inferior recta ascendit, superior major circumflectitur, atque dilatatus cum altero rursus coit in unum.

Z. Ra-

Z. Ramorum N. 3. 4. coalitus in unum. Act. Erud. An. 1718. M. Jan.

N. 1. Ramus major hoc receptaculum formans.

N. 2. Ramus hic secundus etiam dilatatus veluti receptaculum alterum formabat.

N. 3. 4. Duo Rami postea coalescentes in Z. hic autem abscissi & forsan dilacerati, quia, priusquam ductum præsentem in hoc cadavere examinaram, viscera cum Mesenterio a Lumbis liberando extraxeram.

a. a. a. Tres glandulæ, quas non dubito asserere esse lacteas Lumbares Cl. *Thom. Bartholini*.

b. b. b. b. Vasa lactea secundi generis ad receptaculum N. 2 tendentia.

c. c. c. Lactea vasa abscissa receptaculis & glandulis *a. a. a.* adhærentia.

JOH. BERNOULLI

Pag. 15.

De solutionibus quæ extant Problematum isoperimetricorum, ejusque nova eorundem problematum, aliorumque cognatorum citra calculum solvendorum methodus brevis plana & facilis.

Pag. 16.

Confer. Act. Lips. annor. 1700 *pag.* 513; 1701 *pag.* 30; *Commentar. Acad. Reg. Scient. anni* 1706 *pag.* 235; *Taylori Methods Increm. direct. & invers. pag.* 67.

MAteriam de isoperimetris quam meus Frater b. m. ex occasione problematis brachystochroni a me propositi in scenam produxit, diu multumque a viginti retro annis inter nos ambos agitatam fuisse, meminerint illi quorum interest sublimioris Geometriæ promotæ Historiam cognoscere.

Solutio mea cum duplici solvendi methodo per aliquot annos certis de causis suppressa neminique statim nisi Illustriss. Leibnitio (cujus suprema fata etiamnum luget orbis eruditus) communicata & probata, quod ipse alicubi testatur, missa fuit ad Acad. Reg. Scient. Gall. ineunte anno 1701 atque publicata demum in Commentariis Parisiens. 1706. Dilationis causa exponitur in Historia Commentariis istis singulis annis præfigi solita a Celeberr. Fontenellio.

Monitus vero non ita pridem a singulari quodam Amico, esse

Act.Erud. An. 1718. M. Jan.

nonneminem cui ego videar quasi solutiones meas erroris suspectas vivente Fratre meo edere non ausus fuerim, credidi e nostra re futurum, si male fundatam istam & candori meo minus faventem suspicionem quantocyus amolirer, quam nunc per ea quæ in præfata historia habentur penitus sublatam spero: Tametsi præterea non putem me cuiquam tam male sanum videri posse, ut scriptum meum in quo aliquem errorem esse cognovissem, vel quod saltem erroris suspectum habuissem, in lucem protrudere veritus non fuerim, cum sit ab omni ratione alienissimum, ut quis suam quam videt infirmitatem quamque tegere posset sponte patefaciat.

Interim amicæ admonitioni locum cedens pro more meo, *animum* protinus applicui ad solutionum revisionem, atque omnia dudum seposita accurate rursus excutiendo ad severi examinis trutinam revocavi. Quo factum est ut reapse alicubi lapsum aliquem
Pag. 17. antea inobservatum deprehenderim, quod veritatis amore candide fateri usque adeo non erubesco, ut potius lætus confidam, publicum ei gratiam habiturum, quod occasio mihi extiterit, talia nunc divulgandi, quæ forte cum multis aliis in *schedis* meis perpetuo mansissent sepulta, quamvis reconditæ *Geometriæ fines* non parum prolatura.

Notandum autem solutionem primi problematis in schediasmate meo Commentariis Academ. pag. 235 inserto, rectissime se habere, & ne in minimis quidem abludere ab illa quam Frater meus pro legitima agnoverat: sed sciendum, quod isto successu contentus ac methodi universalitati nimis confisus ex inadvertentia non attenderim ad certam quandam circumstantiam, *quæ* prohibet, quo minus sine aliqua modificatione applicari queat ad problema secundum pag. 239 propositum, ubi nempe quæritur curva ex Isoperimetris cujus arcuum functiones aliquod *Maximum* vel *Minimum* præstent: quod leve parorama id effecit pag. 240, ut inciderim in æquationem $\frac{adtddy}{dx^2} = dv$, loco hujus $\frac{adt^2\,ddy}{dx^3} = dv$, quæ genuina est æquatio, & nihil omnino differre deprehendetur ab illa quam Frater meus invenit in Actis Lips. 1701 p. 40. Observando tantum, quod quæ fratri fuerunt z & q, mihi nominata sint t & v. Nam quia dt mihi constans supponitur, erit $\frac{adt^2\,ddy}{dx^3}$ integrabile, datque ideo post integrationem rite institutam, $\frac{ady}{dx} = q \pm c$, quæ æquatio, ut infra patebit, æquivalet

valet fraternæ, & ab illa, nisi quod mea in expressione sit simplicior, re ipsa non discrepat. Act. Erud. An. 1718. M. Jan.

Verum enim vero quod ibi ex incuria prætervisum, reparabo hic novo solvendi modo, qui singulari facilitate expedit problemata non tantum omnia, quæ de Isoperimetris proposuerat Frater, sed & innumera alia illis affinia; utar pro hoc, ut ipse fecit in sua Analysi, contemplatione arculi minimi curvæ quæsitæ tanquam compositi ex tribus lineolis rectis elementaribus: atque tum ope cujusdam principii ab *uniformitatis* lege, quam nemo hucusque observavit, petiti, ex sola Figuræ inspectione, ac sine ullo pene calculo æquationes pro curvis quæsitis sponte velut se offerentes statim eliciam. Nullos hic offendet Lector scopulos, quos objicit operosa Fratris analysis, atque differentiarum tertiarum tricas ac spinas, quibus undique obseptam ibi sentit viam, in hac nostra methodo nullas percipiet. Pag. 18.

Taylorus Geometra insignis & acutus, qui ad profundiora nostra feliciter penetravit, teste ipsius libro de *Methodo incrementorum* probe sentiens impeditam nimis Analyseos fraternæ prolixitatem, eamque in compendium contrahere ac simul generaliorem nonnihil reddere volens, tantam rei affudit obscuritatem (qua in aliis quoque brevitatem affectans impense delectari videtur) ut dubitem quemquam fore etiam inter perspicaciores, qui ubique & hic in primis mentem viri assequatur, imo etiamsi prius aliunde rem cognitam habeat. Ut jam nihil dicam de ipso calculo, pro more ejus, conciso quidem & contracto, satis tamen adhuc longo & intricato, siquis singula ejus capita minutim persequi velit, præterquamquod cum Fratre meo ad tertias quoque fluxiones excurrat.

Has igitur aliasque ob rationes, quas omnes dicere non attinet, actum agere minime videbor, si in hoc argumento per se difficili viam monstrem & rationem brevem, planam, claram & facilem, qua quisque mediocri quoque ingenio præditus ad veritates illas abstrusiores (non fide aliorum, sed) propriis oculis spectandas pervenire possit, ita nempe, ut nec Fratris calculi prolixitatem, nec Tayolri obscuritatem æque ingratam ac molestam sibi metuendam habeat. En igitur sequentia.

LEMMA I.

Lineæ aq & eq (*Fig.* 2) angulum rectum q facientes sunt positione datæ; inque iis data puncta a & e; ut & rectæ parallelæ ipsi qe in datis intervallis af, fp, pq. Ad puncta quælibet b & c in rectis fb, pc, a punctis a & e inflectuntur tres rectæ ab, bc & ce; & ad puncta g & i prioribus infinite propinqua, tres aliæ ag, gi & ie, Tab. I. Fig. 2. Pag. 19.

sed ita ut summa priorum sit æqualis summæ posteriorum ($ab + bc + ce = ag + gi + ie$.) Determinatur relatio lineolarum bg & ci in hunc modum sine calculo:

Ductis ex quatuor punctis b, g, c & i, quatuor lineolis perpendicularibus bm, gn, io, cb; ut & rectis bk & cl parallelis aq: habebuntur quatuor paria triangulorum similium gmb & bfa; bng & ckb; coi & ckb; ibc & cle; unde $gm = \frac{fb \times bg}{ab}$, $bn = \frac{kc \times bg}{bc}$, $co = \frac{kc \times ic}{bc}$, & $ib = \frac{le \times ic}{ce}$. Quia vero $ag + gi + ie = ab + bc + ce$; adeoque $ag - ab + gi - bc + ie - ce = 0$; hoc est $gm - bn - co + ib = 0$, erit $gm - bn = co - ib$, & substitutis valoribus,

$$\overline{\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}} \times bg = \overline{\frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce}} \times ic.$$

Corollarium.

Hinc $bg . ic :: \frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce} . \frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc} ::$ (ducendo in $ab \times bc \times ce$) $ab \times ce \times kc - ab \times bc \times le . bc \times ce \times fb - ab \times ce \times kc$; quod ipsissimum est Theorema præliminare a fratre non sine longo satis calculo stabilitum. vid. Acta Lips. 1701 p. 31. Sed præstat ut retineamus theorema in forma æquationis nostræ (quam deinceps *fundamentalem* nuncupabimus) $\overline{\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}} \times bg = \overline{\frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce}} \times ic$; idque propter uniformitatem quantitatum quibus bg & ic afficiuntur respectu ordinis trium linearum ab, bc, ce, triumque ipsis respondentium fb, kc, le, ipsarumque trium fractionum $\frac{fb}{ab}, \frac{kc}{bc}, \frac{le}{ce}$: Habetur quippe ab una parte bg ductum in differentiam primæ & secundæ, sicuti ab altera ic ductum in differentiam secundæ & tertiæ. Hæc autem uniformitas, ut mox patebit, mirum quantum contribuit ad definiendas uno quasi intuitu & sine ulla prævia analysi æquationes respondentes singulis, quæ mox aggredimur problematibus.

Pag. 20.

LEMMA II.

Tab. I. Fig. 5.

Lineæ aq & eq (*Fig.* 5) angulum rectum q facientes sunt positione datæ, inque iis data puncta a & e: quibus tanquam centris, datisque intervallis descripti sunt circuli DbE, & FeG.

Ad

Ad puncta quælibet in illis inflectuntur tres rectæ ab, bc & ce; & ad puncta g & i prioribus vicinissima tres aliæ ag, gi & ie, sed ita ut summa priorum sit æqualis summæ posteriorum ($ab + bc + ce = ag + gi + ie$. Quod si jam ex punctis b & c ductæ intelligantur ipsi eq parallelæ bf, & cp; quarum illa (migrantibus punctis b & c in g & i) crescit particula bn, hæc decrescit particula co, ductis nempe lineolis gn, io ipsi aq parallelis; determinatur relatio particularum bn & co sequenti modo: Act. Erud. An. 1718. M. Jan.

Actis ut ante bk, cl parallelis ipsi aq, erit ob angulum k rectum $bk^2 + kc^2 = bc^2 =$ (per hipoth.) $gi^2 = \overline{bk + gu + oi}^2 + \overline{kc - co - bn}^2$; adeoque $\overline{bk + gn + oi}^2 - bk^2$ ($2bk \times \overline{gn + oi}$) $= kc^2 - \overline{kc - co - bn}^2$ ($2kc \times \overline{co + bn}$,) hinc $bk . kc :: bn + co . gn + io$: Est vero ob triangula similia afb, gbn, ut & cle, coi; $bn . gm :: af . fb$, & $co . io :: cl . le$, unde $gn = \frac{bn \times fb}{af}$, & $io = \frac{co \times le}{cl}$; adeoque $bk . kc :: bn + co . \frac{bn \times fb}{af} + \frac{co \times le}{cl}$: Per multiplicationem extremorum & mediorum, habetur æqualitas, quæ si ita reducatur ut quæ afficiunt bn ad unam partem veniant & quæ co ad alteram; tumque convertatur iterum in analogiam, prodibit Theorema III. Fratris p. 32 demonstratum per calculum differentialem: sed commodius pro scopo nostro redigitur ad hanc æquationem fundamentalem $\overline{\frac{fb}{af} - \frac{kc}{bk}} \times bn = \overline{\frac{kc}{bk} - \frac{le}{cl}} \times co$, in qua pariter terminorum uniformitas observatur.

Corollarium.

Ut particularum gn & oi relatio determinetur, iisdem vestigiis insistendo reperietur pro æquatione fundamentali, hæc $- \overline{\frac{af}{fb} + \frac{bk}{kc}} \times gn = - \overline{\frac{bk}{kc} + \frac{cl}{le}} \times oi$. quæ simili gaudet uniformitate. Pag. 21.

Problema I.

Invenire naturam curvæ $BaeC$ (*Fig.* 4) quæ inter infinitas alias ejusdem longitudinis inter eadem puncta B & C constitutas hac gaudeat prerogativa, ut quævis datæ functiones (per *functionem* intelligo quantitatem utcunque compositam ex indeterminata quadam & determinatis, secundum legem datam) appli- Tab. I. Fig. 4.

cata-

Act. Erud. An. 1718. M. Jan. catarum aN, eS, CT, faciant *Maximum Minimumve*, hoc est, ut area BMLET quæ fit producendo aN, eS, CT &c. ad M, L, E &c. ita ut NM, SL, TE &c. simili modo componantur ex alteris respective sumtis applicatis Na, Se, TC &c. & ex constantibus, ut inquam area BMLET, fit omnium quæ hoc modo fieri possunt maxima vel minima.

Solutio.

Manifestum est, quamlibet curvæ portionem ae, eandem conditionem *Maximi* vel *Minimi* præstare quam præstat tota $BaeC$; concipiatur ergo curvæ portiuncula minima ae composita ex tribus lineolis rectis (*Fig.* 2) ab, bc, ce, tanquam curvæ elementis contiguis, quibus respondeant tria abscissæ elementa (quæ supponam æqualia) NP, PR, RS, vel af, bk, cl; atque tria applicatarum elementa fb, kc, le. Intelligamus nunc portiunculam $abce$, manentibus punctis a & e, sed fluentibus b & c per intervallula minima in g & i, mutari in aliam portiunculam ejusdem longitudinis $agie$. Erit itaque ex conditione *Maximi* vel *Minimi*, summa functionum Pb & Rc, æqualis summæ similium functionum Pg & Ri, hinc differentia functionum Pg & Pb æqualis differentiæ functionum Rc & Ri: Habentur autem differentiæ istæ, differentiando simpliciter functiones applicatarum Pb, Rc, & quod provenit (omissa quantitate differentiali multiplicando per bg & ci, sicuti docui in Commentar. Acad. Scient. an. 1706 pag. 257 Edit. Paris. Functiones Pag. 22. hoc modo differentiatæ applicatarum Pb & Rc vocentur, ut ibi feci, $\Delta Pb \times bg$, & $\Delta Rc \times ci$; erit $\Delta Pb \times bg = \Delta Rc \times ci$; adeoque $bg. ci :: \Delta Rc. \Delta Pb :: \frac{1}{\Delta Pb}. \frac{1}{\Delta Rc}$: Resumatur nunc æquatio fundamentalis Lem. I. $\overline{\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}} \times bg = \overline{\frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce}} \times ic$; in qua pro bg & ci ponantur eorum proportionales modo inventi $\frac{1}{\Delta Pb}$ & $\frac{1}{\Delta Rc}$; orietur inde æquatio nova quam *specificam* appellare liceat $\overline{\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}} \times \frac{1}{\Delta Pb} = \overline{\frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce}} \times \frac{1}{\Delta Rc}$; Ex hac enim conditur æquatio differentialis, speciem curvæ finaliter determinans: Quod ut commode fiat, observetur: uniformem esse utriusque membri constitutionem quoad lineas ab, bc, ce; fb, kc, le ut & ΔPb, ΔRc;

quod enim in priori membro est ab, id in altero est bc; & quod in priori est bc, in altero est ce; item quod in priori sunt fb, kc; in altero sunt kc, le tandemque quod in priori est ΔPb, in altero est ΔRc. Unde statim video, curvam quæsitam ejus oportere esse indolis, ut (suppositis abscissarum elementis æqualibus.) $\overline{\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}} \times \frac{1}{\Delta Pb}$ faciat ubique quantitatem constantem: Liquet autem $\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}$ nihil aliud esse quam differentiale negative sumtum fractionis alicujus, quæ pro numeratore habet elementum applicatæ, & pro denominatore elementum curvæ. Act. Erud. An. 1718. M. Jan.

Sit itaque (*Fig.* 4) BN, y; Na, x; Ba, z; æquatio specifica abit in hanc $-d\frac{dx}{dz} \times \frac{1}{\Delta x}$ = quantitati constanti homogeneæ $\frac{dy}{a}$, adeoque $-d\frac{dx}{dz}$ hoc est $\frac{-dzddx + dxddz}{dz^2} = \frac{dy\Delta x}{a}$; multiplicetur utrumque membrum per dx, ut integrari possit, erit enim $\frac{-dzdxddx + dx^2 ddz}{dz^2}$ hoc est (ob $dx^2 = dz^2 - dy^2$ ideoque $dxddx = dzddz$) $\frac{-dy^2 ddz}{dz^2} = \frac{dy\Delta x \times dx}{a}$, seu per dy dividendo, $\frac{-dy\,ddz}{dz^2} = \frac{\Delta x \times dx}{a}$, quæ æquatio, quia $\Delta x \times dx$ est functio differentiata ipsius x, cujus functio ipsa vocetur X, per integrationem ordinariam dat $\frac{dy}{dz} = \frac{X \pm c}{a}$: hinc $ady = \overline{X \pm c}\, dz$; quadrando erit $aady^2 = \overline{X \pm c}^2 dz^2 = \overline{X \pm c}^2 \times \overline{dx^2 + dy}^2$, unde $aa - \overline{X \pm c}^2 \times dy^2 = \overline{X \pm c}^2 \times dx^2$, adeoque $dy^2 = \frac{\overline{X \pm c}^2 dx^2}{aa - \overline{X \pm c}^2}$, & $dy = \frac{\overline{X \pm c} \times dx}{\sqrt{(aa - \overline{X \pm c}^2)}}$, tandemque $y = \int \frac{\overline{X \pm c} \times dx}{\sqrt{(aa - \overline{X \pm c}^2)}}$, vel posita arbitraria $c = 0$, habetur pro casu simplicissimo, $y = \int \frac{X\,dx}{\sqrt{aa - XX}}$. Quæ duæ æquationes consonæ sunt illis, quas olim Tab. I. Fig. 4. Pag. 23.

Act.Erud. An. 1718. M. Jan. olim inveneram, vid. loc. cit. ex Commentar. Parif. p. 239, ut & postremæ ei, quam Frater per operosissimam suam analysin elicuit, vid. Act. Lipf. 1701 p. 37, hoc tantum discrimine quod ille vocet p, quod mihi est X.

Ne quis causetur etiam calculum aliquem ingredi hanc solutionem, ecce alium solvendi modum omni calculo prorsus carentem:

Pag. 24. Tab. I. Fig. 3. Ducatur ad BS (*Fig.* 3) normalis BQ, cui ex punctis a, b, i, e ductæ occurrant aG, bH, iP, eQ parallelæ eidem BS, atque æqualibus intervallis GH, HP, PQ a se invicem distantes. Sint quoque af, bk, cl ipsi BQ parallelæ. Fluant nunc puncta b & c in lineis Hb, Pc veniantque in loca proxima g & i, sed hac lege, ut summa linearum ag, gi, ie sit æqualis summæ linearum ab, bc, ce. Ex quatuor punctis b, g, c & i ductæ quoque intelligantur quatuor lineolæ perpendiculares bm, gn, io, cb; atque gp, iq, ipsis bk, cl parallelæ.

Ex processu in Lemmate I. adhibito apparet hic iterum pro æquatione fundamentali haberi $\overline{-\frac{fb}{ab}+\frac{kc}{bc}} \times bg = \overline{-\frac{kc}{bc}+\frac{le}{ce}} \times ic$, sed signa mutantur ob $\frac{fb}{ab} < \frac{kc}{bc} < \frac{le}{co}$, cum ibi fuerit $\frac{fb}{ab} > \frac{kc}{bc} > \frac{le}{co}$.

Ut vero æquatio specifica inveniatur; nulla jam opus est differentiatione functionum, sed quia ex natura *Maximi* vel *Minimi* summam functionum ipsarum BH, BP, BQ respective ductarum in fb, kc, le æquandam esse video summæ earundem functionum ductarum in fg, pi, qe; erit (sumto φ pro signo functionis) $\varphi BH \times fb + \varphi BP \times kc + \varphi BQ \times le = \varphi BH \times fg + \varphi BP \times pi + \varphi BQ \times qe$, demtisque hinc inde æqualibus, manebit $-\varphi BH \times bg + \varphi BP \times bg = -\varphi BP \times ci, + \varphi BQ \times ci$, unde $bg.ci :: -\varphi BP + \varphi BQ. -\varphi BH + \varphi BP :: \frac{1}{-\varphi BH + \varphi BP} . \frac{1}{-\varphi BP + \varphi BQ}$: substitutis itaque in æquatione fundamentali pro bg & ci, eorum proportionalibus, obtinebimus æquationem specificam $\overline{-\frac{fb}{ab}+\frac{kc}{bc}} \times \frac{1}{-\varphi BH + \varphi BP} = \overline{-\frac{kc}{bc}+\frac{le}{ce}} \times \frac{1}{-\varphi BP + \varphi BQ}$, ubi propter uniformitatem utriusq; membri video faciendum esse (quia $\frac{kc}{bc} - \frac{fb}{ab}$

nihil

nihil aliud est quam differentiale fractionis $\frac{dy}{dZ}$, & φBP $-\varphi$BH nihil quoque aliud quam differentiale functionis x) $d\frac{dy}{dZ} \times \frac{1}{d\varphi x}$ = constanti homogeneo $\frac{1}{a}$, adeoque $d\frac{dy}{dZ} = \frac{d\varphi x}{a}$; id quod ultro integratur neglecto tantum signo differentiali d, & pro more addita vel dempta quadam constante $\frac{c}{a}$ sic enim provenit $\frac{dy}{dZ} = \frac{\varphi x}{a} \pm \frac{c}{a}$, vel (multiplicando per crucem & scribendo X pro φx per quod illud denotatur) $ady = \overline{X \pm c} \times dZ$, æquatio eadem cum illa, quam præcedenti modo inveni. Act. Erud. An. 1718. M. Jan. Pag. 25.

Problema II.

Positis quæ prius (*Fig.* 4) sed ita ut NM, SL, TE &c. exprimant functiones non applicatarum, sed arcuum respective sumtorum Ba, Be, BC; quæritur natura curvæ BaeC, inter omnes isoperimetras hoc modo maximam aream BMLET producentis. Tab. I. Fig. 4.

Solutio.

Supponimus servamusque omnia, quæ in præcedentibus quantum ad schematis præparationem & quantitatum appellationem (*Fig.* 2). Et ita manebit etiam hic æquatio fundamentalis $\overline{\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}} \times bg = \overline{\frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce}} \times ic$: Ut autem æquatio specifica eruatur, consideremus quod ob puncta a & e fixa manentia dum b & c fluunt in g & i, summa functionum arcuum Bab & Babc æquari debeat summæ functionum Bag & Bagi; hic & differentia functionum Bag & Bab æqualis differentiæ functionum Babc & Bagi: Est autem hic etiam differentia functionum Bag & Bab exprimenda per ΔB$ag \times mg$; & differentia functionum Babc & Bagi per ΔB$abc \times$ (Babc — Bagi) hoc est (quia $abce = agie$, adeoque Babc — B$agi = ib$) per ΔB$abc \times ib$. Scribendo pro mg & ib eorum valores supra inventos (vid. Lem. I.) $\frac{fb \times bg}{ab}$ & $\frac{le \times ic}{ce}$, & æquando postea duas illas differentias functionum, prodibit ΔBag Pag. 26.

 $\times fb$

Act. Erud. An. 1718. M. Jan. $\times \frac{fb \times bg}{ab} = \Delta B abc \times \frac{le \times ic}{ce}$, unde $bg.ic :: \frac{le}{ce} \Delta B abc. \frac{fb}{ab} \Delta B ag$ $:: \frac{ab}{fb \times \Delta B ag} \cdot \frac{ce}{le \times \Delta B abc}$. Quod si igitur in æquatione fundamentali $\left(\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}\right) \times bg = \left(\frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce}\right) \times ic$, loco bg & ic ponantur eorum proportionales modo inventi, degenerabit illa in hanc æquationem specificam $\overline{\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}} \times \frac{ab}{fb \times \Delta B ag} = \overline{\frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce}} \times \frac{ce}{le \times \Delta B abc}$; in hac vero æquatione nondum est omnimoda uniformitas utriusque membri propter quam liceat transire a qualibet curvæ particula ab ad proxime sequentem bc, simili modo ut illa affectam, atque ab hac ad tertiam ce, hinc ad quartam & ita porro, & inde concludi possit membrum utrumque æquationis specificæ constans quid efficere; nam etsi $\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}$ in uno & $\frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce}$ in altero membro, ut & $\Delta B ag$ in uno & $\Delta B abc$ in altero membro pro elementis curvæ binis contiguis ab & bc similem inter se situm observent, atque ita uniforme præstent officium, video tamen idem dici non posse de $\frac{ab}{fb}$ & $\frac{ce}{le}$, utpote quod ob hiatum inter utrumque (deficiente scilicet $\frac{bc}{kc}$) transitus iste ab uno ad alterum per contigua interrumpitur atque ita uniformitas turbatur; quare id curandum est, ut hiatu sublato partes reddantur continuæ, quod fit multiplicando utrumque

Pag. 27. membrum per id quod deficit, & hic quidem per $\frac{bc}{kc}$; provenit enim $\left(\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}\right) \times \frac{ab \times bc}{fb \times kc \times \Delta B ag} = \left(\frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce}\right) \times \frac{bc \times ce}{kc \times le \times \Delta B abc}$ ubi jam manifesta deprehenditur uniformitas inter partes connectentes, quo enim pacto particulæ prima ab & secunda bc cum reliquis ad illas pertinentibus connexæ sunt, pari modo & ipsa secunda bc atque tertia ce cum suis quæque reliquis connectuntur: Ex quo igitur colligendum, curvam quæsitam talem esse

se ut $\overline{\frac{fb}{ab}-\frac{kc}{bc}} \times \frac{ab \times bc}{fb \times kc \times \Delta Bag}$, vel (quia $\frac{ab}{fb}$ & $\frac{bc}{kc}$ ut pote quæ nonnisi quantitate infinities se minori differunt, æquales censeri possunt) $\overline{\frac{fb}{ab}-\frac{kc}{bc}} \times \frac{ab^2}{fb^2 \times \Delta Bag}$, quovis in loco æquet quantitatem constantem suppositis nempe abscissarum elementis æqualibus inter se; id quod iisdem servatis litteris quæ prius, hanc suppeditat æquationem $-d\frac{dx}{dZ} \times \frac{dz^2}{dx^2 \times \Delta Z}$ = homogeneo constanti $\frac{dy}{a}$, proinde $-d\frac{dx}{dZ}$, id est $\frac{-dZddx+dxddZ}{dZ^2}$ $=\frac{dydx^2 \times \Delta Z}{adZ^2}$ vel per $\frac{dz^2}{dx^2}$ multiplicando $\frac{-dZddx+dxddZ}{dx^2}=\frac{dy\Delta Z}{a}$; ut integrari possit multiplicandum porro est per dZ, provenit namque $\frac{-dZ^2ddx+dx\,dZddZ}{dx^2}$ h. e. (ob $dz^2-dx^2=dy^2$ & $dZddZ=dxddx$) $\frac{-dy^2ddx}{dx^2}=\frac{dy\Delta Z \times dZ}{a}$; vel per dy diviso $\frac{-dyddx}{dx^2}$ $=\frac{\Delta Z \times dZ}{a}$; jam vero cum $\Delta Z \times dZ$ sit functio differentiata ipsius z, cujus functio ipsa dicatur Z; habebimus per communem integrandi viam $\frac{dy}{dx}=\frac{Z \pm c}{a}$; adeoque $ady=\overline{Z \pm c} \times dx$; hinc posita arbitraria $c=0$, erit $ady=Zdx$, æquatio simplicissima naturam exprimens curvæ desideratæ.

Act. Erud. An. 1718. M. Jan.

Pag. 28.

Aliter, simplicius & sine ullo calculo solvitur hoc problema II. ope Coroll. Lemmatis II. adhibita Fig. 5, ubi pro æquatione fundamentali invenimus hanc $\overline{-\frac{af}{fb}+\frac{bk}{kc}} \times gn = \overline{-\frac{bk}{kc}+\frac{cl}{le}} \times oi$. Æquatio vero specifica huc faciens reperitur pariter sine differentiatione functionum: est enim ex lege *Maximi* vel *Minimi*, $\varphi Bab \times af + \varphi Babc \times bk + \varphi Babce \times cl = \varphi Bag \times \overline{af-gn} + \varphi Bagi \times \overline{bk+gn+oi} + \varphi Bagie \times \overline{cl-oi}$. Erit subductis hinc inde æqualibus (notando interim quod propter ab, bc, ce ipsis ag, gi, ie æquales; etiam Bab, $Babc$, $Babce$ ipsis Bag, $Bagi$, $Bagie$, adeoque

Tab. I. Fig. 5.

Act. Erud. An. 1718. M. Jan. eoque functiones functionibus æquales sint) $-\varphi Bab \times gn + \varphi Babc \times gn = -\varphi Babc \times oi + \varphi Babce \times oi$; Hinc ergo $gn . oi :: -\varphi Babc + \varphi Babce . -Bab + \varphi Babc :: \frac{1}{-\varphi Bab + \varphi Babc} . \frac{1}{-\varphi Babc + \varphi Babce}$; scribantur nunc in æquatione fundamentali loco gn & oi, eorum proportionales, emerget æquatio specifica $-\overline{\frac{af}{fb} + \frac{bk}{kc}} \times \frac{1}{-\varphi Bab + \varphi Babc} = -\overline{\frac{bk}{kc} + \frac{cl}{le}}$

Pag. 29. $\times \frac{1}{-\varphi Babc + \varphi Babce}$: Quæ utrobique perfectam habet uniformitatem, est autem $\frac{bk}{kc} - \frac{af}{fb}$ differentiale fractionis $\frac{dy}{dx}$, sicuti $\varphi Babc - \varphi Bab$ est differentiale functionis curvæ Z; oportet itaque ut $d\frac{dy}{dx} \times \frac{1}{d\varphi Z}$ sit = constanti homogeneo $\frac{1}{a}$; proinde $d\frac{dy}{dx} = \frac{d\varphi Z}{a}$; Integratione peracta quæ sponte se offert abjecta tantum littera d, additaque ut moris est vel dempta quantitate quavis constante $\frac{c}{a}$, oritur $\frac{dy}{dx} = \frac{\varphi Z}{a} \pm \frac{c}{a}$ vel (multiplicando per crucem atque pro φZ ponendo Z quod per illud indigitatur) $ady = \overline{Z \pm c} \times dx$. Quæ est omnino eadem æquatio, quam per præcedentem solutionem invenimus.

Scholium I.

Mirabitur hic forte quispiam diferimen inter hanc nostram æquationem (posito $c = o$) $ady = Zdx$, atque eam quam Frater ex scabrosis suis salebris elicuit $dy = \frac{qdZ}{\sqrt{aa+qq}}$ vid. Act. Lips. 1701 p. 39, putabitque nos in diversum abire. Sed sciat velim nihil illas differre nisi in expressione, quod enim reipsa conveniant ita facile demonstro: Ob $dx = \sqrt{dZ^2 - dy^2}$, erit $ady = Z\sqrt{dZ^2 - dy^2}$; quadrando, $aady^2 = ZZ\,dZ^2 - ZZ\,dy^2$; transponendo, $(aa + ZZ) \times dy^2 = ZZ\,dZ^2$, dividendo, $dy^2 = \frac{ZZ\,dZ^2}{aa+ZZ}$; radices extrahendo dy

$dy = \frac{Zdz}{\sqrt{aa+ZZ}}$ = (scribendo q pro Z) $\frac{qdz}{\sqrt{aa+qq}}$. Ego vero viciſſim miror, quod frater, qui eandem identitatem demonſtrat in Act. An. 1700 pag. 517, ſed inverſo ordine meam æquationem ex ſua deducendo, ubi ſcilicet oſtendit ex æquatione $dy = qdt : \sqrt{aa+qq}$, fluere hanc $ady = qdx$, h. e. $ady = Zdx$, quod inquam non ſtatim & immediate ad hanc ipſam pervenerit, eaque ceu ſimpliciore atque curvæ ideam faciliorem reddente, non potius quam altera illa longiore $dy = qdt : \sqrt{aa+qq}$ Tabulam ſuam pag. 513 & ſeq. exornaverit. Act. Erud. An. 1718. M. Jan. Pag. 30.

Problema III.

Determinare Naturam curvæ B*ae*C (*Fig. 6*) quæ inter omnes alias ejusdem longitudinis inter eadem puncta B & C conſtitutas hoc gaudeat privilegio, ut deſcripta nova curva BHKQ, cujus abſciſſis BL exprimentibus quamlibet functionem datam arcuum B*a*, applicatæ LH ſint æquales applicatis N*a*, ut inquam area BQO omnium, quæ hoc pacto produci poſſunt, fiat, maxima vel minima. Patet autem, curvam B*ae*C fore tunc Catenariam, quam ſcilicet induit filum flexile ipſi B*a*C æquale, quod in quolibet puncto *a* gravatum ſupponitur pondere proportionali datæ functioni differentiatæ arcus correſpondentis B*a*, quodque ſuſpenſum eſt inter puncta B & C. Requirit enim (quod jam pridem notavi in prima mea hujus problematis ſolutione edita in Actis Lipſ. 1691 pag. 275 num. 13, ſed & ex alio principio petita) maximus communis centri gravitatis ponderum in ſe mutuo agentium deſcenſus, ut area BQO ſit vel maxima vel minima, prout nempe axis BT ejus vel concavitatem vel convexitatem reſpicit. Tab. I. Fig. 6.

Solutio.

Ad imitationem ſuperiorum ſolutionum conſideremus hic iterum portiunculam curvæ minimam *ae* (Fig. 5) tanquam conflatam ex tribus particulis æqualibus *ab*, *bc*, *ce*; atque concipiamus extremas *ab* & *ec*, circa centra *a* & *e*, paululum moveri punctis *b* & *c* in *g* & *i* migrantibus, ſed ita ut *gi* ipſi *bc* totaque proin *agie* ipſi *abce* maneat æqualis. Quo fiet, ut ob maximum quoque deſcenſum centri communis gravitatis trium pondusculorum *ab*, *bc*, *ce*, eorum momenta in ſitu *abce* ſimul ſumta ſint æqualia eorundem momentis ſimul ſumtis in ſitu proximo *agie*; hoc eſt, ut Δ B*ab*

× P*b*

Act. Erud. An. 1718. M. Jan. Pag. 31. $\times Pb + \Delta Babc \times Rc + \Delta Babce \times Se$ fit $= \Delta Bag \times Pn + \Delta Bagi \times Ro + \Delta Bagie \times Se$, sed quia ag, gi, ie ipsis ab, bc, ce æquantur, erunt etiam $\Delta Bag, \Delta Bagi, \Delta Bagie$ æquales ipsis ΔBab, $\Delta Babc$, $\Delta Babce$ adeoq; hinc inde demptis æqualibus, prodibit $\Delta Bab \times bn = \Delta Babc \times co$; hoc est, $bn . co :: \Delta Babc . \Delta Bab :: \frac{1}{\Delta Bab} . \frac{1}{\Delta Babc}$:

Scribantur itaque in æquatione fundamentali in Lem. II. inventa $\overline{\frac{fb}{af} - \frac{kc}{bk}} \times bn = \overline{\frac{kc}{bk} - \frac{le}{cl}} \times co$, pro bn & co eorum proportionales, emerget inde hæc æquatio specifica $\overline{\frac{fb}{af} - \frac{kc}{bk}} \times \frac{1}{\Delta Bab} = \overline{\frac{kc}{bk} - \frac{le}{cl}} \times \frac{1}{\Delta Babc}$; in qua nihil desideratur, ut liquet, ad omnimodam utriusque membri uniformitatem; quare statim concludo, hanc esse naturam curvæ quæsitæ ut $\overline{\frac{fb}{af} - \frac{kc}{bk}} \times \frac{1}{\Delta Bab}$ ubique efficiat quantitatem constantem: Adhibitis itaque symbolis, habebimus $-d\frac{dx}{dy} \times \frac{1}{\Delta Z} =$ homogeneo constanti $\frac{dZ}{a}$, hinc $-d\frac{dx}{dy} = \frac{\Delta Z \times dZ}{a}$, quod sine ulteriore præparatione sponte integratur omissis tantum signis differentiationis, ita namque erit $\frac{-dx}{dy} = \frac{Z \pm c}{a}$, seu $-adx = \overline{Z \pm c} \times dy$, & posita arbitraria $c = 0$) $-adx = Zdy$, quæ est æquatio pro curva optata, simplicior etiam quam quæ a Fratre inventa loco citato Act. A. 1701 pag. 40 habetur: apparet quoque similem illam esse æquationi nostræ $ady = Zdx$ pro curvis problematis præcedentis, quæ maximum minimumve $\int qdy$ præstant, nisi quod hic & ibi coordinatæ in se invicem permutentur; quod quidem a Fratre quoque observatum video pag. 40 quamvis istam identitatem utriusque generis curvarum ex sola collatione suarum æquationum utpote in expressione discrepantium colligere non potuerit.

Reliqua hujus schediasmatis proximo mense exhibebuntur.

Act. Erud. An. 1718. M. Jan. Pag. 32.

JACOBI HERMANNI

Methodus nova solvendi Problemata, *quæ circa figuras Isoperimetras aliasque proponi possunt.*

ETsi analysis, qua C. Jac. Bernoullius Problema a se olim circa figuras Isoperimetras propositum in dissertatione peculiari anno 1701 Basileæ edita, & postea in Mensem Majum Actorum Eruditorum ejusdem anni translata, solutum dedit, nonnullis non satis placuisse videtur a prolixitate calculi, negari tamen non potest, peringeniosam illam & Autore suo Celeberrimo dignam esse. Non cujusvis enim erat per tantas calculi salebras & anfractus tuto procedere, &, quod eximius Vir fecit, citra lapsum ad liquidam penetrare veritatem, sed Geometræ tantum in Analyticis versatissimi. Profusior autem calculus Bernoullianus inde venire videtur, quod fere citra figuræ contemplationem Theoremata sua secundum & tertium calculo elicuerit, quo quidem rationem fluxionis momentaneæ incrementive (vel decrementi) lineæ KF (vid. Tab. III. fig. 1. pag. 31 Actor. Eruditorum 1701) ad fluxionem seu decrementum (incrementum) lineæ LG invenit, sed quantitatibus nonnihil compositis expressam. Verum si Vir eximius attentionem suam in figuram geometricam defigere in animum suum induxisset, reperturus fuisset, non solum præfata duo theoremata multo simplicius enuntiari & brevius demonstrari posse, sed etiam ex reliquis suis theorematis primum, quartum & quintum, in quibus tamen demonstrandis & deinceps casibus singulis debite applicandis maxima calculi moles consistit, inutilia evadere & superflua. Sed ne hoc gratis dixisse videar, non gravabor hoc loco assertum probare, ab Amico rogatus, posteaquam a me intellexisset, me jam ante plures annos cum Patavii adhuc mathemata publice profiterer, in methodum facilem & brevem solvendi problematis Isoperimetrarum incidisse & cum amicis nonnullis communicasse. Sed ut id commodius fiat omnisque verborum circuitus vitetur, præmittendæ sunt nonnullæ definitiones.

1. *Flexilineam* voco lineam BCDE (Fig. 8 & 9) tribus partibus BC, CD, & DE compositam, quarum duæ quæque contigua angulum BCD vel CDE contineant. Tab. I. Fig. 8. 9.

2. Vertices C, D angulorum illorum BCD & CDE *flexuras* deinceps nominabo. Pag. 33.

3. Si

Act Erud. An. 1718. M. Jan. 3. Si per puncta flexilineæ B, C, D, E ad rectam positione datam AI perpendiculares demittantur BF, GC, DH, EI, & per B, C, D parallelæ agantur rectæ AI, ut, BP, CQ, & DR, anguli inde nascentes PBC, QCD & RDE simpliciter literis B, C, D quæ verticibus eorum adscriptæ conspiciuntur, insignientur.

4. *Sinus* & *tangentes* angulorum B, C, D exprimentur per *s*B, *s*C, & *s*D ac per *t*B, *t*C & *t*D præfigendo angulis notam sinus *s* vel tangentis *t*: Radius seu sinus totus dicatur ubique *a*.

Sinus & Tangentes Complementi, *Cosinus* & *Co-tangentes* aliis dicti denotabuntur literis græcis σ & θ, angulis præpositis; sic σB & σC significabunt, cosinus angulorum B, & C, & θB, θC eorundem Cotangentes.

5. Differentias sinuum tangentiumve per *ds*, *dt* angulorum nominibus præfixas indicabimus; propterea *ds*B erit $= s$C $- s$B & *ds*C $= s$D $- s$C; item *dt*B $= t$C $- t$B, & *dt*C $= t$D $- t$C. Et sic deinceps.

6. Si subducto calculo ad æquationem perventum fuerit in qua aliud quam *s*B & *ds*B aut *t*B & *dt*B aliis quantitatibus permixta occurrant, omitti potest nomen anguli B, utpote subintellectum, & scribi simpliciter *s* & *ds* pro *s*B & *ds*B, item *dt* & *t* pro *dt* B ac *t*B; necnon σ & θ pro σB, & θB; nam hoc casu nulla amplius ambiguitas locum habere potest.

LEMMA I.

Tab. I. Fig. 8. *Si punctis extremis* B, *&* E (Fig. 8) *flexilineæ* BCDE *immotis manentibus* (quod etiam in sequenti Lemmate subintelligendum) *flexuræ ejus* C *&* D *in rectis positione datis* GP, HQ *sic moveantur, ut eadem maneat flexilineæ longitudo seu* BCDE $=$ B*cd*E *ubi in novum hunc situm pervenerit, erit Incrementum (decrementum)* C*c rectæ* GC *ad Decrementum (incrementum)* D*d alterius* HD, *ut differentia sinuum angulorum* QCD & RDE *ad differentiam sinuum angulorum* PBC *&* QCD.

Ostendi debet, quod C*c* : D*d* $=$ *ds*C : *ds*B.

Lem. Quod pars media *cd* flexilineæ in situ post motum alicubi secare debeat, ut in *o*, partem ejus mediam CD ante motum, exinde constare potest, quia alioqui B*cd*E tota cadere deberet intra vel extra BCDE atque adeo BCDE non posset æqualis manere ipsi B*cd*E, contra hyp. Pag. 34.

Centro O per puncta *c* & *d*, ac centris B & E per C & D, descripti intelligantur arculi circulares *c*χ, *d*δ, *b*ϵ, & D*e*. Eruntque anguli *b*C*c* $=$ PBC $=$ B, C*c*χ $=$ D*d*δ $=$ QCD $=$ C, & *d*D*e* $=$ RDE $=$ D. Et hisce positis; C*c* : *bc* $=$ *a* : *s*B, ac C*c* : *c*χ $=$ *a* : *s*C, ergo C*c* : *bc*

—*c*χ

$=cx=a:d\int B$ $(=\int C-\int B)$; pari argumento conficitur quod $D\delta-de:Dd=d\int C:a$. Jam quia (hyp.) $BC+CD+DE=Bc+cd+dE$ erit $bc-Cx=D\delta-de$, ergo ex æquo $Cc:Dd=d\int C:d\int B$. Quod erat demonstrandum. Act. Erud. An. 1718. M. Jan.

Corollarium.

Hinc quia $bc:Cc=\int B:a$, item (Lemm. I) $Cc:Dd=d\int C:d\int B$, & $Dd:de=a:\int D$, fiet iterum ex æquo $bc:de=\int B.d\int C:\int D.d\int B$.

LEMMA II.

Si flexuræ C, D *flexilineæ ex partibus æqualibus* BC, CD & DE *compositæ, moveantur in arcubus circularibus* Cc & Dd *centra sua in* B & E *habentibus* (Fig. 9) *eadem manente flexilineæ longitudine, Incrementum (decrementum)* bc *rectæ* GC *erit ad decrementum (incrementum)* De *rectæ* HD, *ut differentia tangentium angulorum* QCD, RDE *ad differentiam tangentium angulorum* PBC, QCD. Hoc est $bc:De=dtC:dtB$.

Producantur BC, CD usque ad occursum cum rectis QD & RE etiam protractis ut X & Y, veneritque BCDE in situm $BcdE$, secabitque, ut in præcedenti Lemm. cd alteram CD in aliquo puncto O, ex quo tanquam centro descriptis per C & d arculis Cx, & $d\delta$ ductisque ex C & d lineolis Cb, & de parallelis AI, ipsis cg & DH occurrentibus in b & e, erunt ang. $bCc=BCP=X$ & $cCx=XCD$, nec non $edD=DER$, & $\delta dD=EDY$; quare est $bc:ck=CD:DX$ & $D\delta:De=EY:DY$, adeoque quia (ob hyp.) æquales CD & cd etiam cx & $D\delta$ æquales sunt, erit ex æquo $bc:De=CD.EY:DR.DX$ (vel substituendo CQ.DR pro CD & DY quibus proportionales sunt) $=CQ.EY:DR.DX=(EY:DR):(DX:CQ)$ sed ut $EY:DR$ ad $DX:CQ$, ita dtC ad dtB; ergo $bc:De=dtC:dtB$. Quod erat demonstrandum.

Corollarium.

Unde quia $bC:bc=tB:a$, nec non $bc:De=dtC:dtB$, ac denique $De:ed=a:tD$, erit ex æquo Gg $(bc:)$ Hb (ed) $=tB.dtC:tD.dtB$. Pag. 35.

LEMMA III.

Si indeterminata quæcunque X *diversa elementa* dX & δX *admittat, respectiva elementa* dZ & δZ *magnitudinis* Z *utlibet datæ per* X & *constantes elementis* dx, dX *proportionalia erunt.*

Nam si $dZ=MdX$, erit etiam $\delta Z=M\delta X$, ubi M est utrinque eadem quantitas data per X & constantes, quare $dZ:\delta Z$ $(=MdX:M\delta X)=dX:\delta X$. Quod erat demonstrandum.

 Hæc

Act. Erud. An. 1718. M. Jan. Hæc sunt Lemmata generalia, quorum vel primum aut secundum separatim sumtum una cum hoc tertio sufficiunt omnibus problematibus quæ circa figuras Isoperimetras optime quid præstantes proponi possunt, quia tamen alterum præ altero in diversis casibus simpliciorem & breviorem analysin largitur, utrumque demonstrandum fuit.

Problema I.

Ex omnibus figuris Isoperimetris ABE *per puncta eadem* A *&* E *transeuntibus, invenire illam, quæ alteram figuram* ALNI *hac lege descriptam, ut singulæ ejus ordinatæ* FK *per respectivas ordinatas* BF *quæsitæ similiter datæ sint, producat, quæ Maximum minimumve spatium* AKNIA *contineat, omnium a cæteris Isoperimetris similiter genitorum.*

Dicantur semper AF $= y$, FB $= x$, FK data utlibet per x & constantes $= p$, arcus AB $= z$ eruntq; FG $= dy$; PC $= dx$, BC $= dz$ & LS $= dp$.

Sit nunc flexilinea BCDE tribus elementis contiguis curvæ quæsitæ composita, cui respondens spatium FKL*MNI maximum* aut minimum esse debet, quare movendo flexilineam ut *in Lem. I.* in B*cd*E figura respondens FK*lm*NI erit $=$ FKLMNI, ex quo elicitur L*l* $=$ M*m*, existentibus FG, GH & HI, ut hic supponimus, æqualibus. Atqui (Lem. III.) L*l* : C*c* $=$ LS : PC, & D*d* : M*m* $=$ QD : MT, ergo ex æquo D*d* : C*c* $=$ LS. QD : MT. PC (Lem. I.) $= ds$B : dsC, vel quia QD : PC $= s$C. σB : sB. σC, erit dsB : dsC $= s$C. σB. LS : sB. σC. MT, atque adeo sB. dsB : σB. LS $= s$C. dsC : σC. MT
Pag. 36. $=$ unitati, ergo sB. dsB $= \sigma$B. LS, vel ponendo dp pro LS & (*def. 6*) omittendo B, erit $-s\,ds : \sigma = \pm\, dp$, & integrando $\sigma = p$ vel $= c - p$. Primo casu dsB $= s$C $- s$B sunt negativæ, quando curva ABC est cava versus axem; altero vero affirmativæ quando curva est convexa, propterea posui $\mp s\,ds : \sigma = dp$, seu $- s\,ds : \sigma = \pm\, dp$, quod semel pro semper monuisse sufficiat. Jam quia $dy : dx = \sigma : s$, erit $dy = p\,dx : \surd(aa - pp)$ primo casu, quo $\int p\,dy$ efficit *Maximum*.

Vel etiam $dy = (c - p)\,dx : \surd(aa - cc + 2cp - pp)$. Quo $\int p\,dy$ est *Minimum*, in qua si fiat $c = a$, orietur $dy = (a - p)\,dx : \surd(2ap - pp)$, quæ cum altera ex Jac. Bernoullii æquationibus pro solutione hujus Problem. datis ad amussim convenit, non minus ac prior cum prima. Quod erat inveniendum.

Proble-

Problema II.

Act. Erud. An. 1718. M. Junii.

Si curvæ genitæ AK *ordinatæ* KF *non amplius datæ sint per* BF, *sed per arcus respondentes curvæ quæsitæ* AB, *quæritur ex omnibus Isoperimetris illa quæ Maximum Minimumve spatium* ALNI *producat*.

Iisdem positis, mutatis solum mutandis, quæ in solutione præcedentis, significando nunc KF datam per arcum AB seu z per q, & LS per dq; erit etiamnum $Ll = Mm$; sed in præsenti casu est (Lemm. III.) $Ll : bc = LS : BC$ & $de : Mm = CD : MT$, ergo ex æquo $de : bc = LS.CD : MT.BC$ (vel quia CD & BC ipsis σB, & σC proportionales sunt) $= LS.\sigma B : MT.\sigma C =$ (Coroll. Lemm. I.) $fD.dfB : fB.dfC$. Ergo $dfB : LS.\sigma B.fB = dfC : MT.\sigma C.fD$. Ponantur brevitatis ergo $dfB : LS.\sigma B = F$, & $dfC : MT.\sigma C = G$, eritque $F : fB = G : fD$ & permutando & dividendo $F - G : F = fB - fD : fB$; est autem $F - G = dF$, & $fB - fD = fB - fC + fC - fD = dfB + dfC = 2dfB$ quia differentia inter dfB & dfC ipsis inassignabilis est. Quare $dF : F = 2dfB : fB$ & log. $F = 2$ log. fB, id est $F = fB^2$ vel simpliciter $= ff$, erat vero $F = dfB : LS.\sigma$ vel $df : \sigma\, dq$ ergo $df.\sigma\, dq = ff$, vel generalius $-df : ff\sigma = \pm dq$ & integrando (complendo prius homogenea per a^3) invenietur $a\sigma : f = q$ aut $c - q$, primo casu, quando curva quæsita est cava versus axem, & area ANI seu $\int q dy$ est *Maxima*.

Secundo vero, quando est convexa, areaque ANI seu $\int q dy$ *Minima* est. Pag. 37.

Pro primo habetur $ady = qdx$, & $ady = (c - q)\, dx$, quia $\sigma : f = dx : dy$. Vel etiam $dy = qdz : \sqrt{(aa + qq)}$ & $dy = (c - q)\, dz : \sqrt{(aa + cc - 2cq + qq.)}$ Quæ omnia repertis Jac. Bernoullii consona sunt. *Q. E. I.*

Aliter. In fig. 9. Maneant arcus AB, AC, AD, AE cum suis elementis BC, CD & DE invariatæ longitudinis, dum flexilinea BCDE ex hoc situ movetur, ut in Lemm. II in $BcdE$, adeoque etiam ordinatæ FK, GL, HI, & IN hoc fluxu invariatæ manebunt, sed ex natura *Maximi* vel *Minimi* oportet ut $KF.FG + LG.GH + MH.HI$ fiat $= KF.Kg + LG.gb + MH.bI$, hinc vero nascitur $LS.Gg = MT.Hb$, in qua si loco ipsarum Gg & Hb ex Coroll. Lemm. II. earum proportionales $tB.dtC$ & $tD.dtB$ substituantur, erit $LS.tB.dtC = MT.tD.dtB$, vel etiam transponendo $dtB : LS.tB = dtC : MT.tD$, quare ponendo $dtB : LS = K$ & $dtC : MT = L$, erit $K : tB = L : tD$ & permutando ac dividendo $K - L : K = tB - tD : tB$, seu quia $K - L = dK$ & $tB - tD = tB - tC + tC - tD = dtB + dtC = 2dtB$, fiet $dK : K = 2dtB : tB$, & $K = tB^2$ seu simpliciter tt; sed $K (= dtB : LS) = \mp dt : dq$, ergo $\mp aadt : dq = tt$ Tab. I. Fig. 9.

 sup-

suppletis homogeneis per aa, & $-aadt:tt=\pm q$, hinc integrando $aa:t=q$ vel $c-q$; & quia nunc $a:t=dy:dx$, eædem æquationes curvæ quæsitæ inveniuntur, quæ supra. *Q. E. I.*

Problema III.

Si linea flexilis ABC (Fig. 9) *in singulis suis punctis ponderibus quibusvis gravata sit, ex omnibus Isoperimetris invenire illam in qua centrum gravitatis ponderum quibus linea quæsita per totam suam longitudinem onusta est, Maxime vel minime a linea horizontali tanquam basi sua* AI, *distet.*

Sint iterum tria curvæ quæsitæ elementa æqualia, BC, CD & *DE* quorum pondera seu gravamina dicantur F, G & H, ergo summa Momentorum eorum, quæ est F.FB + G.GC + H.HD (hyp.) æquari debet summæ momentorum flexilinea existente in situ B*cd*E, seu F.FB, + G.GC + H.H*d*, quare reperietur G.*bc* = H.D*e*, vel substituendo ex Lemm. II. pro *bc* & D*e* proportionales *dt*C & *dt*B, fiet G.*dt*C = H.*dt*B, seu *dt*B : G = *dt*C : H, atque

Pag. 38. adeo *dt*B = G, seu $\pm\, dt=dq$, vel $dt=\pm\, dq$, ponendo dq pro G, quare $t=q$ vel $c-q$, primo casu reperitur $dy=adz:\surd(aa+qq)$ & secundo $dy=adz:\surd(aa+cc-2cq+qq)$; hæ æquationes accurate concordant cum Bernoullianis atque omnis generis catenarias continent, quemadmodum ratione prioris id demonstravi in *Phoronomia* §.105, nisi quod illic dx & dy sint ea elementa quæ nunc cum Celeb. Jac. Bernoullio vocavimus dy & dx respective. Quod erat inveniendum.

Atque sic soluta exhibuimus nova methodo tria illa Problemata generalia circa Figuras Isoperimetras quæ Celeberr. Jac. Bernoullius sua methodo expedivit in prælaudata sua Differtatione in Act. Erudit. 1701 pag. 31 seqq. extante. Ad plura alia problemata hoc schediasma extendi potuisset, sed tempus vetat plura proferre, propterea in aliam commodiorem occasionem quæ supersunt dicenda differre nunc cogor.

CON-

Act. Erud. An. 1718. M. Febr. Pag. 74.

CONTINUATIO OBSERVATIONIS BERNOULLIANÆ

de solutionibus quæ exstant Problematum Isoperimetricorum &c.

Conf. Mens. Januar. hujus Anni pag. 497 *& seqq.*

DEdimus hucusque solutiones problematum dudum quidem propositorum, sed ecce nunc alia a nemine antea considerata. Curvam brachystochronam seu celerrimi descensus cycloidem esse nunc constat, idque primus ego inveni. Quid si vero jam talis desideretur brachystochrona, quæ sit datæ longitudinis, hoc est, quæ inter omnes alias ejusdem longitudinis inter eadem extrema constitutas deferat mobile a puncto ad punctum tempore brevissimo? Ut res distinctius proponatur, esto

Problema IV.

Inter omnes curvas (Fig. 6) determinatæ longitudinis puncta data B & C connectentes quæritur illa, per quam Mobile sua gravitate a puncto B moveri incipiens descendat brevissimo tempore ad alterum punctum C. Tab. I. Fig. 6.

Solutio.

Sit curva quæsita B*ae*C (Fig. 5) cujus portiuncula quævis minima *abce* constet tribus elementis æqualibus *ab*, *bc*, *ce*, quæ motu circulationis acquirant, ut supra supposuimus, situm vicinissimum *agie*. Mobile ubi ad *a* pervenerit ut porro ad *e* pertingat quam citissime, oportet ex natura *Minimi* situm trium elementorum *ab*, *bc*, *ce* talem esse, ut tria tempuscula per *ab*, *bc*, *ce* simul sumta sint æqualia tribus tempusculis simul sumtis per eadem in situ proximo *ag*, *gi*, *ie*. Considero autem more solito velocitatem quasi uniformem per decursum integri cujuslibet elementi, eamque proportionalem (per legem gravium cadentium) radici quadratæ altitudinis sumtæ ab initio elementi usque ad horizontem unde grave delabitur, hinc tempuscula per *ab*, *bc*, *ce* exprimentur per $\frac{ab}{\sqrt{Na}}$, $\frac{bc}{\sqrt{Pb}}$, $\frac{ce}{\sqrt{Rc}}$; atque pariter tempuscu- Fig. 5.

la

Act. Erud. An. 1718. M. Febr. Pag. 75. la per ag, gi, ie designabuntur per $\frac{ag}{\sqrt{Na}}$, $\frac{gi}{\sqrt{Pn}}$, $\frac{ie}{\sqrt{Ro}}$ aut simpliciter ob æqualitatem elementorum per $\frac{1}{\sqrt{Na}}$, $\frac{1}{\sqrt{Pb}}$, $\frac{1}{\sqrt{Rc}}$ & per $\frac{1}{\sqrt{Na}}$, $\frac{1}{\sqrt{Pn}}$, $\frac{1}{\sqrt{Ro}}$, est igitur $\frac{1}{\sqrt{Na}}+\frac{1}{\sqrt{Pb}}+\frac{1}{\sqrt{Rc}}$ $=\frac{1}{\sqrt{Na}}+\frac{1}{\sqrt{Pn}}+\frac{1}{\sqrt{Ro}}$; ideoque $\frac{1}{\sqrt{Pb}}-\frac{1}{\sqrt{Pn}}\left(\frac{1}{2Pb\sqrt{Pb}}\times bn\right)$ $=\frac{1}{\sqrt{Ro}}-\frac{1}{\sqrt{Rc}}\left(\frac{1}{2Rc\sqrt{Rc}}\times co\right)$; seu $bn.\ co :: Pb\sqrt{Pb}.\ Rc\sqrt{Rc}$. Quod si itaq; in æquatione fundamentali $\overline{\frac{fb}{af}-\frac{kc}{bk}}\times bn=\overline{\frac{kc}{bk}-\frac{lc}{cl}}\times co$ in locum bn & co surrogentur eorum proportionales hic inventi, habebitur $\overline{\frac{fb}{af}-\frac{kc}{bk}}\times Pb\sqrt{Pb}=\overline{\frac{kc}{bk}-\frac{lc}{cl}}.\times Rc\sqrt{Rc}$, quæ est æquatio specifica perfectam jam habens uniformitatem; *res itaque huc redit ut* $\overline{\frac{fb}{af}-\frac{kc}{bk}}\times Pb\sqrt{Pb}$ sit per totam curvam constanter eadem quantitas: Quare ponendum est $-d\frac{dx}{dy}\times x\sqrt{x}$ $=$ homogeneo constanti $dz\sqrt{a}$, proinde $-d\frac{dx}{dy}$ h. e. $\frac{-dyddx+dxddy}{dy^2}$ $=\frac{dz\sqrt{a}}{x\sqrt{x}}$; In priori membro pro ddx substituatur ejus valor $\frac{-dyddy}{dx}$, postea integrationis gratia utrumque ducatur in dx, quo facto & diviso per dz prodibit $\frac{dzddy}{dy^2}=\frac{dx\sqrt{a}}{x\sqrt{x}}$, sumptisq; via ordinaria integralibus, $\frac{-dz}{dy}=\frac{-2\sqrt{a}}{\sqrt{x}}\mp\frac{b}{c}$; seu $dz(\sqrt{dx^2+dy^2})$
Pag. 76. $=\frac{2dy\sqrt{a}}{\sqrt{x}}\pm\frac{bdy}{c}$, quadrando & dein reducendo orietur æquatio finalis curvæ quæsitæ naturam definiens $dy=\frac{cdx\sqrt{x}}{\sqrt{4acc+bbx-ccx\pm4bc\sqrt{ax}}}$

quæ,

quæ, si $b=0$, desinit in hanc $dy = \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{4a-x}}$ respondentem cycloidi, qui casus est pro brachystochrona communi, cum nempe quæritur inter omnes possibiles curvas puncta B & C connectentes, cujuscunque sint longitudinis, illa quæ minimo tempore transmittit grave descendens a B ad C. Verum manente b, æquatio inventa aliam dat curvam a cycloide diversam, quæ celerrimum procurat descensum, non quidem inter omnes possibiles curvas, sed inter eas saltem quæ sunt cum ipsa ejusdem longitudinis: quin & pro diversa ratione ipsius b ad c, ipsa quoque curvæ natura mutatur; unum namque casum præ cæteris notare convenit, quo illa, quod memorabile est, evadit algebraica, id quod accidit assumto $b=c$, unde æquatio nostra sequentem induit formam, $dy = \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{4a \pm 4\sqrt{ax}}}$ nimirum integrabilem, siquidem rite peracta integratione reperietur $y = \pm \frac{2x}{5\sqrt{a}} - \frac{8}{15}\sqrt{x} \pm \frac{16}{15}\sqrt{a} \times \sqrt{a \pm \sqrt{ax}} =$ (facto $ax=tt$) $\pm \frac{6tt - 8at \pm 16aa}{15a\sqrt{a}} \sqrt{a \pm t}$. Act. Erud. An. 1718. M. Febr.

Scholium II.

Supposuimus in hac solutione communem legem accelerationis, qua scilicet velocitas acquisita procedit in subduplicata ratione altitudinum verticalium. Sed facile videre est, solvendi modum non esse adstrictum huic tantum peculiari hypothesi: supponamus enim velocitatem in quovis curvæ puncto a, se habere ut qualiscunque functio (quam vocabo X) applicatæ Na seu x, si filum solutionis probe sequamur, perducet nos ad hanc generalem æquationem $dy = \frac{cXdx}{\sqrt{\overline{ac \pm bX}^2 - ccXX}} = \sqrt{\frac{cXdx}{\sqrt{aacc \pm 2abcX + \overline{bb - cc}XX}}}$, Pag. 77.

posito $b=0$, erit $dy = \frac{Xdx}{\sqrt{aa - XX}}$, quæ convenit cum casu aliquo æquationis quam pro solutione problematis primi invenimus; ita ut una eademque curva cui quadrat $dy = \frac{Xdx}{\sqrt{aa - XX}}$, duo simul præstet officia, nempe ut $\int Xdy$ sit *Maximum*, & $\int \frac{dz}{X}$ sit *Minimum*, quamvis conversa non valeat, sunt enim infinitæ aliæ, in qui-

Act.Erud. An. 1718. M. Febr. quibus $\int X\,dy = Max.$ non tamen $\int \frac{dz}{X} = Min.$ Ut & vice versa infinitæ aliæ dantur curvæ, ubi hoc posterius reperitur *Minimum*, non tamen illud prius *Maximum*: Etenim duæ æquationes illæ problema 1 & probl. 4 solventes, $dy = \frac{\overline{X+c} \times dx}{\sqrt{aa - \overline{X+c}^2}}$ & $dy = \frac{cX\,dx}{\sqrt{\overline{ac \pm bX}^2 - ccXX}}$ quamvis conformitatis aliquam speciem præ se ferant, non tamen conveniunt nisi in solo casu, quo ibi c, hic vero b ponuntur $= 0$.

Sic itaque erraverat Frater quando in Actis Lipſ. 1700 pag. 513 suas æquationes pro *Maximis* & *Minimis* in tabellam redactas redditurus generalissimas, autumavit *in omnibus ipsis æquationibus literas p & q* (quæ mihi sunt X & Z) *augeri minuive posse quantitate quacunque constante*: Ipsa quippe statim prima æquatio quam in exemplum assumit $dy = pdx : \sqrt{aa - pp}$ hoc est communi notandi modo $\frac{pdx}{\sqrt{aa - pp}}$, mutatur augendo minuendove p *constante* c, in $dy = \overline{p \pm c}\,dx : \sqrt{aa - pp \pm 2pc - cc}$, quæ quidem congruit cum Pag. 78. nostra $dy = \frac{\overline{X \pm c} \times dx^2}{\sqrt{aa - \overline{X \pm c}^2}}$ adeoque etiamnum satisfacit conditioni primæ ut $\int pdy$ sit *Maximum*, sed cessat hoc altero simul defungi officio ut $\int dt : p$ sit *Minimum*: siquidem æquationem istam reipsa discrepare ostendimus ab altera $dy = \frac{cX\,dx}{\sqrt{\overline{ac \pm bX}^2 - ccXX}}$, quæ generaliter facit $\int \frac{dz}{X}$ hoc est $\int dt : p = Minimo$: Quod vel hinc patet, quia si X vel p talis est, ut ab initio curvæ in B ubi $x = 0$, etiam ipsa X vel p sit $= 0$, curva non alium quam rectum angulum cum axe BO efficere potest, si nempe requiratur ut $\int \frac{dz}{X}$ sit *Minimum*, cum e contrario pro $\int pdy$ *Maximo* curva ad quemvis angulum obliquum axi insistere possit.

Quod porro spectat ad nostram equationem $dy = \frac{cX\,dx}{\sqrt{\overline{ac \pm bX}^2 - ccXX}}$ pro *Minimo* $\int \frac{dz}{X}$, deprehendo conformem eam esse cum illa- quam

quam Frater exhibet in Tabula pag. 513 lin. 13, $dy = apdx : \sqrt{bb - aa, pp - 2aabp + a^4}$, pro $\int dt:p$ *Maximo*, sed nescio quæ falsæ lucis species perstrinxerit oculos fratris, ut se hic *Maximum* videre crederet, quod tamen existere nequit, saltem si crescente x, & ipsum p vel X crescit; quilibet enim qui vel tantillum attendit, haud ægre observat, $\int dt:p$ non habere crescendi limitem sed abire in infinitum. Præterea sive possit sive non possit esse *Maximum* $\int dt:p$, in confesso sane erit æquationem $dy = apdx : \sqrt{bb - aa, pp - 2aabp + a^4}$, quam pro $\int dt:p$ *Maximo* venditat Frater, tali *Maximo* satisfacere non posse, quando ostendero, eam nonnullis in casibus manifeste dare $\int dt:p$ *Minimum*; nam primo si $b = 0$, æquatio degenerat in hanc $dy = pdx : \sqrt{aa - pp}$, quæ utique coincidit cum prima in Tabula, quamque consentiente fratre convenire ostendi *Minimo* $\int dt:p$; Deinde si insuper $p = \sqrt{x}$, habebimus $dy = dx\sqrt{x} : \sqrt{a - x}$; quæ ipsissima est æquatio pro cycloide seu curva celerrimi descensus, cujus nempe tempus exprimitur per $\int dt : \sqrt{x}$. Quo sensu igitur hoc queat accipi pro *Maximo*, ego mehercle non capio: Miror eo magis inadvertentiam hic commissam a Fratre, qui alias ut notum tam solicitus fuit in minutiis quoque accurate perpendendis, ut eum minime fugerit res quædam notatu digna non parum huc faciens, cujus meminit pag. 514 circa finem, ubi egregie observat, *quod quanquam eadem sit curva quæ, Maximum* $\int p\,dy$ *& Minimum* $\int dt:p$ *suppeditat, ista tamen curva priore prærogativa in genere duntaxat figurarum isoperimetrarum, altera vero in ordine ad omnes omnino curvas potiatur*: Cum enim sciverit (uti revera scivisse ex hoc loco apparet) æquationem suam primam $dy = pdx : \sqrt{aa - pp}$ designare curvam, quæ reddit *Minimum* $\int dt:p$, non tantum ratione figurarum isoperimetrarum, sed quoque respectu habito ad omnes possibiles lineas inter duo data puncta constitutas, sicuti contingit in curvis brachystochronis pro quacunque hypothesi accelerationis gravium cadentium; qui fit quod non cogitaverit de illis etiam indagandis curvis, quæ subministrant *Minimum* $\int dt:p$ non absolute ita sumtum in ordine ad omnes possibiles lineas, sed quod sit tantum *Minimum* relative ad illas quæ sunt ejusdem inter se longitudinis.

Act. Erud. An. 1718. M. Febr.

Pag. 79.

Nemo sane existimabit, hoc alterum genus curvarum quo $\int dt:p$ inter cæteras isoperimetras duntaxat fit *Minimum* esse impossibile, modo consideret unicam quidem esse curvam nempe cycloidem, quæ ex dato puncto altiori transeat per datum inferius punctum,

Act.Erud. An. 1718. M. Febr. ctum, in qua $\int dt : \sqrt{x}$ sit *Minimum* absolutum, sed alias præterea dari curvas data illa duo puncta connectentes determinatæ longitudinis, sed vel majoris vel minoris quam est cyclois illa, inter quas curvas una profecto erit quæ præ cæteris tempore brevissimo a mobili gravi percurretur, hoc est quæ præ cæteris gaudebit *Minimo* $\int dt : \sqrt{x}$; Atque clarum est, si alia atque alia concipiatur illa longitudo determinata, aliam quoque semper inde oriri curvarum classem, inter quas una rursus eminet, quæ præ reliquis hac *Minimi* prærogativa potitur; atque ita cum longitudo curvarum infinities variare possit, emergent utique infinitæ, Pag. 80. quarum singulæ habent suam peculiarem brachystochronam, quæ nimirum præ cæteris suæ classis curvis producit *Minimum* $\int dt : \sqrt{x}$. Verum inter omnia ista *Minima* jam datur unum, quod vocari possit *Minimum Minimorum*, vel *Minimum* absolutum, quod competere novimus cycloïdi. Certe haud secus se res habet cum *Minimo* $\int dt : p$, quod convenit curvæ cujus æquatio $dy = pdx : \sqrt{aa - pp}$, est enim *Minimum Minimorum* seu *Minimum* absolutum, reliqua vero *Minima* $\int dt : p$, quæ cuicunque longitudini curvarum determinatæ peculiaria sunt, insunt illis curvis quæ comprehenduntur sub generali mea æquatione supra inventa $dy = \frac{cXdx}{\sqrt{\overline{ac \pm bX}^2 - ccXX}}$, quæ similis est tertiæ in tabella Fratris, & cui ascripsit $\int dt : p$, hoc est $\int \frac{dz}{X}$ *Maximum*, sed perperam.

Quod attinet ad æquationes quartam & sextam, quas Frater suæ Tabulæ inseruit $dy = adx : \sqrt{pp - aa}$ pro $\int dy : p$ *Maximo*, & simul pro $\int p\,dt$ *Minimo*; & $dy = adx : \sqrt{bb - 2bp + pp - aa}$ pro $\int p\,dt$ *Maximo*: Omisisset illas, puto, si animadvertisset, illas jam contineri sub prima & tertia, in quibus non differunt nisi quod in hisce dicatur p quod in illis est $\frac{aa}{p}$ & vicissim, nam scribendo $\frac{aa}{p}$ pro p mutantur quarta & sexta in primam & tertiam, vel viceversa prima & tertia in quartam & sextam; de quibus proin idem quod de illis moneri potest, scilicet valere quidem quartam $dy = adx : \sqrt{pp - aa}$ pro $\int dy : p$ *Maximo* relativo, & simul pro $\int pdt$ *Minimo* absoluto, sed sextam $dy = adx : \sqrt{bb - 2bp + pp - aa}$, quadrare pro $\int pdt$ *Minimo* relativo, non vero sicuti scripsit Frater pro $\int pdt$ *Maximo*, utpote quale *Maximum* nequidem possibile est, saltem si crescente x, descrescit p. Sic pariter æquationes secundæ

dy

$dy = \overline{a-p}\, dx : \sqrt{2ap-pp}$ pro $\int p dy$ *Minimo*, & quinta $dy = \overline{p-a}\, dx : \sqrt{2ap-aa}$ pro $\int dy : p$ *Minimo*, in se invicem convertuntur scribendo tantum in alterutra $\frac{aa}{p}$ pro p, adeoque re ipsa non differunt, ficuti nec septima & nona, item nec octava & decima, quæ similiter in se mutuo transmutantur substituendo in alterutris $\frac{aa}{q}$ pro q. Act. Erud. An. 1718. M. Febr. Pag. 81.

Ex quo videre est, semissem harum æquationum utpote superfluarum negligi potuisse, quo sibi Frater ab immenso sane calculandi labore prorsus inutili pepercisset, siquidem pro singulis operosam istam, quam sequenti anno 1701 publicavit, Analysin identidem instituere coactus fuerit. Præterquam quod alia multa circa illas observaverim, quæ non congruunt imo manifeste implicant: Ex. gr. quando Frater, nescio quo errore deceptus, putavit literas p & q in omnibus istis æquationibus augeri minuive posse quantitate quacunque constante, eaque ratione id effici, ut curva inventa conditioni præscriptæ etiamnum satisfaciat. Substituit in hunc finem loco primæ æquationis $dy = pdx : \sqrt{aa-pp}$ hanc alteram $dy = \overline{p-c}\, dx : \sqrt{aa-pp+2cp-cc}$, quam ait denotare curvam quæ *Maximum* $\int dpy$ comprehendat; interim hæc eadem in casu quo $c = a$ definit in hanc $dy = \overline{p-a}\, dx : \sqrt{2ap-pp}$, quæ est secunda in tabula, quamque asserit satisfacere *Minimo* $\int p dy$; quis ista asystata facile conciliabit?

Error videtur originem inde traxisse, quod in analysi Probl. I. (vid. Act. Lips. 1701 p. 37 lin. 19.) non satis generaliter integraverit quantitatem $aatdt : \overline{aa+tt}\sqrt{aa+tt}$, quando dicit facta summatione acquiri partim $aa : \sqrt{aa+tt}$, partim $a - aa : \sqrt{aa+tt} = p$; cum pro hoc altero potius scribere potuisset universalius $c - aa : \sqrt{aa+tt} = p$: Atque tum reliqua exequendo ut ipse facit, provenisset generalissima æquatio $dy = \overline{c-p}\, dx : \sqrt{aa-\overline{c-p}^2} = \overline{c-p}\, dx : \sqrt{aa-cc+2cp-pp}$ complectens non tantum utramque fratris, sed & infinitas alias pro diversa ratione inter c & a ad lubitum assumenda. Hæcque revera non differt ab illa quam supra in solutione Probl. I. inveni Pag. 82.

$$dy = \frac{\overline{X+c}\, x\, dx}{\sqrt{aa-\overline{X+c}^2}}$$, curva autem hujus æquationis continebit $\int p dy$ modo *Maximum* modo *Minimum* pro diversitate rationis a ad c; patet utique æquationes duas priores in tabella Fratris

 con-

Act. Erud. An. 1718. M. Febr. conspiciendas $dy = pdx : \sqrt{aa - pp}$, & $dy = \overline{a - p}\, dx : \sqrt{2ap - pp}$, illius meæ nonnisi duos duntaxat esse casus particulares inter reliquos infinitos, facto namque $c = 0$, prodit prima; sed sumto $c = a$, nascitur altera. Utrum vero quilibet casus singularis producat $\int pdy$ *Maximum* an vero *Minimum* exploratu non est difficile, modo attendatur ad æquationem meam primitivam $a dy = \overline{X \pm c}\, dz$, ad quam in solutione Probl. I. perveneram; Hinc enim statim judicari potest ex eo quod X crescat vel decrescat crescente x, ac quod sit vel simul vel alternatim cum c affirmans aut negans, utrum $\int pdy$ sit *Maximum* an *Minimum*, similem fere in modum quo frater usus est in Actis citat. 1701.

Omnia quæ hactenus dicta sunt de æquationibus pro $\int pdy$, vel (quod perinde esse ostendi) pro $\int dy : p$ *Maximo* vel *Minimo*, intelligenda quoque sunt mutatis mutandis de illis alteris pro $\int qdy$ seu pro $\int dy : q$ ut & de illis pro $\int xdq$, *Maximo* vel *Minimo*, in solutionibus Probl. II. & III. supra generaliter inventis.

Verum finem tandem pono problematibus isoperimetricis, ubi non tantum ea, quæ a fratre meo quondam *proposita magna* pompa, nec minori conatu & labore soluta fuere, *ego ex sola* lege uniformitatis solvi citra calculum analyticum, sed & multa alia circa hanc materiam (supposito aliarum quarundam, quas nondum consideravimus, quantitatum functiones *Maximum* vel *Minimum* gignere) ex eodem principio pari cum facilitate resolvere possem, nisi crederem hisce quæ dedi facem sufficientem esse accensam, ut alius jam videat quomodo ad ea penetrandum, quæ brevitatis gratia hic omisi.

Pag. 83. Ut autem patescat quam fœcundum sit illud uniformitatis principium, unicum addere juvat, cujus solutionem dabo, argumentum petiturus non ab isoperimetris sed ab isochronis, ubi nimirum quæri potest, quænam ex infinitis curvis isochronis hoc est quarum singulæ æquali tempore percurruntur, illa sit, quæ aliquod *Maximum Minimumve* præstet: verbi gratia sit sequens

Problema V.

Tab. I. Fig. 3. Ex omnibus curvis isochronis (*Fig. 3*) data puncta B & C (ubi B initium descensus supponitur) conjungentibus, determinanda est illa B*ae*C, quæ cum recta subtensa BC comprehendat segmentum BC*ea*B, omnium a cæteris isochronis similiter comprehensorum Maximum.

Solutio.

Ad rectam BV ducta perpendiculari CV; segmentum BC*ea*B resecetur a triangulo BCV (quod triangulum ceu liquet, curva utcun-

utcunque variante inter puncta data B & C, ipsum invariatum manet) ut habeatur area $BaeCV$, quæ area per consequens ob maximum segmentum ipsa inter reliquas areas similiter genitas erit minima: quare hanc tantum determinabo. Act. Erud. An. 1718. M. Febr.

Hunc in finem adhibeo Fig. 3. præparatam ut supra, excepto quod non ipsarum particularum trium ab, bc, ce aggregatum sit æquale aggregato trium proximarum ag, gi, ie: sed ita se habere suppono, ut summa trium tempusculorum per ab, bc, ce æquetur summæ totidem tempusculorum per ag, gi, ie, postquam puta grave ex quietis puncto B ad a usque delapsum in eo nunc est, ut percurrat curvæ portiunculam $abce$, vel æquali tempore ei proximam $agie$. Ante omnia quærenda est æquatio fundamentalis inserviens enodationi non hujus tantum, sed omnium quæ circa isochronas formari possunt quæstionum.

Consideremus itaque quod ob æqualitatem temporis per $abce$ & temporis per $agie$, erit per ea quæ in solutione Probl. IV dicta sunt, $\frac{ab}{\sqrt{GB}} + \frac{bc}{\sqrt{BH}} + \frac{ce}{\sqrt{BP}} = \frac{ag}{\sqrt{BG}} + \frac{gi}{\sqrt{BH}} + \frac{ie}{\sqrt{BP}}$, ablatis æqualibus restabit $\frac{bn}{\sqrt{BG}} + \frac{co}{\sqrt{BP}} = \frac{gm + ib}{\sqrt{BH}}$ hinc $\frac{bn}{\sqrt{BG}} - \frac{gm}{\sqrt{BH}} = \frac{ib}{\sqrt{BH}} - \frac{co}{\sqrt{BP}}$; Pro bn, gm, ib, co, substitutis valoribus $\frac{fb \times gb}{ab}, \frac{kc \times gb}{bc}, \frac{kc \times ci}{bc}, \frac{le \times ci}{ce}$, acquiretur æquatio fundamentalis $\overline{\frac{fb}{ab\sqrt{BG}} - \frac{kc}{bc\sqrt{BH}}} \times bg = \overline{\frac{kc}{bc\sqrt{BH}} - \frac{le}{ce\sqrt{BP}}} \times ci$. Pag. 84.

Æquationem specificam ex eo eliciemus: quod per legem *Minimi* area $GabceQ =$ areæ $GagieQ$, hoc est $aG \times GH + bH \times HP + cP \times PQ = aG \times GH + gH \times HP + iP \times PQ$, ablatis utrinque æqualibus remanebit $bg \times HP = ci \times PQ$, unde $bg. ci :: PQ. HP :: \frac{1}{HP}. \frac{1}{PQ}$; substitutis in æquatione fundamentali loco bg, ci eorum proportionalibus, nascetur æquatio specifica $\overline{\frac{fb}{ab\sqrt{BG}} - \frac{kc}{bc\sqrt{BH}}} \times \frac{1}{HP} = \overline{\frac{kc}{bc\sqrt{BH}} - \frac{le}{ce\sqrt{BP}}} \times \frac{1}{PQ}$ per totum uniformis; Quocirca protinus colligo (quia $\frac{fb}{ab\sqrt{BG}} - \frac{kc}{bc\sqrt{BH}}$ est

Act. Erud. An. 1718. M. Febr. est differentiale fractionis $\frac{dy}{dz\sqrt{x}}$, & HP est ipsum dx) faciendum esse $d\frac{dy}{dz\sqrt{x}} \times \frac{1}{dx}$ = constanti homogeneo $\frac{1}{a\sqrt{a}}$, adeoque $d\frac{dy}{dz\sqrt{x}} = \frac{dx}{a\sqrt{a}}$; Integrando neglecta tantum litera præfixa d, & adjecta quadam constante homogenea, provenit $\frac{dy}{dz\sqrt{x}} = \frac{x}{a\sqrt{a}} \pm \frac{b}{a\sqrt{a}}$, vel multiplicando per crucem ady
Pag. 85. $\sqrt{a} = \overline{x \pm b}\, dz\sqrt{x}$, reductione rite peracta (observando quod $dz = \sqrt{dx^2 + dy^2}$) habebitur $dy = \frac{\overline{x \pm b}\, dx\sqrt{x}}{\sqrt{a^3 - x\, x\, \overline{x \pm b}^2}}$, æquatio finalis quæsita, in qua si arbitraria $b = 0$, prodibit $dy = \frac{x\,dx\sqrt{x}}{\sqrt{a^3 - x^3}}$.

Quod si vero constans homogeneum ipsi $d\frac{dy}{dz\sqrt{x}} \times \frac{1}{dx}$ supponatur 0, erit & ipsum $d\frac{dy}{dz\sqrt{x}} = 0$, ejusque adeo integrale $\frac{dy}{dz\sqrt{x}}$ = constanti $\frac{1}{\sqrt{c}}$, unde emergit reductione peracta, $dy = \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{c - x}}$; quæ est æquatio ad cycloidem, cujus initium B, & circulus generator super BNS rotandus pro diametro habet quamlibet lineam c.

Et hoc quidem ex ipso absoluto celerrimo descensu sine alia consideratione jam statim concludi poterat: Cum enim per cycloidem BaeC mobile brevissimo tempore descendat, patet utique per quamvis aliam curvam super BC descriptam, & quæ cum BC segmentum faciat segmento cycloidico æquale, longiori tempore opus habere. Jam vero idem est problema: *Ex omnibus segmentis æqualibus super* BC *constitutis invenire illud, cujus arcus* BaeC *brevissimo tempore percurritur*, cum hoc altero problemate: *Ex omnibus arcubus isochronis super eadem subtensa* BC *describtis definire illum, qui Maximum comprehendat segmentum*. Talis namque reciprocatio, ceu facile patet, idemque etiam jam Fratre olim observante (vid. Act. Lips. 1701 pag. 41) in universum valet, ita ut ex infinitis curvis affectionem quandam A in æquali gradu possidentibus, quærere illam, quæ aliam quandam affectionem B in maximo minimove gradu habeat, tantumdem sit, ac quærere vicissim illam, quæ inter omnes alias curvas æqualem affectionem B con-

continentibus, talis existat, ut affectione A in minimo maximove gradu gaudeat. In solvendi modo nulla est nisi nominalis discrepantia, æquatio quippe fundamentalis pro una quæstione tenebit locum æquationis specificæ pro altera, & vicissim. *Act. Erud. An. 1718. M. Febr. Pag. 86.*

Coronidis loco adjiciam Methodum meam directam solvendi generalissime Problema decantatissimum celerrimi descensus, quia illa nondum in lucem publicam prodiit, etsi cum pluribus Amicis privatim jam tum communicata cum An. 1697 alteram meam methodum indirectam edidissem. Incomparabilis, dum viveret, Leibnitius, cui utramque subraiseram, ut ipse testatur in Actis Lips. 1697 pag. 300 directam illam methodum nescio qua singulari pulchritudine gaudere sibi imaginans, suasit ne illam statim propalarem ob rationes tum temporis nimium, hodie vero vix amplius valentes. Spero illam Lectori tanto gratiorem fore, quod quamvis Analysis ipsa ad radium curvitatis seu circuli osculatoris deducat, muniri tamen possit Demonstratione synthetica, quæ mira & jucunda facilitate id efficit, ut cycloidi more Geometrico asserat descensum brevissimum.

Problema Celerrimi descensus methodo directa & extraordinaria solutum.

Per punctum superius A (*Fig.* 7) unde grave corpus descensum incipit, ad alterum B delapsurum, ducta sit horizontalis AL, quam secet recta quævis INC sub angulo quovis ad lubitum assumto INL. Ex puncto quolibet K in recta INC similiter ad arbitrium assumendo ducta sit alia recta K*nc*, cum priore KNC angulum faciens CK*c* indefinite acutum, ita ut arculi centro K descripti C*c*, M*m*, C*c* haberi possint pro lineolis rectis. Nunc hoc tantum faciam, ut quæram quis ille sit ex infinitis istis arculis concentricis, qui a mobili gravi ex horizonte AL delapso percurri possit tempusculo brevissimo. *Tab. I. Fig. 7.*

Sit igitur NK $= a$, MN $= x$ item MN.MD :: 1.m & MK.Mm (:: CK.Cc) :: 1.n; notetur quod m & n sint numeri invariabiles (variante x) ille finitus hic infinite parvus: Erit MD $= mx$ & M$m = nx + na$. adeoque tempusculum per Mm $\left(\frac{Mm}{\sqrt{MD}}\right)$ *Pag. 87.*

$= \frac{nx+na}{\sqrt{mx}}$, quod debebit esse *Minimum*, quare dividendo per constans $\frac{n}{\sqrt{m}}$ & postea differentiando prodibit $\frac{x-a}{2x\sqrt{x}}dx = 0$, proinde $x = a$. Id quod indicat curvam quæsitam celerrimi descensus

AMB

Act. Erud. An. 1718. M. Febr.

AMB ejus indolis esse, ut radius curvitatis MK pro quovis puncto M ab axe AL bifariam secetur in puncto N, quod cycloidi soli competere aliunde dudum constat; sed etiamsi nondum constitisset, id tamen per calculum nostrum integralium facillime inveniretur.

Hac methodo problema universalius solvi potest, si scilicet supponantur celeritates acquisitæ gravium cadentium non quidem in ratione subduplicata altitudinum verticalium, ut supposuimus hic secundum vulgarem hypothesin, sed in ratione cujuslibet functionis eorundem. Vocetur enim mX functio ipsius altitudinis MD, faciendum erit, ut vidimus modo, $\frac{a+x}{X} = $ *Minimo*, ejusque adeo differentiale, $\frac{\overline{X - x - a}\,\Delta x}{X^2}\, dx = 0$; seu $X = \overline{x+a}\,\Delta x$: Hujus æquationis radix x determinabit relationem inter MN & NK, qua cognita curvæ Natura ad æquationem coordinatarum porro reducenda relinquitur calculo integralium, quod negotium jam non est hujus loci.

Subjungo tandem demonstrationem Geometricam, *qua per synthesin* probatur mobile in cycloide descendens breviori tempore a puncto ad punctum pervenire, quam si in alia qualibet linea descenderet.

Demonstratio.

Sint MK, mK duæ normales sibi invicem proximæ ad cycloidem AMB; Illæ si opus productæ secent in punctis C, c, curvam quamvis aliam ACB inter puncta data A & B constitutam, atque concurrant in evolutæ cycloidis puncto K, quo centro describatur arculus Cc. Agantur ad horizontalem AL perpendiculares MD, CG, junctæque DK secanti CG productam, si opus, in
Pag. 88. H, fiat parallela GI; Atque tandem sumatur ad MD, CH tertia proportionalis CF. Ex proprietate cycloidis MN = NK, ac proin CN = NI; quia vero $CN^2 + NK^2 > 2CN \times NK$, erit $CN^2 + NK^2 + 2CN \times NK > 4CN \times NK$ ($CI \times MK$); est vero $CN^2 + NK^2 + 2CN \times NK = CK^2$: adeoque etiam $CK^2 > CI \times MK$; unde MK.CK < CK.CI: Porro MK.CK :: MD.CH :: CH.CF, & CK.CI :: CH.CG, ideoque CH.CF < CH.CG, id quod ostendit CG < CF. Nunc quia tempusculum quod grave cadens ex horizonte AL requirit ad percurrendam lineolam Mm se habet ad tempusculum quod idem grave requireret descendens ex eodem horizonte ad percurrendum arculum Cc, in ratione composita ex simplici directa spatiolorum percurrendorum Mm, Cc & subduplicata reciproca altitudinum MD, CG, id est tempus per Mm.

tem-

tempus per $Ce :: \frac{Mm}{\sqrt{MD}} . \frac{Ce}{\sqrt{CG}}$ :: (ob $Mm.Ce :: MK.CK :: MD.$ CH $:: \sqrt{MD}.\sqrt{CF}$) $\frac{\sqrt{MD}}{\sqrt{MD}} . \frac{\sqrt{CF}}{\sqrt{CG}} :: \sqrt{CG}.\sqrt{CF}$: Et quia CG est ostensa minor quam CF, erit etiam tempus per Mm minus quam tempus per Cε, atque potiori jure minus quam tempus per Ce hypotenusam trianguli rectanguli Ceε. Tempus igitur per omnes Mm, id est per cycloidem AMB est minus quam tempus per omnes Cc, id est per quamvis aliam curvam ACB inter eadem puncta A & B constitutam. Q.E.D. Act. Erud. An. 1718. M. Febr.

ANNOTATIONES

M. April. Pag. 164.

in Epistolam M. Julio Act. Erud. superioris anni insertam, una cum solutione Problematis in ea propositi.

Accedit geminum Problema Clarissimo Epistolæ Autori vicissim propositum

a CAROLO ERNESTO OFFENBURGIO.

FOrtunatus fuit Autoris epistolæ Clarissimi apud Bibliopolam suum Gallum Bononiæ ingressus, cum imagines Divorum Divarumque pro amico sibi comparaturus, in postrema Commentariorum Reg. Parisiens. Scientiarum Academiæ volumina forte fortuna incidit, inque illis problemata illa duo circa vires, quas vocant Centrales in inani & in pleno, quæ se primum proposuisse Geometris & persolvisse generalissime arbitratur, a *Transalpinis* quibusdam, ut scribit, *Viris eximiis* luculenter explicari, extricari, enodarique copiosissime, vidit. Quantam enim ex beata hac inspectione voluptatem ceperit, in Epistola ipse affatim exponit; sed quinam sint Viri illi *Transalpini*, non indicat. Et quanquam postremis Actorum Societatis Parisiensis Tomis destituar, unde id discere potuissem, ex recensionibus tamen horum voluminum, quæ in Actis Eruditorum occurrunt, non obscure colligere licuit, per *Viros illos Transalpinos Eximios* in Epistola intelligi celebratissimos Geometras, *Johan. Bernoullium* & *Petrum Varignonium*, utpote qui solide problematibus illis Pag. 165.

Act. Erud. An. 1718. M. April.

lis duobus egisse illic dicuntur. Exultat ergo Autor noster Clarissimus, quod putet nobile istud celeberrimorum virorum par aliquam laudis suæ partem in probandis & explicandis, hoc est, commentariolo ornandis lucubrationibus suis quæsivisse. Ut vero ex jucunda hac opinione conceptam ipsi lætitiam minime invideo, quin potius prolixe gratulor, ita dissimulare nequeo, *id* ab omni veri specie tantum mihi recedere videri, quantum quod maxime, summos in Geometricis Viros eo se demisisse, ut sepositis propriis meditationibus, quas peritioribus in deliciis haberi solere ignorare nequeunt, in alius tamen speciminibus explicandis humilem diligentiam ponerent, & illius *quidem*, qui paucis abhinc annis in alterutrius illorum ædibus sub *discipuli* schemate aliquandiu commoratus, Præceptoris documenta avida mente excepisset, & publice professus esset, hujus luminibus id omne se deinceps acceptum esse relaturum, quod in scientiis hisce inposterum præstiturus esset. Sed putarim potius, alterum alteri de hisce problematibus nonnulla privatim scripsisse, certa ipsis ad id nata occasione, & utrumque postea *solutionem* suam publici juris fecisse. Quicquid sit, hoc *saltem* extra omnem dubitationis aleam positum existimo, vanissimam esse Clarissimi Autoris nostri opinionem, cum putat duorum illorum problematum solutiones a Celeberrimis Viris datas ex suis formulis ita desumtas esse, ut aliud quam explicationes earum censeri non debeant. Hoc ut probem, sequentia tria demonstranda assumo. I. Autorem Epistolæ notissimum Canonem pro viribus Centralibus in vacuo ex duabus propositionibus formaliter contradictoriis, tanquam simul veris, infeliciter elicuisse. II. *Problema* inversum virium centralium in vacuo ne *quidem in* particularissimo casu, quo vires istæ sunt in reciproca duplicata ratione distantiarum mobilis a centro, ab ipso solutum fuisse, cum æquatio quam pro casu isto dederit ex numero curvarum quæsito satisfacientium, excludat *Ellipsin* & *Parabolam*. III. Regulam ejus pro viribus centralibus in pleno exhibitam *absolute* falsam & erroneam esse.

Pag. 166.

Hæc demonstrare suscipio, tum ut plagii notam, quam Autor noster Eximiis Viris inurere voluisse videtur, eluerem, tum etiam ut Autori ipsi ob oculos ponerem, quam inconsiderate summos illos Viros tanquam Pedarios suos propalare, professusque eorum recentiore suo problemate in Epistola proposito tentare ausus sit.

Ad probationem primi id solum Lectorem rogo, ut consulere dignetur §. 11 Sectionis IX Diarii Lipsiensis, quod inscribitur, *Never Bucher-Gaal von gelebrten Gachen*, qui articulus continet

Arti-

Articulum XIV. Tomi III. Ephemeridum Italicarum, sistitque schediasma quoddam Autoris Epistolæ circa vires Centrales in vacuo & in medio resistenti, nam in eo me non indicante ultro perspiciet, quod Autor noster demonstraturus notissimum canonem virium centralium in vacuo, stabilire conatus sit, quod vis centralis dicta (f) sit in composita ratione ex directa spatii geniti EF (vide fig. 1 loco in Diario Lipsiensi citato) & reciproca duplicata ratione tempusculi (dt) quo generatur, assumendo has duas propositiones 1. *Quod velocitas* (u) semper *sit in composita ratione* vis (f) & temporis (dt). 2. Quod eadem celeritas (u) *sit in composita ratione ex directa* spatii *percursi* (EF), *&* *reciproca* temporis (dt). Quis jam non videt, has duas propositiones contradictorias esse? Cum secunda necessario supponat motum in spatio (EF) absolute æquabilem esse, ita ut eadem sit mobilis celeritas (u) in ambobus spatii terminis EF omnibusque ejus punctis mediis; prima vero statuat motum in spatio EF accelera- Pag. 167. tum, & ita quidem acceleratum, ut initio tempusculi (dt) seu spatii E velocitas sit nulla, quæ tamen in altera propositione supponebatur (u), & paribus temporis intervallis paria augmenta capiat, usque ad celeritatem (u) quam in fine spatii EF mobili acquiri necesse est. Patet itaque secundum has duas propositiones simul positas, ut apud Autorem nostrum, *Unum idemque mobile uno eodemque* tempore (dt), in *uno eodemque* spatio EF moveri motu accelerato (secundum primam) & motu *non accelerato*, sed absolute æquabili (secundum alteram) quæ proinde si contradictionem non involvant, nescio quid sit contradictio.

Act. Erud. An. 1718. M. April.

Priusquam ad probationem secundi nostri assumti pergam, non possum non mirari, quomodo Autor in Epistola sua ad Geometras scribere potuerit, *se problema inversum virium Centralium in vacuo primum Geometris proposuisse & persolvisse generalissime*, quando ignorare non potest, celeberrimum Newtonum 30 annis priorem proposuisse hoc ipsissimum problema Geometris & solvisse generalissime, sensu saltem Autoris, in *Principiis* Philos. Natur. l. 1 Prop. 41, cum Autor noster in schediasmate illo supra citato id egerit, ut consensum suum cum solutione Newtoniana probaret. Nec minus miror, quod cum æquationem suam differentialem $dy = dx : \surd(nxx - 1 - 2xx\int fdx)$ ad casum particularem $f = b : xx$ applicuit, ulterius progressus non sit, ostendendo quemadmodum æquatio differentialis hoc casu oriunda $dy = dx : \surd(nxx - 1 + 2bx)$ construi debeat, atque ex ea Sectiones Conicæ quæsito satisfacientes eliciantur, sub hoc levi prætextu, *quod nimis facile sit ostensu, æquationem differentialem* $dy = dx : \surd(nxx - 1 + 2bx)$

Act. Erud. An. 1718. M. April. *ad alias curvas, quam ad sectionem* quandam *Conicam non pertinere.* Cum tamen perspicuum sit, constructionem hujus æquationis differentialis difficiliorem minusve obviam esse, inventione alterius suæ æquationis $dy = dx : \surd (nxx - 1 - 2xx \int f dx)$ qua inversum problema virium centralium generaliter se solvisse arbitratur. Nam posteaquam Illustr. Newtonus loco supra citato solutionem hujus problematis generaliter concepti exhibuit, *non* arduum fuit nec difficile ex solutione ejus æquationem modo Pag. 168. allatam elicere, medio a Newtoniano diverso; sed *non* perinde facilis judicari poterat constructio hujus æquationis *particularis*, qua curvas designari putat Autor, in quibus vires *centrales* sunt reciproce ut quadrata distantiarum mobilis a Centro virium $dy = dx : \surd (nxx - 1 + 2bx)$ eaque independenter a quadraturis, quando ex Newtonianis nullum ad hanc constructionem, seu ad transitum ab æquatione differentiali curvæ ad algebraicam ejusdem, affulgere videtur lumen; & constructiones æquationum differentialium primi gradus petendæ sunt ex *methodo* tangentium *inversa*, in qua excolenda, quandoquidem a perfectione sua etiam nunc plurimum distat, præstantiores *Geometræ* omnes nonnihil operæ collocare solent. Quodsi Autor prætensæ facilitatis fundamentum in eo constituat, quod haud difficile sit æquationem sectionum Conicarum differentialem respectu alterutrius eorum umbilici invenire, eamque æquationi construendæ comparare; ad inversi problematis virium centralium naturam & genium parum attendisse eum oportet, cum talis modi comparatio manifestissime tanquam *cognitum* assumat id, quod *quæritur*, atque adeo *principium* petat. Quare *multum* abesse censendus esset a plena completaque solutione problematis inversi virium Centralium in vacuo in casu quo hæ vires sunt ut $b : xx$.

Deinde ad perfectam solutionem non sufficit dicere, æquationem $dy = dx : \surd (nxx + 2bx - 1)$ non posse ad alias curvas spectare, quam ad *aliquam* sectionem Conicam; sed ostendi debet, pertinere ad *omnes*, hoc vero Autor non præstat, cum æquatio algebraica ejus $ccpp - bbpp - bbqq + 1 = 2cp$ quæ ex differentiali $dy = dx : \surd (nxx + 2bx - 1)$ manat, & in qua p abscissas axis a centro virium sumtas, q applicatas harum orthogonales, & $c = \surd (bb + n)$ designant, ad *solam Hyperbolam*, exclusis *Ellipsi* & *Parabola*, pertinere possit. Nam si pertineret quoque ad Ellipsin, oporteret cc vel $bb + n$ minorem esse quam bb, atque adeo n negativam, atqui n significat quadratum celeritatis mobilis in alterutro puncto, in quo axis curvæ occurrit, quare hoc quadratum

velo-

velocitatis foret hoc casu *negativa* quantitas, cum vero radix quadrata ex quantitate negativa sit quantitas impossibilis & imaginaria, velocitas ipsa in dicto curvæ puncto impossibilis & imaginaria esset, quod est absurdum, quare æquatio $ccpp - bbpp - bbqq + 1 = 2cp$ non est ad *Ellipsin*, neque differentialis $dy = dx : \sqrt{(nxx - 1 + 2bx)}$; sed neque etiam ad *Parabolam* esse possunt: alioqui oporteret esse $bb + n = bb$, atque adeo $n = 0$, ac per consequens celeritas mobilis in vertice parabolæ esset *nulla*, quod etiam fieri repugnat problematis natura. Quare liquet, æquationem $ccpp - bbqq + 1 = 2cp$ quam Autor Epistolæ dedit pro solutione problematis inversi virium centralium in vacuo, ad solam esse *Hyperbolam*, & reliquas sectiones Conicas *Ellipsin*, *Circulum*, & *Parabolam* a solutione excludere. Quod erat secundum a nobis probandum: transeo ad tertium.

Act. Erud. An. 1718. M. April. Pag. 169.

Ad problema virium centralium in medio resistenti, seu brevius in pleno, decretoria hæc sententia lata (cui quantum soliditatis insit, ex præcedentibus haud difficulter judicabit intelligens Lector) viam sibi munit Autor noster Clarissimus: „Ceterum „ posteaquam duo celebres Mathematici (sunt ipsissima ejus verba ex Germanico idiomate Latine reddita) Isaacus Newtonus „ & Godefridus Guilelmus Leibnitius virium centralium mysterium jam a magno Christiano Hugenio in singularissimo suo „ tractatu de Horologio oscillatorio tam clare & docte revelarunt, Geometris incumbere videbatur, ut studia sua in aliud „ quoddam argumentum magis novum nec minus curiosum converterent, aut dictas saltem vires in aliis æque novis necessariisque circumstantiis contemplarentur ac ista: *invenire vim* „ *centralem mobili necessariam ad describendam datam curvam in medio fluido, cujus densitas varietur in certa quadam proportione, resistatque mobili in quacunque alia ratione composita ex ratione sui ipsius, & qualibet alia multiplicatæ velocitatis*." In hoc problemate itaque sibi mirifice placet Aut. doct. ejusque solutionem duabus æquationibus exhibuit, quarum prior ad Leibnitianum designandi modum expressa, hæc est, $f = c^{\int pdx}(1 - m\int c^{m-1\int pdx} qdx)^{1:1-m}$ altera ab hac non differt, nisi quod in ea Elementa dy conspiciantur, loco elementorum dx, quæ huic insunt, literam a qua exponentes quantitatum exponentialium & coefficientem $1-m$ intra vinculum divisit, utpote unitatis loco positam, brevitatis gratia, hoc loco omisi. Posuit m pro $\frac{1}{2}n$, & n est exponens celeritatis u, determinatque resistentiæ fluidi rationem a parte velocitatis, c est quantitas cujus logarithmus est unitas dicta a, literæ p, q denotant quantita-

Pag. 170.

Act. Erud. An. 1718. M. April. tes datas per x, y aliasque constantes, pro casuum diversitate varie permixtas. Formularum suarum nullam analysin aut demonstrationem apposuit, ut pote quam alii & magis idoneæ occasioni reservavit. Nam quod Autor sub rubrica *Analysis problematis virium Centralium in pleno*, in Epistola habet, nihil minus quam analysin hujus problematis exhibet, utpote quod ad hoc unum redit, ut dicatur, esse $fdy - urdt = udu$ quod tantum est alterum principium, cui solutionem suam superstruxit, non autem methodus solvendi, quæ per analysin intelligitur: & quia mediocriter cuique in hisce studiis versato in propatulo versari puto, Autoris errorem, quando in hoc paragrapho epistolæ scribit, in pleno esse $f = f - r$, eum silentio nunc brevitatis causa prætermitto, ad plenam analysin ex principiis Autoris tradendam, accedens.

In formula Autoris $fdy - urdt = udu$ (videantur Acta Erudit. ann. super. pag. 386) designando elementum curvæ per ds, quia $udt = ds$, & $r = u^n Z$ assumta Z pro nomine densitatis fluidi, substituo hos valores, adeo ut hinc emergat $fdy - u^n Z ds = udu$. Et cum a Clar. *Hermanno* demonstratum sit §. 154 *Phoron.* quod quadratum velocitatis mobilis in quolibet curvæ puncto æquivaleat facto ex radio circuli osculatoris in vim curvæ perpendicularem ex centrali derivatam, erit $uu = frdx : ds$ seu scribendo b pro $rdx : ds$, $uu = bf$ & differentiando $2udu = bdf + fdb$ seu $\frac{1}{2} bdf + \frac{1}{2} fdb$ $(= udu) = fdy - u^n Z ds$ (vel quia $u = b^{\frac{1}{2}} f^{\frac{1}{2}}$) $= fdy - b^{\frac{1}{2}n} f^{\frac{1}{2}n} Zds$ $= fdy - b^m f^m Z ds$; quare erit etiam $bdf + fdb = 2fdy - 2b^m f^m Z ds$, hinc dividendo per bf, & transponendo, reperietur, $\frac{df}{f} = \frac{2dy - db}{b} - 2b^{m-1} f^{m-1} Z ds$. Fiant $\frac{2dy - db}{b} = pdx$

Pag. 171. $= \frac{dA}{A}$, & $2b^{m-1} Z ds = qdx$, eritque $\frac{df}{f} = \frac{dA}{A} - f^{m-1} qdx$, & integrando $\text{Log.} f = \text{Log.} A - \int f^{m-1} qdx$, ponamus $\int f^{m-1} qdx = \text{Log.} B$, eritque $\text{Log.} f = \text{Log.} A - \text{Log.} B$, atque adeo $f = AB^{-1}$, & $\int f^{m-1} qdx = \int A^{m-1} B^{1-m} qdx$, quare $\int A^{m-1} B^{1-m} qdx = \text{Log.} B$, & differentiando $A^{m-1} B^{1-m} qdx = B^{-1} dB$, & $A^{m-1} qdx = B^{m-2} dB$, & integrando, B^{m-1}

$= m$

$= m-1\int A^{m-1}qdx$, hinc $B^{-1} = (m-1\int A^{m-1}qdx)^{1:1-m}$ Act. Erud. An. 1718. M. April.

& $f = (AB^{-1}) = A(m-1\int A^{m-1}qdx)^{1:1-m}$. Hæc formula eadem est cum ea quam Autor dedit in Diarii Lipsiensis loco supra citato, excepto solo coefficiente $m-1$ intra vinculum, cujus loco Autor scripsit in sua $1-m$, sed per errorem calami, ut puto; oportet enim esse $m-1$ & non $1-m$. Etenim A nobis idem quod Autori $c^{\int pdx}$, cum posuerimus $dA:A = 2dy - db:b = pdx$, & consequenter Log. $A = \int pdx$ & $A = c^{\int pdx}$, & $2b^{m-1}Z\,ds = qdx$.

Notetur, quod hæc formula Autoris $f = c^{\int pdx}(\overline{m-1}\int c^{m-1\int pdx}qdx)^{1:1-m}$ facile transformari possit in æquivalentem, nullis quantitatibus exponentialibus expressam. Sit enim k perpendicularis ex centro virium in tangentem curvæ, & radius osculi r, eritque $r = ydy:dk$ & $dx:ds = k:y$ atque adeo $b = rdx:ds = kr:y$, & $b = kdy:dk$, quare $dA:A\ (= 2dy - db:k) = 2dk:k, -db:b$, atque adeo $A = kk:b = c^{\int pdx} = yydx:rds$, restituendo loco k & b earum valores. Propterea erit formula Autoris $f = c^{\int pdx}(\overline{m-1}\int c^{m-1\int pdx}qdx)^{1:1-m} = \frac{kk}{b}(\overline{m-1}\int k^{n-2}b^{1-m}qdx)^{1:1-m} = \frac{kk}{b}(\overline{n-2}\int k^{n-2}Z\,ds)^{1:1-m} = \frac{yydx}{rds}(\overline{n-2}\int y^{n-2}Z\,dx^{n-2}ds^{3-n})^{1:1-m}$ quæ ejusdem est valoris cum Autoris formula. Adeoque falsitate unius ostensa falsitas alterius simul innotescet.

Jam in hac postrema si z fiat $=0$, quod contingit in vacuo, tota quantitas intra vinculum $(\overline{n-2}\int y^{n-2}Z\,dx^{n-2}d\int^{3-n})^{1:1-m}$ æquivalebit unitati, & canon *Vis centralis* in vacuo erit $f = \frac{yydx}{rds}$. Pag. 172. Quod autem hic falsus sit, nemini ignotum, ne quidem Autori ipsi, ut pote qui initio suæ dissertationis hactenus citatæ, legem virium centralium definivit hac æquatione $f = ds^3:ryydx$ & recte quidem, etiamsi in hoc falsus sit, quod (ut supra ostendimus) putarit eam derivari posse ex duabus propositionibus contradictoriis. Quare liquet & ipsam regulam Autoris pro determinatione virium centralium in pleno $f = c^{\int pdx}(\overline{m-1}\int c^{m-1\int pdx}qds)$

Act. Erud. An. 1718. M. April. $qds)^{1:1-m}$ falsam esse, Autorisque adeo *industriam* in hoc suo problemate *cessasse*.

Ut eo minus de hoc dubitare possit, applicet regulam particularem pro casu, quo resistentiæ medii fluidi sunt ut uuz, ad aliquod exemplum particulare, ex. gr. ad *spiralem Logarithmicam*, & videbit eam nil nisi falsa producere. Æquatio hujusmodi spiralis esto $dx = ady$, quare posita $b = \sqrt{1+aa}$, erunt $ds = bdy:a$, $r = by:a$; $dr = bdy:a$, $ddx = addy$, & $dds = bddy:a$; & substituendo hos valores in Autoris formula $Lf = \int(2dyds^2 + rdxdds - dxdrds - rdsddx - 2Zrdxds^2 : rdxds)$ Vid. p. 685. Diarii Lips. *Never Bucher-Saal*, proveniet Log. $f = \int(dy - 2yZds : y)$, faciamus denique $z = c:2by$, eritque $Lf (= \int dy - cdy:y) = 1 - cLy$, atque adeo $f = y^{1-c}$. Et subducendo porro calculum juxta regulam primam Autoris pro determinatione Resistentiæ medii, invenietur $R = cf:2b$, seu $R:f = \frac{1}{2}c:b$. Consulatur jam Prop. XV. Lib. II. *Princ. Philos. Natur.* Cel. Newtoni, eritque nostra b seu $ds:dy$ in figura ejus $=$ OP : OS, & Resistentia (A) ad vim centralem (f) ut $\frac{1}{2}c$. OS ad OP. Esto nunc $f = y^{-2}$, ut in dicta Propositione, hoc est $c = 3$, & reperietur per Autoris nostri formulas $R:f = \frac{3}{2}$ OS : OP. A Newtono vero ostensum est Coroll. 3. ad hanc Propositionem, esse $R:f = \frac{1}{2}$ OS : OP. *Sin* vero ponas $c = 1$, erit quidem $R:f = \frac{1}{2}$ OS : OP, sed falso emergit etiam $F = y = 1$, hoc est vis centralis erit constans, cum tamen esse debeat reciproce ut quadratum distantiæ a Centro.

Pag. 173: Faciamus denique cum Illustr. Newtono Prop. XVI. Lib. II. Princ. Novifs. Editionis f ut y^{-n-1}, eritque nunc (omnia enim quæ in hac propositione primæ editionis erronea erant correxit) $R:f = \overline{1 - \frac{1}{2}n}$ OS : OP, at vero principia Autoris Epistolæ præbent $c = 2 + n$, atque adeo $R:f = \overline{1 + \frac{1}{2}n}$ OS : OP.

Sic in omnibus aliis exemplis, Autoris prætensa solutio semper ducet ad conclusiones a veritate alienissimas. Quare tertium meum assumtum solide stabilitum esse existimo.

Videamus nunc quale & quantum sit illud problema ad cujus *sedulam* culturam Autor tam confidenter hortatur *Eximios* illos Viros *Transalpinos*, id hisce a Proponente verbis concipitur. *Funiculum sive catenam, extremis suis ita fulcro alligatam, ut prolabi minime possit, Infinitæ potentiæ datam servantes legem, paribus intervallis, ad pares angulos, pellunt, aut trahunt: quæritur earum formula habita ratione ponderis Funiculi, sive Catenæ.* Non solum solutio hujus problematis prout Autor id concepit, sed infinities generalioris, jam per integrum biennium innotuit ex *Phoron.* Cel. Hermanni, in cujus Appendice §. 5. p. 381 binæ æquationes, secunda nempe & tertia plenissimam problematis solutionem continent. Nam in æquationibus prima

& se-

& secunda elementa dp potentias quaslibet curvæ perpendiculares ex obliquis eliciendas denotant; jam secunda præbet $dp = tds:r$ si pondus catenæ seu funiculi negligitur, sin vero ejus ratio etiam habenda sit, erit $dp = tds:r$, $-edy = (tds - erdy):r$, ubi e significat quantitatem constantem, & quia, ut in citato loco Phoronomiæ dictum, est $dq:dp = k:a$, invenientur potentiæ quæsitæ $dq = (ktds - ekrdy):ar$, in quo canone cum t sit transcendenter data per r & ds, ex æquatione tertia, quæ est log. $t = \int bds:ar$, valor cujusque dq per indeterminatas curvæ r, & ds, saltem transcendenter datus est. In Problemate Autoris b & k seu *tangens* & *secans* complementi anguli in quo potentiæ ad curvam inclinatæ sunt, sunt constantes; quare est casus tantum particularissimus hujus generalis solutionis in qua b quantitatem quamcunque per indeterminatas curvæ datam significare potest, nec potentia in paribus a se invicem intervallis infinitesimis, ut in Autoris problemate, sed etiam in *quibuscumque* in curvam agere supponuntur. Non obstante hac, quam vidimus, limitatione Autoris, qua Problema suum particulare reddidit, & quod nos generalissime solvimus exscribendo tantum ex erudito Phoronomiæ opere, duas æquatiunculas, tam benigne tamen de eo sentire videtur Autor Epistolæ, ut non solum id dignum reputaverit, quo *Principum Geometrarum* industriam & profectus exploraret, sed (quod æque jucundum lectu est, in Epistola) quod solum id esse arbitretur, quod ad innumerabilia ac præclara quæsita aditum *Mathematicis*, ut putat, ante clausum, recludere, curvasque *catenariæ*, *Velariæ*, *lintei* liquore pleni, *musculique* spiritu inflati, in apricum proferre possit, in quibus non modo *veterum* sed & *recentiorum*, quibus ceteroquin tot mirabilia debeamus, industria cessaverit, oblitus haud dubie, illustrissimos Geometras, *Leibnitium*, *Hugenium*, & *Johannem Bernoullium* jam a viginti sex retro annis *Catenariam*; & par nobile fratrum *Bernoulliorum Velariam*, *curvam lintei* & *musculi* inflati præter tot alia *mirabilia* jam ante complures annos in Actis Erud. Lipsiensibus exhibuisse, qui cum inter recentiores numerandi sint, quomodo Clar. Autor indefinite scribere potuerit, Recentiorum in his Problematibus *cessavisse industriam*, ego quidem non capio.

Act. Erud. An. 1718. M. April.

Pag. 174.

Sed *cessat* Autoris nostri Problema in *Catenaria*, cum directiones potentiarum in dato ad curvam angulo inclinata ponat, quod in Catenaria nunquam fieri potest, siquidem directiones, gravium parallelæ sunt, aut in centrum quoddam convergunt, adeo ut in eodem ubique angulo curvæ occurrere nequeant.

Cessat etiam in solutione sequentis Problematis non ineleganis, atque analogi theoriæ *virium centralium*, ut adeo mirer, Autorem de eo non potius cogitasse, quam de altero suo, cum omnis

Act Erud. An. 1718. M. April. Geometra prius quærere occipiat, qualis curva ex hac aut illa potentiarum lege nasci debeat, quam quænam potentiæ in dato angulo applicandæ, cuilibet curvæ competant, & non nihil plus industriæ requirere videatur, quam suam, ad cujus examen Viros eximios hortari sustinuit. Problema vero de quo loquor est Pag. 175. ejusmodi; *Data lege vis centralis ad centrun finitæ distantiæ tendentis invenire catenariam;* idque Autoris nostri Clarissimi examini commendo, hoc unicum nunc indicans, quod quæstio recte tractata generaliter semper ducat ad æquationem differentialem primi gradus, quæ infinitis casibus ad æquationem Algebraicam sit reducibilis.

Quodsi vero hoc non sufficiat illustrandæ suæ *industriæ*, tentet, si placet, solutionem sequentis & elegantis itidem problematis, quodque a nulla re minus quam a facilitate sua contemni potest, cum difficilius sit omnibus illis problematibus, quæ Auctor hactenus tractavit, estque hujus tenoris: *Testudinem hemisphæricam tot fenestris ovalibus, quot libuerit, perforare, sed iis tamen, quarum unaquæque peripheriam habeat absolute* rectificabilem *independenter a rectificatione arcuum circularium*. Quæritur autem constructio non transcendens (quod præstitu facile) sed algebraica, quæ omnino in potestate est. Ut hoc problema non minus elegans esse videtur Problemate Vivianeo *de testudine quadrabili*, quod dignissimum tamen visum est maximis Geometris *Leibnitio*, *Wallisio*, *Bernoulliis*, Marchioni *Hospitalio* aliisque ut ad ejus examen se accingerent, & quas invenissent solutiones cum publico communicarent, & de quo Autor ejus Celeberrimus, &, si quisquam alius, in veterum Geometria versatissimus *Vivianus* integrum tractatum, omissis tamen demonstrationibus, conscriberet, (quas deinceps *R. P. Grandus* docto commentario abunde supplevit in suis Vivianeis) ita solutu eo difficilius est, cum nemo hactenus docuerit, qua ratione in superficie Sphærica linea duci possit *absolute rectificabilis*, tametsi jam a Pappo nonnulla spatia in superficie Sphærica absolute quadrabilia indicata sint, aliaque passim a Geometris Recentioribus exhibita.

Act. Erud. An. 1718. M. April. Pag. 188.

EXCERPTA

EX LITERIS HENRICI LINCKII ad V. Cl. J. WOODWARDUM,

Medicum & Philosophum in Anglia acutissimum.

DAmus hic descriptionem lapidis fissilis ex instructissimo museo Henrici Linckii, Pharmacopolæ apud nos solertissimi, qui sceleton animalis, crocodrili similis, refert, quo nullum perfectius hactenus ab illarum rerum curiosis observatum, possessor credit. Utemur autem ipsius verbis, ex epistola ad Cl. Woodwardum, qui ingeniosissimo conatu, & pulcro successu in abdita montium viscera solertia Philosophorum immisit. Tab. II.

„ *Non terrebit Musas Tuas hic crocodilus, Acutissime Woodwardi.*
„ *Neque enim e Nilo canibus hominibusque formidandus, sed ex me-*
„ *diis Germaniæ montibus venit. Quanquam nec ejus magnitudinis*
„ *est, ut valde ab eo quis metuerit. Ego vero Tibi eum consecro,*
„ *cum quod omnium callentissimus harum rerum arbiter sis, tum ut*
„ *gratum Tibi animum tester, qui ex Tuis divitiis museum nostrum*
„ *non mediocriter ornasti. Habemus jam alias ejusmodi lapidum de-*
„ *lineationes, sed omnes facile huic cedunt. Est vero hic lapis ex*
„ *fissilium nigricantium genere, quos vernacula* Schiefer *appellamus.*
„ *In longitudinem 2 ped. Rom. vet. & 8 poll. extenditur. Medium secat* Pag. 189.
„ *animalis spina dorsi, cum reliquiis tenuium costarum, cujus omnes*
„ *articuli facile dignoscuntur; (a. a. a.) conspicua est nigredine sua,*
„ *eaque reliqui lapidis colorem vincit. Alicubi tamen (dd) dissecto*
„ *lapide excussa fuerunt ossium fragmenta: idque in lapide prodit*
„ *coloris diversitas. Qua in caput desiit, abruptus est lapis, ita ut*
„ *pars tantum capitis (f) conspiciatur. Forte & in intima parte*
„ *nonnulla desunt. Agnosces præterea ossa scapulæ duo, (bb) & tres*
„ *pedes, (ccc) quorum singuli in 5 digitos secantur, digiti singuli*
„ *in 4 articulos. In uno tamen 5 articulos discernere datur. Penes ca-*
„ *put alia figura conspicitur, (g) quam spinam caudæ piscis cujusdam*
„ *interpretor, quem in eandem cum hoc sceleto massam casus conjecit.*
„ *Ceterum superficiem lapidis violavit passim ferrum fossoris, quas*
„ *notas lit. b. indicat.*

Act. Erud.
An. 1718.
M. Junii.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXII. &c.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCENTIARUM, Anni 1713. cum Commentariis Mathematicis & Physicis ejusdem Anni.

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1717. in 12. reg. Alph. 1. plag. 3. Tabul. an. 10.

PHysicam Generalem novis æstus marini phænomenis ditavit *Cassinus*. Cum enim observationes complures inter se conferret, fluxum majorem reperit Luna Perigæa, quam Apogæa, & in quacunque minore a Terra distantia, quam in majore, itemque in declinatione minore, quam in majore. *Minimus nempe* fluxus est, e Luna existente Apogæa cum latitudine meridionali in signis meridionalibus, vel septentrionali in septentrionalibus: maximus contra est Luna Perigæa in æquatore. Ostendit etiam *Cassinus*, quomodo datis observationibus pro aliquo loco construi possint Tabulæ, unde ad datum tempus quantitas fluxus computari queat. Notat præterea, æstum esse æqualem in duobus locis diametraliter oppositis; in syzygiis æstate matutinum esse minorem vespertino, hieme contra vespertinum matutino, & differentiam inter matutinum & vespertinum æstate quam hieme majorem. *De la Hire* methodo *Kepleri*, sed correcta, quam tamen ipse missam fecerat, ex crepusculis altitudinem atmosphæræ determinat 35362 hexapedarum Gallicarum. Figuram crepusculi, quam *Keplerus* circularem dixerat, hyperbolicam esse contendit. Naturæ in dividenda materia subtilitatem illustraturus *de Reaumur* ductilitatem auri in inaurandis filis argenteis accuratius definit, quam ab aliis hactenus factum. Inter alia ostendit, auri crassitiem non esse nisi $\frac{1}{10100}$ unius lineæ. Ad vitrum quoque provocat, quod in fila diduxit filis araneæ subtiliora, ita ut non dubitet, ex vitro lineamina confici posse: immo ad sericum aranearum subtilitatem Naturæ in dividenda materia distincte cognitarum ablegat, quo ova involvunt, 6000 filis a se invicem separatis una per anum emissis. *Sarrasinus* animal describit carnivorum Americæ septentrionalis, quod incolæ *Carca-*

Pag. 242.

ja appellant. Cum contra observationes areometricas, quas R. P. *Feuillée* cum Academia Scientiarum communicaverat, & de quibus alibi jam diximus in Actis nostris, objiceretur, quod in zona torrida vitrum areometri dilatatum minorem exhibeat gravitatem specificam aquæ marinæ, quam revera se habet; *Cassinus* respondit, ipsas etiam aquas calore Solis dilatari & sic re vera specifice leviores fieri. *De la Hire* quantitatem aquæ pluvialis anni 1713 reperit 21 digitorum & $2\frac{1}{4}$ linearum. *Imbertus* somnii extraordinarii exemplum affert & ejus rationem reddere conatur. Act. Erud. An. 1718. M. Junii.

In *Anatomicis* singulare exemplum tumoris præternaturalis ab aere, per vulnus pulmonis producti & totum fere corpus, nonnisi volis manuum, plantis pedum & vertice capitis exemptis, occupantis producit & affectus hujus rarioris casus rationemque formalem describit Littre. Descensum vesicæ in scrotum ter observabit *Mery*, quem a nullo autore annotatum meminit, & producit is tumorem herniæ similem. *Littre* tympanitidis systema multarum observationum auxilio condit; adscribit eam aeri ab alimentis in ventriculo & intestinis separato. Quid possit imaginatio matris in fœtu, *Rouaut* exemplo singulari docet. Fœmina scilicet gravida circa dimidium quarti mensis renem bubulum appetens, nec voti compos facta manum dextram fronti applicans, digitis, verticem attingentibus, statuto a natura tempore peperit filium, membris integris, capite nonnisi excepto, quod, Pag. 243. ossibus extra situm suum dimotis, nec magnitudinem, nec figuram convenientem habebat, verticem tumore occupante, qui & colore, & figura renem bubulum referebat. Infans quasi stupidus jacebat & motu languido gaudebat. Cum sex a nativitate horis elapsis decederet; & cerebro & cerebello carere deprehendebatur, nec medulla Spinæ dorsi nisi cum tertia vertebra colli incipiebat. Ex scripto, quod *Anellius* Societati Regiæ de fistula lacrimali dedicavit, & de quo nuperrime locuti sumus in his Actis, nova recensetur methodus fistulas lacrimales curandi, ab hoc chirurgo inventa, hactenus usitatis multum præferenda.

In *Chymicis* limaturam Martis subtilem croco ejus præfert *Lemery*, quem materia oleosa privatum capiti mortuo confert, sicque vi sua contra obstructiones destitutum censet. Ob laxitatem pororum Martem arbitratur absorbentem. Arborem quoque Martis olim a se detectam in praxi Medica utilem reperit. *Godofredus* methodum generalem invenit præparandi tincturas metallorum, quatenus hactenus in potestate sunt, in usum medicum. Crystallos solares cum duplo terræ foliatæ Tartari in mortario vitreo contundit, donec massa in spissum abeat liquo-

rem

Act.Erud. An. 1708 M. Junii. rem spiritu vini dissolvendum. Crystallos solares parat, una parte auri in sex vel septem partibus aquæ regiæ soluta: terra vero foliata Tartari est alcali Tartari Spiritu aceti & spiritu vini impraegnatum. *Chomel* aquas minerales Galliæ varias sub examen revocat. *Lemery* junior actionem salium in materia inflammabili expendit. Varii generis olea mortario candenti infudit, ut naturalem inflammabilitatis gradum observaret. Commiscuit deinde varii generis salia & ab iis flammam imminutam vidit, solo nitro excepto, quod sulphuri cuicunque admixtum flammam notabiliter auxit atque intendit, solum tamen in mortario candenti inflammari non potuit. Inquirit adeo in rationem trium horum phænomenorum, 1°. cur nitrum sulphurum inflammabilitatem augeat, 2°. cur reliqua salia eandem imminuant, 3°. cur nitrum & spiritus nitri adeo diversos in aliquot casibus producant effectus. Utitur tanquam principio experimento, quod

Pag. 244. in Actis Supplem. Tom.V. pag. 125. seq. (*Edit. Actor.*) recensuimus, & in Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Anni 1701 ab *Hombergio* quoque describitur. Infert inde, acidum nitri *separari & elevatum* in aere in partes olei non inflammatas *incurrere easque* accendere. A reliquis salibus difficilius separari *acidum adeoque* nullum amplius oleum in aere offendere, cum elevatur. *Quinquinæ* usum ac proprietates exploravit *Reneaume*. Eam ob amaritudinem succos acres corrigere reperit, ex amaro enim & acri fit dulce. Eadem cum sit absorbens, actionem acidorum impedit & hinc fluiditatem liquorum ab acidis coagulatorum conservat. Cum sit adstringens, fibras corroborat eorumque tonum intendit. Ob amaritudinem denique calefacit & transpirationem juvat, quia fluiditatem promovet. Ex his principiis rationem reddit *Reneaume* usus ipsius, quem inter alia in corrigendis stomachi malis extra febrim deprehendit. *Godofredus* aquam adstringentem ex ferro parare docet. *Hombergius* describit præparationem salis cujusdam singularis & materiæ cujusdam bituminosæ metallicæ, quorum illud ferrum, hæc vero argentum penetrat, ut nulla transitus vestigia relinquantur, nec massa metallorum alteretur: quo ipso pororum existentia in corporibus ad sensum valde compactis in aprico ponitur. *Godofredus* junior mense Januario aeri frigido exposuit duas uncias aquæ & totidem spiritus vini, donec thermometro teste eundem frigoris gradum acquisivissent. Cum liquores invicem miscuisset, spiritus in thermometro immerso per integrum digitum ascendit ibique perstitit, quamdiu effervescentia duravit. Casu detexit *Hombergius* novam quandam auri ab argento separationem, quæ tamen hactenus receptæ non æquiparari, nedum præferri meretur. Idem

acci-

ccidens, quoddam singulare circa sublimationem Mercurii anotavit. Act.Erud. An. 1718. M. Junii.

In *Botanicis* contra communem Botanicorum opinionem *Marbant* in illa planta, quæ *Lichen petræus stellatus* appellatur a *Caspare Baubino*, flores & semina detexit, atque ideo novum plantarum *Marchantiarum* genus constituens mutato nomine *Marchantiam tellatam* appellat. Rationem denominandi inde petit, quod parenti ipsius, cum Academia Scientiarum A. *1666* crearetur, Botanici vices demandatæ fuerint. *Reaumur* prunorum sylvestrium figuram (quæ alias ad rotunditatem sphæricam accedit) mense Junio A. 1613 per intervallum quinque leucarum Gallicarum ovalem reperit, qualis fere amygdalarum juniorum esse solet, licet fructus reliquarum arborum figuram ordinariam haberent, nec per 25 leucarum intervallum ultra progressus pruna sylvestria monstrosa reperire potuerit. Idem novam quandam plantam describit, quam *Boletum ramosum Coralloidem fœtidum* vocat. *Jussieu* describit arborem fructum *Café* ferentem, quam *Jasminum Arabicum Lauri folio* dici posse existimat, occasionem commodam nactus, postquam *Pancras*, Consul Amstelodamensis, istiusmodi arborem Regi Galliarum obtulit, in horto regio Parisiensi plantatam. Circa characteres Botanicos consentientem habet *Johannem Christophorum Volckamerum*, in Ephemeridibus Naturæ Curiosorum Cent. 4 pag. 329, ubi ramus cum baccis delineatur, quem liberalitate L. B. a *Munnickhausen* ex horto ipsius *Swebbertiano* prope *Hamelense* fortalitium magnificentia vere regia exstructo acceperat. Pag. 245.

In *Geometria* suas de evolutione curvarum reflexiones, quas Commentariis A. 1712 inseruit, ita continuat *Varignonius*, ut initium evolutionis fiat in quocunque curvæ puncto & curvæ non modo ponantur ad eandem partem concavæ, sed concavitatis diversæ. Demonstrat nimirum proprietates curvarum in his casibus ex evolutione descriptarum & radios circulorum osculatorum determinat. *Saulmon* exhibet formulam generalem inveniendi sinum arcus dimidii ex sinu integri dato, idemque tangentem dimidii ex tangente integri, consequenter inscribendi & circumscribendi polygona regularia, quorum numerus laterum in ratione dupla crescit. Probat simul, quod bisectione in infinitum continuata polygonum inscriptum non possit fieri æquale circumscripto, consequenter nunquam cum circulo vere coincidat; item quod diameter peripheriæ incommensurabilis reperiri debeat, si per continuam bisectionem arcus quæratur. *Rollius* observavit, quod duæ sectiones conicæ dimidiæ, v. g. dimidia parabola & dimidia ellipsis se mutuo secare possint in quatuor punctis. Id nimirum contingere

Act. Erud. An. 1718. M. Junii. Pag. 246. re debet, quoties æquatio biquadratica quatuor habet radices reales. Paradoxum mirati sunt Geometræ Academici, cum in Academia Scientiarum ejus mentionem faceret: sed cum *de la Hire* atque *Saurin* ipsum examinarent, veritati consentaneum deprehenderunt. Idem deinde mutatis mutandis *Rollius* ad curvas altiores applicat. *Saulmon* spatium circulare quadrat, diversum & a lunula *Hippocratis*, & a spatiis ceteris, quorum quadraturas recentiores Geometræ dederunt. *De la Hire* quasdam trapeziorum proprietates more veterum demonstrat, hactenus a Geometris elementaribus non animadversas.

In *Astronomicis* figuram Telluris ex suis atque *Picardi* observationibus determinare tentat *Cassinus*. Figura vulgo statuitur *sphærica*: sed *Hugenius* in discursu de causa gravitatis & *Newtonus* in Principiis e conatu centrifugo massæ terrestris a motu vertiginis diurno oriundo deduxerunt, Tellurem habere figuram sphæroidis, cujus axis sit minor diametro æquatoris. *Eisenschmidius* in diatribe de figura Telluris ex observationibus eorum, qui graduum in Meridiano magnitudinem dimensi sunt, concludit, *diametrum majorem per polos transire, minorem esse in æquatore*. *Newtonus* figuræ speciem non definit: ex ejus tamen *principiis sequi, quod sit* solidum a rotatione Ellipsis *Apollonianæ* circa axem minorem genitum, *Hermannus* in Phoronomia prop. 82. p. 366 demonstravit. *Hugenius* curvam aliam generis biquadratici assignavit. *Cassinus* ex collatione magnitudinis unius gradus *Picardianæ* cum sua perspiciens, magnitudinem graduum versus polos cum latitudine parallelorum decrescere, & demonstratione convictus id fieri debere, si Meridianus sit ellipsis, cujus axis major *per polos* transit, *Eisenchmidio* assentitur &, cum rationem distantiæ focorum ad axem majorem observationibus *Picardianis* & suis conformem reperiat, si fiant ut 8724 ad 100000, hoc est, fere ut 1 ad 11, differentiam inter axem Telluris & diametrum æquatoris deducit $\frac{1}{262}$, eandem fere cum *Newtoniana*, nisi quod *Newtonus* diametrum æquatoris (ut diximus) faciat axe Telluris majorem. Exhibet regulam facilem Ellipsin in eas portiones secandi, quæ singulis Meridiani gradibus respondent, & ejus ope Tabulam condit, in qua singulorum graduum magnitudo a polo usque ad
Pag. 247. æquatorem exhibetur. Istiusmodi quoque Tabulam, quamvis contractiorem, ex aliis fundamentis computavit *Newtonus*, sed quæ a *Cassiniana* prorsus differt, cum in *Newtoniana* magnitudo graduum ab æquatore versus polum crescat, in *Cassiniana* contra decrescat. Enimvero *Newtonus* loc. cit. pag. 383 & 387 ostendit, lubricam esse hanc viam, quæ arcubus Geographice mensuratis in Meridiano nititur, atque hypothesin *Cassinianam* experientiis

con-

contrariam probat, quod vi ejus, experientia invita, corpora ad polos terræ leviora forent quam ad æquatorem, & pendula isochrona longiora ad æquatorem quam in observatorio Regio Parisiensi, quodque diameter umbræ terræ, quæ ab austro in boream ducitur, in eclipsibus lunaribus major foret ea, quæ ducitur ab oriente in occidentem, excessu 2'.46", seu parte duodecima diametri lunaris. Est vero juxta utrumque differentia graduum adeo exigua, ut in Geographicis figura Telluris sphærica tuto assumi possit. *Cassinus* a die 19 Maji usque ad d. 26 maculam solarem & d. 6 Decembris h. 8. 40' duo parhelia observavit. *Maraldi* ex suis atque *Kirchii* observationibus periodum stellæ variabilis in collo cygni determinat dierum 205 $\frac{1}{2}$, quantam fere repererat *Kirchius*, atque regulas proponit, juxta quas reditum prædicere licet. De *Reaumur* machinam portatilem describit ad sustinenda telescopia majora, ab illustri *Blanchinio* Academiæ Regiæ exhibitam, quam *Chirello*, Optico celebri per Italiam, manus auxiliatrices ferente invenit. Constat ex prismatibus cavis sibi mutuo insertis, ad instar tuborum telescopicorum, ut pro lubitu vitrum objectivum attolli ac deprimi possit. In ceteris uti licet artificiis *Hugenianis*, quibus telescopium a tubi molimine liberatur, ex his etiam Actis dudum notis. Initium eclipsis lunaris d. 2 Dec. A. 1713 annotarunt *de la Hire* h. 2. 25'. 15", *Maraldus* atque *Cassinus* h. 2. 25'. 53"; medium ille 3 h. 36'. 40", hi 3 h. 36'. 35"; finem ille 4 h. 49' 20", hi 4 h. 44'. 16", magnitudinem ille 4 digit. 56', hi 5 digit. 9'. Non toto obscurationis tempore umbræ terminus fuit æque distincte conspicuus.

Act. Erud. An. 1718. M. Junii.

In *Acustica* sonum fixum determinare studet *Sauveur* sive *Salvator*, & sub finem commentariorum exhibetur scriptum *Haguenotii* de motu intestinorum in passione iliaca a Societate *Montispessulana* ad Academiam Scientiarum missum. Pag. 248.

Inter socios A. 1713 obiit d. 15 Aprilis *Petrus Blondinus*. Natus est A. 1682 d. 18 Dec. in *Picardiæ* oppido *Vimeu*. A. 1700 Parisios venit & Philosophiæ atque Mathesi in collegio Regio operam dedit. Accessit postea ad studium Medicum & in horto in primis Regio demonstrationum Botanicarum *Tournefortii* dulcedine captus in studio Botanico eos progressus fecit, ut *Tournefortius*, quando se male haberet, vices suas ipsi demandaret. Herbatum excurrens in sola *Picardia* 120 plantas conquisivit, quæ horto Regio nondum fuerant illatæ, & multas in Gallia plantarum species detexit, quæ *Americæ* peculiares credebantur. A. 1712 in Academia Scientiarum *Reneaumio* adjungebatur. Unicum scriptum evulgavit, in quo plenus erga præceptorem reverentia genera quædam plantarum aliter constituit, quam a *Tournefortio* factum fuerat.

Act.Erud. An. 1718 M. Junii. Multa ex plantis medicamenta non sine successu composuit. Remis A. 1708 Doctor Medicinæ creatus. Reliquit herbaria ampla & exacta, multa semina & non pauca schediasmata curiosa in ordinem sic satis digesta.

NIC. BERNOULLI JOH. F.

De Trajectoriis curvas ordinatim positione datas ad Angulos rectos vel alia data lege secantibus; qua occasione communicatur gemina constructio alicujus problematis a LEIBNITIO proposita de trajectoriis orthogonalibus:

Una cum Appendice de Epistola pro Eminente Mathematico Actis Lips. Mens. Jul. An. 1716 inserta.

§. 1. SEries linearum curvarum secundum datam legem descriptarum oritur, si assumta recta quæpiam tanquam parameter legem descriptionis ingrediens, & pro qualibet curva invariabilis, ex sui successiva variatione dat aliam atque aliam seriei illius curvam. Jam non pauca habentur notatu digna circa hujusmodi lineas communi lege generatas, quas illustris quondam Leibnitius vocaverat *ordinatim positione datas;* dum cumprimis non spernendæ utilitatis fuere hactenus considerata & quæsita: modus scilicet determinandi lineam quæ illas ordinatim positione datas contingat; deinde methodus easdem secandi in angulo dato vel data lege variabili per lineas quas trajectorias Honoratiss. meus Pater nuncupavit.

Pag. 244.

§. 2. Ad prioris generis problemata pertinent omnia illa, ubi datæ curvæ quæritur evoluta, caustica, diacaustica &c. ut & illa, quæ ex mutato situ vel directione tangentis aliam quæsitam continuo tangat, cujus exemplum luculentissimum præbet balistica, in definiendo limite, qui comprehendat omnes possibiles jactus longissimos, ad quos globus missilis ex quacunque elevatione mortarii pertingere possit, quem limitem parabolam esse, ac quidem æqualem illi quam describit globus in mortarii situ horizontali, demonstratum est in *Analysi infinite parvorum* p. 133. Illa vero problemata nihil aliud ad sui solutionem requirunt, quam directam differentialium methodum, sicuti patet ex iis,

quæ

quæ pro solvendis hujusmodi traduntur in dicta *Analysi*, vid. Sectiones V, VI, VII & VIII, ita ut cum lineæ ordinatim positione datæ sunt algebraicæ, ipsa quoque quæ quæritur illa contingens non possit non esse algebraica. Act. Erud. An. 1718. M. Junii.

§. 3. Secus vero se res habet cum *trajectoriis*, utpote quæ pro curvis quanquam algebraicis ex data lege secandis sæpissime sunt transcendentes, tametsi accidere possit, ut secandarum etiam transcendentium trajectoriæ fiant algebraicæ. Quodsi enim lex illa in hoc consistat, ut trajectoriæ occurrant secandis ad angulos constanter datos, manifestum est, ambas series curvarum in se mutuo ratione nominis converti posse, hoc est, quod series trajectoriarum considerari queat instar seriei secandarum & vicissim: quare si lineæ ordinatim datæ sint algebraicæ, habeant autem seriem trajectoriarum transcendentem, annon hæ ipsæ tanquam secandæ, licet transcendentes, habebunt priores algebraicas pro suis trajectoriis?

§. 4. Disquisitio ista de trajectoriis determinandis res est abstrusæ indaginis, quæ plus difficultatis habet in recessu, quam prima fronte apparet, sicut illi experientur, qui in generali rei idea nescio quam statim simplicitatem & facilitatem mentiente non subsistere, sed ad peculiaria quædam exempla descendere dignabuntur: deprehendent enim integrationum regulas hactenus in vulgus notas in plerisque transcendentium exemplis nequicquam ad usum vocari, atque parum subsidii ab illis sperari posse, nisi arte quadam peculiari ac non cuivis obvia tractentur. Pag. 250.

§. 5. Primum Patri meo subnata est occasio ea de re cogitandi, cum legeret olim Hugenii Diatriben de lumine, ubi singulari modo explicat generationem & propagationem lucis per expansionem undarum, quæ ita incurvantur ut radios lucis curvilineos per medium continue difforme penetrantes orthogonaliter secent. Mox postea ex radiorum curvitate quærere (nec sine successu) suscepit Pater, curvitatem undarum, & vice versa hanc ex illa, tum & utramque ex data lege variantis refractionis medii. Ortum hinc habuit synchronarum Parentis speculatio, quæ nimirum ex omnibus curvis celerrimi descensus commune initium habentibus abscindunt arcus temporibus æqualibus percurrendos, quasque ostendit has alteras, quæ in vulgari gravitatis hypothesi sunt cycloides, ad angulos rectos trajicere, ac proin synchronas brachystochronarum, & vicissim hasce illarum esse trajectorias orthogonales. Vid. Act. Lips. an. 1697.

§. 6. Sed pluribus jam annis ante id temporis hæc materia ipsi familiaris erat, ut constat ex iisdem Actis an. 1698 p. 416 & seqq. ubi mentionem injicit methodi cujusdam sibi usitatæ atque exem-

 plorum

Act.Erud. An. 1718. M. Junii. plorum multorum per eam solutorum, simul & refert Leibnitii, quem ad tentamen invitaverat, solvendi rationem sub finem anni 1694 sibi perscriptam: patet ex ipsa ejus epistola, cujus excerptum ibi habetur, problema hoc quod aliquem usum in dioptricis habere videret Leibnitio nequaquam displicuisse, cum praesertim postea a Parente meo monitus observaret suum solvendi modum, qui primus quoque fuit, in quem antea inciderat Pater, & a quo sane re ipsa non differunt illi, qui superiori anno prodierunt, feliciter applicari non posse, nisi ad exempla algebraica & ad pauca quaedam transcendentia: pro eo enim quo erat candore Leibnitius, imperfectionem hujus methodi non tantum agnovit, sed etiam vel ideo quaestionem ipsam tanto pluris aestimavit: quo factum, ut de aliis methodis eruendis uterque cogitaret, quae ad talia pertingerent, ad quae illa communis & obvia applicari non posset. Patrem vero meum non prorsus successu frustratum fuisse, manifestum fiet ex constructione mox communicanda exempli ante biennium in Anglia propositi.

Pag. 251.

§. 7. Non quidem inficior problema ipsum a Patre fuisse suggestum; sed nego, ceu aliqui ita interpretantur, *hoc ipsum fecisse*, ut provocaret ullum ex mortalibus, *nedum eruditos Angliae* Mathematicos, quorum profundam sagacitatem, praecipue incomparabilis Newtoni, data quavis occasione depraedicat, & cum quibus pacem colere, modo vellent, esset id quod vehementissime cuperet. Prorsus enim adstipulatur Newtono existimanti, illum imprudentiae esse arguendum, qui *umbram captando* hoc est lites serendo *perdit quietem suam*, *rem prorsus substantialem*. vid. Commerc. Epist. pag. 71. Sed ut intelligant, quam sit a more optimi Parentis alienum, alios ad certamen lacessere, vel cum quoquam rixarum serram reciprocare, consultum duco indicare paucis rei historiolam. Exeunte nimirum anno 1715 in literis Leibnitianis ad se scriptis vidit problema, quod Vir inclytus transmiserat Illustr. Abbati C.... eo fine ut ad *pulsum Anglorum Analystarum nonnihil tentandum* (sunt Leibnitii verba) illud illis proponeret: problema autem ita sonabat: „Invenire lineam BCD, „ quae ad angulos rectos secet omnes curvas determinati ordinis „ ejusdem generis; exempli causa omnes hyperbolas ejusdem verticis & ejusdem centri AB, AC, AD, &c. idque via generali. Pater vero respondit, quam difficile sit problema generaliter conceptum, tam facile esse exemplum quod ille proposuerit, siquidem sit algebraicum & tale quidem ut illud vix mediocris ingenii vires eludere queat; & ne dubitaret Leibnitius, misit huic solutionem hujus exempli e vestigio inventam a me tum temporis satis juvene, quam videre est in Actis Lips. an. 1716. pag. 226

Mirum

Mirum itaque non fore addidit Pater, si excellentia Anglorum ingenia istius particularis exempli solutionem statim sint datura. Rescripsit Leibnitius d. 31 Januarii 1716 se Hyperbolas proposuisse, non quasi problema in iis consisteret, sed ut intelligeretur; se enim diserte addidisse, quæri methodum generalem, rogavit autem ut novum sibi exemplum suppeditaret, en verba ejus: *Quod si mihi*, inquit Leibnitius, *suppeditare exemplum volet, quod non particulari aliqua facilitate adjuvare putes, sed ad generalem adigere, rem gratam facies. Id enim pro specimine solutionis veræ Dn. Abbati nominare potero; vellem autem tale esse, ut factis evolutionibus tandem ad quadraturas reducatur, ne dicant ne a nobis quidem sufficientem solutionem dari posse: quanquam revera recurrendum sit ad differentias secundi gradus, nostra autem methodo inter primas consistatur, &c.* Rogatus Pater non potuit non morem gerere tanto Viro, cujus merita in universam rem literariam summopere venerabatur. Roganti itaque in exemplum desumptum ex eadem materia, quam selegerat Leibnitius, de trajectoriis orthogonalibus suggessit problema de inveniendis & construendis lineis ad angulos rectos secantibus seriem curvarum, quæ hanc habeant naturam, ut cujuslibet in quolibet puncto radius convexitatis ad sui portionem ab axe resectam habeat datam rationem.

Act. Erud. An. 1718. M. Junii. Pag. 252.

§. 8. Hæc tum ita gesta sunt; num vero transilierit modestiæ limites exhibendo petenti problema, quod proponeret tanquam suum, non tanquam Parentis mei, qui hanc conditionem diserte stipulabatur, nunc æqui Lectoris judicio relinquo. Quis enim somniasset, Bernoullium hujus problematis Autorem existere, nisi hoc, ut conjecto, ipse Leibnitius amico (postea incaute propalanti) privatim aperuisset? quo jure igitur imputabit quis Bernoullio ostentationis animum, a quo, si quisquam, ipse semper abhorruit? cum latere voluerit, quomodo dici potest, quenquam provocare voluisse? tradidit Leibnitio exposcenti problema, de quo, tanquam sui arbitrii & juris jam facto, faceret quod vellet. Leibnitius hoc proponit, ac suo quidem proponit nomine, ita ut quicquid eveniret, de eo non Patri sed Leibnitio respondere incubuisset. Sed quia nihil amplius hanc in rem expectare licet a Viro optimo morte occupato: lubet hic Patris mei permissu communicare solutionem & constructionem ipsius, qualem statim cum ipso problemate impertiverat in literis ad Leibnitium datis d. 11 Martii 1716.

§. 9. Problema duas habens partes his verbis conceptum erat: 1°. *Super recta* AG *tanquam axe ex puncto* A *construere infinitas curvas qualis est* ABD, *ejus naturæ ut radii osculi ex singulis singularum curvarum punctis* B *educti secentur ab axe* AG *in* C *in data* Pag. 253. Tab. III. Fig. 1.

ratio-

Act. Erud. An. 1718. M. Junii. *ratione, ut nempe sit* BO. BC :: 1. n; 2°. *Construendæ sunt trajectoriæ qualis est* ENF, *priores curvas* ABD *ad angulos rectos secantes*. Solutio & constructio quam tum dederat ita se habet: 1°. *Esto* AL *perpendicularis ad* AG: *vocetur* AI, x; IB, y; *& quædam constans ad arbitrium assumta*, a; *fiat* y *seu* IB $= \int \frac{x^n dx}{\sqrt{a^{2n} - x^{2n}}}$, *erit punctum* B *in quadam curva* ABD, *quæ desideratam habet conditionem* BO. BC :: 1. n. *Quod si jam mutetur* a *eaque major minorve sumatur, prodibit alia* ABD *a priori diversa eandem conditionem habens. & sic infinitæ construentur curvæ optatæ: quod erat faciendum pro primo.* 2°. *Describatur nova curva* AH, *babens (nominatis abscissis* AM, z;) *applicatas* MH $= \frac{a^n b^{n+1}}{z^n \sqrt{a^{2n} - z^{2n}}}$, *ubi* a *denotat eandem arbitrariam, quæ assumta est pro curva* ABD, *&* b *significat rectam pro omnibus curvis eandem, & tantum ad supplenda homogenea ad libitum introductam. In hac nova curva* AH *capiatur area* AHM *æqualis magnitudini arbitrariæ constanti* C: *secabit* HM *producta curvam* ABD *in puncto* N, *quod erit in aliqua ex trajectoriis quæsitis* ENF, *cujus reliqua puncta similiter determinantur, si successive mutetur* a, *servata* C. *Quod si alia insuper desideretur trajectoria, sumatur jam* C *major minorve quam antea, modo constantis maneat magnitudinis dum* a *mutatur: reliqua peragantur ut prius, prodibit nova trajectoria. Atque hoc pacto tot aliæ construentur, quot libuerit. Quod erat faciendum pro altero. Notetur, quod si* $n = \frac{+1}{2p+1}$ *aut* $= \frac{-1}{2p}$ *erunt curvæ omnes* ABD, *ut & omnes* ENF *algebraicæ (intelligo per* p *quemvis numerum integrum & positivum); si vero* $n = \frac{+1}{2p}$, *utrarumque constructiones dependent a quadratura circuli: Et tandem si* $n = \frac{-1}{2p+1}$, *dependent a quadratura hyperbolæ.*

Pag. 254. §. 10. Tametsi hæc solutio pro quovis numero n sit generalissima, ita ut permixtio indeterminatarum constructionem per quadraturas nullo modo impediat; placet tamen adjungere aliam constructionem Paternam, quæ non tantum idem præstat in hoc exemplo, sed & ad alia infinita eodem successu accommodari potest,

teſt, ſi levis attentio adhibeatur. Sit igitur AG axis curvarum ABG, AED &c. normaliter ſecandarum a trajectoria quæſita NEB, quam per conceſſas quadraturas ita conſtruit. Ex curvis ſecandis aſſumit aliquam pro lubitu ut ABG, quam *principalem* vocat; per hujus ſingula puncta F, ducantur rectæ AFE, quarum partes AF transferantur in AM (facta nimirum OA perpendiculari ad AG, & utraque producta verſus M & K) ad ſingula vero puncta M fiant anguli AMK æquales angulis inclinationum curvæ *principalis* ad rectas AF, hoc eſt, angulis quos faciunt tangentes in punctis F cum ſuis reſpective ſubtenſis AF. Accepta AI arbitrariæ quidem ſed conſtantis & invariabilis longitudinis, agantur IT parallelæ ipſis MK, & junctis MT fiant perpendiculares TL; deinde ad M applicentur MP ipſis AL æquales, formabunt puncta P curvam AVP, cujus areæ APM cum areis hyperbolicis æquatæ determinabunt trajectoriam, id quod ſequenti modo peragitur. Inter aſymtotos AG & AO deſcripta ſit hyperbola QRS, quæ poſſit AI^2 id eſt cujus coordinatarum rectangula $AC \times CR$ vel $AH \times HS =$ quadrato Rectæ AI. Sumto autem quolibet puncto H pro initio fixo abſciſſarum HC, fiant areæ hyperbolicæ HCRS alteris illis APM æquales; capianturque in AF longitudines AE æquales ipſis AC. Puncta E deſcribent trajectoriam deſideratam, quæ omnes, ABG, AED, &c. orthogonaliter ſecabit. Act. Erud. An. 1718. M. Junii. Tab. III. Fig. 2.

Corollarium.

Mutato loco puncti fixi H, patet aliam obtineri trajectoriam NEB a priore diverſam; ſic itaque innumeras deſcribere licet, quæ ſingulæ optatum præſtabunt.

§. 11. Hiſce ut puto ſatisfactum eſt problemati omni ex parte, idque ad mentem Leibnitii, qui deſiderabat, ut *factis evolutionibus conſtructio tandem ad quadraturas reduceretur*, adeoque ut non tantum eliminatis *differentiis ſecundi gradus inter primas conſiſteretur*, ſed ipſæ quoque indeterminatæ cum ſuis differentialibus a ſe invicem ſeparari poſſent, idque non per ſeries, ſed per terminos numero finitos; quod quicunque effectui non dederint, illi certe hanc quæſtionem ſolviſſe minime cenſendi erunt. Illa quippe reductio differentialium ſuperiorum graduum ad inferiores, ut & indeterminatarum ſequeſtratio, quæ eſt res intricatiſſimi negotii, & a Parente primum olim excoli cœpta, potiſſimam conſtituit partem ſolutionis alicujus. Videbimus itaque an inter ſolutores quidam extiterint alii, qui præſentis exempli ſolutiones ſuas ad hanc perfectionis gradum perduxerint. Hactenus ſaltem Pag. 255.

tem

Act. Erud. An. 1718. M. Junii. tem nullam hujusmodi videre contigit, quod miror; cum sit exemplum non adeo difficile, & alia suppetant difficiliora, non tamen extra potestatem nostram. Quod autem hoc potius suppeditaverit quam aliud, id certe arguit quod illud nullo studio exquisitum, sed sponte velut oblatum Leibnitio roganti festinanter perscripserit.

§. 12. Tentatum fuisse in Gallia & in Anglia, ac quidem in hac aliquandiu irrito conatu, per literas nobis constat: nuper vero Taylorum Anglum, Virum sane in Geometricis & Analyticis profunde doctum, solutionis tandem compotem esse factum ex Gallia non sine voluptate accepimus; ita enim novum accessisse penitiori Geometriæ incrementum, ejusque adeo limites prolatos speramus: siquidem ut scribitur solutionem suam in Transactionibus Londinensibus publico imperiturus sit, nisi fortassis jam impertierit. Utrum autem rem promoverit usque ad quadraturas & quidem in terminis numero finitis, *quod Leibnitii* summum requisitum fuerat, ediscemus quondam ex Transactionibus, quæ rarissime & sero ad nos perveniunt. *Intelleximus* Virum Acutissimum duas habere solutiones, sed *in utraque ad secundas* fluxiones pervenisse, quas in casu *præsenti minime evitare* potuerit; quam instituerit Analysin *non audivimus*; hoc saltem dico, si talis fuit, ut per eam necessario ad secundas fluxiones descenderit, oportet ut postea viam adinvenerit per integrationes (rem enim omnino in potestate esse ambæ Parentis constructiones ostendunt) regrediendi ad fluxiones primas, & tales quidem, quæ sint cum fluentibus suis a se invicem separabiles.

Pag. 256. Nisi hoc præstitum sit, non ægre feret Clar. Taylorus, si dixerimus, exemplum nostrum non plene ab ipso solutum esse in sensu Leibnitiano.

§. 13. Interim spero Virum Clarissimum eandem nobiscum ferre sententiam de putatitia illa solutione Anonymi cujusdam, quæ dicitur apparuisse in Transactionibus supra memoratis pro mensibus Januario, Februario & Martio anni 1716. Videtur Autor, quisquis ille sit, acumen ingenii sui non satis intendisse, dum dicere vult aliquid, quando revera nihil dicit quod ad rem faciat; aut si quem sensum commodum ex verbis ejus elicere licet, in eo consistit, quod quivis de trivio Mathematicus sine operosa attentione videt, etiamsi Autoris solutionem non legerit, sed quod ad tollendas difficultates, quæ in ipsa rei executione occurrunt ne festucam quidem confert. Hanc puto causam esse, quare solutor anonymus ad specialia exempla descendere, & præsertim cur casum particularem a Leibnitio propositum attingere noluerit; quem utique perfecte solutum dare debuisset, antequam

quam abjecte adeo de hoc problemate sentire affectet, dum causatur, se *ideo solutionem ulterius non prosequi, quia nullius sit fere usus*; alias certe stomachari non debet, si sibi objiciatur, quod olim Fermatius & Freniclus, Illustres Galli, Wallisio quæstiones numericas nauseare & contemnere simulanti inculcarunt, *facile est*, inquit Freniclus, *illud despicere, ad quod non possumus pervenire. Nec etiam multum convenit Mathematico, conqueri cui bono sint hæc problemata. Eodem vero jure quæreretur cui bono tota pene Geometria & Arithmetica, si paucula quædam & ea magis trita, & a peritis despecta, quibus Geodetæ, Agrimensores, Mercatores, & qui utramque Architecturam exercent, aliique complures in suis calculis utuntur, excipias; cetera namque magis recondita, & præstantiora non nisi ad scientiæ subtilitatem & perfectionem spectant. Cum autem sit proprium intellectus humani veritatem inquirere; nec aliam ob causam tot Viri præstantes scientiis acquirendis operam dederint: inutilis certe dici non debet in disciplinis alicujus acquisitio veritatis*. Vid. Oper. Wallis. Tom. II. pag. 811 & 844. Hæc incidenter monenda existimavi, quia aliunde quoque scio, esse non neminem in Anglia, qui cum imitari non possit, omnia ea, quæ a Parente utpote non Anglo proficiscuntur inventa, invidiose traducit ac tanquam inutilia despicatui habet; utut non sit cur præposterum hoc judicium valde nos moveat, quamdiu certi sumus ipsum incomparabilem Newtonum, judicem in his rebus longe magis idoneum omnique exceptione majorem, de iis benignius sentire, ac suam sententiam meo Patri non parum honorificam plus semel jam edixisse, quod potiori laudi ducendum, quam quod vel a centum imparibus æmulis detrahi queat.

Act. Erud. An. 1718. M. Junii. Pag. 257.

§. 14. Ad propositum redeo. Occasio postulat ne sileam, quod præstitit Patruelis meus, Nicolaus Bernoulli, Mathematum Professor Patavinus. Is jam ante biennium, cum primum se applicaret huic quæstioni de Trajectoriis, invenit regulam generalem quidem pro curvis algebraicis, sed quæ non valet pro transcendentibus, nisi illis tantum, in quibus recta illa constans, quæ parametri loco est in qualibet curva, & ex cujus successiva variatione oritur series curvarum a trajectoria normaliter secandarum, in terminis finitis exprimi potest. Regulam ipsam quæ in rei fundamento congruit cum illis Patri jam olim usitatis, quarum memini in art. 6, statim communicaverat cum Illustrissimo Monmortio, Mathematico præstantissimo, & paulo post cum ipso Leibnitio his verbis: *Si x & y sint coordinatæ trajectoriæ quæsitæ, p linea illa variabilis, quæ determinat speciem vel positionem curvarum, ad quas alia ad angulos rectos duci debet; quæro valorem ipsius*

Act. Erud. An. 1718 M. Junii. p *in* x, y, *& constantibus, quo differentiato & mutatis* dx *in* dy *&* dy *in* dx, *positisque membris per* dx *multiplicatis æqualibus illis, quæ per* dy *multiplicantur, habebitur æquatio differentialis satisfaciens trajectoriæ quæsitæ.*

§. 15. Eandem hanc regulam sed in operandi ordine nonnihil diversam eidem Nob. Monmortio perscripsit Pater decimo Julii anni superioris, nescius a Cl. Professore Patavino jam diu antea fuisse perscriptam, sicut monuit Illustr. Monmortius in sua ad Patrem data responsione, quia vero in praxi analytica sæpius accidit, ut una eademque regula secundum unum quam alterum operandi ordinem facilius & commodius applicetur; Pag. 258. non piget adjicere quale operationis filum Pater præscripserat. Verba in hanc rem ex dicta ipsius epistola ex Gallico in Latinum translata ita habenti: „Si acquiescendum esset methodo generali pro curvis quidem omnibus algebraicis, sed „non nisi quibusdam transcendentibus valenti, præferrem regulam ab agnato meo traditam, quæ his 4 absolvitur partibus. „1° Supponere constantem parametrum, quam hoc *nomine* voco rectam illam ex cujus mutata longitudine *dependet curvarum* „secandarum diversitas. 2° Juxta hanc *suppositionem* differentiare æquationem naturam curvarum exprimentem. 3° Convertere dy in dx, & dx in $-dy$. 4° Substituere valorem parametri expressum in x, y, & constantibus datis, si quæ adsunt in æquatione curvarum. Hoc facto prodibit æquatio differentialis pro trajectoria quæsita. Exempli loco sumamus inveniendam trajectoriam parabolarum communem axem & verticem habentium: æquatio specifica illarum est $ax = yy$; supponamus itaque 1° parametrum a tanquam constantem; hinc „2° per differentiationem habetur $adx = 2ydy$, mutando 3° dy in dx & dx in $-dy$, elicitur $-ady = 2ydx$; in hac denique „4° substituatur pro a ipsius valor $\frac{yy}{x}$; & emerget $\frac{-yydy}{x} = 2ydx$ „æquatio differentialis pro trajectoria quæsita. Sæpissime ulterius progredi non datur propter inseparabilitatem indeterminatarum; sed casus dantur in quibus illæ separabiles evadunt, „imo & quandoque integrabilis redditur tota æquatio, quæ „per consequens trajectoriam arguit esse algebraicam, sicuti „in hoc exemplo, ubi æquatio reperta $\frac{-yy\,dy}{x} = 2ydx$, statim „reducitur ad $-ydy = 2xdx$; ex cujus integratione invenitur „$aa - \frac{1}{2}yy = xx$, aut $2aa - yy = 2xx$, quæ est ad ellipsin;

unde

„ unde patet, parabolarum trajectoriam esse quamlibet ellipsin „ cujus centrum in communi parabolarum vertice, axis minor „ super earundem axe communi habens ad alterum axem ra„ tionem ut 1 ad $\surd 2$, idem omnino, quod jam ante complu„ res annos inveni, ut Tibi patebit ex Actis Lipf. *1698.* p. *416*, „ quo in loco videbis etiam regulam aliquam Illustr. Leibni„ tii, a qua non multum differt illa, quam producit Celeb. „ Hermannus, & neutrá valde discrepat ab ea, quam dudum „ antea excogitaveram, ceu videre est ex quadam mea epistola „ ad Leibnitium data d. 2 Septemb. *1694*, cujus excerptum ha„ betur loco citato. Sed omnes istæ regulæ magno adhuc defe„ ctu laborant.

Act. Erud. An. 1718. M. Junii.

Pag. 259.

§. *16*. Quod in hac epistola memoratur de regula quadam Cl. Hermanni, sciendum est, id intelligi debere non de ea quam publicavit in Actis Lipf. mense Augusto Anni præteriti, quippe quæ nondum lucem aspexerat, & super qua mox aliquid dicendum erit, sed de alia quadam, quam cum amicis communicaverat, & nominatim cum Leibnitio; cujus missu illam vidimus, atque jam Cl. Autoris pace & scientiæ promovendæ gratia ipsius verbis descriptam hic exponere lubet: „ Lineam re„ ctam, ait, quæ in una eademque curva constans est, sed va„ riabilis variata curva, vocabo *Modulum*. Differentietur curvæ „ datæ æquatio, sumto etiam modulo pro quantitate variabili, „ & eadem æquatio adhuc semel differentietur, sed ita tamen „ ut x velut constans tractetur, & pro elemento ipsius y pona„ tur $\delta y = dxdx + dydy : dy$, ope duarum ejusmodi æquationum „ eliminari potest modulus ejusque elementum, adeo ut habea„ tur æquatio ad curvam omnes datas ad angulos rectos traji„ cientem.

§. *17*. Hujus regulæ origo obvia est, utpote quæ eodem nititur principio, quo illæ quæ jam ante annum *1694* Parenti erant familiares, sed ejusdem insufficientiam probe perspiciens Clar. Hermannus, cum in transcendentibus, ubi moduli valor per quantitates finitas nequit exprimi, haud quadret, eam, credo, tanquam luce publica non satis dignam neglexit, sed nulla hujus facta mentione aliam edidit in memorato Actorum mense Augusto anni proxime elapsi in hunc modum: *In æquatione differentiali curvarum secandarum permutatis coordinatarum elementis, alterutro tamen mutato eliciatur valor moduli ex æquatione post hanc permutationem orta, inventusque moduli valor in æquatione curvæ secandæ finitis quantitatibus expressa substitutus suppeditabit æquationem differentialem Trajectoriæ quæsitæ*. Regulam istam esse Pag. 260.

 pror-

prorsus eandem cum illa, quam jam antea Patruelis meus dederat, nemo non videt, ipse vero operationis ordo, quem Vir Acutissimus sequitur, usque adeo similis est illi, quem praecedenti mense Julio in literis suis ad Monmortium descripsit Pater, ut videri posset alterum alterius verba descripsisse, si hoc fieri potuisset in tanto locorum intervallo, & tam brevi temporis spatio.

§. 18. Quid autem de hoc canone sentiam, jam supra §. 14 aperui, scilicet illum generalem quidem esse pro curvis algebraicis, sed pro transcendentibus non item. Patruelis meus, qui saltem commune jus habet cum Clar. Hermanno in canonis hujus inventione, ipse ei non majorem attribuit praerogativam, nec obstat quod contrarium dicat Clariss. Hermannus dum eum pro omnibus omnino curvis generalem deprædicat. Exempla quatuor, quæ affert per hunc canonem soluta vel solvenda, nihil probant. Exempla quippe primum & secundum, utpote ambo algebraica nihil difficultatis habent; tertium quidem transcendens & a Patre & a Patruo olim *solutum*, vid. Act. Lipf. *1698* pag. 418, tale est, ut valor *moduli in terminis finitis* exhiberi possit, adeoque nec hoc sufficientiam canonis probat. Quartum denique, quod ipsum est, de quo agitur, a Leibnitio propositum, nescio an ad mentem Leibnitii perfecte solutum dici mereatur; & si vel maxime solutum concederemus, nondum tamen constaret, qua lege vel qua arte *levis illa* (ut dicit pag. 403) *substitutio novæ cujusdam indeterminatæ* in aliis transcendentium exemplis cum fructu sit imitanda, præsertim si in æquatione differentiali curvarum secandarum modulus a non semel tantum occurreret, sed variæ ipsius a dimensiones illam ingrederentur: si haberetur, exempli gratia, sequens æquatio curvarum secandarum, quarum trajectoriæ constructio per methodum Paternam non est impervia dx

$$= \frac{a^m + fa^{m-1}y + ga^{m-2}yy - - - - - - - + by^m}{\sqrt{na^{2m} + pa^{2m-1}y + qa^{2m-2}yy - - - - + ry^{2m}}}\, dy, \text{ ubi}$$

datos qualescunque literæ f, g, b, n, p, q, r, sicuti m denotant numeros. Tentet Vir Clarissimus *illam suam substitutionem*, nobisque ingenue referat, quid profecerit aut in quam calculi abyssum fuerit abreptus, æquationem trajectoriæ expiscaturus; siquidem multum laboris subire debuit pro exemplo isto quarto, sane non difficillimo, nec tamen aliud effecit, quam ut per ambages & institutam aliquam integrationem non facilem, nec certa

Pag. 261.

ta ratione patentem pag. 405, pervenerit tandem ad æquationem aliquam $xdy - ydx = y^m ds : c^{m-1}$, quæ a constructione per quadraturas a Leibnitio postulata adhuc abest, ob indeterminatarum permixtionem; hinc ut casum simplicissimum ad constructionem Patris in Actis An. 1697 datam revocare posset, novum iterum instituit calculum, parum sollicitus de modo reducendi suam æquationem in statum optatum separationis, quo construi posset per quadraturas pro omni possibili casu ipsius m quod supra §§. 9 & 10 felicissime peractum; miror itaque, quod, dum optime judicat, tentamen Anonymi illius Angli fore calculi laboriosissimi, ipse interim calculi prolixitatem & molestiam evitare non studuerit; miror præterea dicentem, secunda differentialia esse superflua, quando ipse tamen in calculo suo exempli IV ad ea delabitur, æquatio enim ipsius XI involvit dp, hoc est dds: siquidem b, q, p, se habere supponuntur ut dy, $-dx$, ds, quod moneo ut de alia magis perfecta exempli istius solutione cogitet, quæ nec differentialium secundarum involutione, nec indeterminatarum inseparabilitate laboret, quem in finem binarum a Patre datarum constructionum analysin aut demonstrationem adhucdum studio omisi, ut nimirum tempus habeant, qui hisce delectantur atque ingenii sui vim experiri voluerint, in illas inquirendi aut alias similes si non Paternis meliores inveniendi. Act. Erud. An. 1718. M. Junii.

APPENDIX.

HAC occasione simul significare debui, Patrem ægre ferre percipiendo, in Anglia voces spargi, quod habeatur a nonnullis pro Autore Epistolæ, quæ in ipsius defensionem Actis Eruditorum Mens. Jul. An. 1716 inserta fuit. Equidem non negat, quod res ipsas in epistola contentas quoad maximam partem amico alicui sine ulla animi commotione perscripserit, & quidem ab ipso rogatus: hic vero postea Epistolam tali forma, qua in Actis extat, concinnavit, eique ex nimio forte amicitiæ zelo admiscuit expressiones, quas Pater omissas cuperet, cum Pag. 262. nec immodicis honoris titulis delectetur, nec approbet, quæ in alios aliumve (licet ipsi infensum quam ob rem nescio) durius dicta censeri possunt, quamvis forsan editor autumaverit sibi licuisse par pari referre, & similibus pugnare armis, quibus utitur Antagonista. Pater itaque non omnia, quæ in dicta Epistola continentur, sua facit, præsertim quæ ad ejus formam & modum scribendi spectant, cujus neutiquam particeps esse vult

vel

Act. Erud. An. 1718. M. Junii.

vel potest, quod vel hinc patet, quia circa finem Epistolæ oblitus editor ex inadvertentia, Patrem sibi loquentem de *sua quadam formula* repræsentat (ut ubique solebat) veluti personam, de qua quid narrabat, manifesto sane indicio, Patri imputari non posse, si quid in verbis modisve, quibus conscripta est Epistola, non recte positum judicetur. Quare si quid contra eam in publicum venerit, quod nonnisi conviciis, aculeis & scommatibus scateat, ut fieri solet ab Antagonista quodam, cui aliam offensam non dedit Pater, quam quod ipse Anglus vel Scotus non sit, solemniter me declarare jussit, quod ad hujusmodi libellos nunquam responsurus sit, utpote indignos, qui Virorum honestatis & modestiæ amantium attentionem mereantur: nam si conviciis & clamore decertandum, ultro fatetur Pater, quod ex hoc certaminis genere palmam reportare nec speret, nec optet. Quicunque vero voluerit res ipsas placide, moderate & prout decet Virum bene moratum, seposito partium studio atque animi affectu cum ipso discutere, idque eo tantum fine, ut unicuique, Tros Rutulusve fuat, suum *tribuatur*, ut veritas asseratur, atque in primis ut scientiæ *augeantur*, cum tali se committere non detrectaturus, sed *sponte omnia est collaturus*, quæ in viribus ipsius sunt ad dirimendas lites, quæ hactenus viguere inter eruditos Geometras, magno proh dolor! nobilissimæ scientiæ dedecore & detrimento. Hoc quippe ardentissimis in votis habet, ut cessantibus rixis disputantes in gratiam secum invicem redeant, atque junctis viribus, ceu unius Reipubl. Mathematicæ cives ejus pomœria latius proferre conentur.



J. H.

Act. Erud. An. 1718. M. Julii. Pag. 335.

J.H. SUPPLEMENTUM SOLUTIONIS SUÆ

Problematis de Trajectoriis Curvarum inveniendis, mense Augusto superioris Anni in his Actis exhibitæ.

Ut solutio Problematis de Trajectoriis datæ seriei curvis ad angulos rectos occurrentibus, quam in Actis præteriti Anni pag. 401 & seq. dedi, generalis est pro omnibus curvis algebraicis, ita diffiteri nolo, viam quam in analysi exempli quarti illic secutus sum, non satis expeditam, nec æque generalem esse ac primum putaram. Verum festinationi meæ imputandum est, quod non animadverterim statim principia ibidem posita multo latius patere, quam tunc ostenderim aut ostendere potuerim. Reapse enim permutatio illa elementorum coordinatarum in curvis secandis quam adhibui, & assumtio novæ indeterminatæ principia sunt talia, ut, si iis recte utamur, via plana & facili ad solutionem problematis conducere possint. Quod ut probem, meamque ἀβλεψίαν reparem, exhibebo hoc loco constructionem generalem Trajectoriarum ex principiis istis deductam, suppressa tamen analysi, ne aliis in problematis solutionem inquirendi proprioque marte eruendi voluptatem adimere velle videar.

Sic generalis æquatio curvarum secandarum $dx = pdy$, ubi p data supponitur quomodocunque per y & constantes, factaque $q = \sqrt{(1 + pp)}$, æquatio $\log. c - \log. a = \int (qqdy : y + p \int pdy)$ præbebit constructionem generalem & facilem ope Logarithmicæ perficiendam, existentibus a modulo curvæ secandæ, & c quantitate qualibet constante. Ad id enim aptandæ solummodo sunt in Logarithmica duæ ordinatæ a & c, atque in curva, cujus abscissæ y, ordinatæ vero sint $qq : y + p\int pdy$, abscindenda area proportionalis distantiæ applicatarum illarum Logarithmicæ; abscissa hujus areæ dabit ordinatam, ejusque valor in æquatione $z = \int pdy$ substitutus, abscissam Trajectoriæ quæsitæ in puncto intersectionis ejus & Curvæ secandæ. Q.E.F.

Exemplum. Pag. 336.

Sit curvæ secandæ æquatio eadem quæ in exemplo quarto Act. 1717 pag. 404, $dx = y^m dy : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$, eritque p

Act. Erud. An. 1718. M. Julii.

$= y^m : \surd (a^{2m} - y^{2m})$ & $q = a^m : \surd (a^{2m} - y^{2m})$, quare invenietur $\int p\,dy = \int \frac{\overline{1-m}\, a^{2m}\, p\,dy}{y^{2m}} - \frac{y}{p}$, quod via differentiationis verum esse facile comperieris, & ponendo brevitatis gratia $\overline{1-m}\, a^{2m} p\,dy : y^{2m} = dR$, erit $y + \int p\,dy = pR$; & $qq\,dy : y + \int p\,dy = dR : \overline{1-m}\,R$, quare integrando habebitur $\int (qq\,dy : y + \int p\,dy) = \frac{1}{1-m} \log. R - \frac{1}{1-m} \log. a$ (constr.) $=$ logar. c $-$ log. a, ergo multiplicando per $1-m$, log. R. $-$ log. $a = \overline{1-m}$ log. $c + \overline{m-1}$ log. a, atque adeo abjectis Logarithmis $R = a^m c^{1-m}$ est vero R $(= \int \overline{1-m}\, a^{2m}\, p\,dy : y^{2m})$ seu restituendo valorem ipsius p, $= \int \overline{1-m}\, a^{2m}\, dy : y^m \surd (a^{2m} - y^{2m})$; ergo si in curva cujus abscissæ y, & applicatæ sint $\overline{1-m}\, a^{2m} : y^m \surd (a^{2m} - y^{2m})$ abscindatur area $= a^m c^{1-m}$, areæ hujus *abscissa* y, *dabit ordinatam* trajectoriæ quæsitæ.

Æquatio differentialis hujus Trajectoriæ $x\,dy - y\,dx = y^m\, ds : c^{m-1}$ quam in citato Actorum loco, quarto exemplo inveni, in eandem constructionem desinit, quod simplici substitutione illico apparet; nam quia æquatio curvæ secandæ est $dx = p\,dy$, erit permutatis coordinatarum elementis, $dy = -p\,dx$ & $ds = -a^m p : y^m \, dx$, nec non $\int p\,dy$ seu $x = (pR - y) : p$, retentis superioribus symbolis: substitutis his valoribus in æquatione $x\,dy - y\,dx = y^m\, ds : c^{m-1}$ invenietur $-pR\,dx + y\,dx - y\,dx = -a^m p\,dx : c^{m-1}$, id est $R = a^m c^{1-m}$, ut supra.

Si jam $m = \frac{1}{2}$, ut in Coroll. ad exempl. 4 Act. 1717 p. 403, fiet hoc casu R $(= \int \overline{1-m}\, a^{2m}\, dy : y^m \surd (a^{2m} - y^{2m}) = \int \frac{1}{2} a\,dy : \surd (ay - yy)) =$ arcui circulari cujus diameter a & sagitta y; unde liquet constructionem nostram generalem in hoc casu particulari omnino ducere ad constructionem synchronæ Bernoullianæ, ut in Actis loco citato jam dixi; nam hic arcus R nunc erit $= \surd ac$.

M. JO.

Act. Erud. An. 1718. M. Octob. Pag. 454.

M. JO. HENR. CRUSII RESPONSIO

ad Clariss. Viri JOHANNIS KEIL, Astronomiæ Professoris Oxoniensis,

Defensionem pro Nobilissimo Viro Js. Nevvtono in Diario Literario Hagiensi A. 1716 editam.

CLar. *Keil* Art. 22. Diarii Hagiensis A. 1716 Virum Nobilissimum *Isaacum Newtonum* defensurus calamum stringit in Virorum celeberrimorum, *Johannis* & *Nicolai Bernoullii*, observationes Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum An. 1710 & 1711 insertas. Mirum vero videri poterat, si Nobil. *Newtonus* delectaretur defensione tot tantisque paralogismis & præjudiciis referta & studio partium nimis laborante: vix enim credibile est, tantum Virum ab alio desiderasse, quod ipsi adeo proclive fuisset factu, si quid a veritate alienum, aut celebritati nominis sui adversum in lucem editum animadvertisset. Aut si ipse causam suam agere noluisset, probabile sane est, quod saltem peritiorem ejus patronum & affectibus minus obnoxium ambiisset. Controversia movetur de solutione problematis inversi virium centripetarum. Cl. *Keil* criminatur, solutionem *Bernoullianam* ac *Newtonianam* in Principiis Sect. 8. p. 125 datam eandem plane esse una cum demonstratione, nec ab ea nisi characteribus & symbolis differre, cum tamen utraque toto genere differat ab altera. *Newtoniana* scilicet synthetica est, *Bernoulliana* analytica. Quis vero ex conformitate conclusionum arguet identitatem solutionum?

Calculum *Bernoullianum* intricatum appellat *Keilius*, sed longe aliter de eodem judicat *Varignonius*, cujus absque controversia in re Geometrica major autoritas. Asserit idem longe facilius demonstrari posse, quod vi centripeta quadrato distantiæ reciproca existente, curva sit Sectio conica, quam a *Bernoullio* factum sit, atque adeo *Newtonum* a *Bernoullio* absque ratione reprehendi contendit, quod rei facilis demonstrationem omiserit, præsertim cum ipsemet *Bernoullius* non semper demonstraverit, quæ aliquid difficultatis habent. Immo addit, *Newtonum* in nova Principiorum editione tribus lineis demonstrasse, cui *Bernoullius* septem vel octo paginas impenderit. Enimvero sciat velim Cl. *Keilius*, hic non agi de facilitate demonstrandi propositionem inversam vi- Pag. 455.

Act.Erud. An. 1718. M.Octob. virum centripetarum; sed quæri, num citra paralogismum veritas inversæ propter demonstrationem directæ supponi possit, quemadmodum fecit *Newtonus* in prima Principiorum editione: quam ratiocinandi formam jure reprehendit *Bernoullius*. Ceterum cum *Bernoullius* non tyronibus scribat, sed in analysi versatis, non opus sane habuit, ut in suis schediasmatibus omnium demonstrationes exhibuerit. Præterea hic non agitur de demonstratione veritatis jam cognitæ, sed de analysi veritatis a priori inveniendæ, etiam non supposita propositionis directæ notitia. Nisi itaque affectus animum censoris impedirent, quo minus verum cernere possit, nullum superest dubium fore, ut cum perspicacissimo *Varignonio* agnosceret, analysin *Bernoullianam* plus elegantiæ quam prolixitatis habere.

Cum ad secundam solutionem progreditur Cl. *Keilius*, quam Cel. *Bernoullius* in Comment. Acad. Scient. Reg. Ann. 1710 dedit, *Moivreum* in scenam producit, quem tanquam Geometram acutissimum maximi æstimamus. Se concipere non posse ait, quod *Bernoullius* dissimularit, *Moivreum* esse inventorem theorematis, quo in solutione secunda utitur, cujus tantum *demonstrationem* in epistola d. 16 Febr. A. 1708 data ad eum *miserit, cum tamen* ipse postea in Actis Lipsiensibus *Moivreum Autorem agnoverit*. Sibi idem theorema eodem fere, quo *Bernoullio* tempore traditum & demonstrationem intra horæ quadrantem reperisse gloriatur. Vix operæ pretium videtur ad hæc responderi: sed ut mysterium totum detegatur, quod *Keilius* concipere nequit, in ipsius solius gratiam monemus, *Bernoullium* inventionem theorematis non magis difficilem, quam demonstrationem judicasse, utpote quod postea sese ipsi alia tractanti ultro obtulit (vid. Acta Erudit. A. 1713 p. 147) quemadmodum forsan & Dn. *de Moivre* in idem fortuito incidit. Quare cum nulla esset quæstio de primo hujus theorematis inventore; absque ullo scopo rem silentio præteriit: data vero occasione a nemine coactus, motu prorsus spontaneo loc. cit. Act. Erudit. *Moivreum* inventorem publice pronunciavit. Quod si more *Keiliano* præsumptionibus aliquid dandum, non irascetur *Keilius*, asserenti quod citans *Bernoullii* ad *Moivreum* epistolam pro A. 1706 studio ponat A. 1708 ut scilicet prior *Bernoullio* demonstrationem alicujus theorematis facilem reperisse videatur. Cumque sibi gloriosum reputet, quod demonstrationem intra unius horæ quadrantem repererit; notet velim, *Bernoullium* vix quatuor horæ minuta eidem impendisse, non tamen exinde aliquam publice laudem quæsivisse. Notet præterea Cl. *Keilius*, theoremate isto minime usum esse Cel. *Bernoullium* tanquam medio inevitabili, sed abbreviationis dumtaxat

Pag. 456.

gra-

gratia, cum solutionem absque hujus ope multis ante annis invenerit, antequam id cognitum esset. Act.Erud. An 1718. M.Octob.

Enimvero cum *Keilius* vel invitus methodi *Bernoullianæ* bonitatem agnoscere teneatur, nec umbram rationis reperire possit, qua eandem *Newtono* primo inventori asserere possit; qualitatem methodi aggressus taxat, quod citra necessitatem ad differentias secundas descendat. Non negaverim, contra legem brevissimæ ac simplicissimæ methodi peccari, si differentiis secundis utamur, quando primæ sufficiunt. Sed quis Cl. *Keilio* persuasit, quod in solutione problematis inversi virium centralium fluxionibus secundis absolute carere possimus? Verum est, solutionem primam *Bernoullianam* nonnisi differentias primas complecti: at nonne videt *Keilius* lemma, quo usus est, tacite differentias secundas supponere easque virtualiter continere?

Miratur *Keilius*, quod Clar. *Bernoullius* in Act. Lipf. Ann. 1710 p. 130 se primum problematis inversi virium centralium inventorem dicat, cum tamen nonnisi solutionem *Newtoni* abhinc 29 annis jam impressam singulari casui sectionum conicarum applicaverit, nec primus demonstrationem in casu hoc particulari dederit: ait enim, se ipsum jam A. 1708 in Transactionibus Anglicanis pro Mens. Septemb. & Octobr. adeoque biennio ante, quam *Bernoullius* suam ad Academiam Regiam Scientiarum miserat, solutionem generalem edidisse & postea casui speciali applicuisse. Sed falsum est, quod Cel. *Bernoullius* unquam asseruit se primum problematis inversi generalis virium centripetarum autorem fuisse. Asseruit tantummodo, atque adhuc contendit, quicquid dicat *Keilius*, se primum esse, qui analytice invenerit, virium centralium rationem duplicatam reciprocam distantiarum nonnisi sectionibus conicis competere. In dubio interea relinquo, num Cl. *Keilius* idem in Transactionibus A. 1708 demonstraverit: eæ namque Transactiones ad nos non perferuntur. Constat tamen ex Commentariis Acad. Reg. Scient. A. 1710. p. 530. Cel. *Bernoullium* 12 jam annis antea resolvisse problema generale cum casu hoc particulari. Insignis igitur *Keilii* calumnia est asserentis, *Bernoullium* solutionem *Newtonianam* sibi arrogasse, eandemque casui speciali tantum applicuisse, cum jam ostenderimus, methodum *Newtonianam* a *Bernoulliana* toto genere differre, atque acutissimus *Varignonius* non invitis aliis Geometris doctissimis fateatur, applicationem ad casum specialem esse difficiliorem majusque artificium requirere quam problema generale. Hæc itaque applicatio est, cujus prima inventio Cel. *Bernoullio* debetur, quam Cl. *Keilius* ei non eripiet, licet omnes ingenii sui nervos intendat.

Pag. 457.

Act. Erud. An. 1718. M. Octob. Pergit Clar. *Keilius* & affirmat, solutionem suam fundari in pulcherrimo theoremate, quod *vis centripeta semper sit proportionalis fluxioni perpendicularis a centro ad tangentem applicatæ cubo ejusdem perpendicularis multiplicatæ per fluxionem distantiæ centri*. Ait Cel. *Hermannum* in sua Phoronomia eodem usum esse, nulla tamen sui facta mentione, etiamsi eum latere non potuerit, id a se publicatum esse in Transactionibus Anglicanis, ubi quædam tradiderit, quæ celebri controversiæ de inventore calculi differentialis ansam dederint. Ergo nec *Hermannus* noster impune abit, qui sistitur reus criminis erudito maxime indigni, plagii scilicet. At viderit ille, quomodo illatam injuriam retorqueat atque vindicet. Non crederet Clar. *Keilius*, diu ante ipsum a Cel. *Bernoullio* theorema hoc inventum fuisse, etiamsi nullibi publicatum sit. Quamvis autem Angli quidam, cum quibus id communicatum fuit, testimonium perhibere posent, quorum utpote conterraneorum fidem in dubium vocare velle sacrilegii crimen

Pag. 458. foret *Keilio*, nunquam tamen *Bernoullius* cum ipso de prima inventionis gloria contendet, cum theorema istud adeo facile ex theoremate *Moivreano* sequatur, ut nonnisi leve *corollarium* ejus haberi possit, aut potius idem sit cum *Moivreano*, *aliis tantum expressionibus* productum, ita ut *Keilius* majore jure gloriari non possit ac ille, qui tres angulos trianguli duobus rectis æquales per se assecutus fuisset, cum ab alio didicisset, angulum externum trianguli æqualem esse duobus internis oppositis. Fruatur itaque gloria inventionis integra solus, neque credo, quod Cel. *Hermannus* eandem ipsi sit invisurus. Sed ut appareat facilitas hujus deductionis, sumamus Fig. 5. Tab. I. Act. Lips. A. 1713. Concipiatur OC & alia tangens *cs*, ut habeantur duo triangula similia OC*c* & CS*s*, formula Dn. de *Moivre*, sicut eam ex sua deduxit Celeb. *Bernoullius* p. 147 corundem Actorum, est hæc, $\frac{CX}{OC.SX^3}$, id est, $\frac{CX.Cc}{OC.SX^3.Cc}$ $=$ (quia $Cc:OC = Ss:CS$) $\frac{CX.Ss}{CS.SX^3.Cc}$ $=$ (quia $CX:CS = Cc:Cb$) $\frac{Cc.Ss}{Cb.SX^3\,Cc} = \frac{Ss}{SX^3.Cb}$ $=$ (vocando SX p & per consequens Ss dp; CX x & Cb dx) $\frac{dp}{p^3\,dx}$. En ergo pulcherrimum theorema Dn. *Keilii*, quod reapse idem est cum *Moivreano*, productum duabus analogiis simplicibus. Ast inventuro curvas, quibus tres valores ipsius perpendicularis ad tangentem a *Keilio* inde deducti conveniant, recurrendum est ad methodum tangentium inver-

versam. Notum vero est, hanc methodum sæpe prodere curvas diversorum generum pro eadem proprietate tangentium. Itaque nihil hactenus efficit *Keilius*, ex isto theoremate solutionem problematis inversi centralium virium in causa speciali derivaturus, cum non demonstrarit, tres istos valores nonnisi sectionibus conicis competere. Hanc demonstrationem cum nondum dederit, abunde liquet, ipsum non esse primum solutionis problematis inversi virium centralium in casu speciali inventorem, quemadmodum supra contendit. Act. Erud. An. 1718. M. Octob.

Conqueritur porro *Keilius*, quod *Bernoullius* pulcherrimam problematis controversi partem omiserit, scilicet *data celeritate & vi centripeta absoluta in puncto dato quocunque, definire speciem curvæ, & ostendere modum eam delineandi*. Ad hoc respondeo, eam non omissurum fuisse *Bernoullium*, si de eo cogitasset. Ecce enim solutionem Viri celeberrimi, qualem ab ipso olim accepi, diversam a *Keiliana* & quæ videtur magis naturalis. Quia celeritas in puncto A data est, supponamus lineam verticalem aliquam a, per cujus altitudinem corpus æquale corpori projecto & uniformiter grave gravitate ordinaria descendens acquirat celeritatem datam. Constat, corpus hoc motum in circulo horizontali, cujus radius $= 2a$, habiturum vim centrifugam æqualem illi, quam voco normalem corporis projecti, quæ reperitur faciendo ut SA ad SP sic vis centripeta data, quam vocabo F, ad $\frac{SP.F}{SA}$, quæ erit ista vis normalis derivata a vi centripeta data. Atqui vires duorum corporum æqualium motorum celeritatibus æqualibus in circulis diversis sunt in ratione reciproca radiorum: oportet ergo, ut gravitas ordinaria aut naturalis, quam voco G, sit ad $\frac{SP.F}{SA}$ ut $\frac{1}{2}$ AR ad a, id est $SA.G : SP.F = AR : 2a$, id quod dat $AR = \frac{2a.SA.G.}{SP.F}$. Sed quia ratio F ad G data est, supponamus eam ut $2a$ ad b, habebimus $AR = \frac{SA.b}{SP}$, sic ut radius curvaturæ in A sit quarta proportionalis ad SP, SA & b. Ecce radium determinatum modo facillimo, etiamsi Cl. *Keilio* non videbatur commodum methodum suam apponere, quod fortasse nimium prolixa. Reliquum constructionis sectionis conicæ peragitur modo a *Keilio* præscripto, qui nititur proprietate cognita evolutarum sectionum conicarum huc redeunte, quod normalis AK comprehensa inter curvam & axem sit semper tertia pro-

Pag. 459. Tab. IV. Fig. 1.

Act. Erud. An. 1718. M. Octob. Pag. 460. proportionalis radii evolutæ AR & ejus corradii AH, qui transit per focum S. Sed ut par pari referamus, hoc prætermittere non possum, quod *Keilius* in solutione problematis istius non aliud egerit, quam quod diu ante ipsum præstitit Nob. *Newtonus* in Principiis lib. I. propos. 17. Dexteritatem suam minime in re jam facta ostentare debuisset, quam forte nec efficere potuisset, nisi auxilio *manuductoris* sui *Newtoni*. Cur non dedit solutionem pro alia hypothesi virium centripetarum, ex. gr. cum sunt in ratione directa distantiarum simplicium? quo casu constat hoc tempore, quod etiam sola sectio conica satisfaciat huic hypothesi, sed cujus centrum virium est in ipso sectionis centro. Ad solvendum igitur problema, quod Cl. *Keilius* non ausus est tentare, quoniam nullam solutionem a *Newtono* jam factam repererat, sit C centrum virium, per consequens etiam centrum sectionis conicæ; sit etiam AB directio corporis projecti. Ducatur CG parallela ipsi AB, quæ erit positio semidiametri, cujus longitudo determinatur modo sequente. Denominatione facta ut in hypothesi præcedente, habemus iterum radium evolutæ vel concavitatis $AR = \frac{CA.b}{CP} = \frac{CA.b}{AK}$. Atqui *per naturam sectionum conicarum* $CG = \surd (AR.AK)$: sic determinata AK, sumenda est CG = mediæ proportionali inter AR & AK, deinde super semidiametris conjugatis CA, CG, magnitudine & positione datis describenda sectio conica VAG, quæ erit quæsita. Facienda ellipsis, F existente vi affirmativa & vere centripeta; sed si F sit vis negativa, hoc est centrifuga, construenda est hyperbola super iisdem semidiametris conjugatis CA, CG. Sic igitur bene pensatum arbitror id, de quo queritur Clar. *Keilius*, quod a Cel. *Bernoullio* fuerit prætermissum.

Tab. IV. Fig. 3.

Invehitur *Keilius* in *Bernoullium*, quod non tantam curam intelligendis Principiis *Newtoni* impenderit, quantam industriam detegendis erroribus adhibuerit. Ego vero audacter assero, Dn. *Bernoullium* si non melius, æque saltem ac Dn. *Keilium* intelligere Principia *Newtoni*. Dedit enim specimina super eadem materia, qualia hactenus dare non potuit *Keilius* & quæ secundum ipsius *Newtoni* testimonium inventu difficiliora sunt, quam quæ
Pag. 461. ipse in Principiis suis tradidit. Neque præterea industria Cel. *Bernoullii*, sed casu fortuito inventi sunt errores in Principiis *Newtoni*, cum materiam istam eo animo tractaret, ut tentaret vires suas sicque, quod invenisset, conferret cum effatis tanti viri. Immo sancte affirmare ausim, quod, cum *Bernoullius* certis quibusdam locis discrepantiam aliquam vidisset, diu in ea opi-

nione

nione fuerit, quod semetipsum deceperit, donec plus centies per diversas vias analysin suam iterans semperque idem inveniens tandem agnoscere cogeretur, *Newtonum* humani quid passum esse. Quis æquo animo tulerit morositatem Clar. *Keilii*, quod scopo alias innocenti ac laudabili Cel. *Bernoullii* sensum adeo sinistrum affinxerit? sed nimium persuasus est Nobil. *Newtonus* bonæ existimationis, qua ipsum semper prosecutus est Dn. *Bernoullius*, quam ut technis *Keilianis* se occupari patiatur. Quacunque vero attentione *Newtoni* Principia evolveris, nequaquam tamen a *Keilio* tibi persuadere patieris, *Newtonum* prop. 17 demonstrasse, curvam, de qua controversia est, in omni casu fore sectionem conicam. Aliud enim ibidem non demonstravit, quam, supposito hanc curvam esse sectionem conicam, cujus illa sit speciei. Notandum vero, a *Bernoullio* non negari, quod *Newtonus* apodictice sciverit, solas sectiones conicas respondere hypothesi, de qua agitur, neque improbari, quod illud simpliciter & sine demonstratione affirmaverit: sed tantum de forma effatorum ejus agi, sicut continentur in Corollariis primis prop. 10 & 13, ubi supponit, ex hisce propositionibus directis immediate & sine alia demonstratione sequi veritatem illarum conversarum. Act. Erud. An. 1718. M. Octob.

Nunc Cl. *Keilius* Cel. *Bernoullio*, Professori Basileensi, socium adjungit doctissimum *Nicol. Bernoullium*, ipsius ex fratre nepotem, Professorem Patavinum, & pro more suo (si superis placet) laudabili criminatur, An. 1711 utrumque aggressum esse *Newtonum*. Sane neuter unquam in animo habuit adoriri *Newtonum*; sed illum saltem amice hortati sunt, ut in nova Principiorum editione errorem suum corrigere dignetur, sicut etiam fecit. Quare ipsis potius gratiæ debentur, quam vituperia: illis enim non monentibus, hic forte & omnes hinc emergentes errores adhuc in nova mansissent editione. Etsi autem *Keilius* nunc affirmet, neminem ante *Newtonum* considerasse quidpiam viribus centripetis simile; in Diario tamen Hagiensi ipsemet fassus est, *Hookium*, *Wrennium* & *Hallejum* etiam invenisse legem virium centripetarum. Et sane Dn. *Hugenius* theorematis sub finem operis sui de Horologio oscillatorio in publicum emissis An. 1673, id est quatuordecim annis ante, quam Principia prodirent, abunde comprobavit, quod accuratam naturæ harum virium habuerit notitiam. Pag. 462.

Accusat *Keilius* triumphi de *Newtoni* erroribus *Bernoullios*: sed calumniam agnoscet, qui scripta *Bernoullii*, maxime vero illa, quæ in Actis Eruditorum An. 1713 publicavit, legerit. Videbit enim, quanta veneratione, existimatione, moderatione de tanto

Viro

Act.Erud. An.1718. M.Octob. Viro loquatur. Videtur & ipse Nob. *Newtonus* bonæ intentionis *Bernoullii* convictus, cum illum continuationis amicitiæ suæ certiorem reddiderit, minimeque actione ejus offensus fuerit, quam probam atque innocentem agnovit. Sed

Turpe est doctori, cum culpa redarguit ipsum.

Nam quanta injuria magnum & incomparabilem *Leibnitium* affecit *Keilius*, summo omnium artes, scientias veramque virtutem amantium luctu rebus mortalibus exemtum? Quantam infamiæ notam impudentissimus inurere studuit tanto Reip. literariæ Heroi homo, qui cum centum sui similibus forsan non resarciret damnum morte tanti Viri Orbi literato datum? Eum profecto subsannare non erubuit modo abjectissimo homineque probo maxime indigno, ut aliud non meruerit, nisi ut Vir summus injuriam sibi illatam contemtu vindicaret. Judicet ipse *Keilius*, uter generosius egerit? ipsene cum *Leibnitio* piæ memoriæ, an vero *Bernoullius* cum *Newtono*?

Eodem contemtu nos quoque vindicamus insipida *Keilii* scommata, quæ in Dn. *Bernoullios* evomit, talium inveniendorum gloriam eidem integram relinquentes. Revera autem videtur *Newtonus* in ea erronea opinione fuisse, quod *termini seriei suæ convergentis exacte designent differentias ulteriores*. Sed cum Anonymus quidam, qui majore quidem zelo atque fervore, quam *Bernoullius* desideraverat, ejus defensionem susceperat, in Actis Eruditorum solide idem demonstraverit & ostenderit, quam misere, immo ridicule *Keilius* errorem typographo imputare conetur; ad Acta Eruditorum Ann. 1716 pag. 336 lectorem ablegamus.

Pag. 463. Clarissime se demonstrare posse affirmat *Keilius*, Nob. *Newtonum* a Coroll. 3. pag. 263 incipiendo nusquam errorem ullum commisisse, &c. Hanc ego demonstrationem libenter viderem. Sed quicquid sit, saltem *Newtonus* circa eandem materiam commisit errorem in Tractatu de quadraturis, quod utrumque *Bernoullium* impulit ut crederent, similem quoque in locis allegatis Principiorum reperiri. Quid quod non sufficiat, *Newtonum* tantum dixisse *Nicolao Bernoullio*, errorem non in methodo serierum, sed in solutione consistere; debuisset illud publice demonstrare. Ut *Keilius* tanto majus *Newtoni* odium *Bernoulliis* conciliet, hac techna malitiose utitur. Ait, illos occasionem arripuisse talia propalandi, cum controversia de calculo differentiali summum attigisset culmen, ea intentione, ut innotesceret *Newtonum* calculum hunc non intelligere, consequenter ejus non posse esse inventorem. Sed (quod facile juraverim) Cel. *Bernoullius* tunc

hanc

hanc controversiam ignoravit, cum scriberet, quæ postmodum publicavit. Neque video, quomodo Cl. *Keilius* affirmare audeat, controversiam istam summum tunc fastigium attigisse: Commercium enim ejus epistolicum, quo ipse litem incepit, qua carere poterat Orbis eruditus, nonnisi diu post ea, quæ Commentariis Acad. Reg. Scient. A. 1710 & 1711 inserta sunt, circiterque idem tempus, quo quædam in Actis Eruditorum publicata sunt, lucem publicam viderat, nempe sub finem A. 1712, sub quem etiam ad Collectores Actorum missa sunt, quæ sub initium An. 1713 in iisdem leguntur. Ad reliqua, quæ affert Antagonista, a Cel. *Bernoullii* defensore antea citato jam responsum est. Dum vero ait, neutrum *Bernoulliorum* differentias secundas intelligere; abunde prodit, quantus tyrannus sit passio, quæ homini dominatur: cogit enim illum, velit, nolit, res longe secus intueri ac illas reperat, priusquam animum ejus subiisset. Sane *Keilius*, qui, cum favore adhuc in Celeb. *Bernoullium* feretur, ipsum egregio insignivit titulo *Geometræ docti atque celebris* (vid. Diar. Hag. Tom. 4. pag. 331); in præsentiarum, cum infeliciter gratia ejus excidit, eum ut calculi differentialis ignarum naturamque differentiarum secundarum nequaquam intelligentem cavillatur. Attamen eodem loco Diarii p. 338 concedit, Dn. Marchionem *de l'Hospital* calculum istum intellexisse, nec ignorat, illustrissimum hunc virum eundem a Cel. *Bernoullio* didicisse: agnoscit etiam pag. 345 secundas differentias modo debito tractari in libro de Analysi infinite parvorum, atque minime ipsum fugit, regulas in dicto libro extantes a Cel. Dn. *Bernoullio* promanasse: id quod illustrissimus Editor minime negavit ipse. Quid ex his omnibus concludendum aliud, quam quod *Keilius* spiritu contradicendi & maledicendi actus eructare ausus fuerit, quicquid ingenium ejus atrabile refertum ipsi inspiravit. Diserte dicit, Dn. *Bernoullios* naturam differentiarum secundarum non intelligere; sed nonne dici potest (ut verbis utar Dn. Collectorum Diarii Tom. IV. pag. 14), quod *in egregia hac Apologia multum sit præsumtionis & affectationis aliquas nationes despiciendi, quod moribus Anglicis maxime convenit?* Licet vero magna existimatio, qua gentem Britannicam prosequor, mihi non permittat hocce in genere Anglis exprobrare; certum tamen est ingentem apud illos numerum inveniri præoccupatorum, qui stolide satis credunt, quicquid egregium excelensque reperitur, in Anglia originem cepisse, primaque ingenia nonnisi inter illos existere, reliquis nil præter honorem ipsa gradibus admodum minutis, & e longinquo tantum sequendi relinquentia. Et ea est vanitas Dn. *Keilii*, qui forsan specula sua nun-

Act. Erud. An. 1718. M. Octob.

Pag. 464

Act.Erud. An. 1718. M.Octob. quam egressus, suos cominus ceu gigantes, peregrinos vero e longinquo velut pumiliones intuetur.

Tab. IV. Fig. 2. Cavillatur ulterius Cl. *Keilius* utrumque *Bernoullium*, quod in Figura *Newtoni* sibi imaginati fuerint, lineam interceptam a curva & tangente esse differentiam secundam ordinatarum: *il*, BC & DG: concedunt enim, revera nonnisi dimidium esse differentiæ secundæ. In vanum igitur laboravit Dn. *Keilius*, novam demonstrationem præter illam Tom. IV pag. 144 Diar. Hag. proferendo, eamque hic denuo repetendo, ad quam jam sufficienter respondit Cel. *Bernoullii* defensor supra dictus, in Actis Lipf. 1716 p. 337

Pag. 465. ostendens, demonstrationem illam non adversus Cel. *Bernoullium*, sed potius contra ipsum Dn. *Newtonum* facere, & supponendo atque inferendo Nob. *Newtonum* exactam differentiarum secundarum ideam habuisse tum, cum Principia scripsisset, petitionem principii committi. Conceditur enim facile, Dn. *Newtonum* sumpsisse $\frac{nnoo}{2e^3}$ pro FG, quoniam id dicit p. 264. Conceditur etiam, quod $\frac{nnoo}{2e^3}$ nonnisi dimidium sit differentiæ secundæ, siquidem ita reperitur per regulas calculi differentialis in Analysi *infinite parvorum* pag. 55 & seqq. Sed dubitatur, an Dn. *Newton* FG pro dimidia secundæ differentiæ parte acceperit; saltem nullibi dixit, FG + K*l* differentiam secundam integram esse, utpote qui tunc nullam mentionem fecit differentiarum, vel fluxionum secundarum, neque terminis expressis, neque æquivalentibus. Sic etiam se res habet respectu $\frac{nno^3}{e^5}$, quod libenter concedimus esse = FG − K*l*, & nonnisi tertiam partem differentiæ tertiæ: hæc enim omnia conformia sunt dictis regulis datis in Analysi infinite parvorum. Sed ostendat, quæso, Dn. *Keilius*, si potest, Nobiliss. *Newtonum* FG − K*l* pro tertia differentiæ tertiæ parte sumpsisse. Protervia itaque est minime condonanda Dn. *Keilii* Cel. *Bernoulliis* imputantis, quod sumserint FG pro secunda differentia integra & FG − K*l* pro tota differentia tertia. Dum interea conjici potest, illum cum Dn. *Newtono* ab initio in isto errore hæsisse, donec tandem liberati fuissent usu calculi differentialis & regulas differentiandi differentias a Cel. *Bernoullio* edocti essent.

Quis tulerit Gracchos de seditione querentes?

Verum est, Dn. *Keilium* post repetitam demonstrationem suam pertinaciter contendere, quod Dn. *Newton* affirmaverit, secundam differentiam æqualem esse summæ quantitatum FG & K*l*; verum est, quod non minori audacia addat, utrumque *Bernoullium*

lium asseruisse secundam differentiam æqualem ipsi FG solum: at quoniam res est facti, de qua quilibet, si modo voluerit loca allegata Principiorum Dn. *Newtoni* & scripta *Bernoulliana* legere, erudiri potest; autoritatem *Keilianam* tanti ponderis in orbe erudito non esse credo, ut simplici illius affirmationi fides habeatur. Quin contra mihi liceat thesin invertere & asseverare, D. *Newtonum* nunquam dixisse secundam differentiam æqualem esse summæ quantitatum FG & K*l*, atque utrumque *Bernoullium* id nullibi negasse. Sic itaque curiosi lectoris est indagare, utra harum contradictoriarum duarum vera sit.

Act. Erud. An. 1718. M. Octob. Pag. 466.

Denique Cl. *Newtoni* Patronus studii partium *Leibnitianarum* reos facit *Bernoullios*. Turpe est, ut supra jam monui, exprobrare vitium alteri, cui quis ipse obnoxius est. Quod Dn. *Joh. Bernoullium* attinet; plurimis ille locis ostendit se partium studio vacuum esse, dum scilicet correxit Dn. *Leibnitium* summa quidem modestia, qua omnino quoque erga Dn. *Newtonum* usus fuit, æque nimirum utriusque tanti Viri merita magni faciens. Sed in Cl. *Keilio* quid, quæso, cernitur aliud quam studium partium *Newtonianarum* intensissimum cœcumque, quod hominem ineptum reddit ad quodvis de rebus sanum judicium ferendum; studium, inquam, partium ad insaniam usque progrediens, Dn. *Newtoni* errores defendendo eumque infallibilem prædicando. Certissimus sum, Nob. *Newtonum* eo modo coli nolle, præcipue cum non ignarus sit, talem cultum non provenire nisi ab excessu zeli cujusdam arrogantis pro conterraneis suis, ita ut *Keilius* gloriam gentis suæ celebrans tantum detraheret forte ipsi Nob. *Newtono*, si fortuna sic ferente in transmarinis partibus natus esset, quantum illum ceu Anglum extulit. Fortunæ forsan adversæ illustris *Leibnitii* tantum tribui debet, quod ei non contigerit nasci in illa felicissima Cl. *Keilii* patria, ut similibus elogiis gauderet, quibus accumulatur Nob. Dn. *Newtonus*. Quis scit enim, annon Apotheosis mortem ejus insecuta fuisset?

Act. Erud. An. 1718. M. Octob. Pag. 468.

OBSERVATIO ECLIPSEOS SOLARIS

A. 1718 d. 2 Martii St. c. mane in Observatorio Regio Berolini facta a JOH. WILHELMO WAGNERO.

MIsso jam prolixo (quo splendorem observationibus suis observatores conciliare plerumque solent) de præparatoriis & circumstantiis observationes antecedentibus & concomitantibus præfamine, sciri tamen velim, *primum*; me, quo minus ædificia urbis obstaculo sint, & ipse citius Solem detegere possim, supremam aliquam (quæ imaginibus objectorum excipiendis destinata *Obscura* expresse appellatur) Observatorii Regii *Cameram*, pro instituenda Eclipsis observatione elegisse, & ope Tubi optici 5 pedum in Tabula seu charta alba post eum firmata Solis imaginem ea magnitudine excepisse, qualis est in figura 4; momenta autem observationum seu Phasium, socium quendam, *qui mihi* a latere erat, sedulo annotasse ex Automato aliquo *portatili* majori, quod & minuta secunda monstrat, & cum *illud per plures dies* continuo iverit, nec juxta Solem, per nubilosos ante dies & alia impedimenta, dirigi potuerit, sed verum tempus multum anticiparit, me per aliquot post Eclipsin captas Solis altitudines tempus automati correxisse. *Deinde*, cum pro excipienda Solis imagine deliquium vel quasi subitura, disco circulari ex Semidiametro Solis Horizontali descripto, & in 12 digitos & horum quartas, circulis concentricis æqualiter ab invicem distantibus, distincto usus sim; sed facies Solis Horizonti adhuc maxime propinqui per refractionem deformata, & ad medium usque Eclipseos, minus tamen in superiori, in quem obscuratio incidit, quam in inferiori semisse, Elliptica fuerit; ipse tamen in observandis Phasibus superiorem Solis circumferentiam Ellipticam superiori disci in Tabula mea circumferentiæ circulari applicaverim, observans, quando umbra ad Circulum aliquem concentricum pertigerit, sequitur, mihi veras ab initio usque ad medium Eclipseos Phases tali modo non observatas esse, sed quia umbra Lunæ cum imagine Solis æqua ratione contracta extiterit, illas revera paulo majores esse debuisse. Quare pro vera acquirenda Phasium quantitate correctionem vel reductionem adhibendam duxi; ita cum Solis Diameter Verticalis $1\frac{1}{2}$ dig. sive 90 minutis, brevior Horizontali immutabili, sed, ut monui, inferior semissis superiori magis Elliptica, & inferior semidiameter superiori contractior fuerit, suppono interim (quod veritati satis accedet) superiorem 40 ejusmodi minutis

Pag. 469.
Tab. IV. Fig. 4.

nutis ab initio, & inferiorem 50 minutis, justo breviorem fuisse. Hinc pro singulis Phasium momentis diminutionem refractionis sive augmentum semidiametri superioris crescentis, & exinde porro, quantum singulæ Phases refractione diminutæ fuerint, proportionando erui, & particulas debitas Phasibus adjeci, & hoc tanto facilius, quia contactus Phasium fere in suprema circulorum digitalium parte, hoc est, fere verticaliter, & parum a latere factus sit. *Maculæ* insuper satis densæ in disco Solis tres simul & semel annotatæ sunt. Ceterum favor cœli prædicandus, præter spem, totam hanc Solis Eclipsim observari, & observationem, nonnisi mox post initium ad parvum temporis spatium nubecula interturbari concessit. Sequitur jam ipsa

Act. Erud. An. 1718. M. Octob. Pag. 470.

Observatio Eclipseos Solis, uno conspectu exhibita.

Ordo Phasium.	Tempus incorr. Automati h.	′	″	Tempus ex Altitudinibus Solis correctum. h.	′	″	Quantitas Phasium observata. Dig.	′	Quantitas Phasium correcta. Dig.	′
1	7	8	50	6	48	32	Iuitium			
2	7	20	35	6	59	54	1	0	1	5
3	7	25	50	7	5	0	1	30	1	37
4	7	31	32	7	10	30	2	0	2	8
	7	36	3	7	14	51	Tres Maculæ Solis annotatæ.			
5	7	38	40	7	17	24	2	20	2	28
6	7	42	59	7	21	34	2	30	2	37
7	7	48	35	7	26	59	2	45	2	50
8	7	57	37	7	35	43	2	50	2	53
	8	4	40	7	42	32	Discus Solis hucusque ellipticus. fiebat circularis.			
9	8	6	6	7	43	55	2	50	eadem	
10	8	14	19	7	51	52	2	30	--	--
11	8	24	8	8	1	21	2	0	--	--
12	8	33	16	8	10	11	1	30	--	--
13	8	40	41	8	17	21	1	0	--	--
14	8	46	36	8	23	5	0	30	--	--
15	8	51	56	8	28	14	Finis.		--	--

Ratio Diametri Lunæ ad Diametrum Solis erat circiter ut 24 ad 25 vel potius ut 49 ad 50. Pag. 471.

Acce-

Act. Erud. An. 1718. M. Octob. Accedunt adhuc Altitudines Solis, post finitam Eclipsin corrigendi temporis ergo captæ, quibus Refractionem de la Hireanam subtraxi.

	Tempus Automati. h. ′ ″	Tempus ex Alt. ☉ correct. h. ′ ″	Altitudines Solis. ° ′ ″	Refract. Subtrah. ′ ″
1	9 11 37	8 47 11	17 54 0	÷ 3 13
2	9 14 10	8 49 27	18 10 0	3 10
3	9 17 25	8 52 44	18 33 0	3 6
4	9 19 16	8 54 54	18 48 0	3 3
5	9 21 1	8 56 20	18 58 0	3 1

Notandum etiam, quod Automaton istud citius justo horas absolverit, & ejus 1 hora 1′.45″ fuerint = 1 horæ alius automati, quod longo pendulo gaudet, cujus una vibratio æqualis est uni minuto Secundo.

Summa Observationis:

h.	′	″	
6	48	32	Initium Eclipseos.
7	35	43	Maxima Obscuratio.
8	28	14	Finis.
1	39	42	Duratio.
2	Dig.	53′	Quantitas.

M. Nov. Pag. 497.

RELATIO DE PERPETUO MOBILI JOH. ERNESTI ELIÆ ORFFYREI.

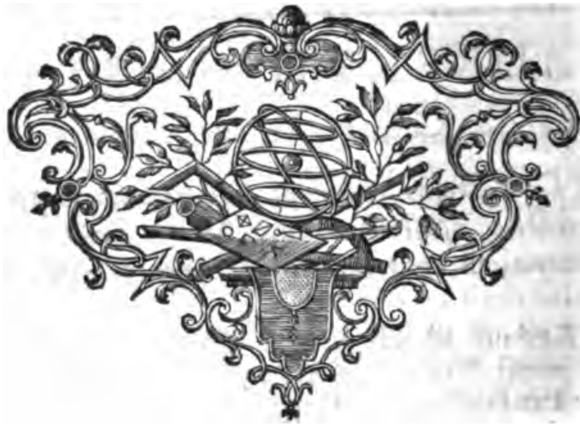
IN Actis An. 1715 inter nova literaria mensis Januarii p. 271 mentionem injecimus *Perpetui mobilis* ab *Orffyreo* inventi & in pago quoddam *Draschwitz* non procul ab oppido *Ciza* site curiosis ad spectandum exhibiti. Asseruimus ibidem, rotam libere pendulam una cum axe suo nullo motore externo sensibili impulsam celeriter circumire, motumque admodum æquabiliter continuare. Non defuere, qui præclarum adeo inventum conviciis lacessere ausi sunt. Charta in publicum emissa spargebat non nemo, rotam artificio occulto in orbem agi ab homine in conclavi contiguo sedente, & artificium, quasi coram spectasset, ære in-

sculpi

sculpi curaverat. Cl. *Orffyreus* interea temporis se contulerat ex pago *Draschmik* in suburbia *Martisburgi*, ibique *Perpetuum mobile* paulo majori forma construxerat. Diameter erat duodecim fere pedum, crassities pedis unius; Diameter axis cavi nonnisi sex digitorum, axiculi vero ferrei vix quarta pars unius, ad minuendum utique affrictum & motum ponderis 70 librarum, quod mediante machina in altum attollebatur, retardandum. Ut igitur convitium non verbis, sed re convelleret; d. 31 Octobris præsentibus Commissariis, quos a Serenissimo Saxoniæ Duce, *Mauritio Wilhelmo*, petierat & impetraverat, Viro scilicet generoso & variis scriptis hactenus editis ac in his Actis recensitis celebri nec Mathematum imperito, *Julio Bernhardo de Rohr*, Regiminis Ducalis Assessore, Secretario Ducali aliisque officialibus; itemque Viris & generis, & munerum dignitate ac eruditione præstantibus, quos inter *Wolffium Dietericum a Bohsen*, *Fridericum Hoffmannum*, Medicum celebrem, *Christianum Wolffium*, & *Menckenium* nostrum nominasse sufficiat, rotam de loco suo in alium transtulit, ut nulli parieti contigua & undiquaque libera circumiret. Non dissimulabat *Orffyreus*, ponderibus machinam animari. Quantum vero ex quibusdam circumstantiis conjicere licuit, pondera erant in medio perforata & elateribus juncta. Typis hac de re exscripta est Relatio idiomate Germanico sub titulo: *grundlicher Bericht vom dem durch den Zerrn* Orffyreum *glukclich inventirten Perpetuo ac per se mobili*, ubi simul structura ejus externa in Tabula ænea sistitur. Enimvero cum sic abunde constaret, nulla vi externa sensibili machinam animari; fuere qui in dubium vocarent motum perennem. Ajebant enim, posse construi rotas, quæ per datum aliquod tempus vi structuræ internæ circumeant, sed motu absoluto instar horologiorum opus habeant, ut reanimentur, dictisque fidem faciebant, rotis istiusmodi constructis. Sed huic objectioni anno præsenti satisfactum est ab *Orffyreo*, qui nunc *Cassellis* degit, quo a Serenissimo Hassiæ Landegrafio *Carolo* evocatus est, & dignitate Consiliarii commerciorum auctus. Princeps scilicet Serenissimus clementissime indulsit, ut in conclavi quodam Arcis suæ *Weissensteinensis* machina collocaretur: quam eum cum cura contemplatus fuisset rerum mechanicarum & amantissimus, & idem peritissimus, conclave occludi & obsignari jussit d. 12 Novembr. A. 1717. Accessit denuo ad machinam spectandam una cum quibusdam Ministris suis d. 26 Novemb. & conclavi resignato atque aperto machinæ motum eundem adhuc, quem ante, deprehendit. Fenestras igitur atque januas conclavis denuo occludi ac obsignari jussit, cumque d. 4 Januarii Anni præsentis remotis sigillis, quæ integra ac inviolata agnoscebantur, conclave aperi-

Act. Erud. An. 1718. M. Nov. Pag. 498.

Act.Erud. An. 1718. M. Nov. Pag. 499. aperiri jussisset, rotam *Orffyreanam* motum consueta celeritate etiamnum continuare vidit. Nullus itaque dubitavit Princeps erga scientias Mathematicas, in primis Mechanicas, propensissimus publice hæc sub suo nomine atque sigillo attestari, simulque fidem suam interponere, quod non sit ea machinæ structura, quæ reanimari habeat opus. Ceterum hac occasione corrigendum est sphalma typothetæ, quod irrepsit, cum in Actis A. 1717 pag. 369 *Wolfii* de Machina *Orffyreana* judicium ex ipsius Lexico Mathematico recenseremus. Legitur scilicet ibidem, *Wolfium* habere eandem pro Perpetuo mobili pure mechanico, cum potius legendum sit, *non pure mechanico*. Etenim in Lexico suo diserte monet, nondum demonstratum esse, quod non fluidum subtile quoddam externum (qualecunque illud tandem fuerit) in motum machinæ influere possit.



EX-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS ANNI 1719.

D. LAURENTII HEISTERI,

Anat. & Chirurg. Profess. Altorfini,

Epistola ad Collectores Actorum Eruditorum Lipsiensium: qua respondetur Epistolæ cuidam, Diario Erudit. Parisiensi nuper insertæ, & controversia de cataracta illustratur.



PErvenit ad nos haud pridem Epistola *Geisleri*, Chirurgi Norimbergensis, quæ in Diario Eruditorum Parisiensi mense Maji exhibetur, perscripta ad *Wolhusium*, Ocularium, Lutetiis Parisiorum degentem; in qua observatio describitur de cataracta membranacea, Norimbergæ in muliere, præsentibus Medicis celeberrimis, nimirum DD. *Lochnero*, *Thomasio*, *Bschérero*, *Gœckelio* & *Widmanno*, reperta, quaque epistolæ hujus Autor orbi erudito persuadere voluit, meam de cataracta doctrinam nunc eversam esse. Sed quoniam hic aliique nonnulli veram meam sententiam non rite intellexerunt, aut forte intelligere nolue-

Act. Erud. An. 1719. M. Jan. Pag. 20.

 runt,

Act. Erud. An. 1719. M. Jan.

runt, triumphum ante victoriam cecinit. Quapropter liceat mihi paucis mentem meam tum de hypothesi mea in universum tum sigillatim de observatione illa aperire: sic enim manifestum fore spero, eam meo systemati ne quidem esse contrariam, multo minus illud evertere. Præ omnibus vero mihi demonstrandum incumbit, *me non tantum & absolute sine limitatione aut restrictione humorem crystallinum cataractæ causam statuisse*, uti Autor illius epistolæ perhibet: quia non solum ei ipsi, sed etiam Clarissimis illis

Pag. 21. Medicis jam dudum coram declaravi, me quidem, tot inductum experimentis, tam aliorum præstantissimorum virorum, quam meis, in oculis, cataracta laborantibus, institutis, ubi eousque crystallinus opacus, & nulla membrana, repertus fuit, crystallini opacitatem causam cataractæ statuere. Verum licet nullæ adhuc membranaceæ cataractæ certo demonstratæ fuerant, *asseveravi tamen, tales quandoque dari posse*, meque eas a causa cataractæ non excludere velle, si modo prius rite fuerint probatæ. Præterea in Tractat. mea de Cataracta, Anno 1713 edita, variis in locis, præsertim vero pag. 216 perspicue indicavi, *me membranam a causa cataractæ non prorsus excludere, modo prius certo probetur*: hinc desideravi tantum ibidem membranaceæ cataractæ per certa experimenta demonstrationem; eam enim si demonstraverint secundum requisita ibidem a me proposita, *ultro tunc me profiteri velle, veterum hypothesin simul cum recentiori stare* posse: hoc enim sine probatione admittere velle, ubi tot experimenta aliud docebant, Philosophi aut prudentis Medici haud esse credidi. Et licet primum in Tract. de Cataracta, membranaceas in universum negaverim, factum hoc est, quia tales per tot annos nusquam reperiri potuerunt; e contrario vero in quamplurimis oculis, quos cataracta laborare præstantissimi quivis Medici atque Chirurgi pronunciarunt, semper nonnisi crystallini opaci reperti sunt. Quo tamen non obstante generale illud assertum in eadem adhuc tractat. restrinxi, & conditionem posui, sub qua etiam membranaceas cataractas admittere velim: nimirum si certis experimentis prius repertæ, & demonstratæ fuerint; rei enim dubiæ probationem qui desiderat, ille profecto eam non absolute negat. Propterea paulo post in eadem adhuc pag. 216 ita pergo: *si etiam fortasse* vulgaris sententiæ propugnatores *cataractæ membranaceæ vera exempla tandem producant*, tamen hæc recens systema meum non diruent, ob longe plura experimenta quæ pro se habet; *sed solummodo eis probabunt interdum etiam veram cataractam esse posse membranaceam*. Ex quibus opinor, a præjudicio liberis satis patet, me membranaceas cataractas non prorsus negasse; sed e contrario verbis perspicuis

asse-

asseverasse, *cataractam veram esse interdum posse membranaceam, si modo id prius certis experimentis fuerit comprobatum*. Tertio, postquam cognoveram, *Wolhusium* hanc meam mentem ex primo meo Tractatu non rite percepisse, eumque credere ac si absolute omnes membranas in cataracta negarem, ad præjudicium hocce ipsi eradicandum, in epistola mea secunda jam An. 1715 ad ipsum data (quam in Apolog. mea pag. 80. legere licet) his tandem verbis pag. 87. meam circa hoc momentum sententiam ipsi aperui: *Morbum, quem veteres* (addo & recentiores) *pro cataracta vulgo habuerunt, & curarunt, in lente* crystallina PLERUMQUE CONSISTERE, ET LONGE FREQUENTIUS, QUAM IN MEMBRANA &c. Quibus verbis ipsi denuo quam clarissime indicavi, me statuere, cataractam plerumque tantum in crystallino consistere, at non semper; verum frequentius quam in membrana. Hinc miror, *Wolhusium*, ejusque asseclas, explicatione etiam hac facta, tamen longe aliam mentem mihi nunc affingere & quasi obtrudere, contra verba hæc adeo perspicua, & tali experimento me jam convictum proclamare, cum tamen recte loquendo meæ hypothesi haud adversetur. Quarto ipsa Acta vestra Ann. 1716, mense Novembr. ubi tractatus mei compendium exhibuerunt, clare indicarunt, *me non absolute negare, membranam esse posse causam cataractæ*, & idcirco me in hoc puncto *sententiam ab omnibus aliis diversam fovere;* hinc & ex his mentem meam rectius intelligere potuissent mei adversarii. Accedit *quinto*, quod in Apologia mea, tanquam in curis posterioribus (secundum quas scriptoris sententia judicari debet) antequam adhuc certum experimentum de membrana in homine innotuerat, illam meam hypothesin vel centies exposuerim, monuerimque, illos frustra me oppugnaturos esse, qui per aliquas observationes cataractarum membranacearum meum systema evertere velint. Hinc non video, quare post hæc omnia tam clare proposita, aliam jam mentem mihi affingant. Quæ cum ita sint, minime fieri potest, ut unum vel alterum, imo aliquot talia exempla meam hypothesin falsam efficere & convellere queant; maxime quia hæc exempla adhuc sint rarissima, & hoc primum fuerit genuinum, quod intra duodecim annos, dum hæc controversia agitatur, contra tot crystallinos opacos, innotuit, atque Parisiis huc usque simile non fuerit observatum; quamvis ibi magna copia perpetuo sit cataracta laborantium; ex eo ipso autem patet, *membranas nonnisi rarissime occurrere:* Permitto igitur hanc causam publico, id est, prudentibus & expertis dijudicandam: utrum hoc exemplo mea sententia sit destructa, an potius ea ad-

Act. Erud. An. 1719. M. Jan.

Pag. 23.

Act.Erud. An. 1719. M. Jan. huc cum veritate & experientia consentiat: & annon potius vulgaris sententia, *quæ membranas morbosas frequentissime, crystallinos vero opacos* rarissime *occurrere docet*, jam falsa & eversa appareat; præsertim cum simul in illa observatione in oculo dextro crystallinus prorsus opacus, in sinistro autem jam aliquo modo flavescens fuerit repertus: sicuti Dn. *Widmannus* in scripta sua relatione me certiorem fecit. Ceterum ad sententiam meam uberius comprobandam, illud præterea monere volui, me anno superiori, mense Octobri, in juvene viginti annorum, & nuper adhuc die 3 Novembr. in cane, præsentibus variis Doctoribus, Professoribus & studiosis oculos, quos omnes præsentes cataracta laborare agnoverunt, dissecuisse, & *in eis* crystallinum opacum, nullam vero pelliculam reperisse; idquod nunc in duobus oculis humanis, & tribus caninis, videre mihi licuit. In juvene illo crystallinus opacus tam firmiter oris pupillæ erat adnatus, ut profecto pro *Glaucomate* haberi non potuerit, quod profundam post pupillam opacitatem requirit. Adhæc varii, iique doctissimi Medici, observationes meis similes mihi perscripserunt: & inter hos primum *publice collaudo* Excell. Dn. *Mauchartum*, Medicum Wurtenbergicum, & *Collegam* Academ. Natur. Curios. dignissimum, qui duo exempla crystallinorum opacorum observavit. Deinde Dn. *Weismannus*, Medicus primarius Civitatis Imperialis Winsheimensis in Franconia, & in Anatome exercitatissimus, mihi significavit, se varios oculos cataracta affectos haud pridem dissecuisse, & semper crystallinum opacum, nunquam membranam reperisse. Ita & celeberrimus Medicus Hamburgensis, *Sprægelius*, se crystallinum opacum in tali oculo invenisse mihi retulit. Præterea Doctiss. Dn. *Wenkerus*, Argentoratensis, Medicus & Anatomicus præstantissimus in Civitate Imperiali Nerolingensi, cataractæ naturam investigandi gratia anno superiori primo oculos dissecuit viri, qui ambo cataracta laborarunt, in quibus nihil præternaturale, quam crystallinum utrunque opacum invenit. Deinde (quod exemplum notatu dignissimum) hoc anno, tempore veris, idem laudatissimus Medicus rursus oculos viri cujusdam aperuit, in quibus operatio cataractæ tres annos ante mortem fuerat peracta: eo successu, ut in dextro visus ad mortem usque integer duraverit; in sinistro vero, postquam aliquandiu vidit, tandem rursus perierit. In utroque hoc oculo, præsentibus Chirurgo & operatore Nerolingensi satis celebri, cui nomen *Langii*, & duobus hujus Amanuensibus, sive famulis, itemque *Wenkero* filio, Medicinæ Candidato, crystallinos opacos depressos, sub vitreo, in fundo oculi reperit; nullam vero

Pag. 24.

ro membranam morbosam. Haud secus Vir Clarissimus *Morgagnius* Patavio mihi scripsit, celeberrimum *Valsalvam* in oculo cataracta affecto crystallinum opacum deprehendisse; idem sæpius hactenus Parisiis observatum esse, varii amici mihi retulerunt. Et quamvis Amplifs. Doctissimusque *Lancisius* VIII. Kalend. Jun. hujus anni, tria exempla nobis perscripserit membranarum morbidarum, quas in sectionibus repererit, tamen longum abest, ut hæc numerum crystallinorum opacorum æquent, & multo minus superent; sed cognoscitur potius nostram sententiam sibi adhuc constare; præsertim cum ipse *Wolhusius* largiatur, quindecim semper vel viginti crystallinos opacos repertum iri, pro una cataracta membranacea. Inter illas autem Amplifs. *Lancisii* observationes admodum singularis una recensetur, ubi simul vitreus opacus erat, duritiemque fere osseam induerat, crystallinus vero resolutus reperiebatur; in altera vero humor aqueus pene desiderabatur, & crystallinus ad colorem flavum propendebat; in tertia denique crystallinus quoque ad colorem flavum inclinabat, ita ut etiam ex his appareat, in omnibus his exemplis crystallinum simul læsum fuisse, numerumque crystallinorum morbidorum longe excedere cataractas membranaceas, id quod & veteres & recentiores ignorarunt, plurimique eruditorum sine mea, qualicunque industria, adhuc ignorarent. Nisi igitur in posterum plura exempla membranacearum cataractarum producantur, quam crystallini opaci jam reperti, & adhuc in posterum reperientur, constabit sponte, vulgarem sententiam (quippe quæ illud docebat) falsam esse, meam vero cum experientia convenire. Unicum tantum adhuc hic addo, nimirum me a *Geislero* olim desiderasse, ut ad sectiones talium oculorum me accerseret: id quod etiam promiserat, sed nescio quare hoc non fecerit, meque inscio illos dissecuerit: forte quædam in illis oculis adhuc observassem, ad quæ alii, ad quos hæc controversia haud attinet, non attenderunt.

Act. Erud. An. 1719. M. Jan.

Pag. 25.

J. H.

Act. Erud. An. 1719. M. Febr. Pag. 68.

J. H. ADDITAMENTUM ad Schedas super Problema Trajectoriarum

Mensibus Augusto 1717, & Julio superioris anni in his Actis Eruditorum editas.

Pag. 69. ETsi Problema Trajectoriarum Mense Majo 1716 pag. 325. in Actis propositum ad me spectare non censui, utpote qui nusquam de me tantum præsumere ostendi, ut omnibus quæ proponi possent, difficilioribus problematibus a summis tantum Artis hujus Magistris attingendis me parem crederem; quia tamen elegans mihi visum est dictum problema, ejus solutionem aggressus sum, incertus utrum adyta ejus penetrare mihi contingeret, nec ne; post aliqualem inquisitionem incidi tandem in solutionem quam mense Augusto 1717 his Actis *inseri curavi* p. 401. seqq. & quatuor exemplis illustravi, quorum *duo priora curvas* algebraicas respiciunt, tertium Logarithmicas per commune quoddam punctum transeuntes, a Celeberrimis *Bernoulliis* Fratribus jam olim sed alio modo solutum. Quartum est illud exemplum quod Ill. *Leibnitius* paulo ante obitum suum in Anglia proposuisse dicitur a Cl. Viro juvene Nic. *Bernoulli*, Joh. Viri celeberrimi Filio, U. J. Candidato; & hoc idem confirmari video ex schediasmate Eximii Nobilissimique Geometræ Angli Dn. *Taylor*, qui in eo ingeniosam plane ejusdem exempli solutionem cum analysi adduxit, cujus apographum ex Transactionibus Londinensibus transcriptum pro insigni humanitate sua mihi transmisit Ingeniosus Dn. *Montmortius*, Geometra præstantissimus. Nam cum schedam meam ad Acta misi, nesciveram quod exemplum meum quartum in Anglia propositum fuisset ab Ill. *Leibnitio*, multoque minus qualis ab ipso solutio peteretur; nam id non a D. *Leibnitio* sed a Dn. *Monmortio* accepi, qui a Cel. Nic. *Bernoullio* Professore Patavino se illud nactum esse indicavit in suis ad me literis, *Leibnitii* vero tanquam Autoris ejus aut saltem propositoris mentionem nullam faciebat.

2. Cum vero intelligerem solutionem meam ideo nonnullis non probari, quod in æquatione differentiali Trajectoriæ quæsitæ $xdy - ydx = y^m ds : c^{m-1}$ indeterminatæ permixtæ essent; item quod calculus meus exempli quarti nimia prolixitate laboraret, nec commode aliis exemplis paullo difficilioribus accommodari

dari posset, hisce gravaminibus remedium afferre conatus sum mense Julio proxime elapso, ubi inter alia magna facilitate indeterminatas æquationis meæ ope æquationis Curvarum secandarum $dx = y^m dy : \surd(a^{2m} - y^{2m})$ indeterminatas separavi, nam hæc æquatio secandarum præbet $x = \int \frac{1 - m\, a^{2m} dy}{y^m \surd(a^{2m} - y^{2m})} - \frac{\surd(a^{2m} - y^{2m})}{y^{m-1}}$, & mutatis in eadem coordinatarum elementis, $dx = \frac{-dy \surd(a^{2m} - y^{2m})}{y^m}$ & $ds = \frac{a^m dy}{y^m}$, quare substituendo hos valores ipsarum x, dx & ds in æquatione Trajectoriæ $xdy - ydx = c^{1-m} y^m ds$, proveniet destructis destruendis $\int \frac{1 - m\, a^{2m} dy}{y^m \surd(a^{2m} - y^{2m})} = a^m c^{1-m}$, æquatio quæ concessis figurarum quadraturis construi potest eo fere modo, quem Dn. Candidatus a Cel. suo Parente adducit §. 9 Schediasmatis mense Junio superiori editi in Actis. Similem deductionem in casu particulari, quo curvæ secandæ sunt *Cycloides*, jam dederam in prima mea Scheda Augusti 1717, quando ibidem æquationem *Synchronæ* Bernoullianæ ejusque constructionem dedi. Hoc tamen non obstante Dn. Candidatus carpit in mea æquatione indeterminatarum permixtionem, non animadvertens quod, ea tantum sit apparens, minime vero realis; nam in hac æquatione $xdy - ydx = c^{1-m} y^m ds$, quantitates x, dx & ds dantur (transcendenter prima) ex æquatione curvarum secandarum $dx = y^m dy : \surd(a^{2m} - y^{2m})$. Imo si in illa pro dx & ds substituantur earum valores $\frac{-dy \surd(a^{2m} - y^{2m})}{y^m}$, & $\frac{a^m dy}{y^m}$, quos supra jam habuimus, resultabit inde algebraica æquatio $x + \frac{\surd(a^{2m} - y^{2m})}{y^{m-1}} = a^m c^{1-m}$, vel $xy^{m-1} + \surd(a^{2m} - y^{2m}) = a^m c^{1-m} y^{m-1}$, alicujus curvæ cujus intersectiones cum curva secanda determinant puncta trajectoriarum, & hæc sane constructio alteri per quadraturas si præferri non debet, ei saltem æquiparari meretur. Celeberr. *Taylor* hanc constructionem Trajectoriæ per inter-

Act. Erud. An. 1719. Febr. Pag. 70.

sectio-

Act Erud. An 1719. M. Febr. sectionem curvæ algebraicæ & curvæ secandæ etiam dedit, & innumeræ aliæ curvæ per quadraturas describendæ exhiberi possunt, quarum occursus cum curvis quibusdam algebraicis puncta ejusdem trajectoriæ determinant.

Pag. 71. 3. Alteri difficultati adversus analysin meam motæ, quod calculus ejus nimis quam necesse erat prolixus sit, vixque ad alia exempla paullo difficiliora sese extendat, satisfacere studui ostendendo, quod etiamsi ordo, quem in calculo meo sequutus sum, minus naturalis & minus late patens sit, principia tamen analyseos, quæ consistunt in commutatione elementorum coordinatarum curvæ secandæ, & introductione novæ indeterminatæ sufficiant ad exempla multo difficiliora solvenda; Hunc in finem adduxi æquationem Log. c — log. $a = \int \frac{qqdy}{y + p\int pdy}$ ex qua, quia ponebatur $dx = pdy$ & $x = \int pdy$ resultat ista & intelligibilior $lc - la = \int \frac{dx^2 + dy^2}{xdx + ydy}$, in qua c est constantissima, a modulus variabilis, & dx, dy sunt elementa coordinatarum Curvæ secandæ. Non necesse duco monere, quod lc & la significent logarithmos constantis c & variabilis moduli a, sed hoc non est reticendum, quod utique per x, y, dx, dy intelligi debeat $\frac{x}{a}, \frac{y}{a}, \frac{dx}{a}, \frac{dy}{a}$; hoc enim citato in loco expresse non monui, in applicatione vero æquationis ad exemplum illic positum id accurate observavi, quando pro integrali ipsius $\frac{dR}{1 - mR}$ scripsi $\frac{1}{1-m} lR - \frac{1}{1-m} la$, nam hoc idem denotat, ac si posuissem $\frac{1}{1-m}$ log. $(R:a)$.

4. Hujus ratio ex sequenti analysi patescet. Sint enim $x = \frac{at}{b}$, $y = \frac{au}{b}$, eritque in una eademque curva secanda a constans, & b per omnes constantissima; quare differentiando $dx = \frac{adt}{b}$, & $dy = \frac{adu}{b}$; atque adeo $dx : dy :: dt : du$, & $dudx = dtdy$. Quare permutando juxta Canonem meum elementa dx, dy cum dy & $-dx$ erit $dudy = -dtdx$. Jam in transitu ab una Curva

Pag. 72. secanda ad aliam, oportet modulum a variabilem assumere, & hac cautela posita, æquationes $x = \frac{at}{b}$, & $y = \frac{au}{b}$ differentiatæ

præ-

præbent $dx = \frac{adt + tda}{b}$, & $dy = \frac{adu + uda}{b}$, & hi valores in $dudy = - dtdx$ substituti $-adt^2 - tdt\,da = adu^2 + udu\,da$, seu $\frac{-da}{a} = \frac{dt^2 + du^2}{tdt + udu}$. Quare posita $b = 1$ si in hac inventa æquatione pro t, u, dt, du scribantur $\frac{x}{a}, \frac{y}{a}, \frac{dx}{a}$ & $\frac{dy}{a}$ proveniet $\frac{-da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{xdx + ydy}$, & integrando $lc - la = \int \frac{dx^2 + dy^2}{xdx + ydy}$. Hanc æquationem deinceps exemplo eodem illustravi, quod quartum est in scheda Mens. Augusti 1717. Sed quia posui $p = y^m : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$, introductione hujus novæ literæ p factum esse puto, quod nonnullis obscurus visus sit calculus meus: quare non abs re fore existimo eundem paullo clarius hoc loco exponere. Æquatio curvarum secandarum $dx = y^m dy : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ nobis supra dedit $x = \int \frac{\overline{1-m}\, a^{2m} dy}{y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}} - \frac{\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}{y^{m-1}}$, vel scribendo brevitatis gratia R pro $\int \frac{\overline{1-m}\, a^{2m} dy}{y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$, $x = R - \frac{\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}{y^{m-1}}$, sed æquatio differentialis secandarum dat $\frac{\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}{y^{m-1}} = \frac{ydy}{dx}$ posita permutatione elementorum dx, dy, quare $\frac{dx^2 + dy^2}{xdx + ydy}$ $\left(= \frac{-da}{a}\right) = \frac{a^{2m} dx}{Ry^{2m}}$ (vel substituendo ex æquatione differentiali curv. secand. valorem ipsius dx) $= \frac{a^{2m} dy}{y^m R \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$; verum quia $R = \int \frac{\overline{1-m}\, a^{2m} dy}{y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$, vel $dR = \frac{\overline{1-m}\, a^{2m} dy}{y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$; erit $\frac{a^{2m} dy}{y^m R (\sqrt{a^{2m} - y^{2m}})} = \frac{dR}{\overline{1-m} R} = \frac{-da}{a}$; & integrando, Log. $\frac{c}{a} = \frac{1}{1-m}$ Log. $\frac{R}{a}$, per notam paulo ante positam, ergo quantitates

Act. Erud. An. 1719. M. Febr.

Pag. 73.

Act. Erud. An. 1719. M. Febr.

tates absolutæ his logarithmis respondentes erunt $\frac{c}{a} = \frac{R^{1:1-m}}{a^{1:1-m}}$; ac denique $a^m c^{1-m} = R$.

5. Sed si $t = \frac{bx}{a}$, & $u = \frac{by}{a}$ fuissent ad suas differentias redactæ $dt = \frac{badx - bxda}{aa}$, & $du = \frac{bady - byda}{aa}$ & hæc elementa in æquatione $dudy = -dtdx$ substituta, prodiisset $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{xdx + ydy}$, ubi dx & dy jam sunt elementa coordinatarum Trajectoriæ quæsitæ. Hæc æquatio vocari posset *Modularis*, quam Celeberrimus Dn. *Taylor* etiam dedit, sed suppressa ejus analysi. Hæc æquatio modularis omnibus curvis similibus communis est, sed solis similibus, quod veritatis amore, quam colo, minime dissimulare volui; idem sentiendum de æquationibus paragraphi præcedentis, quas antea generales esse arbitrabar. Nam in curvis transcendentibus dissimilibus æquatio modularis variat, quæ una & eadem est pro omnibus similibus, ut dictum; *inventio tamen* ejus quæ peculiare calculi differentialis & *integralis artificium* deposcit omnino in potestate est, & canonis mei usum quoque involvit.

6. Si in æquatione §. 4 inventa $\frac{-da}{a} = \frac{dt^2 + du^2}{tdt + udu}$, ponantur $tt + uu = rr$, atque adeo $tdt + udu = rdr$; ac $dt^2 + du^2 = ds^2$ & $ds^2 - dr^2$ vel $dt^2 + du^2 - dr^2 = dq^2$. Ac denique $xx + yy = zz$, erit $zz\ (= xx + yy) = \frac{aatt + aauu}{bb} = \frac{aarr}{bb}$, & $z = \frac{ar}{b}$ vel etiam $a = \frac{bz}{r}$; ergo $la = lb + lz - lr$, & differentiando $\frac{+da}{a} = \frac{dz}{z} - \frac{dr}{r}$;

Pag. 74. quare æquatio $\frac{-da}{a} = \frac{dt^2 + du^2}{tdt + udu}$, mutatur in $\frac{-dz}{z} + \frac{dr}{r} = \frac{dt^2 + du^2}{rdr}$; & $\frac{-dz}{z} = \frac{dt^2 + du^2 - dr^2}{rdr} = \frac{dq^2}{rdr}$. Constructio quam Dn. Candidatus noster §. 10. a Celeberr. suo Patre affert in hanc æquationem definit, atque adeo solas Curvas similes respicit. Nam si in Schemate ejus (vid. Fig. 1 Tab. III Actor. 1718. pag. 551) $AF = AM = r$, $AI = b$, $AC = AE = z$, erit $AT = \frac{bdq}{dr}$ (nam dq est ad dr ut sinus complementi anguli, quem tangens curvæ AF in

n puncto F facit cum ejus subtensa AF, ad sinum rectum ejus- Act. Erud.
em anguli) & AL vel (constr.) PM tertia proportionalis post An. 1719.
MA & AT ob angulum (constr.) rectum MTL $= \frac{bbdq^2}{rdr^2}$, quare M. Febr.
cum sit AM $= r$ erit elementum areæ AVPM $= \frac{bbdq^2}{rdr}$. Ordinata hyperbolæ QRS, quæ est CR, est $= \frac{bb}{z}$, & elementum quadrilinei hyperbolici HCRS $= \frac{-bb\,dz}{z}$; quum vero areæ AVPM & HCRS (constr.) æquales sint, æquabuntur etiam earum elementa, ac proinde habetur $\frac{bbdq^2}{rdr} = \frac{-bb\,dz}{z}$, vel dividendo per bb, $\frac{dq^2}{rdr} = \frac{-dz}{z}$, quæ est æquatio quam ex nostra $\frac{-da}{a} = \frac{dt^2 + du^2}{tdt + udu}$ elicuimus.

Hæc eadem constructio immediate etiam deduci potest ex consideratione similitudinis arcuum AF & AE curvæ, quam Cel. Bernoulli *principalem* vocat, AFG & secandæ AED, quod quia quilibet, qui voluerit, facile explorare & invenire potest, Pag. 75. brevitatis gratia ostendere omitto. Hoc unum annotasse contentus, quod si Trajectoria NEB sursum continuetur usque ad occursum cum recta verticali AM, intervallum in hac verticali inter trajectoriam & punctum A æquale futurum sit datæ lineæ AH. Quare variata hac variabitur etiam Trajectoriæ altitudo.

7. Iis quæ supra in mea solutione desiderari scripsi Cl. Candidatus *Bernoulli* non solum subscribit, sed plura etiam profert, quæ in analysi exempli mei quarti reprehendenda invenit. Concedit quidem Canonem meum generalem esse pro Curvis Algebraicis, sed pro transcendentibus non item, non majorem ideo ei extensionem adscripsisse Cel. suum *Patruelem* Prof. Patavinum, etiamsi commune mecum in inventionem ejus jus habeat, nec obstare putat quod contrarium dicam. Scripsi Canonem meum ad Curvas transcendentes æque ac ad Algebraicas sese extendere, & in hoc nihil a veritate alienum asseruisse sentio, cum id quod scripsi exemplis probaverim. Distinguendum porro est inter canonis amplitudinem & sufficientiam. Canon enim ille consistens in permutatione elementorum coordinatarum Curvæ secandæ generaliter obtinet in omnibus omnino curvis algebraicis & transcendentibus, sed solus ne quidem in Curvis algebraicis sufficit; nam præter æquationem differentialem curvæ secandæ,

Act.Erud. An. 1719. M. Febr. in qua elementa *dx*, *dy* permutari debent, alia semper requiritur æquatio, quæ cum hac differentiali possit conferri & modulus variabilis auferri, ita ut ad æquationem nil nisi coordinatas Trajectoriæ cum suis elementis primis vel secundis aut utrisque & quantitatibus constantibus contineat. Talem novam æquationem in exemplo sæpius citato quæsivi & inveni, canonisque usum indispensabilem cognovi: contra hanc Analysin varia excipit Dn. Candidatus, quod me tantum duxerit ad æquationem aliquam, quæ a constructione per quadraturas a *Leibnitio* postulata adhuc absit, ob indeterminatarum permixtionem, quod procedat per ambages, & per integrationem aliquam *non facilem* nec certa ratione patentem pervenerim ad æquationem meam differentialem. Miratur denique quod judicando anonymi cujusdam Angli tentamen fore calculi laboriosissimi, ipsemet calculi prolixitatem & molestiam evitare non studuerim. *Miratur* item me dicentem secunda differentialia esse superflua cum ipse ego ad ea delapsus sim.

Pag. 76.

8. Sed vellem & mihi locum indicet Dn. Candid*atus in quo* circa exemplum curvarum *algebraicarum* in *nimiam calculi prolixitatem* inciderim aut ad secunda differ*entialia delapsus sim?* talia enim me in Anonymi Angli tentamine improbasse, adeo clarum est ex eo, quod expresse negaverim ejus methodum latius patere quam ad curvas *algebraicas*, aut simplicissimam ex transcendentibus, Logarithmicam scilicet, ut ego vicissim mirer, ipsum verba mea aliter intellexisse, vel potius interpretatum fuisse, quam ipsa sonant. Verum est, me circa curvas Transcendentes ad secundas differentias delapsum esse, sed *quid hoc* mirum? Quis enim negaverit rationi consentaneum esse, quod in ejusmodi curvis transcendentibus inventio Trajectoriæ secunda differentialia exposcat, quemadmodum pro curvis Algebraicis primis differentiis opus est? Scio in curvis transcendentibus similibus usum secundarum differentiarum vitari posse, sed Dn. Candidatus nondum probavit, nec forte unquam probabit, idem obtinere circa curvas transcendentes *dissimiles*, quales sunt eæ curvæ, quæ hac æquatione differentiali exprimuntur, $dx = \frac{b^m\,dy}{\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$ in qua *a* est modulus variabilis, constans quidem pro una eademque linea ex infinitis, quæ hac æquatione exprimuntur, sed major vel minor in alia atque alia ex hisce lineis, *b* vero est constantissima per omnes hasce infinitas curvas; earum omnium æquatio modularis est $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{ydy + \overline{1-m}\,xdx}$. Et Traje-

Cto-

ctoriæ orthogonalis æquatio differentio-differentialis ea quæ sequitur ($m dx^4 dy + m dx^2 dy^3 + y dx^2 dy ddy - y dx dy^2 ddx + \overline{m-1}\, x dx^2 dy ddx + \overline{1-m}\, x dx^3 ddy$) $\times b^{2m} = \overline{m-mm}\, x y^{2m-1} dx dy^4 - m y^{2m} dx^2 dy^3$. Quod si æquationem differentialem primi gradus invenire possit pro Trajectoria quæsita, aut hujus trajectoriæ constructionem per quadraturas absolvere possit operæ pretium erit ejus labor. Ad reliquas ejus objectiones in præcedentibus cum jam responsum sit, manum de tabula retraho.

Act. Erud. An. 1719. M. Febr.

Pag. 77.

THERMOMETRUM AEREUM

A THEODORO BALTHASSARE Med. D.

recens inventum.

M. Mart. Pag. 128.

Constructio hujus thermometri sequenti ratione absolvitur. Paretur tubulus vitreus, recurvus AGBCD, globo E instructus, qui globus quanto capacior est, tanto magis thermometrum sensibile evadit. Longitudo tubi AB debet esse major quam $2\frac{1}{2}$ ped. qualis requiritur pro barometris ordinariis. Præterea in A debet esse apertura, per quam immittendum est argentum vivum vel ope infundibuli chartacei, vel si angustius sit orificium, calefaciendo globum E, & orificium A in argentum vivum immittendo. Tantum autem argenti vivi immittendum est, quantum sufficit ad totum tubulum AGBCD replendum. Hoc facto eousque inclinetur thermometrum, ut argentum vivum totum tubum usque ad orificium A impleat, sigilletur tubus hermetice in A, vel, quod commodius fieri potest, obturetur lacca, qua literas obsignare solemus. Statuatur deinde thermometrum in situm erectum, ita ut extremitas A, quæ antea aperta fuerat, summum obtineat; descendet argentum vivum ab A, & hærebit in G, illa circiter altitudine, in qua eo tempore argentum vivum in barometro consistit; cum aer globo inclusus tantum valeat, quantum altitudo totius atmosphæræ, ideoque argentum vivum, quod inest tubo, sustineat in æquilibrio. Sed cum clauso orificio A aeris externi commercium denegatum sit, argentum vivum tubo inclusum nihil amplius patitur a mutata aeris externi gravitate, sed mutationes caloris & frigoris posthinc solæ in hoc thermometrum operantur.

Tab. I. Fig. 1.

Pag. 129.

Sup-

Act. Erud. An. 1719. M. Mart. Supponamus enim in erecto thermometro argentum vivum ex A descendisse usque in G, sicut portio tubuli AG vacua maneat, si deinde aer in globo E incalescat, rarescet, & per consequens argentum vivum tubi ultra G sustollet, contra si aer globi refrigescat, idem condensabitur, vel saltem ab incumbentis argenti vivi pondere se comprimi patietur, quamobrem illud in tubulo denuo descendet. Quemadmodum igitur in thermometro Florentino crescente calore spiritus vini expanditur & in tubo ascendit, ac contra ingruente frigore idem condensatur & descendit; ita in hoc thermometro aer calore expansus sursum protrudit argentum vivum, & contra condensatus frigore, descensuro argento vivo locum concedit. Multifariam hoc thermometrum aereum præstat Florentino. Aer semper eodem modo condensatur & rarescit, non autem spiritus vini. Citius etiam hoc thermometrum mutationes caloris & frigoris percipit, & cum superior portio AG vacua sit, nihil est, quod ascensuro argento vivo resistat, ideoque rupturæ tantopere obnoxium hoc thermometrum non est, cum in *Florentino* aer, qui nunquam penitus excludi potest, expansioni *spiritus vini* obnitatur, & eam quoque ob causam vitrum *facile rumpatur*.

Usus sum hoc thermometro toto anno abhinc elapso, ejusdemque variationes singulis diebus annotavi.

Sicut vero ubique clauso vase genuinum hoc est thermoscopium; ita si inferius in globo fiat apertura, thermometrum hoc mutatur in barometrum, & contra si barometri recurvi vasculum inferius lacca signatoria claudatur, inde fiet thermometrum aereum. Quodsi autem superior apertura in A recludatur, inde fit thermometrum vulgari quodammodo simile. Nam non tantum calor crescens, sed etiam aeris externa gravitas diminuta efficient, ut argentum vivum in tubo ascendat; & e contrario calor diminutus vel frigus auctum, atque præterea aeris externi gravitas adaucta argentum vivum in tubo deprimeat.

Pag. 130.

DE

Act. Erud. An. 1719. M. April. Pag. 171.

DE CALCULO FLUENTIUM

LIBRI DUO,

quibus subjunguntur libri duo de Optica analytica,

Autore JOANNE CRAIG.

Londini, ex officina Pearsoniana, 1718. 4°. *plag.* 12½.

JOannes Craigius, Geometra merito suo celebris, a multo tempore in studio tetragonistico cum laude versatus est. Sane jam A. 1685 edidit Methodum figurarum lineis rectis & curvis comprehensarum quadraturas determinandi, cujus facta est mentio in Actis A. 1686 pag. 405. Methodus illa nitebatur theoremate quodam *Barrowii*, quod e calculo differentiali *Leibnitii* sua veluti sponte consequitur, quemadmodum annotatum est ab ipso celeberrimo inventore in Actis A. 1686 pag. 423, & ab ipso *Craigio* agnitum pag. 29, scilicet quod summa subnormalium ad axem applicatarum æquetur semiquadrato semiordinatæ ultimæ. Enimvero cum eandem nonnisi ad exempla facilia & ex parte jam aliunde nota applicasset; postea eandem methodum magis excoluit & A. 1693 in Tractatu Mathematico de figurarum curvilinearum quadraturis & locis geometricis Londini edito ad exempla alia difficiliora promovit. Utitur in ea calculo differentiali *Leibnitii*; atque statim ab initio ita scribit: „Ne nimium mihi „adscribere, vel aliis detrahere videar, libenter agnosco *Leibnitii* calculum differentialem tanta mihi in his inveniendis suppeditasse auxilia, ut sine illo hæc vix assequi potuissem ea, qua „optabam, facilitate. Quantopere solidam & sublimiorem Geometriam hoc uno nobilissimo invento adauxerit celeberrimus „ejus Autor, peritissimos hujus ævi Geometras latere non potest, & quam insignis fuerit utilitatis in dimensionibus figurarum inveniendis, sequens hic tractatus sufficienter indicabit. Idem in Tractatu suo calculum differentialem constanter *Leibnitii* calculum vocat. Ab eo tempore in excolenda methodo quadraturarum majus adhuc studium posuit, & A. 1701 in Actis Philosophicis Anglicanis exhibuit specimen methodi generalis determinandi figurarum quadraturas, quod inde in Actis An. 1704 p. 200 & seqq. translatum. Nunc ex intervallo ipsam methodum sub titulo calculi fluentium publicat, per quam Geometria sublimior

Pag. 172.

non

Act. Erud. An. 1719. M. April. non parum promovetur. Ceterum cum in Tractatu de Quadraturis An. 1693 usus esset signis *Leibnitianis*, nunc cum Anglis substituit literas punctatas, & calculum differentialem more Anglorum calculum fluxionum vocat. Pag. 173. Ait in præfatione, se An. 1685 Cantabrigiæ cum *Newtono* egisse, & eidem prima elementa calculi fluentium (per quæ intelligitur methodus Quadraturarum A. 1686 edita) perlegenda tradidisse, antequam ederentur: qui ipsi significaverit, se posse Quadraturas innumeras exhibere per seriem infinitam, quæ in datis conditionibus abrumpens figuræ propositæ Quadraturam Geometricam determinaret. Cum vero in isto Tractatu mentionem injiciat p. 72 & seqq. calculi differentialis *Leibnitiani*, eodemque utatur, per quem, si eum tunc satis intellexisset, sine tædiosis ambagibus non solum omnia hujus, sed & alterius Tractatus, qui A. 1693 prodiit, pleraque expedire potuisset; mirum sane videbitur, cur *Newtonus*, siquidem *algorithmum aliquem infinitesimalem* tunc habuit (quod nunc volunt Angli nonnulli) aut *Leibnitiani* indolem ac vires sufficienter perspexit, de eo non admonuerint *Craigium*, passusque fuerit, ut suum inventum alteri tribueretur, & tantum seriei infinitæ mentionem injecerit. Sed mittamus ista, & ad methodum *Craigianam* describendam accedamus, in qua nos utemur terminis & signis *Leibnitianis*, tanquam in his Actis usu receptis & olim ab ipso Autore (ut ante monuimus) usurpatis.

Methodus ista exponitur libri primi sectione prima & huc redit. 1. Ex æquatione curvam definiente v. gr. $z^m = ay^n + bz^e y^r$ quærit valorem differentiæ dz, & ex eo exterminat per ordinariam Algebram z^{m-1}. 2. Assumit æquationem quadraturam definientem, ex. gr. pro curvis trinomialibus, h. e. iis, quarum æquationes tribus terminis constant, $Azy + Bz^f y^g = \int z dy$, & inde investiget similiter valorem ipsius dz. 3. Duplicem valorem ipsius dz combinans, reductione (ut par est) facta reperit æquationem resultantem, quæ in nostro casu est

$$\begin{array}{lllll} maAy^n & + rbAz^e y^r & + nfaBZ^{f-1}y^{g+n-1} & + rfbBz^{e+f-1}y^{r-1} & \\ -ma & + mbA & + mgaB & + mgbB & = 0 \\ + naA & - ebA & & - egbB & \\ & - mb & & & \\ & + eb & & & \end{array}$$

4. Hinc instituit comparationem inter binos & binos exponentes terminorum hujus æquationis resultantis, & quia quinque di- Pag. 174. versis modis comparationes illæ institui possunt, ideo rejicit omnes, quæ vel ducunt ad absurdum, vel ad exponentium f, g, h, i &c. valores determinatos. Ex. gr. in nostro casu comparat exponentes termi-

termini secundi $z_{e} y^{r}$ cum exponentibus tertii $z^{f-1} y^{g+n-1}$ nempe ponendo $e = f - 1$ & $r = g + n - 1$: unde $f = e + 1$ & $g = r - n + 1$. Brevitatis gratia ponit $c = r - n$, sicque reperit $g = c + 1$ & $r = c + n$, adeoque $z^{m} = ay^{n} + bz^{e} y^{c+n}$ definit omnes curvas trinomiales & $Azy + Bz^{e+1} y^{c+1} = \int zdy$, quando quadratura duobus tantum terminis constat. Quodsi faceremus $e = e + f - 1$ & $r = g + r - 1$; tum foret $f = 1$ & $g = 1$, scilicet indeterminati æquales determinatis: quod absurdum. 6. Quodsi pro $f - 1$ substituatur e, & r pro $g + n - 1$, resultans contrahitur ad tres terminos (retento $c = r - n$) Act. Erud. An. 1719. M. April.

$$\begin{array}{lll} + maAy^{n} & + rbA\, z^{e} y^{r} & + (1+e)\, rbB\; z^{2e} y^{r+c} = 0 \\ - ma & + mbA & + (1+c)\, mbB \\ + naA & - ebA & - (1+c)\, ebB \\ & - mb & \\ & + eb & \\ & + (1+e)\, naB & \\ & + (1+c)\, maB & \end{array}$$

7. Coefficientes A, B &c. determinaturus ponit coefficientes resultantis in nostro casu sic contractæ nihilo æquales, & per novas hasce æquationes facta reductione, ut par est, quantitates A, B &c. determinat. Est nempe in nostro casu

$$maA - ma + naA = 0, \text{ adeoque } A = \frac{m}{m+n}$$

$$rbA + mbA - ebA - mb + eb + (1+e)\, naB + (1+c)\, mabB = 0$$

$$\text{adeoque } B = \frac{(m-e)\,(1-A) + (c+n)\,(-A)}{m\,(e+1) + n\,(e+1)} \cdot \frac{b}{a}$$

Quoniam plures hinc oriuntur æquationes, quam quæ sufficiunt ad determinandas coefficientes A, B, C &c. ideo ex reliquarum reductione invenit quadrabilitatis conditiones: quod Sect. 2. docet tum in curvis trinomialibus, quando area figuræ tribus constat terminis, tum in quadrinomialibus ejusdem casus. Sect. 3. theoremata ex methodo ista deducta sistit, nempe I. theorema generale pro curvis trinomialibus, quæ definiuntur per æquationem $z^{m} = ay^{n} + bz^{e} y^{c+n}$. Pro iis est $\int zdy$ $Azy + Bz^{e+1} y^{c+1} + Cz^{2e+1} y^{2c+1} + Dz^{3e+1} y^{3c+1} + Ez^{4e+1} y^{4c+1}$ &c. & in hac æquatione Pag. 175.

$$A = \frac{m}{m+u}$$

$$B = \frac{(m-e)\,(1-A) + (c+n)\,(-A)}{m\,(c+1) + n\,(e+1)} \cdot \frac{b}{a}$$

 C=

Act. Erud. An. 1719. M. April.

$$C = \frac{(m-e)(c+1) + (c+n)(e+1)}{m(2c+1) + n(2e+1)} \cdot \frac{-bB}{a}$$

$$D = \frac{(m+e)(2c+1) + (c+n)(2e+1)}{m(3c+1) + n(3e+1)} \cdot \frac{-bC}{a}$$

$$E = \frac{(m-e)(3c+1) + (c+n)(3e+1)}{m(4c+1) + n(4e+1)} \cdot \frac{-bD}{a}$$

$$F = \frac{(m-e)(4c+1) + (c+n)(4c+1)}{m(5c+1) + n(5e+1)} \cdot \frac{-bE}{a} \text{ \&c. in infinit.}$$

Monet, has figuras quadraturam geometricam admittere, *quoties* $\frac{c-e+m+n}{-cm-en}$ est numerus integer ac positivus, & hanc quadraturam haberi sumendo tot ab initio terminos, quot sunt unitates in numero per $\frac{c-e+m+n}{-cm-en}+1$ designato. Succedit II theorema pro omnibus curvis quadrinomialibus, III pro quinomialibus, & IV pro sextinomialibus. Subjunguntur *deinde* exempla Curvarum, quæ definiuntur per æqua*tiones incompletas*, & de his in genere notatur, destruendos esse omnes terminos, quos terminorum deficientium coefficientes ingrediuntur, in valoribus quantitatum A, B, C &c. computatis ex æquatione completa propositam æquationem incompletam includente; reliquos horum valorum terminos esse valores quantitatum A, B, C &c. pro æquatione incompleta. Sect. 4. theoremata generalia ad figuras particulares applicat. Ex. gr. Sit æquatio curvæ trinomialis $z^3+y^3=bzy$, seu $z^3=-y^3+bzy$, erit $m=3$, $n=3$, $e=1$,

Pag. 176. $c=-2$, $a=-1$, & $b=b$. Et quia $\frac{c-e+m+n}{-cm-en}$ est 1, figura geometrice quadrabilis: quoniam vero $\frac{c-e+m+n}{-cm-en}+1=2$, ideo ad quadraturam sufficiunt duo primi theorematis generalis termini: in quibus si valores quantitatum m, n, e, c, a, b substituantur; prodibit $\int z dy = \frac{1}{2} zy - \frac{1}{6} bz^2 y^{-1}$. Sect. 5 progreditur ad Quadraturas curvarum geometrice irrationalium, quarum aliquas An. 1696 in Actis Philosophicis Anglicanis dedit, & elementa methodi cujusdam exemplis illustrata exhibet. Vocat autem *Curvam geometrice irrationalem*, quando æquationem curvæ ingreditur arcus alicujus curvæ: unde *rationalis* ipsi est, quam *Leibnitius* Algebraicam vocat. Methodum his verbis tradit:

„ 1 Ad

„ 1 Ad Curvæ ACH punctum quodvis C esto tangens CI axi AB occurrens in puncto I. 2 inveniatur Tangentis CI valor analyticus per y & datas expressus, & per x denotetur pars istius valoris, quæ sub vinculo radicali quadratico continetur, postquam quantum fieri potest, quantitate y liberatur, ut in Tractatu de Quadraturis A. 1693 edito ostensum est. 3 Posito quod e sit exponens dimensionum, ad quas indeterminatæ z, y, v assurgunt in æquatione Curvam ADE definiente, fiat involutio hujus quantitatis $(v+x+y+)^{e+1}$, A neglectis coefficientibus numericis ex involutione oriundis, afficiantur termini coefficientibus incognitis, A, B, C &c. & summa omnium ponatur $= \int z dy$. 4 Differentietur hæc æquatio & eliminentur dv, dx; & post alias usitatas reductiones, habebitur æquatio, quam voco *resultantem*, cujus termini, more usitato comparati dabunt A, B &c. adeoque $\int z dy$ seu aream quæsitam. Quoniam æquatio *per reg.* 3 constituta sæpissime plurimos comprehendit terminos inutiles, ideo in sequentibus tales omittuntur, quos calculum expertus ad Quadraturam non spectare deprehendi. Ut hæc rectius intelligantur, exemplum Autoris primum huc apponere juvat. Sit ACH semicirculus, cujus diameter $AH = 2a$, arcus $AC = v$, $BD = z$, $AD = y$ & pro Curva ADB $z = v$, quæratur quadratura areæ ABD. Quoniam $IC = a\sqrt{(2ay - y^2)} : (a - y)$, erit vi methodi $x = \sqrt{(2ay - y^2)}$. Cum in hoc exemplo vi ejusdem $e = 1$; $(v + x + y + 1)^2$ est quantitas, cujus termini coefficientibus A, B, C &c. affecti constituent $\int z dy$. Neglectis ergo terminis inutilibus erit $Ayv + Bv + Cyx + Dx = \int z dy$: unde porro reperitur

Act. Erud. An. 1719. M. April.

Tab. I. Fig. 2.

Pag. 177.

$$\begin{matrix} +Axv & +Aay & +Ba & (-2Cy^2) = 0 \\ -1 & +3Ca & +Da & \\ & -D & & \end{matrix}$$

& ex terminorum comparatione $A = 1$, $B = -a$, $C = 0$, $D = A$. Quare $ABD = yv - av + a\sqrt{(2ay - y^2)} = \int z dy$.

Applicat Cel. Autor eandem methodum inter alia ad cycloidem vulgarem & ad funiculariam, atque in scholio p. 30 monet, si in expressione arcus generali ponantur omnes termini quantitate v affecti $= 0$, reductione facta valor ipsius y fuerit affirmativus, figuræ propositæ competere quadraturam specialem illius portionis, quæ huic abscissæ y adjacet, & si in areæ expressione generali pro y substituatur valor ejus determinatus, quadraturam specialem obtineri. Ex. gr. si in exemplo præcedente ponatur $yv - av = 0$, erit $y = a$. Transit ergo semiordinata KN per centrum circuli K, & area $AKN = a^2$, seu quadrato radii æqualis. Ex hoc fundamento omnia consequi notat, quæ in

Act.Erud. An. 1719. M. April.

$$C = \frac{(m-e)(c+1)+(c+n)(e+1)}{m(2c+1)+n(2e+1)} \cdot \frac{-bB}{a}$$

$$D = \frac{(m+e)(2c+1)+(c+n)(2e+1)}{m(3c+1)+n(3e+1)} \cdot \frac{-bC}{a}$$

$$E = \frac{(m-e)(3c+1)+(c+n)(3e+1)}{m(4c+1)+n(4e+1)} \cdot \frac{-bD}{a}$$

$$F = \frac{(m-e)(4c+1)+(c+n)(4c+1)}{m(5c+1)+n(5e+1)} \cdot \frac{-bE}{a} \text{ \&c. in infinit.}$$

Monet, has figuras quadraturam geometricam admittere, *quoties* $\frac{c-e+m+n}{-cm-en}$ est numerus integer ac positivus, & hanc quadraturam haberi sumendo tot ab initio terminos, quot sunt unitates in numero per $\frac{c-e+m+n}{-cm-en}+1$ designato. Succedit II theorema pro omnibus curvis quadrinomialibus, III pro quinomialibus, & IV pro sextinomialibus. Subjunguntur *deinde* exempla Curvarum, quæ definiuntur per æquat*iones incompletas*, & de his in genere notatur, destruendos esse omnes terminos, quos terminorum deficientium coefficientes ingrediuntur, in valoribus quantitatum A, B, C &c. computatis ex æquatione completa propositam æquationem incompletam includente; reliquos horum valorum terminos esse valores quantitatum A, B, C &c. pro æquatione incompleta. Sect. 4. theoremata generalia ad figuras particulares applicat. Ex. gr. Sit æquatio curvæ *trinomialis* $z^3+y^3=bzy$, seu $z^3=-y^3+bzy$, erit $m=3$, $n=3$, $e=1$,

Pag. 176. $c=-2$, $a=-1$, & $b=b$. Et quia $\frac{c-e+m+n}{-cm-en}$ est 1, figura geometrice quadrabilis: quoniam vero $\frac{c-e+m+n}{-cm-en}+1=2$, ideo ad quadraturam sufficiunt duo primi theorematis generalis termini: in quibus si valores quantitatum m, n, e, c, a, b substituantur; prodibit $\int z dy = \frac{1}{2} zy - \frac{1}{6} bz^2 y^{-1}$. Sect. 5 progreditur ad Quadraturas curvarum geometrice irrationalium, quarum aliquas An. 1696 in Actis Philosophicis Anglicanis dedit, & elementa methodi cujusdam exemplis illustrata exhibet. Vocat autem *Curvam geometrice irrationalem*, quando æquationem curvæ ingreditur arcus alicujus curvæ: unde *rationalis* ipsi est, quam *Leibnitius* Algebraicam vocat. Methodum his verbis tradit:

„ 1 Ad

„ 1 Ad Curvæ ACH punctum quodvis C esto tangens CI axi
„ AB occurrens in puncto I. 2 inveniatur Tangentis CI valor
„ analyticus per y & datas expressus, & per x denotetur pars
„ istius valoris, quæ sub vinculo radicali quadratico continetur,
„ postquam quantum fieri potest, quantitate y liberatur, ut in
„ Tractatu de Quadraturis A. 1693 edito ostensum est. 3 Posito quod e sit exponens dimensionum, ad quas indeterminatæ
„ z, y, v assurgunt in æquatione Curvam ADE definiente, fiat
„ involutio hujus quantitatis $(v + x + y +)^{e+1}$, A neglectis
„ coefficientibus numericis ex involutione oriundis, afficiantur
„ termini coefficientibus incognitis, A, B, C &c. & summa omnium ponatur $= \int z dy$. 4 Differentietur hæc æquatio & eliminentur dv, dx; & post alias usitatas reductiones, habebitur
„ æquatio, quam voco *resultantem*, cujus termini, more usitato
„ comparati dabunt A, B &c. adeoque $\int z dy$ seu aream quæsitam.
„ Quoniam æquatio *per reg.* 3 constituta sæpissime plurimos comprehendit terminos inutiles, ideo in sequentibus tales omittuntur, quos calculum expertus ad Quadraturam non spectare deprehendi. Ut hæc rectius intelligantur, exemplum Autoris primum huc apponere juvat. Sit ACH semicirculus, cujus diameter $AH = 2a$, arcus $AC = v$, $BD = z$, $AD = y$ & pro Curva ADB $z = v$, quæratur quadratura areæ ABD. Quoniam $IC = a\sqrt{(2ay - y^2)} : (a - y)$, erit vi methodi $x = \sqrt{(2ay - y^2)}$. Cum in hoc exemplo vi ejusdem $e = 1$; $(v + x + y + 1)^2$ est quantitas, cujus termini coefficientibus A, B, C &c. affecti constituent $\int z dy$. Neglectis ergo terminis inutilibus erit $Ayv + Bv + Cyx + Dx = \int z dy$: unde porro reperitur

$$\begin{array}{llll} + Axv & + Aay & + Ba & (-2Cy^2) = 0 \\ -1 & + 3Ca & + Da & \\ & -D & & \end{array}$$

& ex terminorum comparatione $A = 1$, $B = -a$, $C = 0$, $D = A$. Quare $ABD = yv - av + a\sqrt{(2ay - y^2)} = \int z dy$.

Act. Erud. An. 1719. M. April. Tab. I. Fig. 2. Pag. 177.

Applicat Cel. Autor eandem methodum inter alia ad cycloidem vulgarem & ad funiculariam, atque in scholio p. 30 monet, si in expressione arcus generali ponantur omnes termini quantitate v affecti $= 0$, reductione facta valor ipsius y fuerit affirmativus, figuræ propositæ competere quadraturam specialem illius portionis, quæ huic abscissæ y adjacet, & si in areæ expressione generali pro y substituatur valor ejus determinatus, quadraturam specialem obtineri. Ex. gr. si in exemplo præcedente ponatur $yv - av = 0$, erit $y = a$. Transit ergo semiordinata KN per centrum circuli K, & area $AKN = a^2$, seu quadrato radii æqualis. Ex hoc fundamento omnia consequi notat, quæ in

Act.Erud. An. 1719. M. April. Pag. 178. his Actis de cycloidis spatiis innumeris geometrice quadrabilibus tradiderunt ingeniosissimi fratres *Bernoullii*. Se autem primum omnium in Actis Anglicanis An. 1697 detexisse arbitratur talium fundamentum. Ut præstantiam methodi in aprico ponat, duas subnectit spatiorum cycloidalium quadraturas geometricas & indefinitas, qualium hactenus nulla apparuit. Insuper integra Sect. 6 monitum istud compluribus exemplis illustrat, & in iis ex sua methodo deducit theorema Cel. Dn. de *Tschirnhausen* de Lunulæ quadratura indefinita in Actis A. 1687 editum, cui primam istiusmodi Quadraturæ inventæ laudem tribuit. Tandem Sect. 7 de summatione formularum $ay^m dy = by^{m+1} dx + qdx$, $ay^m dy = by^{m+1} pdx + qdx$, $ady = pydx + by^n qdx$ & $ay^c dy = by^n qdx + pdx$ (in quibus p & q denotant quantitates ex x & x utcunque compositas) nonnulla annotat, quas ad methodos quadraturarum a se expositas reducit. Sed intelligentibus, quæ Cel. *Bernoulli* in Actis anni 1697 p. 284 & *Gabriel Manfredus* in libro de constructione æquationum differentialium primi gradus post ipsum p. 180 & seqq. tradidere, non apparet, quid novi hac in re præstiterit. Monet tandem, si per methodos a se explicatas summatio fieri nequeat, recurrendum esse ad series *infinitas Newtoni*. Hæc dicta sunto de parte operis eximii præcipua.

Liber secundus inscribitur de calculi fluentium usu: sed quæ hic occurrunt, nova non sunt, sed pleraque ex his etiam Actis dudum nota. Sectio enim prima series infinitas pro logarithmis, secunda alias pro arcu circulari ejusque sinubus, tangente & chorda, & tertia pro curva loxodromica ac inde pendentibus problematibus nauticis exhibet. Eminet hic sectio quarta, *in* qua de transmutatione figurarum curvilinearum tractat Autor ingeniosus. Docet hic 1 omnes figuras binomiales geometrice quadrabiles in parabolicas transmutare, & inde earum Quadraturarum determinare; & 2 figuræ cujusvis datæ Quadraturam invenire, ex descripta curva generis parabolici, quæ per assignata quotcunque puncta transit: quod est inventum summi Geometræ *Newtoni*, Geometriæ sublimioris cultoribus satis notum. Colophonis loco hæc verba addit: „ Hisce subjungere decreve- „ ram calculum inveniendi theoremata mea pro locis Geome- „ tricis, quæ cum tractatu nostro de Quadraturis edita sunt
Pag. 179. „ A. 1693: sed me labore illo exoneravit illustrissimus *Hospitalius*, qui operis suis posthumi librum scripsit integrum 7 de „ theorematum horum calculo, & diffusa methodi nostræ expli- „ catione. Multumque mihi gratulor, nostra, qualiacunque tan- „ topere in Gallia probari, ut ipse *Hospitalius* (magnum scien- „ tiarum harum decus & promotor egregius) eadem *transscribe-*

re,

„ re, ejusque operis posthumi editor eadem luci denuo expone- Act.Erud. An. 1719. M. April.
„ re dignati fuerint." Methodum *Hospitalianam* eandem esse cum *Craigiana*, monuimus cum *Hospitalii* opus pohumum in his Actis recenseremus. Sed cum *Hospitalius* non citet *Craigium*; quid aliud inde concludetur, quam Gallis a *Craigio* plagium *Hospitalii* falſe exprobrari? De optica analytica pauca nobis dicenda sunt, cum gemina hisce jam passim occurrant. Liber primus de Catoptrica agit, & in eo determinatur focus radiorum parallelorum, divergentium & convergentium, qui in superficiem quomodocumque convexam vel concavam incidunt. Addit usum in parte Catoptricæ inversa, docens nimirum invenire curvam, quæ radios parallelos excipiens efficiat, ut reflexi in dato puncto colligantur. Liber secundus Dioptricæ destinatur; & in eo determinatur focus radiorum parallelorum, divergentium & convergentium, in superficiem utcunque convexam vel concavam incidentium. Applicatio theorematum generalium fit ad superficies sphæricas, tum etiam ad lentem quamcunque sphæricam. Additur etiam problema generale de invenienda foci physici aberratione, quam primus in Dioptrica consideravit *Hugenius*: & ultimo loco comparet solutio problematis de invenienda area, quæ ab omnibus refractis projicitur in planum ad axem normale in foco positum, atque hinc deducit rationem efficaciæ radiorum in foco ad efficaciam incidentium in lentis superficiem.

JOH. BERNOULLI RESPONSIO

M. Maji. Pag. 216.

ad nonneminis provocationem, Ejusque solutio quæstionis ipsi ab eodem propositæ,

De invenienda Linea curva quam describit projectile in medio resistente.

PRoponere problemata in publicum non caret utilitate, hac enim ratione excitantur & acuuntur ingenia; ac sæpe aliquid eruitur in scientiæ incrementum, quod alioquin forte absconditum mansisset. Hoc igitur nomine laudabilis est illa quovis tempore recepta consuetudo, qua cumprimis Geometræ mutua problematum propositione vires suas subinde exercuerunt: amittit vero pretium suum statim ac degenerat in abusum a parte Propo- Pag. 217.
nentis, quod fit, quando non indefinite proponit, ut cuique fas

sit

Act.Erud. An. 1719. M. Maji.

fit propositi vadum tentare, sed ei tantum, cui male vult, & quem cuperet solutionis non capacem fore, eum tantum in finem, quo postea ex illius quasi infirmitate triumphet.

Exemplum hujusmodi indecentis provocationis dedit nobis Homo quidam natione Scotus, qui ut apud suos impuris inclaruit moribus, ita apud Exteros jam passim notus odio plusquam Vatiniano quo flagrat, in ipsos præsertim Germanos, usque adeo implacabili, ut cum aliis sui similibus sibi persuadeat, quod in rusticitate modum excedere non possint cum Germanis controvertentes, cujus quidem ille causam non aliam habet, quam quod putet hos præ aliis resistere immodicæ ambitioni, qua occœcatus quicquid hactenus inventum est popularibus suis *arrogare* contendit. Mirum profecto, quod inclytus Newtonus, cujus ingentia merita suspiciunt omnes veri rerum pulchrarum Æstimatores, talem non repudiet vindicem, a quo sane laudari turpe mihi ducerem, vituperari honestum: Nostros si admitteret plausus Vir egregius, si nostra ipsi placerent præconia, uti sunt sincera atque a partium studio aliena, ita magis forent *solida* ac fide magis digna saltem apud eos, qui non nisi ex *aliorum judicio* de rebus ipsis judicare valent.

Quod itaque attinet ad Aggressorem *nostrum*, qui nominari non meretur, tulit ille ægerrime quosdam a me notatos errores in Philos. natur. Principiis Newtoni; quos in Actis Lips. an. 1713 correxi, falsis vera substitui, ac defectus aliquos supplevi, tanto cetera candore & modestia usus, ut Newtonus ipse, qui in fine præfationis hoc a Lectore suo petit, non tantum non offensus meis annotationibus, sed ut postea intellexi ab Amico communi, qui Newtono familiariter utitur, iisdem haud parum devinctus esse videretur; nec miror, quis enim veritatis amans in errore licet inscius perseverare mallet, quam ejus admoneri? cum præsertim eo jam ventum esset, ut altera Principiorum Editio paulo post in lucem prodiret; quod proin elegans opus iisdem nævis dedecoratum comparuisset, nisi amica nostra interpellatio tempestive intervenisset.

Pag. 218. Hoc vero, ut modo dixi, momordit Antagonistam Scotum, quasi, quod ridiculum, toti suæ Insulari Nationi ignominiosum esset, Britannum a non-Britanno corrigi, lapsusque a summo Geometra commissos detegi a Geometra quodam inferioris subsellii. Dissimulato aliquandiu dolore cum lites interim suscitasset magno quondam Leibnitio, voluit, ut nunc apparet in suas me trahere partes multis in me congestis encomiis & honorum titulis in aliquo contra Leibnitium scripto edito in Diario Hagiensi: Sed cum vanis laudibus facile inescari me non patiar, nolui, quod

liti-

litigator optabat, me immiscere controversiæ intempestive inceptæ, multo minus partes amplecti contra Leibnitium, partim quia rixarum sum pertæsus, partim quia argumenta quibus pugnare solet Aggressor sunt talia, ut illis, si vel Anglus essem, convinci non possim. Irritatus hac mea renitentia, laxavit tandem fræna furori, atque relicta blandorum verborum methodo, iniit conviciorum viam, quibus me, quod audio, mascule obruit & obruere pergit, sicuti solent qui desperatam habent causam; qui antea ipsi eram in calculo infinitesimali versatissimus, nunc mutata rerum facie, uti in eodem Diario testatur, hunc calculum ne quidem intelligo; credo equidem, cum postremam suam sententiam ferret, præ furore non meminisse ejus quod antea sedato animo scripserat. Taceo alia, ut rumor fert, dictu horrenda, ex quibus nuper conflavit libellum (editum an ineditum nescio) quem tum manuscriptum circumferebat prælo destinatum. Fuerunt, ut mihi scribitur, inter ipsos adversæ partis sequaces, qui perlegendo cohorruerunt; sed ita sum animatus, ut, quemadmodum ejus elogia me parum affecerunt, ita nec ejus contumelias morari constituam, utrumque æquali animo excepturus. Quod enim superiori anno in Actis hisce moneri curavi, me nemini responsurum, qui aculeis & conviciis militare vellet, id jam repeto atque sanctissime observabo, securus utique, me quoque silente maledicorum conatus in fumum abire, ab illis enim meam qualemcunque existimationem dependere non puto. Act. Erud. An. 1719. M. Maji.

Materia autem circa quam meæ animadversiones errorum Newtonianorum versabantur desumta erat ex Sectionibus quatuor prioribus Libri secundi Philosophiæ Natur. Principiorum: Antagonista, ut extenuet meum laborem, causatur in aliqua epistola, cujus apographum ipso ita dirigente ad me missum fuit, quod hæc unica pars Philosophiæ Newtonianæ, quam ait me summo studio excoluisse & examinasse, nullius sit momenti; quamvis Newtonus ipse longe aliter sentire videtur in fine Sectionis quartæ, utpote qui has disquisitiones vocat perplexas, ac proin haud dubie præ reliquis dignas, ut singulari attentione pertractentur. Pag. 219.

Credebam ego, quod in honorem Newtoni fateri non pudet, in toto ejus opere nihil non momentosum contineri: Scotus vero noster, qui ceteroquin etiam errores ejus mordicus defendere satagit, nunc partem invenit notabilem Operis Newtoniani, quam tanquam nauci exagitat ac vilipendit; ita solet furor in transversum agere quosdam homines, qui sibi libenter unum eruerent oculum, dummodo liceret ambobus orbare eos quibus sunt infesti. Interim hic iterum turpiter prodit insanum, quo laborat, sibimet ipsi contradicendi cacoethes. Postquam enim prædi-

Act. Erud. An. 1719. M. Maji. ctam partem Philos. nat. Principiorum ceu rem frivolam & inutilem explosisset, subdit statim in eadem Epistola, *se, si velim exercere meam industriam in aliqua re utili, desiderare, ut solvam problema tentatum pridem a Leibnitio, sed qui erraverit & solvere non potuerit:* Problema autem ad cujus solutionem me provocat ita habet, *Invenire curvam, quam projectile describit in aere pro simplicissima suppositione gravitatis atque medii densitatis uniformis, resistentiæ vero in duplicata ratione velocitatis*. Ubi statim Lectorem attendere cupio ad inconstantiam Provocatoris problema hocce tanquam *utile* & solutu dignum æstimantis, quod tamen ad ipsam illam spectat materiam, in cujus enucleatione studium singulare collocavi, & quæ ipsius judicio nullius est *momenti*, nullique inservit naturæ phænomeno explicando. Est enim illud problema nihil aliud quam inversum Propos. X. Philos. Natur. Princip. pag. 232 Edit. poster. ubi Newtonum hallucinatum demonstraveram. Insanientis certe est, crasse adeo sibi contradicere, ut 5 vel 6 lineis unum idemque modo nullius, modo magni æstimet momenti.

Pag. 220. Quare autem hoc potius problemate quam alio me tentare voluerit, conjectu haud difficile mihi fuit. *Credebat enim, cum* nullam illius solutionem invenerit ipse Newtonus (nam si invenisset, nullum est dubium, quin Principiis suis inseruisset, majoris quippe utilitatis futurum, quam illa est, quæ extat p. 215 pro hypothesi naturæ non convenienti, supponendo scil. resistentiam simplici velocitati proportionalem) credebat, inquam, hoc quod eluserit sagacitatem magni Newtoni, immo omnium tum temporis, cum hæc scriberet, Geometrarum Anglorum, idem multo magis vires meas superaturum. Interim *quamvis* meæ tenuitatis conscius mihi tantum non tribuam, ut cum consummatissimo Geometra Newtono paria facere velim, contigit tamen mihi invenisse id quod lynceos ejus oculos fugerat. Et enim visa Provocatoris epistola, quam ab Amico aliquo Viro Nobili & insigni Mathematico communicatam acceperam ineunte Februario anni superioris, non diu post plenaria potitus sum solutione, & quidem ultra quam deposcebat Provocator, quandoquidem illa se extendit ad hypothesin resistentiæ non tantum in duplicata, sed in quavis multiplicata ratione velocitatis.

Verum antequam solutionem meam publicarem, justum & æquum judicabam, ut Provocatori suum ipsummet problema vicissim proponerem; quare subsequenti mense Majo ad eundem Amicum rescripsi, rogavique ut eadem, qua fuerat compellatus, via uteretur ad significandum Adversario petitum meum, quod eo tendebat, ut ante tum proximum mensem Septembrem decla-

clara-

clararet, num ipse problema suum solverit aut solvere possit, addita simul justissima hac comminatione, nisi statuto tempore responsurus sit, me silentium ejus accepturum pro tacita confessione suæ imbecillitatis, atque hinc sonticam causam habiturum conquerendi publice de ipsius turpi & inhumano mecum agendi modo, siquidem me tentaverit quodam mihi proposito problemate, cui solvendo se ipsum longe imparem sensisset. Act.Erud. An. 1719. M. Maji.

Terminus iste ad intercessionem Amici, prorogatus fuit meo consensu usque ad Kalendas Novembris, ita ut fere semestre deliberandi spatium habuerit Provocator: Sed turpi fuga terga dedit, & loco solutionis proprii sui problematis, quam utique possidere prius debebat, quam illam a me exigeret, hunc futilem tergiversationis suæ prætextum obtrusit, scilicet *me agere imitatorem Leibnitii, qui cum ad argumenta respondere non posset, in problematum propositione diverticula quæsiverit; jam non controverti, uter nostrum melior sit Geometra meliusque sciat problemata resolvere: sed cardinem quæstionis esse, quis sit inventor calculi fluxionum directi & inversi &c.* Sed quid ad me aliorum litigatio? quid inde utilitatis redundat in publicum? esto penes quemque Lectorem adjudicare inventa cuicunque voluerit, modo inde doctior evadat; si quis mihi mea eripere, ac sibi vel aliis attribuere gestiet, per me licet, erunt semper inter æquiores de rebus gestis instructos, qui quod verum deprehenderunt suum cuique publice asserere non verebuntur. Extant hanc in rem scripta nostra, quæ ut totidem monumenta facile dissipabunt inania jurgia, his demum temporibus tanto cum ardore agitari cœpta a vitilitigatoribus, quorum magno suo merito Coryphæus est Provocator meus. Quis autem non miretur miserabile subterfugium, quo se a mutua obligatione ad id, quod mihi imponebat, subducere conatur? Provocat ille me ad certamen; ego compareo; provoco vicissim; comparere renuit; quod a me præstandum poposcerat, præstiti; idem ab ipso præstari petii, quid æquius? hoc vero ille jam vocat diverticula quærere; uter diverticula quæsiverit nunc judicet Lector: sane si invenisset in armamentario suo idoneum quid ad explicandum Gordium suum quem mihi proposuit nodum, quanta quæso hilaritate prorupisset in scenam? sed latuit, sed siluit pudibundus, si quid pudoris adhuc habet. Pag. 221.

Sicuti nemo dubitabit, illum interim, cum se imminente termino in angustiis videret, ab omnibus mathematicis, quos habet amicos, flagitasse manus auxiliatrices, ita firmiter mihi persuadeo, si quis in Anglia optatam solutionem præstituto tempore invenisset, quod eam protinus cum publico communicare non

Act. Erud. An. 1719. M. Maji. Pag. 222. fuisset intermissurus, siquidem, ut videmus, sollicite adeo caveat impotens Thraso & qui cum eo faciunt, ne qua inventi gloria ad Exteros transeat atque ii aliquando exinde occasionem triumphandi arripiant.

Quæstio itaque ex Anglia oriunda nullam inibi solutionem accepit ad primum usque Novembris, qui ultimus fuit dies termini concessi, intra quem Provocator, aut quicunque vires ejus (cum ipse non posset) supplere volebat, debuisset comparere. At sexto demum Novembris styli veteris, seu decimo septimo ejus mensis styli nobis usitati, significavit Clar. Taylorus, Vir ingeniosissimus atque a Provocatoris moribus, ut speramus, longe alienissimus, se invenisse aliquam solutionem; quam *sub hoc* characterum involucro ($r^4 - 1 + 4xrr + 4ur^2$) tectam transmisit, promittens se quoque explicationem ejus communicaturum, statim ac sibi innotuerit quod meam prius solutionem communicavero. Proinde sine mora per literas ad Illustriss. Monmortium amandavi Constructionem, quæ problemati infinities generalius, quam proponebatur, concepto satisfacit. Lubet autem eandem publice exponere, ut cum Tayloriana, sicubi hæc *in lucem* prodeat, comparari possit. En ergo ipsa verba, *quibus eam chartæ* consignatam in Galliam transmisi:

Problema.

Construere Curvam (concessis quadraturis), quam corpus uniformiter grave tendens perpendiculariter ad horizontem describit in medio uniformiter denso; supposita resistentia in quacunque multiplicata ratione velocitatis cujus exponens sit 2n.

Constructio.

Assumta indeterminata z construatur area $\int \overline{aa+zz}^{\,n-\frac{1}{2}} \times dz$, quæ vocetur Z, sint autem coordinatæ curvæ quæsitæ x & y. Fiat $x = \int \overline{zdz \times Z^{-\frac{1}{n}}}$, & $y = \int \overline{adz \times Z^{-\frac{1}{n}}}$. Dico curvam quæ inde oritur esse quæsitam. Q. E. F.

Coroll. 1. In casu particulari (quem Provocator mihi proposuit) ubi supponitur resistentia in duplicata ratione velocitatis,
Pag. 223. erit $n = 1$; In hoc itaque casu habebimus $Z = \int dz \sqrt{aa+zz}$ quod dependet a quadratura hyperbolæ, coordinatas autem $x = \int \frac{zdz}{Z}$, & $y = \int \frac{adz}{Z}$. Huic constructioni pro hoc casu tan-

tum

cum particulari consimilem fere, quamvis non tam simplicem constructionem dedit Cl. Hermannus in Phoron. p. 354. Act. Erud. An. 1719. M. Maji.

Coroll. 2. In omni casu quo $2n$ est numerus impar unitate major, curva quæsita erit transcendens communis seu primi gradus, nam quia tunc $\overline{aa+zz}^{\,n-\frac{1}{2}}$ habetur in terminis simplicibus & numero finitis ex meris potestatibus ipsius Z, dabitur algebraice ipsum Z; ipsæ vero x & y dabuntur per quadraturas curvarum algebraicarum.

Coroll. 3. Sed quando $2n$ est numerus impar negativus dabitur Z per quadraturam circuli.

Coroll. 4. In omni casu ubi n est numerus integer negativus dabitur algebraice ipsum Z. Et quidem in specie si $n = -1$, erit $Z = \frac{z}{\sqrt{aa+zz}}$; atque tunc etiam y dabitur algebraice, sed x dependet a quadratura hyperbolæ.

Coroll. 5. Quod si vero $2n = 1$, hoc est si resistentia sit in simplici ratione velocitatis, qui casus omnium est simplicissimus; Erit curva quæsita expressa per hanc æquationem $x = \frac{by}{a} + \log. a - \log. y$, vel sumta a pro unitate, $x = by - \log. y$; quæ indicat curvam quæsitam posse esse logarithmicam vulgarem, existente nimirum $b = 0$, aliis vero in casibus facillime ex ipsa logarithmica construendam, & quidem hunc in modum: Ad axem verticalem DE descripta sit logarithmica ABC, ex cujus singulis punctis B ducantur BE, quæ faciant angulos BED dato æquales: Atque ad punctum E agantur ad axem perpendiculares EF ipsis BE æquales. Puncta F formabunt curvam quæsitam GFF. Hæc constructio facilior est & simplicior quam Hugeniana exposita sine demonstratione in libro de *causa gravitatis* pag. 171, & multo adhuc simplicior quam Newtoniana, vid. *Princip. Phil. Lib.* 2. *Prop.* 4. quæ cum sit valde perplexa & operosa, ex illa haud facile patet curvam quæsitam esse posse logarithmicam, aut ex ea posse construi. Pag. 224. Tab. I. Fig. 3.

Atque ita satisfactum arbitror quæstioni, ultra quam petiit Provocator; solutionis meæ analysin non addo, ut habeat quo inquirendo porro se maceret, sufficit ut regulam indicem in qua fundatur: publicavi illam in Actis Lipf. 1713 pag. 139 lin. 13, & pag. 140 lin. 6. Interim communicabo hic calculum Agnati mei Mathematum Professoris Patavini, nam & ille solvit ope formularum mearum binarum huic rei apprime inservientium, quas dedi in Commentariis Acad. Reg. Gall. Scient. ann. 1711

Act.Erud. An. 1719. M. Maji. pag. 47 lin. antepen. & pag. 49 lin. 8. Imo postquam intellexisset me generali solutione potitum esse, protinus quoque suam reddidit generalem. Calculus ejus ita se habet:

Æquatio pro curva quam describit projectile in aere resistente in duplicata ratione velocitatum est $dy = \int \frac{\mp dp}{dp\sqrt{1+pp}}$, posito $dx = pdy$. Si enim sit ds = elemento curvæ, u = velocitati, r = radio osculi, R = resistentiæ, g = gravitati; est generaliter $\frac{grdy}{ds} = uu$, & $gdx \pm Rds = udu$, sed $r = \frac{dy \times \overline{1+pp}\sqrt{1+pp}}{dp}$ (quod

Pag. 225. demonstratum est in Actis Lipsiens. 1701 pag. 11) & $ds = dy \sqrt{1+pp}$, unde $uu = \frac{grdy}{ds} = \frac{gdy \times \overline{1+pp}}{dp}$ & udu (positis g & dy constantibus) $= \frac{2pdp^2 - ddp - ppddp}{2dp^2} \times gdy = gdx \pm Rds = gpdy \pm Rdy\sqrt{1+pp}$; dividendo per dy, & utrinque gp subtrahendo, erit $\frac{-gddp - gppddp}{2dp^2} = \pm R\sqrt{1+pp}$, sive $ddp = \frac{\mp 2Rdp^2}{g\sqrt{1+pp}} =$ (ponendo $2R = uu = gdy + \frac{1+pp}{dp}$) $\mp dydp\sqrt{1+pp}$ quare integrando $dp = \mp dy \int dp\sqrt{1+pp}$, sive $dy = \frac{\pm dp}{\int dp\sqrt{1+pp}}$ in qua æquatione separatæ sunt variabiles. Simili modo invenio curvam, quam describit projectile si resistentia ponatur esse in ratione quacunque multiplicata velocitatis hoc est $2R = u^{2m} = \overline{1+pp}^m \times \left.\frac{gdy}{dp}\right|^m$; nam tunc erit $ddp = \pm g^{m-1} dy^m dp^{2-m} \times \overline{1+pp}^{m-\frac{1}{2}}$ sive $dp^{m-1} ddp = \mp g^{m-1} dy^m dp \times \overline{1+pp}^{m-\frac{1}{2}}$ & integrando $\frac{dp^m}{m} = \mp g^{m-1} dy^m \int dp \times \overline{1+pp}^{m-\frac{1}{2}}$, quæ æquatio in casu $m = \frac{1}{2}$, mutatur in hanc $2dp^{\frac{1}{2}} = \mp g^{\frac{1}{2}} dy^{\frac{1}{2}} \int dp$, sive $\frac{4dp}{\overline{p+a}^2} = g^{-1} dy$, cujus integralis est $\frac{-4}{p+a} = g^{-1} y + b$; vel substituendo pro p ejus valorem $\frac{dx}{dy}$, & reducendo terminos

habe-

habebitur $dx = \frac{-4gdy}{y+bg} - ady$, quæ æquatio existente $a = 0$ est pro logarithmica vulgari, in ceteris vero casibus ope ejusdem logarithmicæ construi potest. Act. Erud. An. 1719. M. Maji. Pag. 226.

Hæc hactenus, retentis Autoris verbis, inviti licet, inseruimus: nec nostra quidem facimus, quæ durius concepta videbuntur. Quamvis vero ab altercationis studio nos longissime abesse, tot annorum experientia compertum existimemus, neutiquam tamen penes nos stetit, quo minus moderamine velut inculpatæ tutelæ uteretur in hoc conflictu Cel. Bernoullius, Vir de Actis non minus nostris quam de Orbe erudito immortaliter meritus, quem hactenus, æque ut alios Geometras Germanos, acriter lacessitum, non diffitemur. Misit idem ad nos solutionem Problematis analytici nuper a Clar. Tayloro Mathematicis non-Anglis propositi; quam proximo Mensi inseremus.

CLAR. TAYLORI MATHEMATICI ANGLI

M. Junii. Pag. 256.

Problema Analyticum, quod omnibus Geometris non-Anglis proposuit,

solutum a JOH. BERNOULLI.

INeunte hoc anno accepi literas a Nobiliss. Monmortio, Mathematico acutissimo ac Fautore meo singulari, in quibus significat se rogatum fuisse a Cl. Tayloro, ut ipsius nomine proponeret Geometris Problema sequens: *Invenire* (sunt verba Taylori Latine reddita) *per quadraturam circuli aut hyperbolæ fluentem hujus quantitatis* $\dot{z} z^{\frac{\delta q - 1}{\lambda}} : (e + fz^q + gz^{2q})$; *ubi* e, f, g *sunt quantitates constantes*, z *quantitas variabilis*, δ *numerus integer qualiscunque affirmativus aut negativus, &* λ *numerus quilibet hujus progressionis* 2, 4, 8, 16, 32, *&c. hoc est potentia quævis numeri binarii. Peto autem* (ita pergit Taylorus) *ut hoc problema solvatur sine ulla limitatione per radices imaginarias; id quod non tantum uno modo præstari potest, quamvis Leibnitius* in Actis Lips. ann. 1702 pag. 70 *demonstrare conatus fuerit contrarium in hoc casu* $\dot{x} : (x^4 + a^4)$ *qui omnium simplicissimus est post hunc* $\dot{x} : (xx + aa)$ *spectantem ad arcum circuli. Idem inveniri potest respectu hujus elementi* $\dot{z} z^{\frac{\delta q - 1}{\lambda}} : (e + fz^q + gz^{2q} + hz^{3q})$; *sed exigo duntaxat solutionem prioris casus.*

Hæc

Act. Erud. An. 1719. M. Junii. Pag. 257. Hæc Cl. Taylorus; ubi statim monere debeo, quod in Typothetarum commodum, fractiones a Tayloro propositas expresserim more Leibnitiano, interpositis nempe duobus punctis inter terminos in una linea collocatos, ita ut antecedens designet numeratorem vel dividendum; consequens vero denominatorem vel divisorem utrumque binis parentesibus ( ) inclusum, si ex pluribus constet partibus: eadem notandi ratione utar per totum hoc schediasma, ubi terminorum prolixitas id requiret; simpliciores vulgari modo scribam.

Ante omnia æquitatis ratio postulat, ut in defensionem Leibnitii, cui dicam scribit Taylorus, hoc etiam moneamus; *non recte reprehendi Leibnitium, quasi loco citato absolute dixisset* $\int dx:(x^4+a^4)$ neque ad circuli neque ad hyperbolæ quadraturam reduci posse; nam notanter addidit hanc restrictionem a Tayloro dissimulatam, quod id fieri non possit per Analysin suam eo in loco institutam; sic nempe loquitur ab initio pag. 71: *Itaque* $\int dx:(x^4+a^4)$ *neque ex circuli neque ex hyperbolæ quadratura per Analysin hanc nostram reduci potest*; videmus hinc Virum optimum non absolute negasse rei possibilitatem, sed voluisse tantum innuere, quod per eum, quem loco citato *præscripsit*, *calculandi* modum non possit obtineri intentum, *consistens* in investigatione quatuor radicum simplicium seu factorum rationalium ex quibus componatur fractionis propositæ denominator x^4+a^4. Nihilo tamen minus methodus ipsa dextre adhibita, quæ eadem est paucis exceptis quam ego inveneram uti constat ex Commentar. Academ. Reg. Scient. 1702 & Act. Lips. 1703 feliciter succedit, imo hæc unica succedere videtur; adeo ut dubitem, num Clar. Taylorus aliam invenerit. Sufficit autem in hoc exemplo *secundum* methodi præscriptum ut denominator x^4+a^4 resolvatur in duos factores reales in quorum utroque indeterminata x ad duas dimensiones ascendat; verum præter factores hos imaginarios $xx+aa\sqrt{-1}$ & $xx-aa\sqrt{-1}$, dantur & hi duo alii reales (quos, quæ sola ejus fuit inadvertentia, Leibnitius non observavit) $xx+ax\sqrt{2}+aa$ & $xx-ax\sqrt{2}+aa$. Habemus proinde, si per methodum quam docui in Commentar. Paris. & in Actis Lips.

Pag. 258. calculum probe iniverimus $dx:(x^4+a^4)=\left(\frac{1}{2aa}+\frac{x}{2a^3\sqrt{2}}\right)$

$$dx:(aa+ax\sqrt{2}+xx)+\left(\frac{1}{2aa}-\frac{x}{2a^3\sqrt{2}}\right)dx:(aa-ax\sqrt{2}+xx);$$

utriusque vero partis integratio dependet a quadratura partim circuli partim hyperbolæ, sicuti infra patebit. Dico itaque $\int dx:(x^4+a^4)$ dari per duas quadraturas circuli & per duas quadraturas hyperbolæ.

His

His in antecessum præmonitis, e re nostra futurum duco, ut quod privatim rescripsi Celeb. Monmortio de propositione problematis Tayloriani publice nunc exponam, inserviet enim ad reddendam rationem coram Publico ob quam constitui, me nolle posthac ad omnia hujusmodi problemata respondere, scilicet quia non existimo me eo teneri, ut in libertatis & tranquillitatis meæ præjudicium cuicunque provocationi me statim præsto esse oporteat, quando præsertim alia negotia id vetant, unde ex silentio quod servavero nihil concludendum, quod vel solvere vel non solvere potuerim problema propositum, nisi hoc tantum, quod illud intentatum ac prorsus neglectum præterierim. Quæ igitur hanc in rem ad Monmortium scripsi huc fere redeunt: Act. Erud. An. 1719. M. Junii.

„ Quod respicit reductionem ad quadraturam circuli aut hy-
„ perbolæ quantitatis integrandæ hujus $z^{\frac{\delta}{\lambda}q-1} dz:(e+fz^{q}+gz^{2q})$
„ vel etiam hujus $z^{\frac{\delta}{\lambda}q-1} dz:(e+fz^{q}+gz^{2q}+bz^{3q})$; quam Tay-
„ lorus problematis loco proponit Geometris Europæ extra Bri-
„ tanniam degentibus, videor mihi summo jure ab eo me exi-
„ mere posse æque ac Illustr. Newtonus se eximendum putat,
„ eoque magis, quod nemo me longius reductionis negotium
„ produxerit atque perfecerit. Cl. Taylorus ex illis meis labo-
„ ribus lumine sibi accenso quædam alia haud dubie invenit,
„ meisque inventis aliquid addidit, quod non est difficile: ita
„ glaciem a me sibi fractam gratus agnoscere potius deberet
„ quam insultare, quoniam forte secus ad res istas animum nun-
„ quam advertisset. Si relegere digneris, quod olim communicavi Pag. 259.
„ in Comment. Acad. 1702 & in Actis Lips. 1703 ad integrandas
„ fractiones rationales (id quod si bene memini impense Ti-
„ bi placuit) non inficiaberis opinor valde esse probabile, Cl.
„ Taylorum non esse usum alia methodo diversa ab ea quam
„ ibi docui; & quicquid invenerit novi consistere fortassis in
„ aliqua meæ methodi modificatione, qua radices imaginariæ
„ evitantur pro exemplo proposito. Polliceor autem, etsi non-
„ dum tentaverim, id me impetraturum ut talem modificatio-
„ nem etiam invenire possim; de quo si dubitaverit Problema-
„ tis Autor, faciat ejus periculum. Non peto præmium, quan-
„ doquidem nec ego unquam mercedem pecuniariam obtuli pro-
„ blemata mea soluturis; sed, si lubebit, sponsionem cum eo
„ inibo, modo certare audeat, qua me obstringam, quod sim
„ talem daturus solutionem qualem exigit, nempe citra limi-

tatio-

Act.Erud. An. 1719. M. Junii. „ tationes per radices imaginarias. Quare uterque nostrum ad „ Tuas manus deponi curabit certam summam pecuniæ, ex.gr. „ pretium 50 numorum aureorum Anglicorum (quos Guineos „ vocant) hac conditione, ut si intra tempus definiendum trans- „ misero Tibi solutionem, quam Tu tanquam Judex judicave- „ ris legitimam, mihi remittas non tantum meam depositam „ summam, sed & illam quam a Concertatore lucratus fuero; „ quod si vero intra illud tempus nullam dedero solutionem, „ aut talem quæ Te Judice non sit legitima, consentiam ut to- „ tam summam centum numorum aureorum Tayloro lucrato- „ ri persolvi cures. Præterea, ut non habeat de quo quera- „ tur, obligo me ad talionem: nimirum proponam ipsi *vicis-* „ *sim* aliquod problema, cujus solutionem ego in potestate ha- „ beam; ac pari conditione certabimus, ita scilicet, ut si illud „ legitime solverit tempore limitando, eandem stipulatam sum- „ mam tanquam victoriæ præmium sit reportaturus, *sin minus*, „ ut illa mihi victori cedat. Tuo me, ut jam dixi, tribunali „ subjiciam, modo ille quoque idem agnoscere velit, certus quip- „ pe Te judicem fore integrum & intelligentem. *Propone* quæ- „ so conditiones istas Cl. Tayloro, qui, ut *nullus dubito, spon-*
Pag. 260. „ sionem tanto avidius amplectetur, quanto *minori se exponit* „ periculo perdendi, siquidem, quod libenter largior, Analysta „ sit cum suo tum multorum suorum judicio me longe versatior „ & felicior. Hancce viam credo commodissimam, qua tutus „ reddar imposterum libererque ab importunis Problematistarum „ provocationibus; ut enim verum fatear, hac qua sum prove- „ ctiori ætate nihil magis anhelo, quam vitam non quidem otio- „ sam sed tranquillam, atque a continuis velitationibus *immu-* „ nem; talem si mihi concesserit Deus, utiliorem navabo ope- „ ram rei Mathematicæ pro tenuitate mea promovendæ, quam „ si animum habeam a rixarum procellis agitatum, &c.,

Ad has literas quas 26 Januarii exaraveram nihil responsi huc- usque ex Gallia accepi, unde colligo nihil quoque ex Anglia eo pervenisse, etsi sufficiens respondendi tempus fuerit, alias nullum est dubium, quin sine mora perscripsisset Monmortius, si Taylori mentem rescivisset, quod sponsionem oblatam acce- ptare auderet; non vero audere suspicor ex ejus silentio. Qua- re ne, si ei jam acquiescerem, in sequiorem partem vertant meum silentium, atque aliquando exinde occasionem triumphan- di arripiant quidam ex severioribus Anglis, veluti nemo inter non-Anglos fuisset satis idoneus ad solvendum problema Tay- lori, ipse ego licet non primi ordinis Geometra promoveor, ut solutionem exhibeam problematis parum difficilis, postquam illud

illud tantum non omnino jam est solutum in locis supra citatis Commentar. Paris. & Act. Lips. nihil præterea requirens, nisi levem aliquam modificationem cum qua methodus mea est adhibenda. Paucis diebus post literas scriptas ad Nob. Monmortium, in quibus ad præfati certaminis conditiones me adstrinxi, Celeb. Varignonio significavi, quod brevi illo temporis intervallo, invenerim solutionem qualem desiderat Taylorus: eam igitur nunc daturus conveniens judico pertexere integram propositionum seriem (ne quidem facilioribus omissis) cujus fili ductu optatum finem obtinui; sic enim Lector uno quasi obtutu unius ex altera deductionem percipiet. Act. Erud. An. 1719. M. Junii.

Reductio integralium ad Quadraturas Circuli vel Hyperbolæ. Pag. 261.

Propositio I. Sit Circuli radius ut & Hyperbolæ æquilateræ semiaxis transversus $= a$, ac tangens ad verticem $= x$, erit arcus circuli $= \int aadx : (aa + xx)$, Sector circuli $= \int \frac{1}{2} a^3 dx : (aa + xx)$; & Sector Hyperbolæ $= \int \frac{1}{2} a^3 dx : (aa - xx) = \frac{1}{4} aa \times \text{Log.}\ (a + x) + \frac{1}{4} aa \times \text{Log.}\ (a - x)$. Hæc jam sunt notissima. Hinc $\int dx : (e + fxx)$, ubi e sicut etiam in sequentibus semper affirmativum supponitur, dependet a quadratura circuli vel hyperbolæ, est enim $\int dx : (e + fxx) = \int \frac{1}{f} dx : \left(\frac{e}{f} + xx\right)$, adeoque = Sectori circuli vel hyperbolæ, prout f vel affirmativum vel negativum est, cujus radius $\sqrt{\frac{e}{f}}$, multiplicato per $2\sqrt{f} : e\sqrt{e}$; sumendo scilicet f affirmative etsi sit negativum.

Prop. II. Sit formula reducenda $\int dx : (e + fx + gxx)$; ponatur $x = y - \frac{f}{2g}$, mutabitur proposita in hanc $\int dy : \left(e - \frac{ff}{4g} + gyy\right) = \int \frac{4g\,dy}{4eg - ff} : \left(1 + \frac{4gg\,yy}{4eg - ff}\right)$. Hæc autem ut patet ex præced. dependet a quadratura circuli, si $4eg$ majus quam ff, & a quadratura Hyperbolæ si $4eg < ff$. Ergo reducta est proposita ad alterutram quadraturam. Nota: si $4eg = ff$, erit proposita absolute integrabilis, mutatur enim in hanc $\int dy : gyy$, quæ est $= -1 : gy$.

Prop. III. Esto jam reducenda $\int xdx : (e + fx + gxx)$; suppleatur quod deficit, ut logarithmus eliciatur: hunc in finem reducendæ hanc tribuo formam $\int \left(\frac{f}{2g} + x\right) dx : (e + fx + gxx) - \int \frac{f}{2g} dx : (e + fx + gxx)$. Liquet autem $\int \left(\frac{f}{2g} + x\right) dx : (e + fx + gxx) =$ Pag. 262.

Act. Erud. An. 1719. M. Junii. $= \frac{1}{2g}$ Log. $(e+fx+gxx)$ altera vero $\int \frac{f}{2g} dx : (e+fx+gxx)$ casus est præcedentis. Ergo factum est quod quæritur.

Prop. IV. Posito numero r quolibet integro & affirmativo, erit $\int x^r\, dx : (e+fx+gxx)$ reducibilis ad quadraturam alterutram. Nam per divisionem, quoad fieri poterit, continuatam numeratoris per denominatorem, prodibunt termini simplices absolute integrabiles, residuum vero habebit hanc formam $\int (\alpha+\beta x)dx : (e+fx+gxx)$ reducibilem per II & III ad quadrat. circuli vel hyperbolæ.

Prop. V. Posito numero r quolibet integro sed negativo, erit etiam $\int x^r\, dx : (e+fx+gxx)$ ad quadraturam alterutram reducibilis, est enim illa (ponendo $x = 1 : z$) æqualis huic $-gz^{-r}\, dz : (g+fz+ezz)$; hæc autem, quia $-r$ est affirmativa, habet conditionem præced. adeoque ad circulum vel hyperbolam reducibilis.

Prop. VI. Proponatur reducenda $\int dx : (e+fxx+gx^4)$ vel posito bb pro e, $\int dx : (bb+fxx+gx^4)$. Hæc duos habet casus seorsim solvendos; aut enim $4eg > ff$, aut $4eg < ff$.

Cas. I. Sit primo $4eg < ff$; facio ex præscripto methodi $dx : (bb+fxx+gx^4) = \alpha\, dx : (b+mxx) + \beta\, dx : (b+nxx) =$ (reductis ad communem denominatorem), $(\alpha b+\beta b+\alpha nxx+\beta mxx)\, dx : (bb+bmxx+bnxx+mnx^4)$ comparando coefficientes denominatorum, $bm+bn=f$, & $mn=g$; provenit $m = \frac{f}{2b} + \sqrt{\left(\frac{ff}{4e}-g\right)}$ & $n = \frac{f}{2b} - \sqrt{\left(\frac{ff}{4e}-g\right)}$. Cognitis m & n, comparentur etiam coefficientes numeratorum, $\alpha b+\beta b = 1$, & $\alpha n+\beta m=0$; prodibunt valores ipsorum α & β, nempe $\alpha = m : (bm-bn)$ & $\beta = -n : (bm-bn)$. Sic itaque habemus $\int dx : (e+fxx+gx^4)$ reductam ad $\int \alpha\, dx : (b+mxx) + \int \beta dx : (b+nxx)$, hoc est per Proposit. I. ad quadraturam circuli vel hyperbolæ, vel etiam utriusque.

Cas. II. Sit nunc $4eg > ff$; ponatur $dx : (bb+fxx+gx^4) = (\alpha+\gamma x)\, dx : (b+nx+mxx) + (\beta+\epsilon x)\, dx : b-nx+mxx)$ vel (reductis ad communem denominatorem) $= (\alpha b+\beta b-\alpha nx+\beta nx+\gamma bx+\epsilon bx+\alpha mxx+\beta mxx-\gamma nxx+\epsilon nxx+\gamma mx^3+\epsilon mx^3)\, dx : bb+2bmxx-nnxx+mmx^4)$; comparando coefficientes denominatorum, $2bm-nn=f$, & $mm=g$, emergit $m=\sqrt{g}$, & $n=\sqrt{(-f+2b\sqrt{g})} = \sqrt{(-f+2\sqrt{eg})}$. Cognitis jam m & n, comparentur porro coefficientes numeratorum, $\alpha b+\beta b=1$, $-\alpha n-\beta n+\gamma b+\epsilon b=0$, $\alpha m+\beta m-\gamma n+\epsilon n=0$, & $\gamma m+\epsilon m=0$; in-

Pag. 263.

nore-

notescent $\alpha = \frac{1}{2b}$, $\beta = \frac{1}{2b}$, $\gamma = \frac{m}{2nb}$, $\epsilon = \frac{-m}{2nb}$. Eorum igitur valoribus substitutis habebitur $\int dx : (e + fxx + gx^4) = \int \left(\frac{1}{2b} + \frac{mx}{2nb} \right) dx : (b + nx + mxx) + \int \left(\frac{1}{2b} - \frac{mx}{2nb} \right) dx : (b - nx + mxx)$. Cujus utrumque membrum per Propositiones secundam & tertiam pertinet ad quadraturam circuli vel hyperbolæ. Act. Erud. An. 1719. M. Junii.

Prop. VII. Formula $\int x^r dx : (e + fxx + gx^4)$, ubi r designat numerum qualemcunque sive affirmativum sive negativum, reducitur simili modo ut in præcedenti, vel (existente $4eg < ff$) ad $\alpha \int x^r dx : (b + mxx) + \beta \int x^r dx : (b + nxx)$, quorum utrumque per Prop. IV & V habetur per quadrat. circuli vel hyperbolæ: vel (existente $4eg > ff$) ad $\int (\alpha x^r + \gamma x^{r+1}) dx : (b + nx + mxx) + \int (\beta x^r + \epsilon x^{r+1}) dx : (b - nx + mxx)$, hoc est, ad $\alpha \int x^r dx : (b + nx + mxx) + \gamma \int x^{r+1} dx : (b + nx + mxx) + \beta \int x^r dx : (b - nx + mxx) + \epsilon \int x^{r+1} dx : (b - nx + mxx)$, quæ singula per easdem Propositiones revocantur ad alterutram quadraturam.

Prop. VIII. Porro reducenda venit $\int dx : (e + fx^4 + gx^8)$; hoc peragitur ut prius resolvendo in duas partes nempe vel (existente $4eg < ff$) in has $\int \alpha dx : (b + mx^4) + \int \beta dx : (b + nx^4)$; ubi iterum $m = \frac{f}{2b} + \sqrt{\left(\frac{ff}{4e} - g \right)}$ & $n = \frac{f}{2b} - \sqrt{\left(\frac{ff}{4e} - g \right)}$; atque $\alpha = m : (bm - bn)$ & $\beta = -n : (bm - bn)$; vel (existente $4eg > ff$) in has $\int (\alpha + \gamma xx) dx : (b + nxx + mx^4) + \int (\beta + \epsilon xx) dx : (b - nxx + mx^4)$, ubi $m = \sqrt{g}$, & $n = \sqrt{(-f + 2\sqrt{eg})}$, & $\alpha = \frac{1}{2b}$, $\beta = \frac{1}{2b}$, $\gamma = \frac{m}{2nb}$, $\epsilon = \frac{-m}{2nb}$. Verum in utroque casu ambæ partes continentur in formula Prop. VI; adeoque ut ibi reducibiles. Pag. 264.

Prop. IX. Pariter $\int x^r dx : (e + fx^4 + gx^8)$, in casu quo $4eg < ff$, resolvitur in $\alpha \int x^r dx : (b + mx^4) + \beta \int x^r dx : (b + nx^4)$ revocabiles ad sæpe memoratas quadraturas per Prop. VII. Et in casu quo $4eg > ff$, resolvitur in $\alpha \int x^r dx : (b + nxx + mx^4) + \gamma \int x^{r+2} dx : (b + nxx + mx^4) + \beta \int x^r dx : (b - nxx + mx^4) + \gamma \int x^{r+2} dx : (b - nxx + mx^4)$ singulas eodem reducibiles per eandem Propositionem.

Prop. X. Item $\int dx : (e + fx^8 + gx^{16})$, simili operatione resolvitur in duas, quarum utraque habebit conditionem Prop. VIII. Ergo &c.

Prop. XI. Nec aliter $\int x^r dx : (e + fx^8 + gx^{16})$ ad quadraturam

Act. Erud. An. 1719. M. Junii. alterutram reducitur resolvendo in casus contentos in Prop. IX. Eodem modo deinceps procedendum quousque libuerit: hinc itaque fluit generalis.

Prop. XII. $\int x^r dx : (e + fx^p + gx^{2p})$, ubi per p intelligo dignitatem quamcunque binarii, reducibilis est ad quadraturam circuli vel hyperbolæ.

Prop. XIII. Esto nunc reducenda $\int x^{rq-1} dx : (e + fx^q + gx^{2q})$, ubi r semper supponitur numerus integer affirmativus seu negativus, sed q qualiscunque. Fiat $x^q = y$; mutabitur proposita (neglecto coefficiente numeratoris utpote in reductionibus nihil turbante) in hanc $\int y^r dy : (e + fy + gyy)$, quæ dependet per Propositiones IV & V a quadratura circuli vel hyperbolæ.

Prop. XIV. Sit tandem, quam reducere oporteat, formula Tayloriana $\int z^{\frac{\delta}{\lambda}q-1} dz : (e + fz^q + gz^{2q})$, in qua δ designat numerum integrum affirmativum vel negativum, λ numerum aliquem in hac progressione 2, 4, 8, 16 &c. sed q qualemcunque; Ponatur primo $z^q = y$, inde transformabitur proposita (neglecto co- Pag. 265. efficiente numeratoris) in hanc $\int y^{\frac{\delta}{\lambda}-1} dy : (e + fy + gyy)$, hæc vero (facto $y = x^\lambda$) in hanc alteram $\int x^{\delta-1} dx : (e + fx^\lambda + gx^{2\lambda})$, quæ conditionem habens formulæ propositionis XII reduci potest ad quadrat. circuli vel hyberbolæ; ad quam per consequens reducta est $\int z^{\frac{\delta}{\lambda}-1} dz : (e + fz^q + gz^{2q})$. Atque ita problemati Tayloriano satisfactum. Q. E. D.

Quod nunc ad alterum spectat $\int z^{\frac{\delta}{\lambda}-1} dz : (e + fz^q + gz^{2q} + hz^{3q})$ cujus quidem mentionem facit Taylorus, non tamen petit solutionem; illud ex abundanti solvam, quantum solvere licet. Huc faciunt sequentes reductionum formulæ:

Prop. XV. Detur reducenda $\int x^r dx : (b^3 + fx + gxx + hx^3)$, intelligo hic iterum & in sequentibus per r numerum integrum quemcunque affirmativum seu negativum. Ponatur illa æqualis $\int (\alpha + \int dx) x^r dx : (bb + mx + nxx) + \int \gamma x^r dx : (b + px)$ hoc est (reductis ad communem denominatorem) $= \int (\alpha b + \gamma bb + \alpha px + \beta bx + \gamma mx + \beta pxx + \gamma nxx) x^r dx : (b^3 + bmx + bbpx + bnxx + pmxx + pnx^3)$. Comparentur primo coefficientes denominatorum, $bm + bbp = f$; $bn + pm = g$; $pn = h$; hinc determinabuntur valores coefficientium quæsitorum, reperietur enim $m = \frac{f}{b} - bp$, $n = \frac{g}{b}$

$-fp$

$-\frac{fp}{b}+pp$, & $p=$ cuilibet ex radicibus realibus (omnis enim Act. Erud. An. 1719. M. Junii.
æquatio cubica unam saltem habet radicem realem) hujus æquationis cubicæ $p^3-\frac{f}{b}pp+\frac{g}{b}p-b=0$; construibilis autem est radix p ope sectionis alicujus conicæ aut alterius lineæ curvæ, sicuti apud Algebræ scriptores docetur, ergo dabitur p algebraice vel geometrice, hinc & dabuntur m & n. Jam ex comparatione coefficientium numeratorum $\alpha b+\gamma bb=1$; $\alpha p+\beta b+\gamma m=0$; $\beta p+\gamma n=0$, provenit $\alpha=(bn-mp):(bbpp-bmp+bbn)$; $\beta=-np:(bbpp-bmp+bbn)$, $\gamma=pp:(bbpp-bmp+bbn)$. Cognitis hoc modo m, n, p ut & α, β, γ; reducetur $\int(\alpha+\beta x)x^r dx:(bb+mx+nxx)$ ad quadraturam circuli vel hyperbolæ per Prop. IV & V; sed & alterum $\int\gamma x^r dx:(b+px)$ nihil aliud est quam casus particularis earumdem propositionum; facilius autem ad logarithmos reducitur, si r sit numerus integer affirmativus, nec difficilius, si sit negativus: Ponatur enim $x=\frac{1}{z}$ & mutabitur illa in $\int-\gamma z^{-r-1}dz:\left(\frac{p}{b}+z\right)$ manifeste logarithmicabilem, quia jam $-r-1$ est numerus integer affirmativus, aut forte 0, in casu nempe quo $-r=1$. Pag. 266.

Idem aliter præstatur & quidem hac ratione: sit r numerus integer affirmativus (aut si sit negativus, mutetur formula, ponendo $x=\frac{1}{z}$, ut fiat affirmativus). Exempli gratia sit $r=2$; ponatur $x=p+y$ (intelligo per p quantitatem invariabilem quam nunc quæro) adeoque $dx=dy$, & $xx\,dx=(pp+2py+yy)$, dy quibus substitutis erit $xx\,dx:(b^3+fx+gxx+bx^3)=(pp+2py+yy)\,dy:\left\{\begin{matrix} b^3 & & & \\ fp & +3pp & +3bp & \\ gpp & +2gp\;y & +g & yy+by^3; \\ bp^3 & +f & & \end{matrix}\right)$ ut autem primus terminus denominatoris evanescat, faciendum est $bp^3+gpp+fp+b^3=0$, hujus itaque æquationis radix quælibet realis p (habet enim, uti dictum est, saltem unam realem, quæ geometrice construi potest) innotescet, & hinc convertetur formula in hanc $(pp+2py+yy)\,dy:\left\{\begin{matrix} 3pp & +3bp & \\ 2gp\;y & +g & yy+by^3 \\ f & & \end{matrix}\right)=(ppy^{-1}+2p+y)\,dy:\left\{\begin{matrix} 3pp & +3bp & \\ 2gp & +g & y+byy \\ f & & \end{matrix}\right)$, cujus quilibet numeratoris

Act Erud. An. 1719. M. Junii. Pag. 267. toris terminus (excepto primo) divisus per denominatorem est casus Propos. IV, ipse vero primus est casus Prop. V. Ergo integrantur omnes per quadraturam circuli vel hyperbolæ.

Prop. XVI. $\int x^r dx : (b^3 + fxx + gx^4 + bx^6)$ reducitur ut sequitur: ponatur sicuti per priorem modum Propos. præced. factum est $\int (\alpha + \beta xx)\, x^r dx : (bb + mxx + nx^4) + \int \gamma x^r dx : (b + pxx)$; invenientur rursus valores ipsarum $p, m, n, \alpha, \beta, \gamma$. Jam vero pars prior reducitur ad quadraturam circuli vel hyperbolæ per Propos. VII, & altera pars eodem reducitur per eandem Propos. vel per Prop. IV & V.

Prop. XVII. Simili modo $\int x^r dx : (b^3 + fx^4 + gx^8 + bx^{12})$ resolvitur in $\int (\alpha + \beta x^4)\, x^r dx : (bb + mx^4 + nx^8) + \int \gamma x^r dx : (b + px^4)$ quarum pars prior reducitur per Prop. IV, & altera per eandem, vel etiam per Propos. VII.

Prop. XVIII. Posito jam p esse dignitatem quamcunque numeri binarii, reducetur generaliter $\int x^r dx : (b^3 + fx^p + gx^{2p} + bx^{3p})$ ad quadraturam circuli vel hyperbolæ, quod utique patet ex præcedentium processu continuato.

Prop. XIX. Posito autem q numero quocunque, *reducetur* $\int x^{rq-1} dx : (e + fx^q + gx^{2q} + bx^{3q})$ faciendo $x^q = y$; *mutabitur enim* proposita in hanc, neglecto coefficiente numeratoris $\int y^r dy : (e + fy + gyy + by^3)$, quæ per Prop. XV quadrabilis est per circulum vel hyperbolam.

Prop. XX. His præmissis sit nunc reducenda altera formula Taylori $\int z^{\frac{\delta}{\lambda}-1} dz : (e + fz^q + gz^{2q} + bz^{3q})$, in qua supponitur ut supra $\delta =$ numero integro affirmativo vel negativo, & $\lambda =$ numero cuilibet in progressione 2, 4, 8, 16, 32 &c. sed $q =$ numero cuicunque. Fiat quemadmodum in Propos. XIV fecimus $z^q = y$, proposita hanc induet formam, insuper habito coefficiente numeratoris, $\int y^{\frac{\delta}{\lambda}-1} dy : (e + fy + gyy + by^3)$; hæc vero (facto $y = x^\lambda$) mutatur in hanc, posthabito etiam coefficiente numeratoris,

Pag. 268. $\int z^{\delta-1} dx : (e + fx^\lambda + gx^{2\lambda} + bx^{3\lambda})$, quæ quia conditionem habet formulæ Propos. XVIII reducta est ad quadraturam circuli vel hyperbolæ.

Scholium I. Atque sic satisfeci alteri quoque parti (ultra quam poscebatur) problematis Tayloriani. Interim, quod moneo, nequis causetur me non observasse, varii sunt casus, quibus formulæ istæ duæ evadunt absolute integrabiles: Exempli gratia si $\delta = \lambda$ & $e + fz^q + gz^{2q}$ sit quadratum aut multiplum quadrati, erit

z^{q-1}

$z^{q-1}dz:(e+fz^q+gz^{2q})$ integrabilis, ejusque adeo quadratura algebraica. Ita quoque si $\delta=\lambda$ vel $=2\lambda$, ac præterea $e+fz^q+gz^{2q}+hz^{3q}$ sit cubus vel multiplum submultiplumve cubi, integrabilis etiam erit $\int z^{q-1}dz:(e+fz^q+gz^{2q}+hz^{3q})$, ut & $\int z^{2q-1}dz:(e+fz^q+gz^{2q}+hz^{3q})$. Hi igitur & alii hujusmodi casus particulares per se integrabiles excipiendi sunt ex generalibus qui ad sui integrationem deposcunt quadraturas circuli vel hyperbolæ. Act. Erud. An. 1719. M. Junii.

Scholium II. $\int dx:(a^3+x^3)$ resolvitur per nostram methodum in $\int\left(\frac{2}{3a}-\frac{x}{3aa}\right)dx:(aa-ax+xx)+\int\frac{1}{3aa}dx:(a+x)$, cujus pars prior partim per circuli quadraturam, partim per logarithmum habetur, altera vero per logarithmum duntaxat; sed $\int dx:(a^4+x^4)$, cum per resolutionem inveniatur $=\int\left(\frac{1}{2aa}+\frac{x}{2a^3\sqrt{2}}\right)dx:(aa+ax\sqrt{2}+xx)+\int\left(\frac{1}{2aa}-\frac{x}{2a^3\sqrt{2}}\right)$ $dx:(aa-ax\sqrt{2}+xx)$, cujus pars utraque requirit quadraturam partim circuli partim hyperbolæ, vel hujus loco logarithmum, ita ut ad perficiendam integrationem ipsius $dx:(a^4+x^4)$ duplici logarithmo & duplici quadratura circulari opus sit: perperam asserit Cl. Taylorus integrationem elementi $dx:(a^4+x^4)$ esse omnium post $\int dx:(aa+xx)$ simplicissimam, siquidem ceu liquet alterum illud $dx:(a^3+x^3)$ simpliciori modo integretur.

Adjicere lubet quædam mihi inventa Theoremata, quæ in reductionibus utilitatem suam habent non exiguam: demonstrationes eorum brevitatis gratia nunc supprimo; erunt inter Geometras, qui forsan facile invenient, quocirca illis eas indagandas relinquo. Pag. 269.

Definitio. Per q & l intelligo numeros qualescunque integros, fractos, affirmativos, negativos, rationales; sed per k, n & p intellectos volo tantum numeros quoslibet integros & affirmativos, & ita quidem, ut pro p & n etiam sumi possit o.

Theorema I. $\int dx:(e+fx^q)^{k+\frac{1}{q}}$ est absolute seu algebraice quadrabilis.

Theor. II. Generalius $\int x^{pq}dx:(e+fx^q)^{k+p+\frac{1}{q}}$ est algebraice quadrabilis.

Theor. III. $\int x^{kq-1}dx:(e+fx^q)^{k-\frac{1}{q}}$ est algebraice quadrabilis.

Theor. IV. Generalius $\int x^{kq-1}dx:(e+fx^q)^{k+p-\frac{1}{q}}$ est algebr. quadrab.

Theor.

Act. Erud. An. 1719. M. Junii. *Theor. V.* $\int x^{pq} dx : (e + fx^q)^n$ dependet ex quadratura hujus $\int dx : (e + fx^q)$.

Theor. VI. $\int x^{-pq} dx : (e + fx^q)^n$ pendet a quadratura ejusdem $\int dx : (e + fx^q)$.

Theor. VII. Generalius $\int x^{pq+l} dx : (e + fx^q)^n$ fluit ex quadratura hujus $\int x^l dx : (e + fx^q)$.

Theor. VIII. Sumtis δ & λ in sensu Taylori, erit $\int z^{\frac{\delta}{\lambda} - 1} dx : (e + fz^q)^n$ quadrabilis per circulum vel hyperbolam.

Quæ ex hisce theorematibus deduci possent corollaria pulchra & miranda non minus quam utilia nunc omitto, sicut & plura alia Pag. 270. ad quadraturarum reductionem spectantia, quæ jam olim inveni ac partim cum Amicis communicavi.

M. Julii. Pag. 281.

EUGENII DE LOUVILLE,

Equitis, Regiæ Scientiarum Academiæ Socii, nec non Regalis Societatis Londinensis *Sodalis*,

DE MUTABILITATE ECLIPTICÆ DISSERTATIO,

Aureliis d. 4 Nov. A. 1718 ad Collectores Actor. Erud. data, sed nunc demum exhibita.

QUanti sit in Astronomia momenti perfecta obliquitatis Eclipticæ notitia, scientiæ peritis abunde constat. Cum *tamen* hactenus non satis constet, quanta sit hodie, quanta fuerit olim; an semper eadem, an vero mutabilis, de re Astronomica non male me meriturum arbitratus sum, si quas magno labore collegi veterum ac recentiorum observationes, ac cum meis contuli, publici juris facerem. Quoniam vero ostendendum mihi proposui, obliquitatem Eclipticæ constanter diminui, ista autem diminutio admodum lento gradu procedat; ab antiquissimis observationibus exordiendum esse duxi.

Antiquissima & celeberrima omnium est *Pytheæ Massiliensis*, a *Strabone* nobis conservata, qui plusquam 2000 abhinc annis *Massiliæ* altitudinem Gnomonis ad umbram meridianam in solstitio æstivo reperit ut 120 ad 42 demta parte quinta, seu ut 120 ad $41\frac{4}{5}$ hoc est, in numeris integris ut 600 ad 209 ut itaque certus fierem, an hodienum eadem ratio vigeat, sub finem anni 1714 *Massiliam* profectus, ope altitudinum meridianarum Stellæ polaris atque

que Solis, usus in observando quadrante astronomico R. R. Patrum Societatis Jesu, & socia opera in observationibus plurimis R. P. *Lavalii*, Matheseos Professoris & Observatorii Patrum Præfecti, elevationem poli duplici via rimatus sum. Radius instrumenti æquabat tres pedes Parisinos & telescopii ad ipsum applicati positionem verificaturus duobus minutis erroneam deprehendi, factaque, ut notum est, correctione errorem ad 20 scrupula secunda reduxi, cujus rationem habui in omnibus meis observationibus. Fuit itaque Act. Erud. An. 1719. M. Julii. Pag. 282.

	d. 21 Dec. prid. brumæ	d. 26 Dec.
	° ′ ″	° ′ ″
Altitudo superioris limbi Solis	23. 32. 30	23. 36. 35
Error instrumenti demendus	20	20
Altitudo apparens correcta	23. 32. 10	23. 36. 15
Refractio parallaxi mulctata auferenda	2. 7	2. 6
Altitudo vera	23. 30. 3	23. 24. 9
Semidiameter Solis demenda	16. 22	16. 22
Vera centri Solis altitudo	23. 13. 41	23. 17. 47
Declinatio Solis addenda	23. 28. 13	23. 23. 58
Ergo altitudo æquatoris Massiliæ	46. 41. 54	46. 41. 45
Elevatio Poli	43. 18. 6	43. 18. 15

Declinationes Solis deduxi ex nostris Tabulis MSC. hypothesi *Keplerianæ* ellipticæ superstructis. Eodem modo deductæ sunt ex observationibus hic positis altitudines poli singulis respondentes.

	Alt. mer. limbi super. Solis	Altit. Poli
27 Dec.	23°. 38′. 45″	43°. 18′. 21″
2 Jan. 1715.	24. 2. 0	43. 18. 36
3 Jan.	24. 7. 38	43. 18. 28
4 Jan.	24. 14. 0	43. 18. 8
6 Jan.	24. 27. 20	43. 18. 4
10 Jan.	24. 59. 15	43. 18. 6
12 Jan.	25. 17. 50.	43. 18. 0

Media igitur inter has omnes poli elevationes erit 43°. 18′. 14″. Eandem per observationes stellæ polaris rimatus sum. Fuit scilicet

	D. 27 Dec. h. 6 pom. 14′ 46″	Die 4 Jan.
Altitudo stellæ polaris maxima	45°. 31′. 55″	45°. 32′. 0″
Correctio instrumenti aufer.	20	20
Altitudo apparens correcta	45. 31. 35	45. 31. 40
Refractio auferenda	58	58
Vera altitudo stellæ	45. 30. 37	45. 30. 42

Pag. 283.

Act. Erud. An. 1719. M. Julii.

	D. 28 Dec. h. 6. mat. 12'. 48".				Die 5 Jan.		
Altitudo stellæ pol. minima	41.	5.	30	41.	5.	30
Correctio instrumenti aufer.		0.	20			20
Altitudo apparens correcta	41.	5.	10	41.	5.	10
Refractio auferenda		1.	7		1.	7
Vera altitudo stellæ	41.	4.	3	41.	4.	3
Adde max. supra inventam	45.	30.	37	45.	30.	42
erit summa	86.	34.	50	86.	34.	45
Dimidium dat Elevationem poli	43.	17.	20	43.	17.	23

Patet, errorem aliquem in divisione instrumenti subesse: quapropter mediam altitudinem inter observationes hujus stellæ & solares sumemus (error enim tantum elevabit polum per observationes stellæ, quantum deprimet per solares) & sic elevatio poli Massiliensis prodit 43°. 17' 48".

Quodsi jam in observatione *Pytheæ* fiat ut 600 ad 209, ita sinus totus ad cotangentem elevationis limbi superioris Solis, prodibit ea 70°. 47'. 41", unde ablatis refractione parallaxi mulctata 17" & semidiametro Solis 15'. 49", prodit altitudo centri Solis 70°. 31'. 35". Inde si porro subducas elevationem æquatoris supra inventam 46°. 42'. 12" relinquitur *obliquitas Eclipticæ* 23°. 49'. 23" quæ ab hodierna 23°. 28'. 24" differt 21' decremento a tempore Pytheæ ad hoc sæculum, hoc est, pro 2000 annis existente 21'.

Gassendus in Tractatu de proportione Gnomonis ad umbram solstitialem, qui legitur in fine Tom. 4. Operum, se invenisse ait altitudinem superioris marginis Solis in meridie diei solstitialis Massiliæ 70°. 25'. 59": quam tamen correcto errore, ex declinatione acus magneticæ, qua in linea meridiana *determinanda* usus fuerat, habere debuisse agnoscit 70°. 27'. 0". Inde si auferatur refractio 17" & semidiameter Solis 15'. 49", relinquitur altitudo centri Solis 70°. 10'. 54": a qua si porro dematur obliquitas eclipticæ anni 1641, quo observatio facta, 23°. 29'. 12"

Pag. 284. residua fit elevatio æquatoris 46°. 41'. 42". Est ergo juxta *Gassendum* elevatio Poli *Massiliæ* 43°. 18'. 18", quæ a nostra ex observationibus Solis elicita nonnisi 4" discrepat. Equidem *Gassendus* observavit, in Templo Patrum Oratorii, quæ ab æde Patrum Societatis Jesu seu Sanctæ Crucis 200 circiter hexapedis Gallicis secundum lineam meridianam distat: sed cum differentia latitudinum inde fit 12", quæ ab elevatione *Gassendica* subductæ relinquunt elevationem poli in observatorio Patrum societatis 43°. 18'. 6", a nostra nonnisi 8" aut, si mediam ex observationibus Solis & stellæ conjunctis elicitam adhibere volueris, 18" dissidentem, differentia hæc parum attendi meretur.

A. 1672. *Jo. Dominicus Cassini* eandem altitudinem Poli dimensus reperit 43°. 17′. 33″, ut adeo nostra inter *Cassinianam* & *Gassendicam* media sit, omnes autem nonnisi in minutiis haud magni faciendis differant. Licet autem nulla inter me, *Gassendum* atque *Cassinum* sit controversia de elevatione Poli Massiliensis; unusquisque tamen aliam inde elicuit consequentiam pro obliquitate eclipticæ. *Gassendus* enim contra, quam a nobis factum est, mutationem in ecliptica nullam esse factam intulit, propterea quod minorem, quam opinabatur, reperisset. Contra *Cassinus*, qui falsis rationibus nixus justa majorem repererat, nihil omnino conclusit. Scilicet in linguis parum versatus secutus est (vid. Commentarii Academiæ Regiæ scientiarum Anni 1692 pag. 49) versionem *Strabonis* Casaubonianam, ubi verba λείποντα πέμπτῳ redduntur Gallice: *moins cinq parties de l'as*, hoc est, *minus quinque assis partibus*, cum verti debuissent (ut a nobis factum est,) *minus una quinta parte*. Mirum sane est, *Casaubonum*, qui *Strabonem* integrum vertit, non fuisse illius dicendi modo assuefactum: neque enim unquam lineam vel quantitatem aliquam in uncias dividit *Strabo*, sed potius in partes sexagenas, Astronomorum more. Non jam urgeo, contra sensum naturalem esse *Casauboni* versionem. Loquitur loco allegato *Strabo* de *Byzantio*; sed non semel dicit, eandem proportionem Gnomonis ad umbram inventam esse *Byzantii*, quam olim *Massiliæ* invenerat *Pytheas*. Supposuit deinde vir optimus *Cassinus*, in celebri illa observatione usum fuisse *Pytheam* Gnomone cum pila in vertice, quia *Plinius* autor est, Manlium Mathematicum tempore *Augusti* apici Gnomonis, quem *Cæsar* in campo Martio extrui jusserat, auratam pilam addidisse, cujus vertice umbra colligeretur in semetipsam. Sed nemo non videt, qui *Plinii* verba attentius legit, inventionem pilæ tribui *Manlio*, ut adeo plus quam 300 annis ante, eadem uti non potuerit *Pytheas*. Notum vero est Astronomis, quam differentiam afferat pila observationibus. Si enim pila adsit, & centrum ellipseos umbræ illius sumatur pro vertice gnomonicalis umbræ; habebitur vera centri Solis altitudo: si pila non adsit, extremitas umbræ Gnomonis conici vel pyramidalis respondet altitudini limbi superioris: id quod non animadversum esse a veteribus, omnes hodie Astronomi fatentur, cum *Ptolemæus*, qui minimas quasque operationes in Observationibus Astronomicis recenset, ea de re sileat, multisque in locis conqueratur, quod extremitates verticum Gnomonum, maxime in bruma, discernere admodum sit difficile, manifesto satis indicio, quod Gnomonibus acutis usus fuerit. Tandem *Cassinus* loco supra citato p. 53 scribit, *Ptolemæum* alti-

Act. Erud. An. 1719. M. Julii.

Pag. 285.

 titudinem Poli Massiliensis statuere 43°. 6′, cum tamen in omnibus MSC. Almagesti, quæ in Bibliotheca Regia servantur, æque ac in editione Græca Basileensi anni 1538 legatur 43 $\frac{1}{4}$ graduum, hoc est, 43°. 15′. Notandum præterea, quod *Strabo* latitudinem Massiliensem accuratissime determinet. Dicit enim *Massiliam* distare ab æquinoctiali circulo 30300 stadiis, qualium 252000 æquant circumferentiam circuli maximi terrestris, seu 360 gradus; unde latitudo *Massiliæ* conficitur 43°. 17′. 9″, a nostra ne integro quidem minuto primo aberrans. Corruit itaque universum systema, quod loco supra citato tam belle concinnavit *Cassinus*.

Veniamus jam ad *Pappum*, quem *Gassendus* & alii bene multi putant obliquitatem Eclipticæ 23°. 30′ supponere. Ait *Pappus*, sinum obliquitatis Eclipticæ esse ad semidiametrum tropici, seu cosinum obliquitatis ut 10 ad 23. Ponamus *Pappum* retinuisse obliquitatem Eclipticæ *Ptolemæi* 23°. 51′. 20″ (neque enim quisquam perhibuit, *Pappum* proprias observationes instituisse, nec credibile est, quod ea de re tacuisset, si tantam inter suam & *Ptolemæi* observationem discrepantiam animadvertisset) erit sinus obliquitatis ad cosinum ut 40443 ad 91457, hoc est, ut 10 ad 22 $\frac{24824}{40443}$ vel 22 $\frac{1}{2}$. Ergo *Pappus* istam rationem numeris integris exprimere non potuit, quam per 10 ad 23. Nequaquam igitur inde concludere licet, quod magno a *Ptolemæo* dissensu obliquitatem eclipticæ statuerit 23°. 30′.

Pag. 286.

Nunc ad aliorum Astronomorum observationes accedendum, ut appareat, num eandem obliquitatis diminutionem respectu intervalli temporis, quo factæ sunt, reperiamus. Quodsi enim ista diminutio semper tempori proportionalis reperiatur, ejus non modo realitatem, verum etiam quantitatem demonstratam esse fatendum omnino erit. Antequam id fiat, dicendum mihi est, quanta hodie per meas observationes prodeat. Quadrans astronomicus quo utor, in Commentariis Academiæ Scientiarum A. 1714 describitur, propria manu novoque modo divisus, & loco dioptrarum telescopio cum micrometro instructus. In fine anni 1715 observavi multoties altitudinem meridianam maximam ac minimam stellæ polaris Parisiis in ædibus meis, quas inveni adhibita correctione per refractionem 51°. 3′. 35″ & 46°. 38′. 44″: unde altitudo poli prodit 48°. 51′. 10″. Distat domus mea ab Observatorio Regio secundum lineam meridianam 1008 hexapedis, quæ pro latitudinum differentia dant 1′. 4″: unde elevatio Poli in Observatorio prodit 48°. 50′. 6″. In nostris autem ædibus elevatio æquatoris est 41°. 8′. 50″. Qua adhibita d. 22 Dec. 1615 ex observata altitudine limbi superioris Solis 17°.

59′. 39″, per subtractionem refractionis 2′. 51″, & semidiametri Solis Perigæi 16′. 22″ correcta, itemque d. 22 Jun. An. 1715 ex observata altitudine limbi inferioris 64°. 21. 49″, per subtractionem refractionis 24″ & additionem semidiametri Solis Apogæi 15′. 49″ correcta, declinationem tropici reperi 23°. 28′ 24″: qualis etiam prodit, si a maxima altitudine centri Solis 64°. 37′. 14″ subducas minimam 17°. 40′. 26″, & residuam tropicorum distantiam 46°. 56′. 48″ biseces. Act.Erud. An. 1719. M. Julii. Pag. 287.

Quod jam aliorum observationes attinet, *Eratosthenes* annis abhinc 1965 seu 250 ante æram vulgarem distantiam Tropicorum deprehendit $\frac{11}{83}$ Meridiani, hoc est, 47°. 42′. 39″, adeoque obliquitatem Eclipticæ 23°. 51′. 20″. Quodsi hinc auferas 20′. 38″, quæ secundum nostram diminutionis hypothesin 1965 annis conveniunt, relinquuntur pro obliquitate hodierna 23°. 30′. 42″, quæ a vera 1′. 18″ dissidet. Sin obliquitatem immutabilem ponas, *Eratosthenes* in sua observatione 23 minutis peccavit: quod de Astronomo paululum accurato suspicari nefas.

Obliquitatem *Eratosthenis* retinuerunt cum *Ptolemæo* omnes Astronomi usque ad *Almamonem* Kalipham, qui, teste *Alfragano*, congregatis in eam rem viris doctis compluribus, & novis observationibus factis, eam definivit 23°. 35′. Cum ab *Almamone* usque ad præsens tempus elapsi sint anni 885, diminutio erit 8′. 51″ seu, rejectis 51″ propter refractionem antiquis ignoratam, 8′, atque hinc obliquitas præsens 23°. 27′, quæ a vera aberrat 1′. 24″. Sed ostendemus, errorem adhuc esse minorem, sigillatim examinando illorum observationes, quas retulit *Ibn Jonis Arabs*. Nimirum observatio altitudinis Solis facta est A. 338, observatio minimæ A. 337 *Jezdegerdis*, & quidem *Bagdadi* sub latitudine 33°. 20′. Hæc in 29°. 48′ ♐ adhibita parallaxi deprehensa est 33°. 5′; illa vero in 10′ ♋ fuit 80°. 15′. Parallaxis horizontalis, qua usi sunt, *Ptolemaica* erat 2′. 57″: quamobrem auferri debent ab altitudine maxima 36″, a minima 2′. 24″, ut prodeat maxima observata 85°. 14′. 24″, minima 33°. 2′. 36″, a qua sunt auferenda pro parallaxis & refractionis veræ differentia 1′. 22°, ut relinquatur altitudo minima vera 33°. 1′. 14″. Cum ex altitudinibus sic correctis resultet obliquitas eclipticæ illo tempore 24°. 36′. 31″; adhibita diminutione pro 746 annis 7′. 50″, erit hodierna 23°. 28′. 51″ nostram 27 tantum secundis superans. Per hanc reformationem invenimus elevationem veram Poli *Bagdadensis* 33°. 22′. 15″.

Mahomet Albategnius eodem tempore, quo *Almamon*, in civitate *Aracta* sub latitudine 36° obliquitatem Eclipticæ 23°. 35′ observavit, usus (quod diserte monuit) altitudinibus per parallaxis Pag. 288.

ralla-

Act.Erud. An. 1719. M. Julii.

rallaxin emendatis, quæ veram $1\frac{1}{2}$ min. circiter minuit, ut modo vidimus.

Arzachel Hispanus An. 1070 æræ Christianæ observavit *Toleti* in Hispania obliquitatem Eclipticæ 23°. 34′, quæ si ad elevationem æquatoris *Toletanam* 50°. 5′ addatur, prodibit altitudo Solis in solstitio æstivo 73°. 39′; si ab eadem dematur, altitudo in brumali 26°. 31′. Quodsi porro ibi refractio 15″ hic vero 1′. 54″ auferatur; restabunt altitudines veræ 73°. 38′. 45″ & 26°. 29′. 6″, quæ dant obliquitatem eclipticæ illius temporis 23°. 34′. 50″. Si denique ab ea subduxeris diminutionem 6′. 27″, annis 645 convenientem, habebis obliquitatem præsentem 23°. 28′. 24″ uno tantum scrupulo secundo a nostra deficientem.

Thebit Ben-Choræ etiam in Hispania A. 1150. & *Almæon*, filius *Almansoris*, observarunt obliquitatem Eclipticæ 23°. 33′. 30″, id est, 30″ minorem quam *Arzachel*. At eorum observationes 80 annis sunt posteriores; invenerunt ergo illam diminutionem, quæ 50 annis competebat, errorem admittentes 18″, quanta est diminutio 30 annorum.

Prophatius Judæus anno 1300 hoc est annis 230 post *Arzachelem*, invenit obliquitatem istam 23°. 32′, seu duobus *minutis minorem* quam *Arzachel*, errore itidem 18″ non superante.

Ex observationibus *Regiomontani* atque *Walthери* mediam summam, eamque anno intermedio attribuam. Sic mediam chordam anguli distantiæ Solis a Zenith invenio 44885 partium, cujus dimidium est sinus 12°. 58′. 5″. Hujus duplum 25°. 56′. 10″ cum sit distantia Solis a Zenith, addita refractione 24″, summæ complementum exhibet altitudinem Solis veram in solstitio æstivo 64°. 3′. 26″. Similiter pro altitudine brumali *media inter* chordas observationum septem annorum reperitur 118779 partium, cujus dimidium est sinus 36°. 26′. Inde ut ante, adhibita refractione 3′, elicitur altitudo Solis in solstitio brumali 17°. 5′. 0″, atque ex his altitudinibus obliquitas quæsita 23°. 29′. 13″. Ab anno intermedio observationum 1490 usque ad A. 1715 elapsi sunt anni 225, quibus convenit diminutio 2′. 25″. Emerget igitur obliquitas hodierna 23°. 27′, adeoque error unius ac dimidii circiter minuti. Hic solus omnium Astronomorum tantum errorem dedit, nec vero multum ego fido illius observationibus, qui 14 minutis primis in elevatione poli urbis *Romæ* aberravit: eam enim facit 42°. 8′, cum sit tantum 41°. 54′.

Pag. 289.

Princeps Hassiæ annis 1561, 1564 & 1565 d. 12, 11 & 10 Jun. altitudinem Solis meridianam observavit 62°. 12′, hoc est, demptis 27″ pro refractione 62°. 11′. 33″. Idem A. 1566 d. 13 Decemb. deprehendit altitudinem Solis 15°. 12′, hoc est, refractione 3′ 25″ subla-

sublata, 15°. 8'. 35". Inde resultat, adhibita diminutione 1'. 30" pro annis 150, obliquitas Eclipticæ præsens 23°. 30'. Sed hæ sunt primæ Principis observationes, quas non pro tam accuratis venditat, quam posteriores, quæ sequuntur. An. 1568 d. 12 Jun. itemque annis 1569, 1574, 1575, 1578 & 1580 altitudo Solis fuit 62°. 12', hoc est, refractione 27" subtracta, 62°. 11'. 33". A. 1572 d. 11 Dec. eadem observata 15°. 14'. Ergo dempta refractione 3'. 24", fuit 15°. 10'. 36", adeoque obliquitas Eclipticæ 23°. 30'. 28", unde diminutione 1'. 24" pro 143 annis sublata, prodit hodierna 23°. 29'. 4". Act. Erud. An. 1719. M. Julii.

Justo Byrgio Cassellis observante An. 1592 d. 11 Dec. altitudo Solis fuit 15°. 15'. 30" seu, dempta 3'. 24" refractione, 15°. 12'. 6": sed A. 1594 d. 10 Jun. altitudo meridiana fuit 62°. 10'. 22", hoc est, refractione 27" sublata, 62°. 9' 55". Hinc prodit obliquitas eclipticæ 23°. 28'. 55", quæ, diminutione 1'. 15" pro 124 annis facta, dat hodiernam 23°. 27'. 40".

Copernici observationes non parum animos multorum Astronomorum torserunt, maxime *Tychonis de Brahe*, propterea quod solus obliquitatem eclipticæ adeo parvam faciat, ut, quamvis abhinc plus quam 175 annis institutæ sint ipsius observationes, nihilominus eam minorem hodierna statuat: quod quidem operæ pretium est examinare. Altitudo poli *Fruemburgi*, ubi *Copernicus* observavit, ipso observante est 54°. 19'. 30", obliquitas vero eclipticæ 23°. 28'. 8", unde elicitur altitudo apparens Tropici ♋ 59°. 8'. 38" quæ refractione conveniente 30" mulctata dat veram 59°. 8'. 8". Altitudo apparens ♑ ibidem est 12°. 12'. 22", quæ refractione 4'. 19" mulctata dat veram 12°. 8'. 3". Hinc resultat obliquitas eclipticæ istius temporis 23°. 30' 3". Cum *Copernicus* A. 1543 fuerit mortuus, ponamus eum observasse obliquitatem Eclipticæ A. 1540. Quodsi ergo dematur diminutio 1'. 45" annis 175 conveniens; emergit præsens 23°. 28'. 18", sex tantum scrupulis secundis a nostra discrepans. Conveniunt igitur jam tanti Astronomi observationes cum cæteris, quæ hactenus tantum discrepare videbantur. Oriebatur differentia a magna latitudine *Fruemburgi*, ubi ignotæ Astronomis illius temporis refractiones in tropico hiemali erant valde sensibiles, ac multo magis elevabant tropicum istum, quam æstivum, unde magna distantiæ Tropicorum diminutio oriebatur, quæ per tabulas refractionum correcta cum ceteris observationibus congruit. Pag. 290.

Tycho, Astronomorum Coryphæus observavit Uraniburgi altitudinem apparentem meridianam Solis Ann. 1584 d. 11 Jun. 57°. 35'. 30", A. 1585 d. 11. Jun. 57°. 35'. 20", A. 1586. d. 12 Jun. 57°. 35'. 30", per quadrantem volubilem 57°. 35' 45", per *Tychonicum*,

Act.Erud. An. 1719. M. Julii.

nicum, ut ipse vocat, 57°. 35'. 45" & per alium adhuc quadrantem 57°. 35'. 50". Inter omnes istas intermedia erit, 57°. 35'. 35", a qua si auferatur refractio 32" altitudo vera media erit 57°. 35'. 3". Hieme A. 1584 d. 11 Dec. observavit eam per volubilem quadrantem 10°. 41'. 20", per magnum ferreum 10°. 41'. 10". Ablata igitur refractione 4'. 56", altitudo brumalis media vera 10°. 36'. 14". Unde elicitur obliquitas eclipticæ 23°. 29'. 25", quæ, diminutione 120 annorum, quæ est 1'. 12" ablata, degenerat in hodiernam 23°. 28' 13" a nostra 11 tantum scrupulis secundis discrepantem. Ex hisce observationibus determinamus veram latitudinem Uraniburgi 55°. 54'. 20", fere ut invenit *Picartus*.

Hevelius A. 1661 d. 11. Jun. st. v. observavit altitudinem *Solis* meridianam Gedani 59°. 7'. 10", quæ, ablata refractione 29" exhibet veram 59°. 6'. 41", & d. 11 Dec. ejusdem anni 12°. 12'. 45", quæ refractione 4'. 18" mulctata transit in veram 12°. 8' 27". Pag. 291. Quamobrem obliquitas eclipticæ illius temporis 23°. 29'. 7", atque hinc porro, habita ratione diminutionis 33" in 55 annis, hodierna 23°. 28'. 34", 10 tantum secundis nostram superans.

Flamstedius per quadrantem magnum muralem septem pedum radio, telescopio instructum, altitudinem *meridianam Solis* apparentem A. 1691 d. 11 Jun. observavit, 62°. 1'. 0", *hoc est, habita* refractionis 27' ratione, 62°. 0'. 33", & d. 11 Dec. An. 1697, 15°. 6'. 30", d. 11 Dec. A. 1695 & d. 10 Dec. An. 1689. 15°. 6'. 25" hoc est, refractione 3'. 26" subducta, 15°. 3'. Est ergo obliquitas Eclipticæ illius temporis 23°. 28' 46", quæ, habita ratione diminutionis 14" pro 24 annis exhibet hodiernam 23°. 28' 32", a nostra 5 tantum secundis distantem. Latitudo autem Grenowici inde eruitur 51°. 28'. 14".

Richerius in libro Itinerum Academiæ Regiæ secundum *Cassini* calculum invenit istam obliquitatem in insula Cayenna 23°. 28'. 54" An. 1672. Quare, facta diminutione 26" in annos 54, hodierna 23°. 28'. 28" nostram nonnisi quatuor scrupulis secundis superans.

Tandem *Blanchinus*, Pontificis Camerarius, hujus Academiæ Socius, eandem ope magni Gnomonis, quem Pontifex in thermis Diocletiani erigi curavit, obliquitatem Eclipticæ deprehendit 23°. 28'. 25". Cum iisdem tabulis refractionum ac parallaxeos usus fuerit ac ego, nulla correctione indiget ipsius observatio. Atque adeo constat obliquitatem Eclipticæ hujus ævi esse 23°. 28'. 24", ut illam determinavi.

Ad calcem hujus dissertationis omnium Astronomorum observationes in Tabula apponimus, ut uno intuitu differentia ac mutatio illius obliquitatis animadvertatur, quæ semper tempo-

ri, quo factæ fuerunt observationes, proportionalis reperietur: quod in pari argumento pro vera demonstratione haberi debet, neque enim ullo alio systemate differentia ista explicari potest. Nec vero ego moror illos, qui omnium Astronomorum observationes pro parum accuratis habent ac differentiam istam in errorem rejiciunt, quasi ipsi soli essent oculati. Qui autem fieri posset, ut omnes Astronomi, ne uno quidem excepto, semper in excessu peccassent? Non licet ad poli mutationem confugere, quasi terra motum suum diurnum non continuo circa eundem polum perficeret: hoc enim & verisimilitudini, & experientiæ omnino repugnat. Certe altitudo Poli Massiliensis a Strabone relata, quam dubio procul ex *Pytheæ* observationibus hausit, a nostris observationibus ne uno quidem minuto differt, nec vix aliquot scrupulis secundis nostra observatio a *Gassendica* & *Cassiniana* distat.

Act. Erud. An. 1719. M. Julii.

Pag. 292.

Facile autem diminutio ista physice explicatur: Quæ enim vocatur obliquitas eclipticæ, æquatoris potius esset dicenda, utpote circuli terrestris. Mobiles cum *Copernico* omnes circulos terrestres supponimus, cœlestibus motum omnem adimimus. Unde ad explicandam diminutionem istam sufficit supponere, æquatorem ad eclipticam singulis seculis uno minuto primo gradus accedere, seu, quod perinde est, polos æquatoris ad polos eclipticæ eadem quantitate accedere. Hæc approximatio nostræ mutationi satisfaciet, quemadmodum ejusdem axis terræ retrogradatio anticipationem punctorum æquinoctialium parit, immotis interea stellis fixis, æque ac Apogæo Solis. Quodsi olim semper eadem proportione obliquitas eclipticæ minuatur, elapsis 140 annorum millibus æquator cum plano Eclipticæ coincidet: unde maxima rerum oboriretur mutatio, cum nulla amplius esset tempestatum vicissitudo, sed ver perpetuum in zonis temperatis, adeoque non alia anni forma, quam siderei, nunc solis Astronomis cogniti, quem metitur revolutio Solis integra in orbita sua ab Apogæo ad Apogæum. Admissa hac diminutione, dies æstivi continuo decrescent, hiemales augebuntur, amplitudines ortivæ & occiduæ Solis in Solstitiis minuentur, ut adeo optimus esset diminutionem istam observandi modus per ortum vel occasum Solis in Solstitiis ope alicujus montis vel rupis longinquæ.

Traditionem ab Ægyptiis manantem nobis conservavit *Herodotus*, quod ecliptica fuerit ad circulum æquinoctialem perpendicularis. Unde apparet, olim Ægyptios diminutionem obliquitatis Eclipticæ agnovisse, illosque eam observasse verisimile est. Refert *Diodorus Siculus*, quod *Chaldæi* tam antiquas observatio-

Pag. 293.

nes se habere jactaverint, ut a primis suis observationibus usque ad ingressum *Alexandri* M. in Babylonem 403 millia annorum numerarent. Equidem mihi non persuadeo, ipsos observationes tam antiquas habuisse: sed quod locum huic commento dare potuit, nihil aliud est quam longissima aliqua motus cujusdam cœlestis periodus, ad cujus initium principium observationum suarum, seu forte etiam mundi referebant; quemadmodum hodie non pauci inveniuntur, qui creationem mundi huic anno tribuunt, quo Apogæum Solis in principio Arietis versabatur, quod a Chronologia septuaginta virali parum differt. Nulla autem tam diuturna periodus inter motus cœlestes, quam nostra, reperiri potest, quippe obliquitatis Eclipticæ mutatio singulis seculis unum minutum primum non superat. Sed ostendamus idem paulo apertius. Ab ingressu *Alex.* M. in Babylonem elapsi sunt anni circiter 2000, quo adeo tempore obliquitas eclipticæ, hodiernam superans 20 tantum minutis, erat 23°.48'.30". Hujus complementum 66°.11'.30" est iter a polis eclipticæ confectum, siquidem initio periodi axis terrestris cum plano Eclipticæ coincidere supponatur, intervallum efficiens 397150 *annorum* Julianorum, si progressus fiat unius minuti *primi per singula* secula: sed anni Ægyptii antiquissimi tantum 360 constabant diebus (quicquid contra dicat *Petavius*), ut videre est apud *Scaligerum*, *Kircherum*, *Diodorum Siculum*, in notis Golii ad *Alfraganum*, in libro *Plutarchi* de *Iside* & *Osiride* &c. & ex ambitu murorum Babyloniorum concluditur, qui erant 360 stadiorum & uno anno ædificati fuerant, singulis diebus stadio uno confecto; itemque ex numero sacerdotum seu Astronomorum Memphiticorum, qui erant 360, unoque die tantum singulis annis singuli observabant. Ergo intervallo 397150 annorum Julianorum, qui sunt ad Ægyptiacos in ratione $364\frac{1}{4}$ ad 360, respondent anni Ægyptiaci antiqui 402942, qui sane numerus a periodo *Chaldæorum* 403000 annorum nonnisi 58 annis differt, miro in tanta periodo consensu.

Concludo itaque *Chaldæos* non solum mutationem obliquitatis Eclipticæ observasse, sed etiam quantitatem istius mutationis agnovisse: id quod mirum videri non debet ob antiquissimas ac continuas eorum observationes.

TA-

Act Erud.
An. 1719.
M. Julii.
Pag. 294.

TABULA

Diminutionis obliquitatis Eclipticæ.

	Anni ante Christ.	Obliquitas non correcta	Obliquitas correcta	Anni elapsi	Differentia ab hodierna	Error observationum
		° ′ ″	° ′ ″		′ ″	′ ″
Pytheas	360	23 49 10	23 49 10	2075	21 0	
Eratosthenes	200	23 51 20	13 51 20	1965	23 30	1 18 per excess.
	post Ch.					
Almamon	830	23 35 0	23 36 31	885	8 6	1 24 per defect.
Albategnius	969	23 35 0	23 36 31	746	7 50	0 17 per exc.
Arzachel	1070	23 34 0	23 34 50	645	6 26	0 1 per exc.
Thebit ben Coræ	1150	23 33 30	23 34 17	550	5 53	0 3 per exc.
Almœon	1150	23 33 30	23 34 17	550	5 53	0 3 per exc.
Prophatius	1300	23 32 0	23 32 50	415	4 25	0 17 per exc.
Regiomontanus	1490	23 29 13	23 29 13	225	0 49	1 26 per defect.
Copernicus	1540	23 28 8	23 30 3	175	1 39	0 6 per defect.
Princ. Hassiæ	1575	23 30 28	23 30 28	140	2 0	0 40 per defect.
Tycho Brahæus	1595	23 29 25	23 29 25	120	1 1	0 11 per defect.
Just. Byrgius	1592	23 28 55	23 28 55	123	0 31	0 44 per defect.
Hevelius	1661	23 29 7	23 29 7	54	0 43	0 17 per exc.
Flamstedius	1691	23 28 32	23 28 32	24	0 8	0 7 per defect.
Richerius	1672	23 28 54	23 28 54	44	0 30	0 4 per exc.
Blanchinus	1703	23 28 35	23 28 25	12	0 1	0 7 per def.
per meas observat.	1715	23 28 24	23 28 24	0	0	0

Act. Erud. An. 1719. M. Julii. Pag. 295.

NIC. BERNOULLI,

MATH. PROFESS. PATAVINI,

Tentamen solutionis generalis Problematis de construenda Curva, quæ alias ordinatim positione datas ad angulos rectos secat.

CUM Celeb. Hermannus noster in Supplemento solutionis suæ, quod mense Julio superioris Anni in his Actis edidit, aliis quoque in solutionem hujus Problematis inquirendi voluptatem relinquere voluerit; haud incongrue me facturum existimavi, si & ego regulæ nostræ (illius scilicet, quam Clar. Hermannus in Actis 1717 proposuit, quæque non differt ab ea, quam, uti constat ex narratione Patruelis mei in Actis An. 1718. pag. 555 ante triennium cum Nobil. Monmortio communicavi, *neque ab ea*, in quam jam olim inciderunt Leibnitius & *Patruus meus*) defectum aliquatenus supplerem. Dico *aliquatenus*; existimo enim, generalem Trajectoriarum constructionem dari non posse, ne quidem concessis Curvarum quadraturis; secus ac existimat Cl. Hermannus, qui, ut spero, haud ægre feret, quod hic moneam, duo præcipue in ejus supplemento desiderari, quæ obstant, quo minus pro solutione generali haberi possit. Primum est, quod pro generali æquatione Curvarum secandarum assumit $dx = pdy$, ubi p datam supponit quomodocumque per y & *constantes*; *cum tamen* supponere debuisset datam per x, y, & constantes. Alterum est, quod credam, errorem irrepsisse in ipsam æquationem Logar. c — Log. $a = \int (qqdy : y + p\int pdy)$, quam nobis suppeditat pro constructione generali Trajectoriæ quæsitæ: nam applicanti mihi hanc formulam ad casus particulares nunquam se obtulit vera solutio, nequidem in casibus simplicissimis, quando ex. gr. lineæ secandæ sunt lineæ rectæ ex communi vertice egredientes, aut Parabolæ ex eodem vertice & super eodem axe descriptæ, quarum Trajectoriæ, ut notum, sunt Circuli vel Ellipses concentricæ. Imo ne quidem in exemplo ab ipso Cl. Hermanno allato res mihi successit; ipse quidem veram solutionem tandem elicuit, sed applicatione, ut mihi videtur, illegitima. Regula, quam ipse

Pag. 296.

præscribit, sic se habet: „ Aptandæ sunt in Logarithmica duæ „ ordinatæ a & c, atque in Curva, cujus abscissæ y, ordinatæ „ vero sint $qq : y + p\int pdy$ (pono $p\int pdy$ loco $\int pdy$, ut corrigam errorem

„ rorem a typographo commissum) abscindenda area proportio- Act. Erud. An. 1719. M. Julii.
„ nalis distantiæ applicatarum illarum Logarithmicæ; abscissa hu-
„ jus areæ dabit ordinatam, ejusque valor in æquatione $x = \int pdy$
„ substitutus abscissam Trajectoriæ quæsitæ in puncto intersectio-
„ nis ejus & curvæ secandæ." Jam vero in applicatione hujus regulæ ad exemplum citatum invenit $qqdy : y + p\int pdy = dR : \overline{1-m}R$, ubi $dR = \overline{1-m}\, a^{2m} pdy : y^{2m} = \overline{1-m}\, a^{2m} dy : y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$;

porro invenit $\text{Log.}\, c - \text{Log.}\, a = \frac{1}{1-m}\, \text{Log.}\, R - \frac{1}{1-m}\, \text{Log.}\, a$,

ergo secundum præscriptum regulæ deberet in Curva, cujus abscissæ y, ordinatæ vero sint $qq : y + p\int pdy$ id est, in hoc exemplo $dR : \overline{1-m}Rdy$, abscindi area proportionalis $\text{Log.}\, c - \text{Log.}\, a$,

id est $\frac{1}{1-m}\, \text{Log.}\, R - \frac{1}{1-m}\, \text{Log.}\, a$, quod non video quomodo conveniat cum conclusione Hermanniana, quæ hæc est: *ergo si in Curva cujus abscissæ y, & applicatæ sint* $\overline{1-m}\, a^{2m} : y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ id est, $dR : dy$, *abscindatur area* $= a^m c^{1-m}$ id est $= R$, *areæ hujus abscissa y dabit ordinatam trajectoriæ quæsitæ*. Rogatur itaque Cl. Hermannus, ut aut errorem (si quis sit) in regula sua corrigere, aut verum ejusdem sensum, quem fortassis non assecuti fumus, explanare, modumve eam ad alia exempla applicandi nobis aperire velit.

Ut autem meum Trajectorias construendi modum exponam, communicabo hic geminam regulam, quarum una servit pro iis casibus, in quibus haberi potest æquatio differentialis completa Curvarum secandarum; altera vero servit pro aliquibus illorum casuum, in quibus Curvarum secandarum natura per æquationem differentialem incompletam exprimitur. Voco autem æquationem differentialem Curvarum secandarum *completam* illam, quæ exprimit relationem, quam habent inter se differentialia, non tantum coordinatarum Curvarum secandarum, sed & parametri variabilis, sive ejus lineæ, quam Cl. Hermannus *modulum* appellat. Æquationem vero differentialem *incompletam* voco illam, quæ exprimit tantum relationem, quæ est inter differentialia coordinatarum unius ex Curvis secandis, parametro sive modulo manente constante. Æquationem differentialem completam Curvarum secandarum generaliter designo hoc modo $dx = pdy + qda$, incompletam hoc modo $dx = pdy$, in quibus æquationibus literæ x & y denotant coordinatas Curvarum secandarum, a parametrum variabilem, p & q quantitates datas quomodocumque per x, y, a, & constantes. Pag. 297.

His tanquam definitionibus præmissis regulam meam primam

sic

Act. Erud. An. 1719. M. Julii.

sic enuntio: Logarithmus quantitatis $\surd(1+pp):p$ differentietur sumendo y constantem & parametrum a variabilem, & substituendo pro dx ejus valorem qda, postea inventa differentialis iterum integretur sumendo etiam y variabilem, & substituendo, ubi opus fuerit, valorem harum æquationum $dx+ppdx=qda$ & $dy+ppdy=-pqda$, integralis (si qua haberi possit) habeatur pro Logarithmo cujus numerus vocetur n, per hanc quantitatem n dividatur quantitas q, & ex quotiente, postquam pro x substitutus fuerit ejus valor expressus in y, a, & constantibus, ejiciantur omnes illi termini, in quos ingreditur y, residui per da multiplicati sumatur integralis, quæ ponatur = A. Quo facto si in Curva, cujus abscissæ sint $=y$, & ordinatæ, quas vocabo z $=(1+pp):pn$, abscindatur area $=$ C$-$A, ubi per C intelligo quantitatem arbitrariam constantem pro singulis ejusdem Trajectoriæ punctis; areæ hujus abscissa y dabit ordinatam Trajectoriæ quæsitæ in puncto intersectionis ejus & Curvæ secandæ.

Altera regula, quæ corollarium est præcedentis, locum tantum habet in iis Curvis secandis transcendentibus, quarum æquatio differentialis incompleta $dx=pdx$ ita comparata est, *ut quantitas* $\surd(1+pp):p$ multiplicatione componatur *ex duobus factoribus*, quos nominabo B & Y, quorum ille datus sit per a & constantes, hic per y & constantes. In his casibus construenda est Curva, in qua abscissis existentibus $=y$ applicatæ z sint $=(1+pp):p$B, & reliqua peragenda ut prius, cum hoc tamen discrimine, quod loco fractionis $qda:n$, quæ servit pro invenienda quantitate A, hic adhiberi debeat fractio ista dE : B, ubi per E intelligitur distantia variabilis puncti intersectionis Curvarum secandarum cum axe a puncto quopiam dato, ex quo nempe sumitur *initium abscissarum* Trajectoriæ quæsitæ; datur autem illa distantia E per a & constantes: quare hic area abscindenda semper erit $=$C$-\int d$E:B, adeoque constans, si Curvæ secandæ omnes transeant per idem axis punctum. Utramque regulam exemplis aliquot illustrare conabor.

Pag. 298.

Exempl. I. Sit æquatio Curvarum secandarum $dx=y^m dy:\surd(a^{2m}-y^{2m})$, ut in exemplo quod Leibnitius proposuit in Act. 1716 p.325 hic $p=y^m:\surd(a^{2m}-y^{2m})$, & $\surd(1+pp):p=a^m:y^m$, adeoque per regulam secundam erit applicata Curvæ construendæ sive $z=(1+pp):p\text{B}=a^m:y^m\surd(a^{2m}-y^{2m})$, & area abscindenda constans, si Curvæ secandæ omnes commune habeant principium; quæ solutio apprime consentit cum solutione priore Patrui mei recensita ab ipsius Filio in Actis 1718 pag. 550.

Exempl. II. Sint Curvæ secandæ eædem, quæ in præcedenti exemplo, sed eo situ positæ, ut distantia puncti ejusdem dati in axe a

prin-

principio cujusque Curvæ secandæ sit æqualis parametro a. Hic eadem Curva quæ antea construi debet, sed area abscindenda erit $= C - \int dE : B = C - \int da : a^m = C + 1 : \overline{m-1}\, a^{m-1}$. Act. Erud. An 1719. M. Julii.

Exempl. III. Sit æquatio Curvarum secandarum $x = a + \int p dy$, ubi p significet quantitatem quamcunque compositam ex y & constantibus. Tales Curvæ omnes nihil aliud sunt, quam una eademque Curva super axe sua ita mota, ut singula ejus puncta describant lineas rectas axi parallelas. Hic quantitates singulæ q, n, B, æquales sunt unitati, & $E = a$; ideoque erit ordinata Curvæ construendæ $z = (1 + pp) : p$, & area abscindenda $= C - a$.

Exempl. IV. Sint Curvæ secandæ Parabolæ dati gradus, sed diversarum parametrorum habentes eundem verticem & axem, quarum æquatio generalis sit $y^m = a^{m-1} x$, cujus differentialis completa est $my^{m-1} dy = \overline{m-1}\, a^{m-2} x da + a^{m-1} dx$; hic $p = my^{m-1} : a^{m-1} = mx : y$, & $q = \overline{1-m}\, x : a$, & $\surd (1 + pp) : p = \surd (yy + mmxx) : mx$, cujus Logarithmus si differentietur sumendo y constantem, & ponendo pro dx ejus valorem $qda = \overline{1-m}\, xda : a$, prodibit $\overline{m-1}\, yyda : (ayy + mmaxx)$, hoc iterum integratum posita etiam y variabili, & substituto valore hujus æquationis $dx + ppdx = qda$, dabit $\int - dx : x = \text{Log. } 1 : x$. Quare per regulam primam est $n = 1 : x$, & applicata Curvæ construendæ sive $z = (1 + pp) : pn = (yy + mmxx) : my = (a^{2m-2} y + mmy^{2m-1}) : ma^{2m-2}$, & area abscindenda in hac Curva $=$ constanti. Pag. 299.

Exempl. V. Sint iterum Parabolæ dati gradus, diversarum parametrorum, & super eodem axe constructæ, sed transeuntes per idem punctum extra axem datum, quarum æquatio sit $y^m = a^{m-1} x + b^m$. Hic ut in præcedenti exemplo $p = my^{m-1} : a^{m-1}$, & $q = \overline{1-m}\, x : a$, & $\surd (1 + pp) : p = \surd (a^{2m-2} + mmy^{2m-2}) : my^{m-1}$, cujus Logarithmus si differentietur ponendo y constantem, habebitur $\overline{m-1}\, a^{2m-3} da : (a^{2m-2} + mmy^{2m-2})$ hoc iterum integretur ponendo etiam y variabilem, & substituendo valorem hujus æquationis $qda = dx + ppdx$, & proveniet iterum $\int - dx : x$ pro Logarithmo ipsius n; quare $n = 1 : x = a^{m-1} : (y^m - b^m)$ & $z = (1 + pp) : pn = (a^{2m-2} + mmy^{2m-2}) . (y^m - b^m) : ma^{2m-2} y^{m-1}$. Area abscindenda sic invenitur: quia $q : n = \overline{1-m}\, xx : a = \overline{1-m}\, (y^{2m} - 2b^m y^m + b^{2m}) : a^{2m-1}$ erit rejectis terminis, in quibus reperitur y, residui per da multiplicati, id est, $\overline{1-m}\, b^{2m} da : a^{2m-1}$ integralis $= b^{2m} : 2a^{2m-2} = A$, adeoque area abscindenda $= C - b^{2m} : 2a^{2m-2}$.

Exempl. VI. Sint Curvæ secandæ Logarithmicæ æqualium subtangentium super axibus parallelis constitutæ & per commune punctum transeuntes; quarum æquatio generalis sit $x = \text{Logar.} (y - a) - \text{Logar.} (1 - a)$; cujus differentialis completa est da

$= dy$:

Act. Erud. An. 1719. M. Julii. $= dy : (y - a) + (yda - da) : (y - ay - a + aa)$; hic $p = 1 : (y - a)$ & $q = (y - 1) : (y - ay - a + aa)$, & $\surd (1 + pp) : p = \surd (1 + yy - 2ay + aa)$, cujus Logarithmus secundum regulam differentiatus est $(- yda + ada) : (1 + yy - 2ay + aa)$, quæ quantitas ope æquationis $dy + ppdy = - pqda$ reducitur ad hanc $(dy - da) : (y - a) - dy : (y - 1)$, cujus integralis Log. $(y - a)$ — Log. $(y - 1) =$ Log. n; quare $n = (y - a) : (y - 1)$, & $z = (1 + pp) : pn = (1 + yy - 2ay + aa) . (y - 1) : (yy - 2ay + aa)$, & area abscindenda = constanti.

Pag. 300. *Exempl. VII.* Sint Curvæ secandæ Logarithmicæ diversarum subtangentium super eodem axe & per idem punctum ductæ, quarum æquatio generalis sit $x = a$ Log. y, cujus differentialis completa est $dx = ady : y + da$ Log. y, ubi $p = a : y$ & $q =$ Log. y, & $\surd (1 + pp) : p = \surd (yy + aa) : a$, cujus Logarithmus per regulam primam differentiatus dat $ada : (yy + aa) - da : a$, quod iterum ope æquationis $dy + ppdy = - pqda$ reducitur ad $- dy : (y$ Logar. $y) - da : a$, ergo integrando erit Log. Logarithmi $1 : y$ — Log. $a =$ Log. n, & proinde $n = 1 : a$ Log. $y = 1 : x$, & $z = (1 + pp) : pn = (yy + aa)$ Log. $y : y$, & area abscindenda = constanti.

Exempl. VIII. Sit æquatio Curvarum secandarum $x = \int dy \surd (bb - yy) : \surd (aa + yy)$, ubi $p = \surd (bb - yy) : \surd (aa + yy)$ & $\surd (1 + pp) : p = \surd (aa + bb) : \surd (bb - yy)$; hinc per regulam secundam est $B = \surd (aa + bb)$ & $z = (1 + pp) : pB = \surd (aa + bb) : \surd (aa + yy) . \surd (bb - yy)$, & area abscindenda = constanti.

Exempl. IX. Sint Curvæ secandæ Parabolæ habentes eundem axem, sed parametros æquales respectivis verticum a puncto dato distantiis, quarum æquatio generalis sit $yy = ax + aa$, cujus differentialis completa est $2ydy = adx + xda + 2ada$, quapropter $p = 2y : a$, & $q = (x + 2a) : - a = (yy + aa) : - aa$, & $\surd (1 + pp) : p = \surd (4yy + aa) : 2y$, cujus Logarithmus more solito differentiatus est $ada : (4yy + aa)$, qui mediante æquatione $dy + ppdy = - pqda$ reducitur ad $da : a + 2dy : y - (8ydy + 4ada) : (2yy - aa)$ proinde integrando habetur Log. $a + 2$ Log. $y - 2$ Log. $(2yy - aa) =$ Log. n, unde $n = ayy : (4y^4 - 4aayy + a^4)$, & $z = (1 + pp) : pn = (16y^6 - 12aay^4 + a^6) : 2aay^3$. Area abscindenda sic invenitur: quia $q : n = (yy + aa) . (4y^4 - 4aayy + a^4) : - a^3yy = - 4y^4 : a^3 + 3a - a^3 : yy$, erit rejectis terminis, in quibus y reperitur, residui per da multiplicati integralis $= \int 3ada = 3aa : 2 = A$, & per consequens area abscindenda est $= C - 3aa : 2$.

Exempl. X. Sit æquatio Curvarum secandarum $x = \surd (bb + 2byy : a)$, æquatio nempe ad infinitas hyperbolas ejusdem verticis & centri, cujus exempli solutionem a Patruele meo exhibitam communicavit Leibnitius in Actis 1716 pag. 326. Hujus æquationis differen-

Pag. 301.

tialis

tialis completa est $dx = (2abydy - byyda) : a\sqrt{(aabb + 2abyy)}$, ubi $p = 2y\sqrt{b} : \sqrt{(aab + 2ayy)}$, & $q = -yy\sqrt{b} : a\sqrt{(aab + 2ayy)}$, & $\sqrt{(1+pp)} : p = \sqrt{(aab + 2ayy + 4byy)} : 2y\sqrt{b}$, cujus Logarithmus differentiatus posita y constante est $(abda + yyda) : (aab + 2ayy + 4byy)$, qui mediante æquatione $dy + ppdy = -pqda$ reducitur ad $(bda + 4ydy) : (2ab + 4yy) + da : 2a - 2dy : y$, cujus integralis $\frac{1}{2}$ Log. $(ab + 2yy) + \frac{1}{2}$ Log. $a - 2$ Log. $y =$ Log. n, quare $n = \sqrt{(aab + 2ayy)} : yy$, & $z = (1 + pp) : pn = (aaby + 2ay^3 + 4by^3) : 2\sqrt{b}(aab + 2ayy)$, & area abscindenda = constanti. Act. Erud. An. 1719. M. Julii.

Schol. 1. In præcedentibus exemplis suppletionem dimensionum neglexi; qui autem volet, ut ordinata Curvæ construendæ, quam nomino z, obtineat semper dimensionem linearem, poterit id, ubi opus fuerit, efficere assumendo rectam aliquam constantem pro unitate. Sic in exemplo primo possum assumere $z = a^m b^{m+1} : y^m\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ loco $z = a^m : y^m\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$; & in exemplo ultimo $z = (aaby + 2ay^3 + 4by^3) : (aab + 2ayy)$ loco $z = (aaby + 2ay^3 + 4by^3) : 2\sqrt{b}(aab + 2ayy)$; & sic in aliis.

Schol. 2. Æquatio ipsa Trajectoriæ quæsitæ, quamvis per methodum ordinariam plerumque, præsertim quando Curvæ secandæ sunt algebraicæ, facilius haberi possit, ex hac tamen constructione invenietur quærendo expressionem areæ abscindendæ, & hinc eliciendo valorem parametri variabilis, qui valor in æquatione integrali Curvarum secandarum substitutus dabit æquationem integralem, sed substitutus in æquatione $dy = -pdx$ dabit æquationem differentialem Trajectoriæ quæsitæ. Res exemplis patebit.

In *exemplo I.* expressio areæ abscindendæ hæc est $C = \int a^m dy : y^m\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ quamvis autem hæc quantitas ipsa per se integrari non possit, potest tamen ope illius Curvæ secandæ, ad quam pertinet Curva ea, in qua area ista constans abscindi debet. Nimirum $\int a^m dy : y^m\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} = \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} : \overline{1-m}\, a^m y^{m-1} + \int y^m dy : \overline{1-m}\, a^m\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} = \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} : \overline{1-m}\, a^m y^{m-1} + x : \overline{1-m}\, a^m = C$, aut quod ob quantitatem C arbitrariam eodem recidit $\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} : a^m y^{m-1} + x : a^m = C$. Sed ex natura Trajectoriæ est $dy = -pdx = -y^m dx : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$, quarum duarum æquationum ope si parameter a eliminetur, habebitur $(xdy - ydx) : y^m\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = (xdy - ydx) : y^m ds = C$, prorsus ut invenit Hermannus. Pag. 302.

In *exemplo IV.* expressio areæ abscindendæ est hæc $C = \int (a^{2m-2} ydy + mmy^{2m-1} dy) : ma^{2m-2} = (a^{2m-2} yy + my^{2m}) : 2ma^{2m-2} = yy : 2m + y^{2m} : 2a^{2m-2}$, sive quia constans C arbitraria est, $C = yy : m + xx$; quare Trajectoriæ hujus exempli sunt Ellipses concentricæ, quarum latus rectum ad latus transversum ut m ad 1.

Act Erud. An. 1719. M. Julii. In *exemplo IX.* expressio areæ abscindendæ est $C - 3aa : 2 = \int(16y^6 dy - 12aay^4 dy + a^6 dy) : 2aay^3 = \int(8y^3 dy : aa - 6ydy + a^4 dy : 2y^3) = 2y^4 : aa - 3yy - a^4 : 4yy$, hinc $C = (8y^6 - 12aay^4 + 6a^4yy - a^6) : 4aayy = (\overline{2yy - aa}^3) : 4aayy$, aut etiam extrahendo radicem quadratam $C = (2yy - aa)^{\frac{3}{2}} : 2ay$. Sed æquatio integralis Curvarum secandarum est $yy = ax + aa$, hinc $a = \sqrt{(\frac{1}{4}xx + yy)} - \frac{1}{2}x$, quo valore substituto reperietur $C = (yy - \frac{1}{2}xx + x\sqrt{\frac{1}{4}xx + yy})^{\frac{2}{3}} : (-xy + y\sqrt{xx + 4yy})$ pro æquatione Curvæ, quæ ad angulos rectos secat Parabolas super eodem axe constructas, & habentes parametros æquales distantiis verticum suorum a puncto axis dato, posito hoc punctum datum esse situm intra Parabolas secandas. Patruus meus in Comment. Academ. Regiæ Scient. Paris. An. 1702 pag. 294 & post eum Gabriel Manfredius in fine Libri *de Constructione æquationum differentialium* dederunt æquationem talium Trajectoriarum in hypothesi, quod punctum datum respiciat convexitatem Parabolarum.

Schol. 3. Ex eadem expressione areæ abscindendæ elici potest alius modus construendi Trajectorias quæsitas, *inveniendo* nempe pro qualibet Curva secanda, cujus *parameter a invariata*
Pag. 303. concipitur, aliam Curvam, ita ut intersectio utriusque Curvæ fiat in puncto aliquo Trajectoriæ quæsitæ. Ipsa enim æquatio, quæ invenitur pro area abscindenda, expressa in x, y, a, & constantibus, præbet naturam Curvæ, quæ secandam in puncto Trajectoriæ intersecabit. Sic in exemplo primo æquatio aream abscindendam determinans est $\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} : a^m y^{m-1} + x : a^m = C$, sive $x = a^m C - \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} : y^{m-1}$, quæ hanc facillimam constru-
Tab. I. Fig. 5. ctionem suppeditat: Sit in Fig. 5 Curva secanda ABC, *Trajectoria* construenda DBE; ad axem AM ducatur perpendicularis AG, per punctum quodlibet G in ea pro arbitrio assumtum ducatur axi parallela GI, occurrens Curvæ secandæ in puncto I, ex quo ducantur rectæ LI, IM, illa ad axem, ista ad ipsam Curvam perpendicularis; tum in recta GI abscindatur ex puncto G recta $GH = a^m C$ dempta subnormali LM, punctum H erit in Curva HBF, quæ propositam ABC in puncto Trajectoriæ quæsito B intersecabit. Mutata autem a & servata C invenietur per similem constructionem aliud punctum ejusdem Trajectoriæ DBE. In casu particulari quando $m = 1 : 2$, & Curvæ secandæ sunt Cycloides, æquatio Curvæ, quæ datam quamque Cycloidem in puncto Trajectoriæ intersecat, deveniet $x = \sqrt{ac} - \sqrt{(ay - yy)}$, ponendo $\sqrt{c}$ pro quantitate constante arbitraria C ad supplenda homogenea; est autem ista æquatio ad circulum hac ratione describendum:

In

In axe Fig. 6. AO Cycloidis secandæ ABC abscindatur AH = $\sqrt{ac}$, mediæ nempe proportionali inter constantem quandam c & diametrum CO circuli genitoris CPO, tum describatur circulus HBF cujus diameter æqualis sit diametro circuli genitoris, & qui tangat axem AO in puncto H; iste circulus secabit Cycloidem datam in puncto B Trajectoriæ quæsitæ DBE. Manifestum est hanc constructionem plane eandem esse ac illam, quam Patruus dedit pro Synchrona sua in Act. 1697 pag. 307; nam si per punctum intersectionis B ducta intelligatur recta BP parallela axi AO, erit arcus PO = arcui BH = (ex natura Cycloidis) rectæ AH = (per constr.) $\sqrt{ac}$, uti requirit citata Patrui constructio. Act. Erud. An. 1719. M. Julii. Tab. I. Fig. 6. Pag. 304.

Schol. 4. Problema hoc de Trajectoriis Curvarum construendis usum habere potest in negotio separationis indeterminatarum in æquationibus differentialibus. Nam si in proposita aliqua æquatione differentiali mutetur dy, in dx, & dx in $-dy$, erunt Trajectoriæ Curvarum, quæ per æquationem differentialem ita mutatam exprimuntur, illæ ipsæ Curvæ, quæ, propositæ æquationi differentiali satisfaciunt; quod si igitur illæ Trajectoriæ construi possint, poterunt etiam differentialia in proposita æquatione separari. Exempli gratia proponatur æquatio $dy = (xdy - 4ydx) : \sqrt{(xx + 4yy)}$, in qua separandæ sint indeterminatæ. Mutatis dy in dx, & dx in $-dy$ provenit $dx = (xdx + 4ydy) : \sqrt{(xx + 4yy)}$ cujus integralis est $x = \sqrt{(xx + 4yy)}$ + vel − quantitate constante, æquatio nempe pro illis Parabolis, quarum Trajectorias in exemplo IX construximus; cum igitur harum Trajectoriarum æquatio integralis in Scholio secundo inventa sit, inventa etiam est integralis differentialis propositæ $dy = (xdy - 4ydx) : \sqrt{(xx + 4yy)}$.

Schol. 5. Etsi methodus ista construendi Trajectorias propter calculi prolixitatem aut alia impedimenta in multis casibus non succedit, ut in exemplo, cujus mentionem fecit Patruelis meus Act. 1718. pag. 566, pro hoc tamen & aliis exemplis, in quibus Curvæ secandæ ad unam constantem revocari possunt, suppetunt particulares methodi, de quibus, ut & de Trajectoriis illarum Curvarum, quarum ordinatæ non sunt parallelæ, sed in puncto quodam coeunt, forsan alio tempore disserendi occasio dabitur.

Act. Erud. An. 1719. M. Aug. Pag. 339.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, Annèe MDCCXV. &c.

h. e.

Pag. 340.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1715, cum Commentariis Mathematicis & Physicis ejusdem Anni.

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1719. in 12. reg. plag. 30½ Tabul. an. 18.

IN *Physica generali* nova ratione in transitum aeris & aquæ per poros quorundam corporum inquisivit *de Reaumur*. Scilicet alterum baroscopii extremum materia ad examinandum proposita aperiatur: si enim aer transit, Mercurius deprimetur. Hac ratione reperit, aerem transire per chartam, *quantumvis spissam*, lento tamen gradu, nequaquam vero patere *transitum per chartam* humidam, quantumvis subtilem. Eodem modo se res habet cum membrana pergamena vetere. Similiter aer non penetravit per vesicam porcelli, etiamsi externa superficies eidem exponeretur; penetravit tamen aqua, etsi admodum lente, quæ una aeris pauculum secum per poros deduxit. Aqua penetravit etiam per interiorem vesicæ superficiem: unde concluditur, membranas corporis penetrari posse a certis liquoribus, aeris extraordinaria rarefactione facta, etiamsi ordinarie *transitus negetur*. Quæ de fluxu & refluxu maris hactenus proposuit *Cassinus*, novis observationibus Brestiæ factis confirmat, ut adeo pro certo habere possit, æstum maris a tribus hisce principiis generalibus pendere, nimirum a phasibus Lunæ, ab ejus a Terra distantia, ab ejusdem declinatione. *Cassinus* actionem declinationis subduplam æstimat actionis distantiæ. Ex. gr. si Luna in Perigæo existente affluxus incrementum fuerit 2 pedum; ob eandem in æquatore constitutam idem nonnisi unius pedis erit. *Observat* etiam affluxum fieri celeriorem, qui major deprehenditur. *Ceterum* quæ de Luna modo annotata sunt; eadem in Sole quoque locum habent, etsi vis Solis multo minor vi Lunæ reperiatur. De *Louville* fulminis effectus in arborem quandam describit: ubi notatu dignum, quod in arbore fissa nullum adustionis vestigium fuerit deprehensum. Rationem eandem reddit, quam de similibus effectibus dudum protulit *Mariottus* in Tractatu de cor-

porum conflictu. Confugit scilicet ad aerem a fulmine propulsum. Quæ de *Lagny* de conchis petrefactis significat, exigui sunt momenti, in tanta istiusmodi observationum copia, quæ in publicum prostant. Non tamen prorsus inutile est, plures prostare. *De la Hire* quantitatem aquæ pluviæ Ann. 1713 reperit $247\frac{1}{2}$ librarum, seu 20 digitorum cum $7\frac{1}{4}$ lineis. Solus mensis Julius quartam fere dedit partem, & ordinarie mensibus Junio, Julio, Augusto major aquæ pluvialis est quantitas quam toto reliquo anno. Maxima altitudo Mercurii in barometro fuit 28 digit. $4\frac{1}{2}$ lin. id quod contigit d. 26 Novembris: Minima 26 digit. $10\frac{1}{3}$ lin. accidit d. 29 Octobr. Declinatio acus magneticæ d. 29 Dec. observata fuit 11°. 12′ versus occasum. Acus longitudo fuit 8 digitorum. Tandem *Godofredus* junior historiam *Gummilaccbæ*, quam vulgo vocant, & eandem cum Cancamo *Dioscoridis* esse arbitrantur, contexit. Speciem ceræ esse ostendit, a peculiari insectorum genere apud Indos ad eum modum productæ, quo apes favos efformare solent, ut scilicet in ejus alveolis fœtus producantur & conserventur. Occasione data simul de aliis materiis annotat nonnulla, quibus ad colorem purpureum inducendum utuntur.

Act. Erud. An. 1719. M. Aug. Pag. 341.

In *Anatomicis* paradoxon declarat *Mery*, quod in systemate hydropis tympanitidis supposuerat *Littre*, cur nimirum hoc affectu laborantes nec ructum, nec crepitum ventris edant, etiamsi stomachus & intestina sint aere plena. Ratio hæc est, quod fibræ cum ventriculi, tum intestinorum paralyticæ, saltem ex parte, ob defectum elateris resistentiam sphincterum stomachi & ani vincere nequeunt. *Roubaut* studio singulari in placentam uterinam & chordam umbilicalem inquisivit: quæ vero singularia annotavit, ad tria potissimum capita redeunt: 1 Si placenta per vasa umbilicalia inflетur, aerem & sanguinem facile transire per superficiem graviditatis tempore utero continuam, nequaquam vero per alteram fœtui oppositam. Hac observatione in rem suam usurus *Mery* inde confirmavit, quod alias defenderat, superficiem priorem membrana esse destitutam perinde ac uterum, eadem tamen vestire posteriorem, atque hinc porro conclusit, sanguinem a matre deferri ad fœtum, & inter fœtum ac matrem circulationem esse reciprocam. Equidem nonnemo hanc circulationem impugnavit, quod in canis catulos mox edituræ venis apertis, ut sanguis omnis efflueret atque ipsa moreretur, dimidia post mortem hora catulos in utero vivos & sanguine plenos repererit; sed sanguine destitutos ab aliis deprehensos notavit *Mery*, qui uterum non ante aperuerunt, quam ipsi quoque catuli mortem subiissent. Provocavit idem ad aliud

Pag. 342.

expe-

Act.Erud. An. 1719. M. Aug.

experimentum, quod non immerito satis decisivum vocat *Fontenellius*. Scilicet cum fœtu in lucem edito, sed placenta cum utero adhuc cohærente, chorda umbilicalis dissecta non ligaretur, ea sanguinis quantitas per venam umbilicalem propullulavit, quæ sex librarum pondus æquabat, non sine præsentissimo vitæ matris periculo. 2 Observavit præterea *Rouhaut*, chordam umbilicalem præter venam & duas arterias, quarum ista habet diametrum diametri arteriæ duplam, formari ex corpore spongioso, cujus cellulæ sint liquore limpido, sed glutinoso, gelatinæ instar, plenæ, ut non modo vasorum mollities & flexilitas conservetur, verum etiam ne fœtus motus sanguinis in iisdem motum impediat. 3 Membranam inter chorion & amnion mediam, quam nonnulli, judice Nostro, perperam *urinariam* vocant, ipse a loco *mediam* dicere mavult, hunc habere usum contendit, ne vasa capillaria, in qua tum vena tum arteriæ chordæ umbilicalis disperguntur, ad evitandum in partu hæmorrhagias periculi plenas, disrumpantur motibus matris. Tumores ventosos ab aere sub membrana incluso formatos describit *Littre*, & in eorum causam inquirit. Credit aerem separari a liquore propter obstructionem in parte vicina congesto. Observavit idem in cadaveribus ob sanguinis jacturam mortuorum, 1 per tunicas quarundam venarum exiguas aeris bullulas sanguini innatantes, 2 exiguos venarum ramulos a corde remotos aere loco sanguinis plenos. Est piscium marinorum genus, cui *torpedinis* inditum nomen, propterea quod manui atque brachio a contacto torpedinem inducit. Effectum non esse fabulosum, observatione *Redi* atque *Borelli* constat. *De Reaumur* data occasione in eundem inquisivit & circumstantias notatu dignas recensuit, quas ha-

Pag. 343. ctenus non satis attenderunt historiæ naturalis scriptores. Totum mysterium in eo consistit, quod piscis ad contactum musculos dorsi magna vi constringat, ut figura convexa degeneret in planam vel prorsus concavam, qui maxima celeritate resilientes in manum contingentis motu violento impingunt. Unde non mirum, quod enecato innoxii vescantur. *Paulus Bernardus Calvo*, chirurgus Taurinensis, cum Academia Scientiarum communicavit observationem raram fœtus in sacco ex membrana tubæ dextræ exteriore formato conclusi. Post nonum mensem cum mater tumorem prope umbilicum contraxisset, eundem aperuit, & fœtum jam putredine correptum extraxit, matre undecim ab operatione diebus elapsis mortua. Notatu dignum est, quod mater toto gestationis tempore omni prorsus lacte in mammis destituta fuerit. *Anellius* casum memorabilem recenset, ubi fœmina sexto graviditatis mense enixa est massam, quæ ad pu-

gni

gni magnitudinem accedebat. In ea fœtus, a chorda umbilicali separatus, non major comparebat, quam sub finem primi mensis esse solet, placenta tamen cum membranis ad eam magnitudinem excreverat, qualis sub finem sexti mensis notatur. *Littre* denique herniam rariorem & *de Reaumur* vermem aquaticum singularem describit. Act. Erud. An. 1719. M. Aug.

In Chymicis *Boulduc* historiam purgantium continuans analysin Agarici repræsentat, cui majus statuere pretium veteres, quam recentiores. Ope spiritus vini tincturam extraxit resinosam, cujus una gutta ob odorem & saporem intolerabilem vomitum ciebat. Deprehendit autem, vim purgativam soli parti corticali inesse. Aqua pura nihil inde extrahit: obtinuit tamen extractum purgans ope aquæ sale Tartari imprægnatæ, necnon ope aceti destillati. Destillatio dedit salis volatilis plurimum, essentialis perpaucum. *Hombergius* describit modum, quem invenit, volatilia reddendi salia fixa plantarum. Insigni candore exponit, quid ea in re casui, quid ingenio debeat. Quæ enim fortuna obtulerat in casu particulari, non sine successu imitatus in aliis ad methodum universalem pervenit. Scilicet cum sapo casu exhibuisset salia fixa, veluti sponte sua volatilizata; salia fixa plantarum ad volatilitatem dispositurus primum in saponem redegit, sponte volatilia redditurum, ad majorem volatilitatis gradum per artem evehenda. *Lemery* junior confirmat & ampliat systema suum de coloribus præcipitati Mercurii, quod A. 1712 dedit. *Boulduc* examinat vim purgantem florum & foliorum persicorum. Si surculus persici fuerit insitus stemmati pruni, vis purgans major inest floribus, quam si insitus fuerit stemmati amygdalæ. Ratio manifesta: prunis enim aliqua competit vis purgandi, amygdalis nulla. Majorem tribuit efficaciam florum gemmis, quam floribus explicatis, & tincturam ope aquæ factam præfert alteri ope spiritus vini factæ. Tincturam facilius conservari observat succo expresso. Eandem efficaciam, si non majorem, foliis junioribus vindicat & præsens contra vermes infantum remedium in eorum tinctura agnoscit. *Polius* fermentationem salium alcalinorum cum alcalinis & acidorum cum acidis confirmavit. Sal Armoniacum, sal cornu cervi & alia alcalina volatilia fermentant cum sale Tartari. Idem paravit spiritum sulphuris concentratum, qui subito cum aqua efferbuit. *De la Hire* junior observavit, tectorium non alia re magis aquæ impenetrabile reddi, quam si ingrediantur ejus compositionem limatura ferri, acetum vini & sal. *Polius* genesin salis petræ tradere conatur & *Lemery* junior de phosphoris commentatur. Varia describit phosphororum genera methodo *Hombergiana* paranda.

Pag. 344.

Act. Erud. An. 1719. M. Aug. In *Botanicis* plantam describit *Reneaume*, quæ hactenus Botanicorum Gallorum industriam elusit, dubio procul quia reperti difficilis. Etenim dimidii pedis intervallo sub aquis depressam invenit, etiamsi fluvius esset admodum humilis. Nomen ipsi dedit spongiæ fluviatilis ramosæ, fragilis & piscem olentis. *Similiter* *Jussieu* duas describit *Gallii* species. Prima vocatur *Gallium saxatile, minimum, supinum* & *pumilum*; altera *Gallium saxatile, supinum, molliore folio*. Idem An. 1714 librum edidit, cui titulus: *Plantæ per Galliam, Hispaniam & Italiam observatæ, iconibus æneis exhibitæ a R. P. Jacobo Barreliero &c.* Autor libri fuit primum Medicus Facultatis Parisiensis, deinde Monachus Dominicanus. Ordo religiosus cum eum obligaret excurrere in Provincias Galliæ, *Hispaniæ* & Italiæ, occasione usus herbas collegit, æri incidi curavit & descriptiones Latinas addidit. Diem supremum obiit An. 1673 & paulo post chartæ ejus flamma ferali correptæ; tabulæ vero æneæ ætate detrimentum passæ. Cum *Jussieu* obtinuisset quædam exemplaria, quæ Autor, cum adhuc esset in vivis, donaverat amicis Botanicis, & inde occasionem nactus esset inquirendi in opus hoc Botanicum, eidem emendando, ordinando & supplendo triennium impendit.

Pag. 345. (margin, beside "vit & descriptiones Latinas addidit")

In *Geometricis* intersectiones curvarum expendit *Rollius*, per quas radices æquationum determinari solent. Exempli loco adducit æquationem septimi & aliam octavi gradus. Illam construit ope quadrantis circuli & curvæ septimi gradus; hanc ope quadrantis circuli & curvæ octavi gradus. Quadrans illam in septem, hanc in octo punctis secat. *Varignonius* regulam centrobarycam *Guldini* & insignem ejus a *Leibnitio* in his Actis A. 1695 pag. 168 factam promotionem demonstrat, ubi obiter novam promittit editionem ideæ novæ mechanicæ, quam olim publici juris fecit. Proponit etiam regulas generales inveniendi centra gravitatis in omni magnitudinum genere, & multa addit, quibus methodus centrobaryca promovetur. In Historia refert *Fontenellius*, quæ circa resistentiam medii tentaverit *Bomie*. Scilicet problema aliquod a *Newtono* per series infinitas solutum calculo *Leibnitiano* solvere aggressus, quo idem facilius & exactius solvi posse arbitratus. Problema tale est: posita resistentia medii in ratione duplicata celeritatum invenire densitatem medii in locis singulis requisitam, ut mobile curvam datam describat. *Saulmon* quadrare docet zonam circularem, quæ ad aream circuli appropinquare potest differentia quavis data minore, & methodum, qua utitur, generatim ad sectores & segmenta quævis extendit, tum etiam ope zonæ quadratæ segmentorum nonnullorum sphæricorum cubationem definit. Alias sphæræ portiones cubat *de Lagny*, quas pyrami-

ramidum & conorum sphæricorum nominibus compellat, ansa arrepta a cubatione conorum cylindricorum, quam eodem fere tempore, sed diversa ratione, dederunt *Pascalius*, *Lalouberius*, *Gregorius a S. Vincentio*, *Wallisius* & alii. Tandem *de la Hire* rationem pedis antiqui Romani ad pedem communem Parisinum definit, variis argumentis evincens; quod 11 Parisini digitos adæquet Romanus. Pedem vero Græcorum fuisse 11 $\frac{1}{2}$ digitorum Parisini simul probat. Addit etiam nonnulla de mensuris aliis. Monet præterea, si Romani mensuram exactam aliquot partium in ædificiis ipsorum præcipuis literis mandassent, citra difficultatem in notitiam pedis ipsorum perveniri datum fuisse. Quamobrem præsentis pedis Parisini magnitudinem ad posteros propagaturus, mensuram variarum partium in magnificis ædificiis Parisinis sub finem tractationis consignavit. Act. Erud. An. 1719. M. Aug. Pag. 346.

In *Astronomicis* maculam in fascia Jovis, postquam annis quinque latuerat, redeuntem observavit *Maraldus*, & cum disco Jovis inhæreat, inde motum vertiginis Jovis determinat 9 horarum & 56 primorum, quemadmodum ope ejusdem maculæ eundem ante definivit *Cassinus*. Macula hæc nunquam redit sine fascia, etsi fascia aliquoties redierit sine macula. Idem d. 12 Sept. 1713 maculam observavit in quarto satellite Jovis, quam disci dimidiam partem occupasse inde concludit, quod nonnisi dimidio tempore sub radiis Jovis delituerit, quam motus ejus ferebat. *Cassinus* methodum determinandi refractiones siderum declarat, duabus tantum per observationem datis. Fundatur in principio Dioptrico *Snellii*, quod sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti sit in ratione constante. Ut autem eodem in præsenti negotio uti possit, ex duabus refractionibus observatis altitudinem materiæ refractivæ primum in hypothesi propagationis luminis rectilineæ deducit 2000 hexapedarum Gallicarum. Sed cum ob diversam aeris densitatem radius per aerem transmissus sit curvilineus, in hypothesi densitatis in ratione numerorum naturalium 1, 2, 3 &c. crescentis figuram hanc esse arcum circuli concludit. Atque hinc supposita refractione horizontali 32′, 20″ altitudinem materiæ refractivæ fere triplam & sexquialteram prioris reperit. Cumque hac admissa altitudine gradui decimo conveniat refractio 5′. 24″ cui per observationem respondet refractio 5′. 28″; figuram radiorum circularem a veritate parum abesse infert. Non tamen diffitetur, quod subinde a Tabula, ex his fundamentis computata, hieme præsertim in vicinia horizontis observationes discesserint. Operam igitur dat, ut per complures observationes irregularitates ex diverso aeris statu oriundas in posterum ad regulam quandam revocet. Quæ de mutabi- Pag. 347.

Act.Erud. An. 1719. M. Aug. litate obliquitatis Eclipticæ ab *Eugenio de Louville* asserta in Historia refert *Fontenellius*, in his ipsis Actis ab ipso Autore uberius deducta Mense superiori leguntur. *Delisle* junior novum, quem excogitavit, describit modum ope lentis prægrandis & micrometri in foco applicati accuratius observandi tempus solstitii, quam hactenus ab Astronomis fieri potuit, aut per *Hallejanam* methodum datur, tantopere a *Gregorio* commendatum. Limbus nempe superior imaginis differentias altitudinum meridianarum Solis exhibet tanto magis sensibiles, quanto hæc imago fuerit major, ut hac ratione discerni possint, quæ Quadrantibus aut Gnomonibus ægre discernuntur. Theoria Satellitum Saturni ad exiguum perfectionis gradum hactenus deducta: id quod sane mirum videri non debet, cum difficillime observentur, duo enim interiores non distinguuntur nisi per telescopium 114 pedum. Hactenus creditum est, orbitas satellitum esse in plano annuli: sed præter omnem spem contrarium in Satellite quinto seu extimo observavit *Cassinus*, qui inclinationem orbitæ ad Eclipticam multo minorem deprehendit, quam annuli, nimirum nonnisi 15 vel ad summum 16 graduum. Atque hinc jure suspicatur, *orbitas quoque reliquorum Satellitum non esse in plano annuli constitutas, sed singulis potius peculiares esse ad Eclipticam inclinationes*: id quod successu temporis per observationes assidua industria continuatas erit determinandum. In macularum Solarium observationibus, quæ hoc anno comparuere, notatum habetur, quod, quæ a d. 21 Aug. A. 1714 usque ad d. 29 Aug. apparuit, a *Maralda* in hemisphærio septentrionali cum declinatione 15 circiter aut 16 gradum deprehensa fuerit, cum fere omnes, quæ intra 40 annorum intervallum comparuere, in hemisphærio meridionali observatæ sint. Quantum momenti situm sit in divisione instrumentorum astro-

Pag. 348. nomicorum, non fugit rerum astronomicarum peritos. Quoniam itaque in receptis divisionibus omnes errores evitari non posse rem accuratius trutinans observaverat *de Louville*, omnem ingenii aciem intendit, ut, quod humana industria obtinere posset, detegeret. Novam itaque Astronomis proponit instrumenta astronomica dividendi methodum, quam communi non modo faciliorem, sed etiam magis exactam prædicat. Pendet potissimum a micrometro, ad dioptras telescopicas Quadrantis astronomici applicato. Etsi hactenus in determinanda quantitate anni tropici observationes æquinoctiorum prætulerint observationibus solstitiorum Astronomi, de *Malezieu* tamen ostendit, observationes æquinoctiorum admodum lubricas esse, cum a pluribus pendeant elementis, quorum unumquodque errorem notabilem invehere potest. Ut igitur posteris liceret, quod præsenti ævo non conceditur,

tur, novum excogitavit modum solstitia observandi, ab iis incommodis liberum, quæ observationes æquinoctiorum premunt. Adjutore usus est *Maraldo*, cum quo specimen exhibuit in solstitio anni 1714 observando, ubi in Meridiano decem scrupulis secundis occidentaliori, quam meridianus observatorii regii, id accidisse notavit d. 21 Jun. h. 11 pom. 5′. 30″. Ostendit in observatione sua non potuisse committi errorem 12 scrupulis primis horariis majorem, quam præcisionem in observationibus æquinoctiorum non expectat. *Maraldi* ex collatione observationum eclipsium circumjovialium Lugdunensibus *Zumbachii* cum Parisiensibus differentiam Meridianorum Lugduni Batavorum & Lutetiæ Parisiorum temporariam eruit 8′. 56″, ita ut Lugdunum Batavorum sit orientalior Lutetia Parisiorum 2°. 14′. Ex ejusdem observationibus determinat altitudinem poli Lugdunensis 52°. 8′. 8″, quam *Zumbachius* facit 52°. 10′. Similiter ex observatione Eclipseos lunaris Upsaliensi differentiam horariam Meridianorum Upsaliensis & Parisiensis deducit 1 h. 10′. 14″, ut nempe sit Upsalia 17°. 33′. 30″ orientalior Observatorio regio. *De la Hire* ex observatione eclipseos lunaris, quæ mense Decembri A. 1713 accidit, *Limæ* in Peruvia habita, differentiam Meridianorum Limensis & Parisini orientalioris horariam determinat 5 h. 22′. Non tamen multum tribuere videtur observationi Limensi.

Act. Erud. An. 1719. M. Aug.

Pag. 349.

In *Geographicis* mensuras veterum geographicas examinat *Delisle*, & in earum quantitate determinanda hactenus aberrasse Geographos arbitratur. Vulgo milliare Romanorum idem esse putatur cum medio milliari Italico moderno, quod uni scrupulo primo peripheriæ Telluris respondet. Ast *Delisle* contendit, 75 milliaria Romana respondere gradui uni, non 60. Notatu dignum commemoratur, quod distantiæ itinerariæ veterum Romanorum cum observationibus astronomicis mirifice consentiant.

In *Mechanicis* refertur, *Hombergium* observasse, Siphones exiguæ diametri, veluti $\frac{1}{3}$ unius lineæ, etsi motus aquæ in vacuo sisteretur, aere tamen admisso, aquam rursus effudisse, immo si aqua ab aere liberaretur, antequam Sipho immitteretur, motum continuatum fuisse etiam in vacuo. *Varignonius* solvit problema staticum ipsi a Mathematico quodam Gallo propositum, de inveniendis quatuor potentiis, quæ quatuor funibus communi nodo junctis applicatæ secundum directiones datas inter se æquilibrantur. Tres distinguit casus, quorum unus est indeterminatus, secundus determinatus, tertius impossibilis. Primus est, quando quatuor funes sunt in eodem plano & ultra spatium semicirculare expansi; secundus, quando funes in diversis planis existentes ultra spatium hemisphæricum expanduntur; tertius

Act.Erud. An. 1719. M. Aug. litate obliquitatis Eclipticæ ab *Eugenio de Louville* asserta in Historia refert *Fontenellius*, in his ipsis Actis ab ipso Autore uberius deducta Mense superiori leguntur. *Delisle* junior novum, quem excogitavit, describit modum ope lentis prægrandis & micrometri in foco applicati accuratius observandi tempus solstitii, quam hactenus ab Astronomis fieri potuit, aut per *Hallejanam* methodum datur, tantopere a *Gregorio* commendatum. Limbus nempe superior imaginis differentias altitudinum meridianarum Solis exhibet tanto magis sensibiles, quanto hæc imago fuerit major, ut hac ratione discerni possint, quæ Quadrantibus aut Gnomonibus ægre discernuntur. Theoria Satellitum Saturni ad exiguum perfectionis gradum hactenus deducta: id quod sane mirum videri non debet, cum difficillime observentur, duo enim interiores non distinguuntur nisi per telescopium 114 pedum. Hactenus creditum est, orbitas satellitum esse in plano annuli: sed præter omnem spem contrarium in Satellite quinto seu extimo observavit *Cassinus*, qui inclinationem orbitæ ad Eclipticam multo minorem deprehendit, quam annuli, nimirum nonnisi 15 vel ad summum 16 graduum. Atque hinc jure suspicatur, *orbitas quoque reliquorum Satellitum* non esse in plano annuli *constitutas, sed singulis* potius peculiares esse ad Eclipticam *inclinationes*: id quod successu temporis per observationes assidua industria continuatas erit determinandum. In macularum Solarium observationibus, quæ hoc anno comparuere, notatum habetur, quod, quæ a d. 21 Aug. A. 1714 usque ad d. 29 Aug. apparuit, a *Maralda* in hemisphærio septentrionali cum declinatione 15 circiter aut 16 gradum deprehensa fuerit, cum fere omnes, quæ intra 40 annorum intervallum comparuere, in hemisphærio meridionali observatæ sint. Quantum momenti situm sit in divisione instrumentorum astro-

Pag. 348. nomicorum, non fugit rerum astronomicarum peritos. Quoniam itaque in receptis divisionibus omnes errores evitari non posse rem accuratius trutinans observaverat *de Louville*, omnem ingenii aciem intendit, ut, quod humana industria obtinere posset, detegeret. Novam itaque Astronomis proponit instrumenta astronomica dividendi methodum, quam communi non modo faciliorem, sed etiam magis exactam prædicat. Pendet potissimum a micrometro, ad dioptras telescopicas Quadrantis astronomici applicato. Etsi hactenus in determinanda quantitate anni tropici observationes æquinoctiorum prætulerint observationibus solstitiorum Astronomi, de *Malezieu* tamen ostendit, observationes æquinoctiorum admodum lubricas esse, cum a pluribus pendeant elementis, quorum unumquodque errorem notabilem invehere potest. Ut igitur posteris liceret, quod præsenti ævo non conceditur,

tur, novum excogitavit modum solstitia observandi, ab iis incommodis liberum, quæ observationes æquinoctiorum premunt. Adjutore usus est *Maraldo*, cum quo specimen exhibuit in solstitio anni 1714 observando, ubi in Meridiano decem scrupulis secundis occidentaliori, quam meridianus observatorii regii, id accidisse notavit d. 21 Jun. h. 11 pom. 5'. 30". Ostendit in observatione sua non potuisse committi errorem 12 scrupulis primis horariis majorem, quam præcisionem in observationibus æquinoctiorum non expectat. *Maraldi* ex collatione observationum eclipsium circumjovialium Lugdunensibus *Zumbachii* cum Parisiensibus differentiam Meridianorum Lugduni Batavorum & Lutetiæ Parisiorum temporariam eruit 8'. 56", ita ut Lugdunum Batavorum sit orientalior Lutetia Parisiorum 2°. 14'. Ex ejusdem observationibus determinat altitudinem poli Lugdunensis 52°. 8'. 8", quam *Zumbachius* facit 52°. 10'. Similiter ex observatione Eclipseos lunaris Upsaliensi differentiam horariam Meridianorum Upsaliensis & Parisiensis deducit 1 h. 10'. 14", ut nempe sit Upsalia 17°. 33'. 30" orientalior Observatorio regio. *De la Hire* ex observatione eclipseos lunaris, quæ mense Decembri A. 1713 accidit, *Limæ* in Peruvia habita, differentiam Meridianorum Limensis & Parisini orientalioris horariam determinat 5 h. 22'. Non tamen multum tribuere videtur observationi Limensi.

Act. Erud. An. 1719. M. Aug.

Pag. 349.

In *Geographicis* mensuras veterum geographicas examinat *Delisle*, & in earum quantitate determinanda hactenus aberrasse Geographos arbitratur. Vulgo milliare Romanorum idem esse putatur cum medio milliari Italico moderno, quod uni scrupulo primo peripheriæ Telluris respondet. Ast *Delisle* contendit, 75 milliaria Romana respondere gradui uni, non 60. Notatu dignum commemoratur, quod distantiæ itinerariæ veterum Romanorum cum observationibus astronomicis mirifice consentiant.

In *Mechanicis* refertur, *Hombergium* observasse, Siphones exiguæ diametri, veluti $\frac{1}{3}$ unius lineæ, etsi motus aquæ in vacuo sisteretur, aere tamen admisso, aquam rursus effudisse, immo si aqua ab aere liberaretur, antequam Sipho immitteretur, motum continuatum fuisse etiam in vacuo. *Varignonius* solvit problema staticum ipsi a Mathematico quodam Gallo propositum, de inveniendis quatuor potentiis, quæ quatuor funibus communi nodo junctis applicatæ secundum directiones datas inter se æquilibrantur. Tres distinguit casus, quorum unus est indeterminatus, secundus determinatus, tertius impossibilis. Primus est, quando quatuor funes sunt in eodem plano & ultra spatium semicirculare expansi; secundus, quando funes in diversis planis existentes ultra spatium hemisphæricum expanduntur; tertius

Act.Erud. An. 1719. M. Aug. denique, quando neutrum horum obtinet. Ostendit præterea, si funes duo vel tres fuerint, casus omnes esse vel determinatos, vel impossibiles; si vero plures, quam quatuor, omnes esse vel indeterminatos, vel impossibiles. Utitur in demonstrando compositione motuum, qua alias eodem prorsus modo usus est in Tentamine novæ Mechanicæ. Referuntur quoque a *Fontenellio*, quæ de maxima perfectione machinarum ab animantibus motarum meditatus *Parentius*. Novam theoriam de centro oscillationis proponit *Bernoullius*, quæ cum totidem verbis legatur in Actis An. 1714 pag. 249, non habemus, quæ de ea commemoremus. *Saulmon* meditationes suas de motu solidorum in vortice fluido

Pag. 350. continuat, quas in Commentariis An. 1712 publici juris facere cœpit. *De la Hire* cum filio suo repetiit experimenta de resistentia aeris in descensu corporum, quæ olim fecerat cum *Mariotto*, & hic sub finem Tractatus de percussione publicaverat. Cum de theoria Manuariæ nauticæ *Bernoulliana* jam egerimus in Actis

Edit. Act. An. 1714 p. 272; *Fontenellius* vero in sola operis recensione acquiescat, nec judicium Academiæ, quod in præfatione tantopere efflagitaverat *Bernoullius*, superaddat; nec hic habemus, quæ

Tab. II. Fig. 1. 2. 3. & 4. commemoremus. Quin potius colophonis loco machinam, qua ad observandos Satellites Saturni utitur *Cassinus*, repræsentamus, cujus ratio ex Schemate haud difficulter innotescit.

Obiit A. 1714. *Martinus Polius*, Italus, ex honesta familia d. 21 Jun. A. 1662 ortus. Invito parente, ad Chymiam animum appulit, & ideo sumptus suppeditante avunculo, Romam abiit: ubi mox novis operationibus inventis famam sibi paravit. A. 1691 obtinuit facultatem Laboratorium Publicum erigendi Romæ, quod A. 1700 privilegiis Pharmacopolii augebatur. Excurrit aliquoties per Italiam Chymicorum visendorum gratia, & A. 1702 in Galliam adveniens Regi secretum militare a se inventum obtulit: quod cum Rex noxium judicaret generi humano, etsi sibi in bello tum flagrante proficuum, ut supprimeretur & una viri industria compensaretur, stipendio ac titulo Architecti militaris & Socii supernumerarii Academiæ Regiæ Scientiarum (quod tunc locus non vacaret) eum auxit. An. 1704 in Italiam reversus, & A. 1706 ingens opus sub titulo *Il Trionfo de gli Acidi* edidit, Regi Benefactori inscriptum. Contendit in eo, acida perperam accusari a Medicis, cum non morborum causa sint, sed in remediis principem quendam locum sibi vindicent. Necessaria sunt acida ad digestionem in ventriculo, judice *Polio*, nequaquam tamen in massam sanguinis transeunt, sed cum fæcibus alvi deponuntur, cum in nulla sanguinis analysi vel guttam acidi deprehendere potuerit. Monet tamen *Fontenellius*, acidi quandam partem in

san-

sanguine deprehendisse *Hombergium*, cum ejus analysi vacaret. Omnium Sectatorum Philosophiæ corpuscularis adversarium acerrimum egit: quod in Italia mirum haudquaquam videri debere observat *Fontenellius*, cum in Italia Philosophia vetus dominetur, propterea quod vetus existat, novaque displiceant, quia nova; quemadmodum hodie in Anglia nova non admittantur, nisi ibidem fuerint in lucem protracta. An. 1708 Pontifex maximus munus Architecti militaris primarii contra Cæsarem eidem demandavit. A. 1713 in Galliam rediit, & locum in Academia occupavit, A. 1703 a *Viviano* ipsi relictum. An. 1714 stipendium ei a Rege ultra dimidium auctum, quare jussu superiori uxorem & liberos advocavit. Qui cum Roma relicta, & suppellectile omni divendita, d. 28 Julii Parisios venissent, maritum & parentem jamjam agonizantem repererunt, nec loqui amplius valentem.

Act. Erud. An. 1719. M. Aug. Pag. 351.

JOH. HERMANNI

SOLUTIO DUORUM PROBLEMATUM,

quorum alterum Integrale ex data quadam formula differentiali per areas circulares & Hyperbolicas exhibendum postulat; alterum vero Curvam projectorum in medio resistenti construendam proponit.

Accedunt duo nova Problemata Geometris vicissim proposita.

I. PRimum problema, quod Calculum Integralem respicit, Autorem habet Cel. Taylorum, Geometram Anglum peritissimum, qui per Ill. Montmortium, Mathematicum itidem florentissimum, Geometris illud proponi curavit. Ipsissima D. Montmortii verba ex literis ad me suis die 21 Jan. datis latine reddita ita habent: Ecce Problema quod D. Taylor vicissim Geometris proponit: „ Invenire per quadraturam Circuli aut Hyperbolæ „ fluentem quantitatis $\frac{z^{\lambda^{\delta}_{n-1}} dz}{e+fz^{n}+gz^{2n}}$, ubi e, f, g sunt quantita- „ tes constantes, z variabilis, δ quilibet numerus integer affirmati-

Act.Erud. An. 1719. M. Aug. Pag. 352. „ mativus vel negativus, & λ numerus quilibet hujus progref„ sionis 2, 4, 8, 16, 32, 64, &c. Dn. Taylor addit, hoc ipsis „ (Geometris) problema propono, *to do without any limitation* „ *by impossible roots;* hoc plusquam uno modo præstari potest, „ tametsi Dn. Leibnitius in Actis Eruditorum 1702. pag. 70 „ & 71 contrarium demonstrare susceperit circa casum $\frac{dx}{x^4+a^4}$ „ qui est simplicissimus post hunc $\frac{dx}{xx+aa}$ qui est fluxio ar„ cus circularis. Idem effici potest cum hac quantitate differen„ tiali $z^{\frac{\delta}{\lambda}n-1} dz : e+fz^n+gz^{2n}+hz^{3n}$, cujus denominator est „ quadrinomium, sed peto duntaxat solutionem alterius."

II. Hucusque Dn. Montmortius ad mentem Dn. Taylor. Etsi vero problema istud intactum præterire potuissem, quod non mihi, sed iis tantum qui jam prius aliquod problema solvendum proposuissent, *vicissim* offerri videatur, in honorem tamen Dn. Proponentis & quia problema ipsum in calculo integrali alicujus momenti est, post acceptas Montmortianas *literas*, *quibus* problema continebatur, illico promisi, *quamprimum* alia mea negotia id permissura essent, in solutionem ejus me serio inquisiturum esse. Paulo post pauxillum otii nactus fidem liberavi, literisque meis d. 20 Martii datis meam solutionem Dn. *Montmortio* misi. Hanc nunc publici juris facere volui, ex quo certior sum factus quod Cel. Joh. *Bernoulli* suam ejus problematis solutionem nuperrime ad Acta Eruditorum miserit.

III. In numeratore fractionis propositæ id primum efficiendum, ut exponens fractus primum disparet, *quod fiet si faciamus* $z^n = x^\lambda$, vel $z = x^{\lambda:n}$, hoc enim valore ipsius z, ejusque elementi in formula integranda substituto, prodit

$$\frac{z^{\frac{\delta}{\lambda}n-1} dz}{e+fz^n+gz^{2n}} = \frac{\frac{\lambda}{n} x^{\delta-1} dx}{e+fz^\lambda+gx^{2\lambda}},$$ vocemus hanc dy.

Pag. 353. Ut vero formula dy ad elementa circularia vel hyperbolica reduci possit, ejus denominator $e+fx^\lambda+gx^{2\lambda}$ in suos divisores primitivos reales resolvi debet. Per hos divisores *primitivos* intelligo eos, qui in alios & simpliciores resolvi non possunt, quin in quantitates imaginarias & impossibiles incidamus. In præsenti problemate divisores primitivi denominatoris formulæ datæ sunt trinomia.

nomiales hujus formæ $xx \pm mx + n$, ubi m & n sunt quantitates constantes, nam divisores binomiales $x \pm m$ inveniri non possunt, quin plerumque quantitas in iis data m fiat imaginaria. Itaque ante omnia indicandus est modus, quo divisores illi primitivi inveniri possint. Act. Erud. An. 1719. M. Aug.

IV. Pro facilitandis expressionibus loco denominatoris $e + fx^{\lambda} + gx^{2\lambda}$ sumam istud trinomium $aa + 2nax^{\lambda} + x^{2\lambda}$, quod facile ad eundem reduci potest. In hoc vero trinomio n simplicem numerum designat integrum aut fractum, vel pro re nata etiam numerum surdum. Hic numerus n unitatem superat, aut ab eadem deficit, atque hinc oriuntur duo diversi casus; nam I°. Si n unitatem excedit, dispescitur trinomium $x^{2\lambda} + 2nax^{\lambda} + aa$, in hæc duo binomia $x^{\lambda} + na + a\sqrt{(nn-1)}$ & $x^{\lambda} + na - a\sqrt{(nn-1)}$; nam si numerus $n + \sqrt{(nn-1)}$ vocetur p, & numerus $n - \sqrt{(nn-1)}$, q; duo binomia $x^{\lambda} + pa$, & $x^{\lambda} + qa$, in se mutuo ducta producunt trinomium propositum $x^{2\lambda} + 2nax^{\lambda} + aa$.

Quare opus est, ut utrumque ex hisce divisoribus $x^{\lambda} + pa$, & $x^{\lambda} + qa$ (quippe qui nondum sunt primitivi, nisi in casu quo $\lambda = 2$) in alios, hi alii in novos, novos istos in simpliciores atque ita deinceps, resolvamus, usque dum ad simplicissimos seu primitivos pervenerimus, in quibus x ubi plurimas dimensiones habet, ad plures quam duas non ascendit. Hoc autem ita fit: ponendum nempe est $x^{\frac{1}{2}\lambda} + ba^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda} + a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}$ & $x^{\frac{1}{2}\lambda} - ba^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda} + a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}$, & hæc duo trinomia inter se multiplicata producunt $x^{\lambda} + (2-bb) a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}\lambda} + ap$, quare si medii termini coefficientem evanescere faciam ponendo $b = \sqrt{2}$, oritur $x^{\lambda} + ap$, ergo hujus binomii divisores sunt $x^{\frac{1}{2}\lambda} + a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda}\sqrt{2} + a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}$ & $x^{\frac{1}{2}\lambda} - a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda}\sqrt{2} + a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}$. Et si $\frac{1}{2}\lambda$ non sit 2, hi duo divisores nondum sunt primitivi atque adeo in simpliciores resolvendi, ponendo pro duobus prioris divisoribus $x^{\frac{1}{4}\lambda} + ba^{\frac{1}{8}}p^{\frac{1}{8}}x^{\frac{1}{8}\lambda} + a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}$, & $x^{\frac{1}{4}\lambda} - ba^{\frac{1}{8}}p^{\frac{1}{8}}x^{\frac{1}{8}\lambda} + a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}$, ex horum enim ductu nascitur $x^{\frac{1}{2}\lambda} + (2-bb) a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}\lambda} + a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}$, adeoque si coefficiens medii termini $2 - bb$ fiat $= \sqrt{2}$, seu $b = \sqrt{(2-\sqrt{2})}$: erunt $x^{\frac{1}{4}\lambda} + a^{\frac{1}{8}}p^{\frac{1}{8}}x^{\frac{1}{8}\lambda}\sqrt{(2-\sqrt{2})}, + a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}$, & $x^{\frac{1}{4}\lambda} - a^{\frac{1}{8}}p^{\frac{1}{8}}x^{\frac{1}{8}\lambda}\sqrt{(2-\sqrt{2})}, + a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}$. Sin Pag. 354.

vero

Act. Erud. An. 1719. M. Aug. vero coefficientem $2-bb$ faciamus $-\sqrt{2}$; quia in altero divisore $x^{\frac{1}{2}\lambda} - a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda}\sqrt{2}, + a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}$ medius terminus habet signum $-$, inveniemus $b = \sqrt{(2+\sqrt{2})}$ atque adeo ejus divisores $x^{\frac{1}{4}\lambda} + a^{\frac{1}{8}}p^{\frac{1}{8}}x^{\frac{1}{8}\lambda}\sqrt{(2+\sqrt{2})}, + a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}$, & $x^{\frac{1}{4}\lambda} - a^{\frac{1}{8}}p^{\frac{1}{8}}x^{\frac{1}{8}\lambda}\sqrt{(2+\sqrt{2})} + a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}$. Ex hisce jam sufficienter constat, quemadmodum ulterius sit progrediendum si ultimo inventa trinomia nondum sint divisores primitivi quantitatis propositæ, & quod idem sit processus cum altero binomio $x^{\lambda} + qa$.

II°. Si in trinomio $x^{2\lambda} + 2nax^{\lambda} + aa$ numerus n est *infra* unitatem, trinomium non potest primum in duo binomia, ut ante, resolvi, sed primum divisorum par statim dat duo trinomia $x^{\lambda} + ba^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}\lambda} + a, x^{\lambda} - ba^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}\lambda} + a$, hæc enim in se mutuo ducta iterum præbent $x^{2\lambda} + (2-bb)\,ax^{\lambda} + aa$, quare si faciamus $2-bb = 2n$, atque adeo $b = \sqrt{(2-2n)}$, duo primi divisores emergent $x^{\lambda} + a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}\lambda}\sqrt{(2-2n)} + a$, & $x^{\lambda} - a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}\lambda}\sqrt{(2-2n)} + a$, ex hisce duobus eodem, quo ante, artificio reliqui divisores atque ex iis primitivi elicientur. Pro utroque casu quo n major & minor est unitate, amplam divisorum tabulam D. *Montmortio* transmisi, quam tamen, quia artificium eam construendi hoc loco sufficienter descripsi, huc transcribere nil attinet. Hoc itaque unum nunc annotasse contentus ero, quod numerus divisorum primitivorum trinomii $x^{2\lambda} + 2nax^{\lambda} + 2aa$, semper *futurus* sit tantus, quot unitates numerus λ continet.

Pag. 355.

V. Quod si divisores primitivi ex hoc quadrinomio $x^{3\lambda} + max^{2\lambda} + naax^{\lambda} + a3$ inveniendi sint, discerpi primum potest in factores $x^{\lambda} + ba$; $x^{\lambda} + ca$, & $x^{\lambda} + ea$ in quibus quantitates constantes b, c, e, dantur per hanc æquationem cubicam $p3 - mpp + np - 1 = 0$, aut si ea nil nisi radices imaginarias continet, aut saltem valores impossibiles alicui ex tribus b, c, e assignat, etiamsi tertiæ valor realis sit, idem quadrinomium dispesci poterit in trinomium $x^{2\lambda} + pax^{\lambda} + qaa$, & binomium $x^{\lambda} + ra$, quæ in se mutuo ducta producent quadrinomium, quod cum dato comparatum dabit coefficientes p, q, r; ex hoc trinomio & binomio deinceps reliqui divisores, & ex iis denique primitivi inveniri poterunt sequendo præ-

præcedentium vestigia. Nihil ergo amplius restat, quam ut solutionem ipsam tradamus. Act. Erud. An. 1719. M. Aug.

VI. Trinomii $x^{2\lambda} + 2nax^{\lambda} + aa$, divisores primitivi per §§. IV & V inventi dicantur breviter A, B, C &c. eritque adeo $x^{2\lambda} + 2nax^{\lambda} + aa = A. B. C.$ &c. & dividendo utramque partem per $(x^{\lambda} + na)^2$, fiet $\frac{x^{2\lambda} + 2nax^{\lambda} + aa}{(x^{\lambda} + na)^2} = \frac{A. B. C. \&c.}{(x^{\lambda} + na)^2}$.

Hujus æquationis elementa logarithmica dabunt $\frac{2\lambda x^{2\lambda - 1} dx}{x^{2\lambda} + 2nax^{\lambda}}$ $\frac{+ 2\lambda nax^{\lambda - 1} dx}{+ aa} - \frac{2\lambda x^{\lambda - 1} dx}{x^{\lambda} + na}$ (sed reducendo has duas fractiones sub idem nomen, & vocando post hanc reductionem binomium $x^{\lambda} + na$ in denominatote $=$ R ad abbreviandum)

$$= \frac{2\lambda. (nn - 1) aax^{\lambda - 1} dx}{R. (x^{2\lambda} + 2nax^{\lambda} aa} = \frac{dA}{A} + \frac{dB}{B} + \frac{dC}{C} - \frac{2\lambda x^{\lambda - 1} dx}{R}.$$ Pag. 356.

Multiplicetur utraque pars æquationis per $Rx^{\delta - \lambda}$, invenieturque

$$\frac{2\lambda. (nn - 1) aax^{\delta - 1} dx}{x^{2\lambda} + 2nax^{\lambda} + aa} = \frac{Rx^{\delta - \lambda} dA}{A} + \frac{Rx^{\delta - \lambda} dB}{B} + \frac{Rx^{\delta - \lambda} dC}{C}$$
$$- 2\lambda x^{\delta - 1} dx.$$

Jam quia δ & λ sunt numeri integri, & A, B, C &c. trinomia primitiva, manifestum est singula membra æquationis ad dextram posita excepto ultimo $- 2\lambda x^{\delta - 1} dx$ reducibilia esse sub hanc formam $dM + \frac{\alpha dN}{N} + \frac{\beta dx}{N}$, ubi dM est quantitas data per x & dx absolute integrabilis, N quodlibet ex trinomiis A, B, C, &c. α & β sunt quantitates constantes ex resolutione membrorum $\frac{Rx^{\delta - \lambda} dA}{A}$, $\frac{Rx^{\delta - \lambda} dB}{B}$, $\frac{Rx^{\delta - \lambda} dC}{C}$, &c. ortæ; sed ut ea quæ singulis hisce membris nascuntur a se invicem melius distinguantur, $dM1$, $\alpha 1$, $\beta 1$, designabunt eas, quæ ex primo membro derivantur, $dM2$, $\alpha 2$, $\beta 2$, eas quæ ex secundo, & sic $dM3$, $\alpha 3$, $\beta 3$, eas quæ ex tertio, atque ita deinceps. Quare si arcus circulares, quorum tangentes sunt $\sqrt{A}$, $\sqrt{B}$, $\sqrt{C}$ &c. dicantur K, P, Q, &c. eorum radii k, p, q &c. quod dico

Act. Erud. An. 1719.

$$2\lambda.(nn-1)aa\int\frac{x^{\delta-1}dx}{x^{2\lambda}+2nax^{\lambda}+aa}=\left\{\begin{array}{l}M1+M2+M3+\&c.-\frac{2\lambda}{\delta}x^{\delta}\\ \alpha 1\,Log.A+\alpha 2\,Log.B+\alpha 3\,Log.C\ \&c.\\ \frac{\beta 1K}{kk}+\frac{\beta 2P}{pp}+\frac{\beta 3Q}{qq}+\&c.\end{array}\right\}$$

Jam si fiant $a=e:\surd(eg)$, & $n=f:2\surd(eg)$; fractio $x^{\delta-1}dx:x^{2\lambda}+2nax^{\lambda}+aa$, mutabitur in formulam $gx^{\delta-1}dx:gx^{2\lambda}+fx^{\lambda}+e$; quare ex invento integrali facile deducetur fluens formulæ Taylorianæ.

Pag. 357. VII. Quod si nunc integrale seu fluens hujus æquationis $dy=x^{\delta-1}dx:a^3+naax^{\lambda}+max^{2\lambda}+x^{3\lambda}$ invenienda sit, ea per quadraturam Circuli & Hyperbolæ etiam dari potest, nam si divisores primitivi denominatoris sint iterum A, B, C &c. æquatio ista similiter deducetur ad sequentem $\phi\lambda a^4 dy=\frac{Rx^{\delta-\lambda}dA}{A}+\frac{Rx^{\delta-\lambda}dB}{B}+\frac{Rx^{\delta-\lambda}dC}{C}$ $+\&c.+\theta ax^{\delta-1}dx-\psi x^{\delta-1+\lambda}dx$, existente $R-x^{2\lambda}+\beta ax^{\lambda}+\gamma aa$, ubi $\phi,\theta,\psi,\beta,\gamma$ &c. sunt quantitates constantes. Quod autem singula membra æquationis ad dextram, *exceptis duobus* ultimis, ad elementa circularia & Logar*ithmica* reduci possint, *constat* ex præcedenti §. quod autem fractio ipsa proposita facile ad alteram D. *Taylorii* reduci possit $z^{\frac{\delta}{\lambda}n-1}dz:e+fz^{n}+gz^{2n}+bz^{3n}$ ostensu facillimum; fiant enim $z=x^{\lambda:n}$, item $a=e:\sqrt[3]{eeb}$; $n=f:\sqrt[3]{eeb}$, & $m=g:\sqrt[3]{eebb}$, & altera in alteram transformabitur.

VIII. Sed illustranda est uno alterove exemplo generalis *nostra* solutio. Sit æquatio $g\,v\,dy=2bdx:x^4+2naxx+aa$. Quæritur ejus constructio per quadraturam Circuli & Hyperbolæ.

Tab. II. Fig. 5. *Constru*ct. Fig. 5 Radio $CA=\surd(\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}na)$ descripto Circulo CBD quem indefinita EF tangat in quolibet puncto A, in hac tangente sumatur portio $AO=\surd(\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}na)$ ac per punctum O agatur parallela rectæ CA in qua abscindendum $OL=\frac{a+na\surd(a+na)}{(2a-2na)\surd 8}$, quo facto inter asymptotas EA, AI ducatur per punctum L Hyperbola LMN. In tangente vero Circuli sumantur sursum & deorsum segmenta æqualia $OE=OF=x$, junganturque CE, CF, hisce deinceps in Asymptota AQ fiant æquales AG & AI respective, erigantur in G & I normales GH & IK ad AQ hyperbolę occurrentes in punctis H & K, hisce factis dico fore $y=\left(\frac{\text{Sectori BCDA},+\text{KIGA}}{\overline{CA}^3}\right).\frac{K}{va}$

Eadem

Eadem constructione posita, erit $y = \left(\frac{\text{Sect. BCDA}, -\text{KIGA}}{\overline{CA}^3}\right) \cdot \frac{k}{n}$, Act Erud. An. 1719. M. Aug. Pag. 358.
æquatione differentiali existente $gn\,dy = 2kxxdx : x^4 + 2naxx + aa$. Si jam in utraque formula fiant $x = z^{\frac{1}{2}n}$, $a = e : \sqrt{eg}$, & $n = f : 2\sqrt{eg}$. prior mutabitur in $dy = kz^{\frac{1}{2}n - 1} dz : e + fz^n + gz^{2n}$, altera vero in $dy = kz^{\frac{2}{3}n - 1} dz : e + fz^n + gz^{2n}$ quæ duæ nonnisi in coefficiente k differunt a duabus formulis, quas habet Cel. Newtonus in Tractatu suo de Quadraturis Curvarum p. 34 sub forma sexta, in quibus coefficiens ipsi est d. Utriusque formulæ integrale seu fluentem exhibuit per quadraturam Circuli, sed in casu tantum faciliore, quo f superat $2\sqrt{eg}$. Sed de altero eoque difficiliore, quo $2\sqrt{eg}$ superat f; seu n nobis est infra unitatem, nihil habet: hunc propterea casum in utraque formula solutum dare volui.

Quodsi f vel $n = 0$, & in nostris formulis pro a, scribatur aa, ad complenda homogenea, factisque $n - g = b = 1$, erit $dy = dx : x^4 + a^4$, cujus integrale ergo per præcedentem constructionem jam constat pendere non quidem a sola Circuli, nec a sola Hyperbolæ quadratura, sed ab utraque simul, & hoc id ipsum est in quod Cel. *Leibnitius* inquiri optaverat in loco ex Actis Erud. 1702 supra citato. Adhuc multa dici possent super hoc ipsum Problema, sed tempus vetat, quo minus plura addam, quare transeo ad sequens Problema.

IX. *Construere curvam, concessis figurarum curvilinearum quadraturis, quam grave quoddam secundum quamlibet directionem projectum describet in medio resistenti secundum quamlibet multiplicatam rationem celeritatum actualium mobilis, in suppositione quod gravitas uniformis sit, & directionibus inter se parallelis ad horizontem tendat.*

Quia Cl. Keilius hoc problema, sed in sola resistentiarum medii quadratis celeritatum proportionalium hypothesi, soli Cel. Joh. Bernoulli proposuit; ab eodem itidem abstinere potuissem. Cum tamen in Phoronomia hoc ipsum Problema in hypothesi Pag. 359. Dn. Keilii pro jactu horizontali jam solutum dederint, neque adeo multum operæ requisiverit id cum Cel. Bernoulli (qui suam solutionem jam Lipsiam misit, etsi nondum mihi constet an jam impressa sit) generaliter solvere, non abs re fore duxi, si solutioni præcedentis Problematis Tayloriani meam solutionem vel constructionem præsentis Problematis ut illud acutiss. Bernoullius sibi solvendum proposuit, & solvisse dicitur, adderem. Supponam ergo quod resistentiæ sint ut u^{2n}, si u velocitates actuales mobilis, & n quemlibet numerum designent.

Act. Erud. An. 1719. M. Aug. Tab. II. Fig. 6. In Fig. 6 sit AC linea horizontalis, A*a* directio jactus, seu recta secundum quam missile projicitur ea velocitate, quam corpus grave motu naturaliter accelerato acquirere potest *in vacuo* cadendo ex altitudine verticali MA. Super linea indefinita *IL* erigatur normalis FGX, & circa axem GF ac centro G descripta sit Hyperbola æquilatera *ibgkl*, per cujus verticem *g* ducatur gI, quæ cum *g*G angulum faciat G*g*I = angulo *a*AC, & per punctum I, indefinita OIU parallela ad G*g*, Hyperbolæ occurrens in *i*. Circa hanc OI descripta sit Parabola I$\beta\alpha$, cujus parameter = I*i*, abscissæ vero Iδ, I(I) sit ut potestates $(\beta\delta)^{2n-1}$, $(\alpha i)^{2n-1}$ respectivarum applicatarum $\beta\delta$, αi. Productis deinde singulis hyperbolæ ordinatis *il*, *bk* &c. usque ad occursum cum parabola in α & β, & ductis per ea hyperbolæ puncta per quæ hæ ordinatæ ad axem GF transeunt, rectis indefinitis *i*U, *bw*, *gx*, *ky*, *lz* &c. fiant in I*i* & *l*L, segmenta æqualia I*i*, & L*l*2 = αI, in æqualibus *b*H & *k*K segmenta H*b*2, & K*k*2 = respectivæ ordinatæ $\delta\beta$ in Parabola, & nascetur inde curva *i*2*g*2*l*2 quam Hyperbolæ *vicariam* nominare liceat, factaque in I*i* parte IO = 2MA vel duplo illius lineæ per quam cadens grave celeritatem *in vacuo* acquirit æqualem illi cum qua in medio *resistenti* secundum directionem A*a* projicitur mobile. Sit porro GF media proportionalis inter OI & *g*G, & per quodlibet punctum U in linea OI deorsum producta ducatur UZ parallela ad IL fiantque W*w*

$$= \frac{Ii2b2H}{Gg},\ Xx = \frac{Ii2b2g2G}{Gg},\ \text{sic } Yy = \frac{Ii2b2g2kK}{Gg},$$ atque ita deinceps; in IU vero sumatur IP, quæ sit ad G*g* in duplicata ratione GH ad I*i*. Fiat deinde HQ : IP :: $(IU)^{1:n}$: $(Hw)^{1:n}$, & GR : IP :: $(IU)^{1:n}$: $(Gx)^{1:n}$, & sic reliquæ ordinatæ *KS*, *LT* sint in reciproca ratione radicis *n* ex respectivis ordinatis K*y*, L*z* curvæ U*xz*, orietur inde nova curva PQRS, a cujus quadratura pendet constructio lineæ ABC, quam projectile in medio resistenti describet. Pag. 360.

Fiant enim $Ad = \frac{IPQH}{Gg}$, $Ab = \frac{IPRG}{Gg}$; $Ae = \frac{IPRSK}{Gg}$, & in *d*, *b* erigantur normales *dm*, *ba* ad AC, quæ rectæ A*a*, occurrant in *m* & *a*; ac si puncta *r*, *s*, & *t*, sint ea, in quæ perpendiculares ex centris gravitatis arearum IPQH, IPQRG, & GRSK in IL demissæ incidunt, faciendum est in linea *md* segmentum D*d* quod sit ad totam *md* :: *r*G : IG & in linea *ab* segmentum *b*B quod sit ad totam *ab* :: *s*G : IG, eruntque puncta D, B in parte curvæ ADB ascensu descriptæ. Per supremum ejus punctum B agantur Bθ parallela A*a*, & Bω æquidistans AC, & linea *e*E perpendicularis ad AC linea Bθ occurrat in φ, ipsi Bω vero in ϵ, fiantque ϵE : $\varphi\epsilon$

:: G*t* :

t: Gt : IG eritque punctum E in parte BEC curvæ quæsitæ descensu descriptæ. Q. E. F. Multa ex allata constructione deduci possunt, sed brevitatis gratia pauca tantum annotabo. Act. Erud. An. 1719. M. Aug.

1. Quod ductis gH, gK anguli GgH & GgK sint æquales illis, quos tangentes curvæ ABC in punctis D, E cum horizontali AC formant.

2. Radius osculi in puncto curvæ D erit ad ordinatam respectivam HQ in triplicata ratione ipsius bH ad gG in Hyperbola *igl*. Adeoque radius concavitatis curvæ projectilis in supremo puncto B erit $=$ GR.

3. Si IU fiat infinita, resistentia medii fiet infinite parva seu nulla, quare mutabitur tunc curva PQR in lineam rectam ipsi IL parallelam, & constructio præcedens producet tunc pro curva ABC eam ipsam *Parabolam*, quam missile secundum Aa & cum supra assignata velocitate projectum in vacuo describere *Galilæus* aliique demonstrarunt.

4. Si $n=1$, curva $i2g2l2$ congruet cum hyperbola *igl*, quare si dicantur insuper $Gg=1$, $GR=1:m$, erit $Kk=\surd(1+mm):m$ & elementum $GK=-dm:mm$, quare duplum elementi areæ $GgkK=-2dm\surd(1+mm):m^3$, quare si dupla area data quantitate aucta dicatur Q, erit $Q=\int-2dm\surd(1+mm):m=Ky$; hinc si rectangulum $xGR=1$, erit $KS=1:Q$, ergo elementum areæ GRSK $=-dm:mmQ$ adeoque area ipsa GRSK, cui (propter $Gg=1$) abscissa Ad æqualis $=\int-dm:mmQ$. Ipsa vero $Bb-Ee=$ GRSK. $Gt=\int-dm:m^3Q$, nam solidi GRSK. Gt elementum est $-dm:m^3Q$, ergo $Ee=Bb+\int dm:m^3Q$, quæ omnia consona sunt cum determinationibus in Phoron. p.354. §.617 datis, nisi quod ibi lapsu vel Typothetæ aut calami positum sit $x=\int dm:mmQ$, pro $x=\int-dm:mmQ$. Pag. 361.

X. Postremo cum ab Eximiis Geometris consuetudinem problemata curiosa & nonnisi difficultates involventia ad incrementum scientiæ proponendi, quæ tempore *Paschalii*, *Fermatii* aliorumque Celeberrimorum Geometrarum non sine fructu viguit, nunc denuo renovari videam; liceat mihi Eruditorum Geometrarum curiositati commendare sequens Problematum par.

I. Si more consueto x & y designent coordinatas curvarum, A vero aream his ordinatis & arcu cujusdam curvæ conclusam, sitque $A=axy+bx^e y^f$, quæritur curvæ æquatio, quam dico semper fore algebraicam si a, e, f fuerint numeri rationales; præsertim vero quæritur methodus directa procedens a priori sine præcognita forma æquationis curvæ quæsitæ.

II. *Invenire Curvas Algebraicas indefinite non rectificabiles, quæ tamen unum, duos vel quot volueris arcus habeant absolute rectificabiles.*

NOVA

Act Erud. An. 1719. M. Octob. Pag. 463.

NOVA METHODUS UNIVERSALIS

Curvas omnes cujuscunque Ordinis mechanice describendi sola datorum Angulorum & Rectarum ope.

Per COLINUM MACLAURIN in Coll. novo Abredonensi Matheseos Professorem.

Excerpta e Transact. Anglic. A. 1718. Num. 359. pag. 339. seq.

INter innumera sublimiaque Magni *Newtoni* inventa, quibus Geometria amplissime ditata in immensam excrevit luculentissimæ cognitionis molem, Constructionem exhibuit Curvarum Mechanicam, post Enumerationem Linearum Tertii Ordinis, ad finem *Opticæ* editam, arduo summi Viri ingenio dignam; qua simpliciorem & simul adeo magis universalem aliam exhibuit nemo. Methodum vero suam ad Curvas Tertii *Ordinis puncto duplice* carentes, aut eas altioris Ordinis *puncto multiplici* destitutas, non extendit; earumque *descriptionem* Problematibus Geometriæ difficilioribus annumerandam pronuntiat. Atque hinc in spem venio, Methodum sequentem, qua Curvæ Geometricæ
Pag. 464. cujuscunque Ordinis, licet puncto duplice aut multiplici quovis destitutæ, construuntur, non fore Geometris ingratam.

Tab. III. Fig. 1. I. Lineæ primi Ordinis ipsæ sunt Rectæ; quæ in uno *solo* puncto sibi mutuo occurrere possunt. Lineæ secundi Ordinis sunt Sectiones Conicæ, quæ in pluribus punctis quam duobus a *recta* quavis secari non possunt. Eæ vero omnes secundum Lemma 21 Lib. I *Princip. D. Newtoni* sic construi possunt. Circa data duo puncta C & S moveantur Anguli dati MCR, LSN; ita ut Crurum CM, SL concursus semper ducatur per rectam indefinitam positione datam AE; tunc crurum aliorum CR & SN concursus in P describet Lineam secundi Ordinis seu Sectionem Conicam.

Fig. 2. II. Moveatur ut prius Angulus MCR (*vid. Fig.* 2.) circa datum punctum C; Angulus vero datus LNQ semper percurrat Angulari suo puncto N rectam datam AE, ita ut crus NQ semper transeat per datum punctum S. (1.) Si concursus crurum CR & SN, punctum Q ducatur per rectam infinitam AB, concursus crurum CM & NL describet Curvam lineam Tertii Ordinis punctum duplex habentem in C. (2.) Reliquis manentibus, si crurum CM & NL concursus (*vid. Fig.* 3.) ducatur per rectam indefi-
Fig. 3. nitam AB; concursus crurum CR & SN in P describet Curvam Tertii Ordinis punctum duplex habentem in S.

Ex-

Exemplum Casus 1. Sint anguli MCR. LNS recti, (*vid. Fig.*4.) & AE, DB, CS parallelæ; sint quoque SA & SD normales respective in rectas AE & DB; sitque SD = 2SA. Hisce positis, si SD sit minor recta CS, Curva secundum regulam Casus primi descripta, erit Parabola Nodata cum Ovali, Speciei 68va Curvarum D. *Newtoni*: Quod si SD = CS, Ovalis evanescit & nodus evadit Cuspis, atque Curva descripta erit Parabola *Neiliana* seu semicubica; Si vero sit SD major quam CS, erit Curva Parabola punctata Campaniformis Speciei 69nae. Act. Erud. An. 1719. M. Octob. Fig. 4.

III. Moveantur Anguli dati RMT, KNL, ita ut puncta M & N percurrant rectas indefinitas BM, DN respective; & crura RM, KN semper transeant per data puncta C & S. Si *primo* Crurum MT & NL concursus Q ducatur per rectam indefinitam AQ; tunc concursus crurum MR & NR in P describet lineam Quarti Ordinis puncta duo duplicia habentem, alterum in C alterum vero in S. Sed *secundo* si crurum MR & NK (*vide Fig.*6.) concursus ducatur per rectam indefinitam AQ; tunc concursus crurum MT & NL describet Lineam Quarti Ordinis puncto duplici carentem. Fig. 5. Pag. 465. Fig. 6.

IV. Quod si in primo casu hujus Constructionis (*vide Fig.*5.) rectæ CMR, SNK, una coincidant cum CS; tunc puncta C & S evadunt simplicia & Curva erit Tertii Ordinis absque puncto duplice. Fig. 5.

Exemplum. Sint rectæ BM, AQ, DN, sibi mutuo parallelæ atque omnes perpendiculares in CS. Sint quoque Anguli RMT, KNL recti, & si secundum regulam primi Casus describatur Curva, crura CMR, SNK una coincident cum CS; & hac constructione describi possunt Curvæ D. *Newtoni* 10, 11, 20, 21, 40 secundum varias positiones punctorum C & S respectu trium rectarum BM, AQ, DN; Omnes vero hæ Species puncto duplici carent. Fig. 7.

V. Lineæ vero Quarti Ordinis quæ punctum triplex habent sic construi possunt. Sint tres rectæ AQ, BN, DM positione datæ; sint etiam Anguli QCT, SNM & NML dati & invariabiles: percurrant puncta N & M rectas BN & DM, ita ut crus NQ semper transeat per datum punctum S: Revolvatur QCT circa C, ita ut concursus crurum CK, SN percurrat tertiam rectam AQ; tunc concursus crurum CT, ML describet Lineam Quarti Ordinis punctum triplex habentem in C. Fig. 8.

VI. Ostendi quo pacto Lineæ Quarti Ordinis describi possint, quæ punctum triplex habent aut duo duplicia; aliæ, quæ unicum habent punctum duplex, sic commode describuntur. Sint tres rectæ ut prius positione datæ, AQ, BN, DM, dentur etiam Fig. 9.

Angu-

Act.Erud. An. 1719. M. Aug. Anguli SNK, SML, RCT; sint puncta N, M & S semper in eadem recta linea; moveantur puncta N & M ut prius per rectas BN, DM; Si concursus crurum CR, NK ducatur per rectam indefinitam AQ, tunc concursus crurum CT, ML describet Lineam Quarti Ordinis habentem punctum duplex unicum in C.

Pag. 466. Hæ vero ultimæ duæ Propositiones novas Methodos suppeditant lineas Tertii Ordinis describendi, tum quæ puncta duplicia habent, tum quæ iis destituuntur. Eæ vero in brevi hoc Methodi nostræ specimine sunt omittendæ.

Tab.III. Fig. 10. VII. Maneant Anguli atque rectæ ut in *Prop. III.* Concursus vero nunc rectarum MT, NK ducatur per indefinitam *rectam* AQ; & Concursus Crurum MR & NL describet Lineam *Quinti* Ordinis punctum quadruplex habentem in S. Habeo etiam alias Methodos curvas describendi Quinti Ordinis, quæ punctum habent triplex, duplex, aut duo duplicia, vel nulla nisi puncta simplicia; sed hæc sufficiant ad simplicitatem & universalitatem Methodi demonstrandam. Notandum vero in specialibus simplicioribus Angulorum & rectarum circumstantiis, Lineam aliquando migrare in curvam ordinis inferioris quam in *Prop.* explicatur; imo singulæ Propositiones Methodos suppeditant *particulares curvas* aliquas ordinis cujuscunque inferioris *describendi*.

Fig. 11. VIII. *Propositio Generalis*. Sumantur ad libitum Rectæ in eodem plano ubicunque positæ, quarum sit numerus (n) ut BN, ER, FT. Sumantur etiam ad libitum aliæ rectæ ut DM, GL & HK &c. quarum sit numerus (m). Sint Anguli CNR, NRT, RTQ &c. atque anguli SML, MLK, LKQ &c. invariati, dum puncta angularia N, R, T, M, L, K percurrant rectas indefinitas BN, ER, FT, DM, GL, HK; Ducatur concursus crurum TQ & KQ per rectam indefinitam AQ; *Invenire ordinem curvæ*, quam concursus cruris SM cum aliqua rectarum CN, NR, RT, TQ &c. *ex.gr.* cum RT, perpetuo tanget.

In Serie rectarum CN, NB, RT, TQ &c. denotet s numerum rectæ RT, cujus concursu cum SM Curva est describenda, a CN inclusive; qui in hoc casu est ternarius: erit Curva ordinis quem exprimit numerus $sm+s+n+1$: unde in casu quem figura designat, cum $s=m=n=3$ erit Curva ordinis 16.

In his descriptionibus Rectas solummodo atque Angulos dari postulavimus; sed facilius sæpe simpliciorum Curvarum ope complexiores describuntur; atque Propositiones his non minus universales huc pertinentes investigavi: eas vero cum harum demonstrationibus, utpote prolixis, impræsentiarum omitto; easdem postea publici juris facturus, si luce non videantur hæc Geometris indigna.

Pag. 467.

Histoi-

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXV.

Act. Erud. An. 1719. M. Dec. Pag. 521.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1715, cum Commentariis Mathematicis & Physicis.

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1719. *in* 12. *reg. plag.* 26 *Tabul. æn.* 10.

IN *Physica generali* gemmam describit de *Reaumur*, quam nostrates *Zurckis*, Galli *Turquoise*, nonnulli ex *Plinio Callaidem* vocare solent. Reperit, has gemmas esse animantium ossa, cum earum mineras in Gallia obvias perscrutaretur, quæ succo quodam petrifico in formam lapidum vertuntur & in igne colore cœruleo tinguntur. Evidentissima ratio hæc est, quod mineræ dentium & ossium figuras referant, &, ubi imperfectæ fuerant, structuram quoque ossium internam habeant. Ex literis *Leibnitii* narratur, quod prope Cizam in nostra vicinia canis quidam plurima verba Germanica & nonnulla Gallica, veluti *Theè*, *Chaffè*, *Chocolat*, *Assemblée*, repetere potuerit, cum a magistro, qui ipsum erudiverat, pronunciarentur: cujus rei testes oculati complures apud nos degunt. *De la Hire* quantitatem aquæ pluvialis A. 1714 reperit 14 dig. 9 $\frac{1}{8}$ lin. Maximam barometri altitudinem observavit 28 dig. 5 *lin.* d. 7 Decembr. minimam vero 27 dig. 1 $\frac{1}{2}$ lin. inter 9 & 10 Maji: declinationem acus magneticæ circa finem Decemb. 11°.30' versus occidentem.

In *Anatomicis* describit *Littre* massam singularem 9 librarum, quam die 15 mensis decimi loco infantis enixa est fœmina 29 annos nata, a lapsu graviori, qui circa finem mensis secundi gestationis contigerat. *Winslow* refert, situm cordis non esse verticalem, quemadmodum vulgo putatur, sed fere horizontalem, & orificium ventriculi alterum esse superius, alterum inferius, quemadmodum annotarunt veteres. Memoratur etiam exemplum fœminæ urinam per vomitum reddentis, & exemplum purpuræ contagiosæ, ita ut hoc malo corriperentur, qui cadavera humo demandaverant. Commendantur Tractatus, quos *Vieussens* de liquoribus corporis humani, de structura & causis motus naturalis cordis & de structura auris An. 1715 edidit. *Rouhaut* de pla- Pag. 522.

centa uterina & membranis fœtus; *Petitus* de quibusdam functionibus oris disserit.

In *Chymicis* recenset *Boulduc*, quæ circa petroleum observavit, scilicet quod accendatur, etiamsi flamma candelæ superficiem ejus non attingat, quod in vase calefactum flammam attrahat, quod in aqua ardeat, quod ipsi spiritui vini rectificato supernatet, quod unica gutta in superficie aquæ per intervallum hexapedæ expandatur, filamentis colores prismaticos reflectentibus, quod gelu nullam inducat mutationem, quod destillatum nihil phlegmatis, nihil spiritus salini, sed solum oleum reddat, exigua quadam materiæ crassæ quantitate relicta. *Lemery* junior Phosphorum parare docet ex omnibus fere materiis vegetalibus & animalibus, *Hombergii* exemplo alumine admixto. Inflammatur Phosphorus solo aere. *Godofredus* junior docet, quomodo experiri possimus, utrum oleum Lavandulæ oleum terebinthinæ, an spiritum vini admixtum habeat, quibus in eo adulterando uti solent.

In *Botanicis* refert *Jeaugeon*, tres milites Germanos Ann. 1714 animam subito efflasse, quod cicutariam aquariam sive palustrem comedissent. Ventriculus in duobus fuit cortosus, in una hinc inde perforatus. *Fontenellius* recenset epitomen Historiæ plantarum usualium, quam Ann. 1715 secunda vice edidit *Chomel*.

In *Geometricis* methodum tradit *Nicolius* determinandi naturam curvarum, quæ infinitas alias positione datas sub angulo constante secent. De hoc problemate plura jam dicta sunt in Actis Anni superioris pag. 545. Qui ibidem dicta cum methodo *Nicoliana* contulerit, videbit, quantum in abstrusa hac materia profecerit *Nicolius*. Difficultates de *rota Aristotelis* solvit *d'Ortous de Meyran*, scilicet cur duo circuli concentrici circa commune centrum rotati describant eandem lineam rectam eamque peripheriæ majoris æqualem. Ratio petitur a compositione motus rectilinei & circularis, unde pro minori circulo enascitur motus radens, *Gallilæo* non animadversus & *Tacqueto* perperam improbatus, quorum uterque frustra tentavit problematis solutionem. *Varignonius* occasione seriei infinitæ $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$ &c. quam *Grandus* crediderat esse $= \frac{1}{2}$ & unde intulerat $0 + 0 + 0 + 0 + 0$ &c. infinitum seu infinita nihila esse $= \frac{1}{2}$, de usu serierum infinitarum cum more *Mercatoris* per divisionem, tum more *Newtoni* per extractionem radicum quæsitarum nonnulla annotat, ad earum abusum præcavendum utilia.

Pag. 523.

In *Astronomicis* observatores assidui *Cassinus* atque *Maraldus*, commodam A. 1715 occasionem nacti, cum cura observarunt Sa-

turnum, & singularia nonnulla annotarunt. *Maraldus* d. 25 Martii per telescopium 114 pedum Saturni faciem vidit, qualis apparere solet facies Jovis per telescopium pedum 34. Ansis enim destitutus tres exhibuit fascias obscuras inter se parallelas. Primus quoque mortalium eodem die h. 11 observavit eclipsin quarti Satellitis Saturni & d. 26, 27, 28 atque 30 Martii omnes Saturni Satellites una conspexit. Nullam tamen potuit in Saturno notare maculam, quamvis oculi aciem omni vi in eum intenderet. A. 1696 mense Augusto duas jamdum observaverat in Saturno ansato fascias. Singularibus autem rationibus evincit, fascias istas non inhærere disco Saturni, sed notabili intervallo ab eodem removeri. Fasciam mediam umbram annuli esse agnoscit; laterales pro nubium umbris habet *Cassinus*. Annulum constare ex multitudine Satellitum valde propinquorum & in atmosphæra Saturni admodum vasta sitorum, idem arbitratur. D. 12 Oct. Saturnum una tantummodo ansa præditum observavit *Maraldus*, orientali absente: a die autem 14 Octobr. usque ad 1 Febr. rotundus apparuit. Multa ex observationibus suis deducit ad phænomena annuli prædicenda utilia. Plures commemorantur observationes eclipseos magnæ Solaris, quæ d. 3 Maji A. 1715 contigit. Tempore obscuritatis maximæ *Cassinus* atque *Maraldus* viderunt Mercurium atque Venerem. Fuit autem ista obscuratio digitorum $11\frac{1}{4}$. Tempore eclipseos observata fuit in Sole macula, a Luna tecta, & deinde rursus retecta, quæ quidem observatio hactenus sine exemplo. *Cassinus* circa Solem in maxima obscuratione deprehendit Coronam lucidam latitudinis plurium graduum. *Delisle* junior advertit, spiritum in thermometro ab obscuratione sexti digiti usque ad finem eclipseos descendisse, postea vero rursus ascendisse. *De Louville* cum instrumentis necessariis in Angliam profectus, ut eclipsin Londini observaret, cum ibidem totalis esset. Socias operas præstitit *Hallejus*. Apparuit quoque Londini in obscuratione totali corona coloris argentei circa Lunam ea fere forma, quæ esse solet coronis a pictoribus Sanctorum capitibus adpingi solitis. Eam pro atmosphæra lunari habet cum aliis *de Louville*, cujus existentiam variis argumentis confirmat. Primus quoque observavit tempore obscurationis totalis certas quasdam fulminationes seu vibrationes instantaneas radiorum luminosorum in superficie Lunæ; observarunt tamen cum ipso idem phænomenon alii telescopio usi. Putat fulgura fuisse in atmosphæra lunari. In maxima obscuratione literas a se exaratas legere non potuit. Vidit Jovem, Mercurium, Venerem, oculum Tauri, & quasdam fixas secundi honoris. Circa finem eclipseos etiam per medium lentis objectivæ conspectus limbus Lunæ rubuit. Immo

Act. Erud. An. 1719. M. Dec.

Pag. 524.

Act.Erud. An. 1719. M. Dec. per eclipsin integram lumen Solis, antequam interciperetur, a limbo Lunæ orientali appropinquante palluit: quod tamen phænomenon non comparuit in limbo occidentali, cum Solem linqueret. Viderunt denique *de Louville* atque *Hallejus*, cum eclipsis vix semidigitum superesset, partem cornu obscurati a reliquo quasi avulsam, quale phænomenon per tubum spectatur in Sole oriente lucido, ubi atmosphæra multis fuerit vaporibus oppleta. His ar-

Pag. 525. gumentis, ut diximus, utitur *de Louville* ad atmosphæram lunarem stabiliendam. Sed cum sint in Academia Scientiarum, quibus atmosphæra lunaris minus probatur, propterea quod fixæ a Luna occultandæ vel ex occultatione emergentes nullam patiantur figuræ motusque mutationem; coronæ lunaris in eclipsibus solaribus apparentis rationem aliam quam refractionem in atmosphæra factam, reddere conantur. Petunt eam *Delisle* junior & *de la Hire* a radiorum inflexione, quam *Grimaldus* detegit & *Newtonus* in Optica confirmavit, hincque circa corpus opacum rotundum Soli objectum coronam lucidam apparere experimentis confirmant. Hæc tamen experimenta parti adversæ non visa fuere decisiva, unde in occultationibus Veneris atque *Jovis a Luna* tum factis cum cura attenderunt, num quædam *apparitura sint* phænomena, per quæ dubia circa existentiam atmosphæræ lunaris orta tolli possint. Quamvis autem *de la Hire*, *Cassinus*, *Maraldus*, *Delisle*, *de Louville* omnem in observando solertiam adhiberent, neque tamen in observatione, neque in observatorum explicatione consensere. Mittimus ea, quæ de his eclipsibus & maculis solaribus commemorantur. *De Malezieu* ope Gnomonis A. 1714 erecti (de quo diximus in Actis hujus anni pag. 643) cum æquinoctia hujus anni observasset, quantitatem anni Gregoriani *365 d. 5. h. 49′* confirmavit. Quomodo vitra objectiva a tubi optici molimine liberanda sint, *de la Hire* docet.

In *Mechanicis* suas de vorticibus in fluidis excitatis meditationes prosequitur *Saulmon*, & *de la Hire* circa longitudinem penduli in horologiis oscillatoriis nonnulla annotat.

Obierunt A. 1715 *Morinus*, *Lemery*, *Hombergius* atque *Malebranchius*, quorum elogia sub finem Historiæ, ut solet, subjungit *Fontenellius*.

Ludovicus Morinus natus est d. 11 Julii 1635 Cenomani ex parentibus honestis, sed tenuioris sortis, in primis cum liberi ex ipsis procreati essent sexdecim. Ab ineunte ætate cum studio Botanico delectaretur, tyrocinia posuit apud pharmacopolam oppidi,

Pag. 526. & herbas in pratis vicinis collegit. Pedibus instar Botanici Parisios ivit, Philosophiæ operam daturus: quo studio absoluto ad Medicinam se convertit. Modico pane & aqua contentus praxi

Medi-

Medicæ operam dedit. A. 1662 Doctor Medicinæ creatus socias operas contulit ad Catalogum plantarum horti Regii, in quo condendo *Fagon*, *Longuet* & *Galois* desudabant, quippe An. 1665 sub *Valloti* Medici primarii nomine prodiit. Medicus ptochotrophii factus (quam spartam expectando ornaverat) quæ meruit stipendia, in ægrotos contulit, paucis quippe ipsemet contentus. Cum, urgente *Dodarto*, amico intimo, locum Archiatri, quem Guisia offerebat, accepisset, plus incommoditatis quam commoditatis sensit, quod rheda vehi opus haberet: unde, mortua Principe, pedes rursus incedere maluit, licet post mortem ipsius adhuc stipendio annuo 2000 librarum frueretur. Victum tamen reddebat lautiorem, addita pani oriza in aqua cocta. A. 1699 in Academia Scientiarum *Dodarto* adjunctus fuit Botanicus, in cujus deinceps A. 1707 locum successit. *Tournefortio* An. 1700 iter in orientem faciente, plantas demonstravit in horto Regio: quamobrem redux novam, quam apportabat, plantam in ipsius honorem *Morinam orientalem* vocavit. Ætate profectus famulum adscivit & victum diurnum uncia vini una auxit. Ab anno ætatis 78 lecto constanter adhæsit, donec anno 80 ob solum virium defectum extingueretur, relictis indice amplo Græco atque Latino in *Hippocratem*, bibliotheca 20000 circiter imperialium, numismatibus & Herbario, una cum Diario observationum meteorologicarum continuis 40 annis factarum. Hora septima cubitum ivit & secunda matutina iterum surrexit. A conversatione fuit alienus. Act. Erud. An. 1719. M. Dec.

Nicolaus Lemery natus est Rothomagi d. 17 Novembr. A. 1645. Pater erat Procurator in suprema curia Normandiæ, religioni reformatæ addictus. Apud pharmacopolam Rothomagensem pharmaceuticæ operam dedit atque An. 1666 Chymiæ gratia Parisios venit: sed cum *Glaserus*, demonstrator chymiæ in horto Regio, non satisfaceret desiderio ipsius, iter per Galliam fecit atque Montepessulano apud pharmacopolam chymiam exercuit & juvenibus studiosis eam explicuit, praxi etiam Medicæ operam dedit, etsi Doctoris titulo careret. A. 1672 Parisios rediit, ibique cursum Pag. 527. chymiæ conscripsit, quo magnam sibi famam conciliavit. Egit pharmacopolam, cum Doctorem Medicinæ agere posset, atque chymicis lectionibus multorum curiositati satisfecit, quos inter *Robault*, *Bernier*, *Auzout*, *Regis*, *Tournefort*. Confluebant etiam exteri, & medicamenta ipsius in pretio habebantur. Primus dissipavit tenebras chymicorum & artem perspicue tradidit. Cursus chymicus prima vice lucem adspexit A. 1675, sæpius recusus & in linguam Latinam, Germanicam, Anglicam atque Hispanicam versus. Turbis ob religionem A. 1681 exortis, Elector Brandenburgicus per *Spanhemium* legatum suum in Gallia ipsum Beroli-

num

Act. Erud. An. 1719. M. Dec.

num vocabat; sed Parisios linquere durum videbatur, quamdiu tolerabatur. Ast cum tolerantiæ non amplius esset locus, A. 1683 in Angliam profectus Carolo II Regi quintam cursus sui *editionem* obtulit: inde profectus, cum non reperiret, quæ quæsiverat, circa finem A. 1683 Doctoris Medicinæ gradum adoptavit in Universitate Cadomensi, ut Parisiis securior degeret. Enimvero ubi anno 1685 edictum Nannetense revocabatur, Medicinæ exercitium ipsi interdictum, & fortunæ eversæ: quæ calamitates ipsum tandem permoverunt, ut cum tota familia A. 1686 ad castra Pontificiorum transiret. Mox itaque recepit licentiam praxeos Medicæ & pharmacopolii instruendi, magno suo cum emolumento. A. 1697 edidit Pharmacopiam universalem & *Tractatum* universalem de medicamentis simplicibus. Etsi chymicus, remediis, tamen chymicis non nisi magna circumspectione usus. Etsi pharmacopola, remedia tamen pauca ex tanto numero in usum praxeos selegit. A. 1699 locum chymici adjuncti nactus & tandem *Bourdelino* successit. A. 1707 Tractatum de antimonio publicavit. Apoplexia extinctus obiit d. 19 Jun. 1715.

Guilielmus Hombergius lucem adspexit d. 8 *Jan.* 1652 *Bataviæ* in insula *Java*. Parens *Joannes*, *Quedlimburgensis Saxo*, belli triennalis incommoda sentiens in Indiam orientalem profectus. Notatu maxime dignum, quod *Hombergius* noster habuerit sororem, quæ anno ætatis octavo maritum duxit, & anno nono prolem in lucem edidit. Rediit pater ex India Amstelodamum, ubi per plures annos commoratus cum familia sua. Filius in Academia Jenensi & Lipsiensi studio Juris vacavit & Ann. 1674 in numerum Advocatorum Magdeburgensium adscitus: proprio tamen Marte Botanicam & Astronomiam didicit, & *experimentis Ottonis de Guericke*, Consulis Magdeburgensis, antliæ pneumaticæ inventoris, ad studium Physicæ allectus. Pragam deinde abiit, ubi Medicinæ, atque in primis Anatomiæ ac Botanicæ operam dedit; Bononiæ autem phosphoro Bononiensi, & Romæ vitris *poliendis*. Ex Italia in Galliam venit, inde in Angliam profectus laboratorium *Boylii* invisit. Ex Anglia in Hollandiam trajecit, ubi sub *Grassio* Anatomiam excoluit. Rediit ex itinere satis diuturno Quedlinburgum, & mox in Academia Wittebergensi titulum Doctoris Medicinæ adscivit. Berolini *Kunckelium* convenit, & ab eo phosphori inventum didicit, communicato eidem invento virunculi meteorologici Guerickiano. Metallorum cognoscendorum gratia metalli fodinas Saxoniæ, Bohemiæ ac Hungariæ invisit, & in ipsam Sueciam penetravit, ubi in Laboratorio chymico regio cum *Hierna* Chymiam excoluit. In itineribus historiæ naturali & singularibus artis attendit. Ex Suecia tertia vice in

Pag. 528.

Hollandiam, & secunda vice in Galliam rediit; sed cum Patre urgente abitum pararet, *Colbertus* jussu Regis eum in Gallia retinuit. A. 1682 religionem Pontificiam amplexus, a patre exheredatus fuit. Mortuo A. 1683 *Colberto*, A. 1685 Romam abiit & praxi Medicæ vacavit non sine applausu. Aliquot annis elapsis denuo Parisios rediit, &, cum A. 1691 directio Academiæ Scientiarum *Bignonio* committeretur, ab eodem *Hombergius* in eandem receptus, ipsique laboratorium Academiæ commissum. A. 1702 Serenissimus Princeps, Dux Aurelianensis, cum Chymiæ & Philosophiæ experimentalis cognoscendæ desiderio flagraret, stipendium annuum ipsi decrevit & laboratorium Chymicum sine exemplo instruxit. A. 1705 ad dignitatem Archiatri eundem evexit, spreta eadem dignitate ab Electore Palatino cum insignibus emolumentis oblata. A. 1708 *Hombergius* uxorem duxit *Margaretham Angelicam*, filiam *Dodarti*, & A. 1715 d. 24 Sept. mortuus. Inter schedas ejus reperta sunt Elementorum Chymiæ, quorum partem in Commentariis Academiæ Regiæ edidit, complementa.

Act. Erud. An. 1719. M. Dec.

Pag. 529.

Nicolaus Malebranchius natus est Parisiis d. 6 Aug. An. 1638. Parens ejusdem nominis a dignitate Secretarii Regii post alia munera, quibus cum laude functus fuerat, tandem ad dignitatem Consiliarii status adscendit. Erat autem Noster complexionis admodum infirmæ & continuis morbis vexabatur. Statui Ecclesiastico destinatus, A. 1660 Congregationem Oratoriam intravit: ubi cum Historiam Ecclesiasticam non magna cum voluptate tractasset, suadente *Simonio* ad Criticam sacram divertit, sed exiguo cum successu. Anno ætatis 26 forte fortuna bibliopola ipsi offerebat *Cartesii* (qui *Malebranchio* nondum innotuerat) Tractatum de homine, quem statim redemit & cum insigni fervore legit, sicque missis studiis ceteris ad solam Philosophiam *Cartesianam* animum applicavit. Annis abhinc decem elapsis librum de inquirenda veritate edidit, multorum applausu, aliquorum etiam objectionibus exceptum, ad quas singulas respondit. An. 1677 edidit Conversationes Christianas, in quibus consensum suæ Philosophiæ cum religione docere intendit. Cartesianam Philosophiam cum religione conciliare conatus. Systema causarum occasionalium maxime excoluit. A. 1680 Tractatum de natura & gratia in Batavia publicari curavit, cujus publicationem *Arnaldus* frustra impedire tentabat. A. 1683 Meditationes Christianas & metaphysicas edidit, & eodem *Arnaldus* non tractatum de natura & gratia oppugnavit, sed visionem in Deo, quam in altero de inquirenda veritate defenderat. Titulus scripti eristici est de veris & falsis ideis. A. 1684 comparuit Tractatus moralis. Ann. 1685 *Arnaldus* in lucem emisit Reflexiones philosophicas & theo-

Act. Erud. An. 1719. M. Dec. theologicas in Tractatum de Natura & Gratia. Respondit *Malebranchius* & finitis controversiis A. 1688 systema suum in Dialogis de Metaphysica & Religione in ordinem redactum proposuit. Contentionis serram deinde reciprocavit cum *Regio* de magnitudine apparente Lunæ in horizonte. Ann. 1697 Tractatum de Amore Dei publicavit. A. 1694 mortuus *Arnaldus*, acerrimus ipsius antagonista. A. 1715 scriptum ultimum sub nomine Reflexionum de præmotione physica prodiit. Ob Metaphysicam nullum in Academia Scientiarum locum meruit, quod, judice *Fontenellio*, admodum incerta & contentiosa, ac obscuræ utilitatis existat. In eandem admissus ob profectus eximios in Geometria & Physica A. 1712, editioni ultimæ Tractatus de inquirenda veritate inseruit leges motus. Obiit A. 1715 die 13 Oct. ætatis 77, morbo per quatuor menses afflictus.

Pag. 530.

FINIS.

IN-

INDEX AUCTORUM AC RERUM,

Quæ in hoc quinto Volumine continentur.

ANALYTICA ET ARITHMETICA.

Act. Erud. An. 1719. M. Dec.

theologicas in Tractatum de Natura & Gratia. Respondit *Malebranchius* & finitis controversiis A. 1688 systema suum in Dialogis de Metaphysica & Religione in ordinem redactum proposuit. Contentionis serram deinde reciprocavit cum *Regio* de magnitudine apparente Lunæ in horizonte. Ann. 1697 Tractatum de Amore Dei publicavit. A. 1694 mortuus *Arnaldus*, acerrimus ipsius antagonista. A. 1715 scriptum ultimum sub nomine Reflexionum de præmotione physica prodiit. Ob Metaphysicam nullum in Academia Scientiarum locum meruit, quod, judice *Fontenellio*, admodum incerta & contentiosa, ac obscuræ utilitatis existat. In eandem admissus ob profectus eximios in Geometria & Physica A. 1712, editioni ultimæ Tractatus de inquirenda veritate inseruit leges motus. Obiit A. 1715 die 13 Oct. ætatis 77, morbo per quatuor menses afflictus.

Pag. 530.

FINIS.

INDEX AUCTORUM AC RERUM,

Quæ in hoc quinto Volumine continentur.



ANALYTICA ET ARITHMETICA.

ANATOMICA.

ASTRONOMICA.

JOH.

CHIMICA.

CHIRURGICA.

GEOMETRICA.

HISTORIA NATURALIS.

INSTRUMENTA ET MACHINÆ.

MECHANICA ET STATICA.

GUI-

MEDICA.

METEOROLOGICA.

MUSICA.

MONUMENTA ANTIQUA AC ERUDITIO.

OPTICA, DIOPTRICA, ET CATOPTRICA.

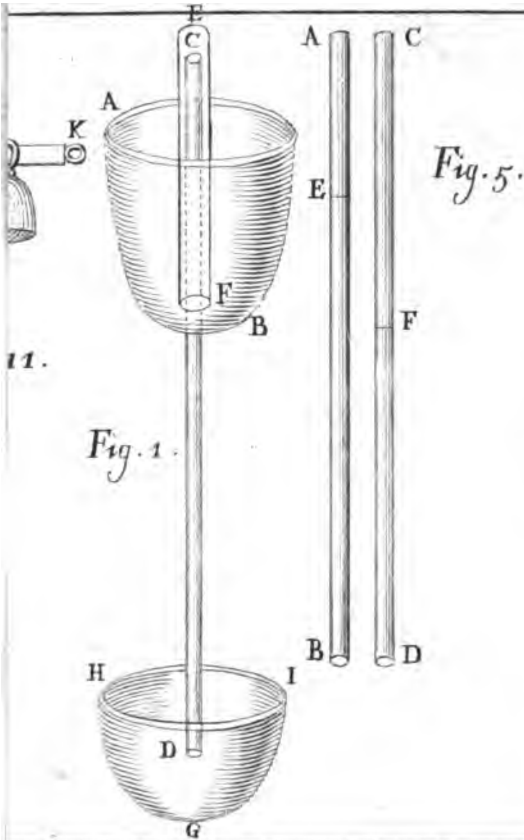
PHY-

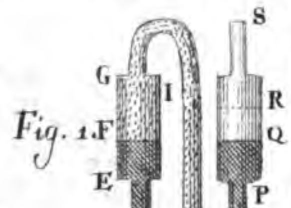
PHYSICA.

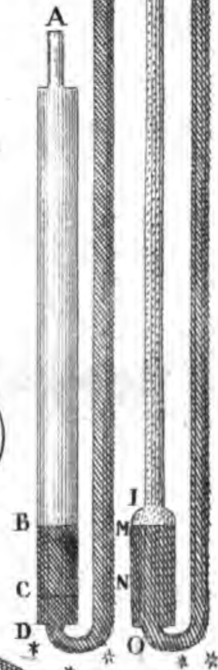
VARIA.

	Errata.	*Corrige.*
Pag. *89*	Tab. II. in margine.	Tab. I.
92	Tab. II. in marg.	Tab. I.
96	Tab. II. in marg.	Tab. I.
375	in margine ad lin. 3 supple	Tab. I. Fig. 7.
540	MDCCXII.	MDCCXIII.
634	lin. 27 & in marg.	Fig. 4.
635	lin. 1. in marg. Fig. *6*.	Fig. 5.
636	lin. 2. MDCCXV.	MDCCXIV.
---	lin. 5. 1715.	1714.
645	lin. *16*. JOH.	JAC.

TAB. III. ad. A. 1711.









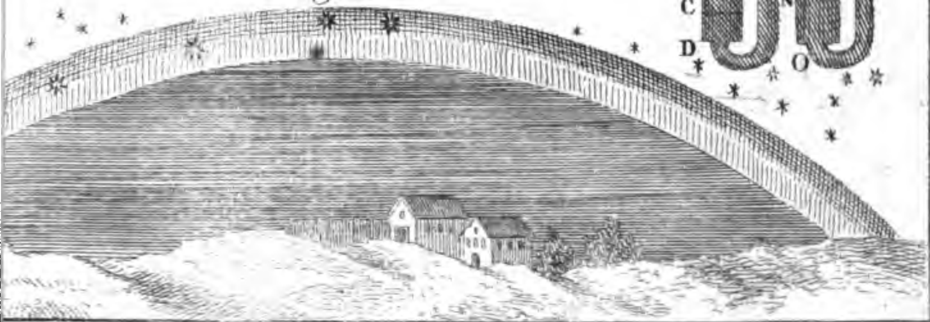


Fig. 3.

M N C D F A H K b P S B L R t β E Q T O O

Fig. II.

b d g B e E D I P G A

Fig. I.

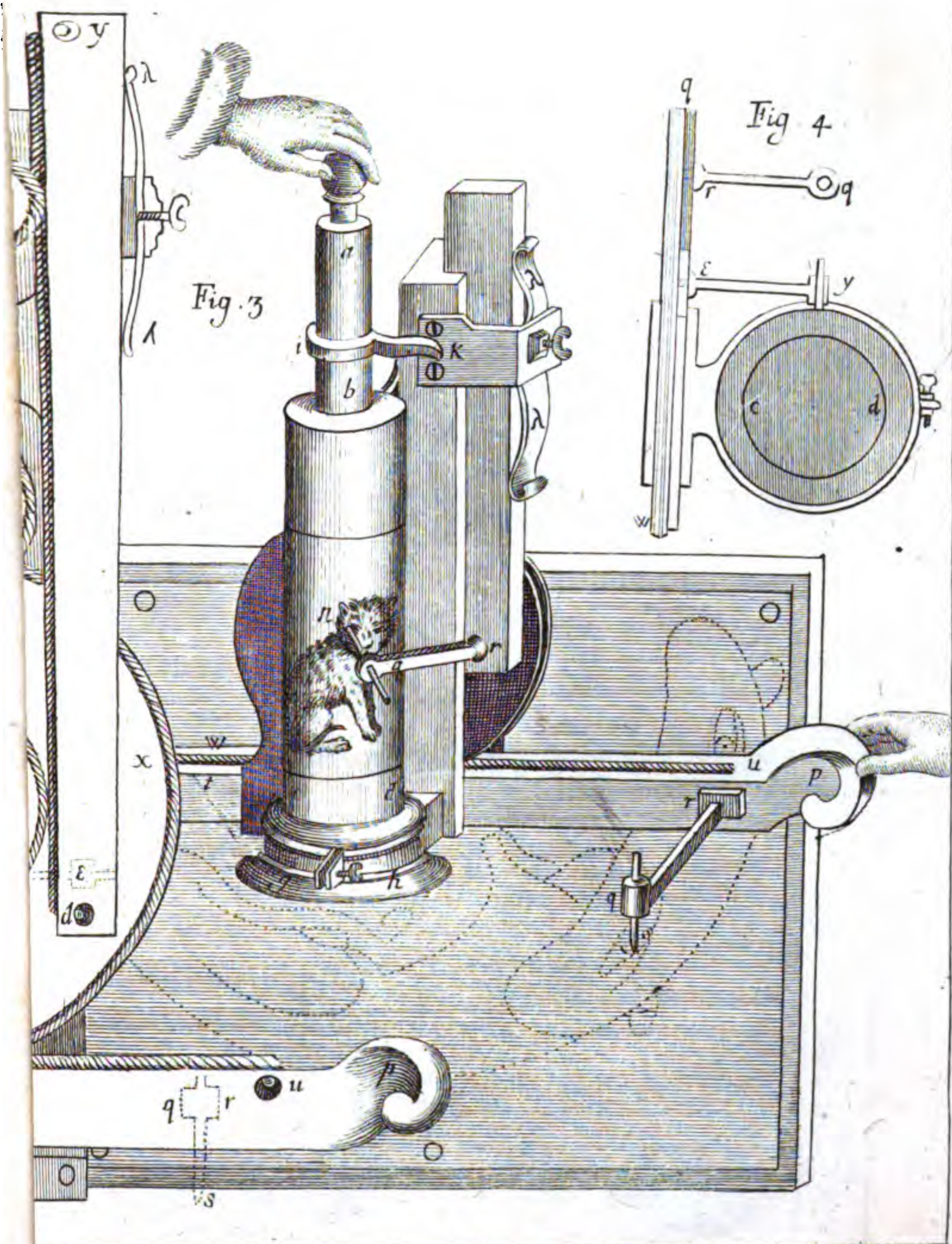
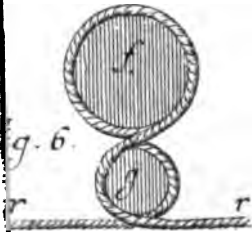
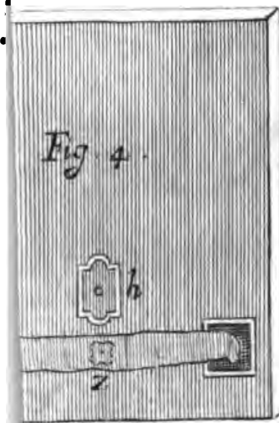
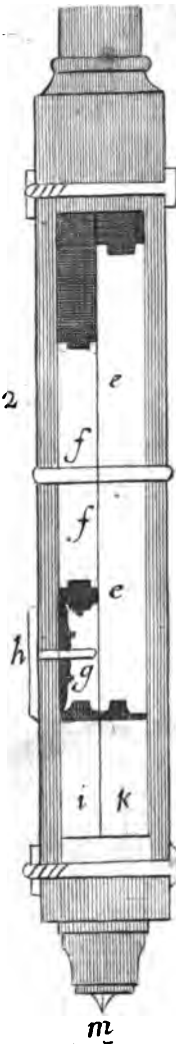
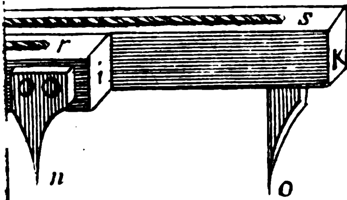

Fig. 3
Fig 4

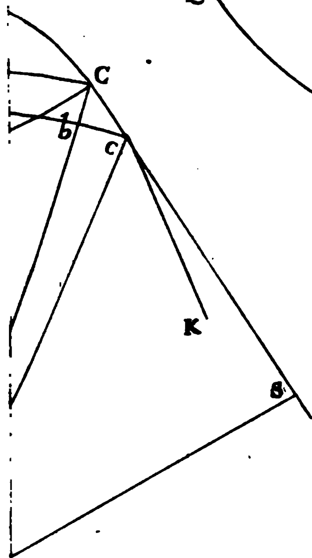

Fig. 5.
e
s

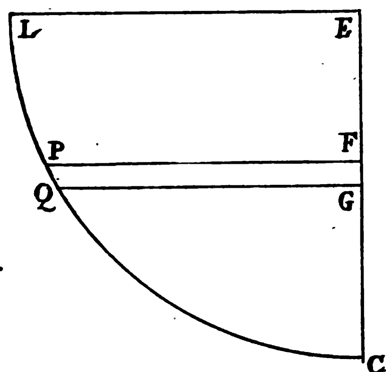

f
g
r
r


Fig. 4.
h
z


Fig. 2
e
f
f
e
h
g
i
k
m


s
r
i
K
n
o





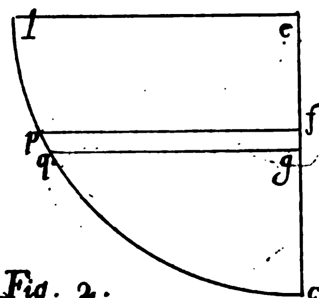


Fig. 2.

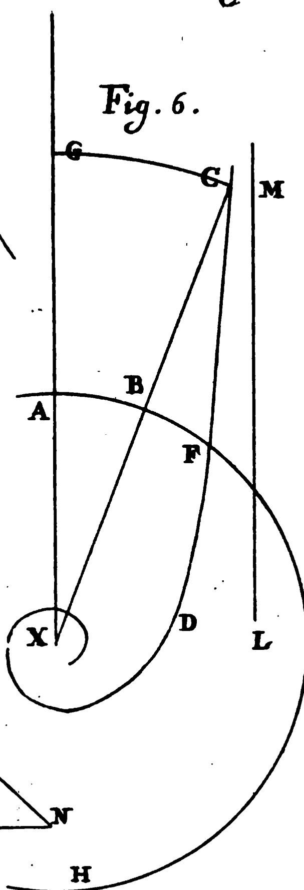


Fig. 6.

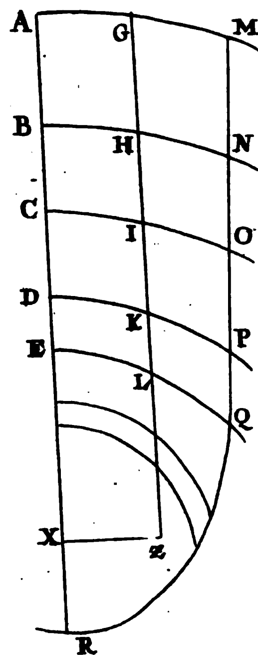


Fig. 7.

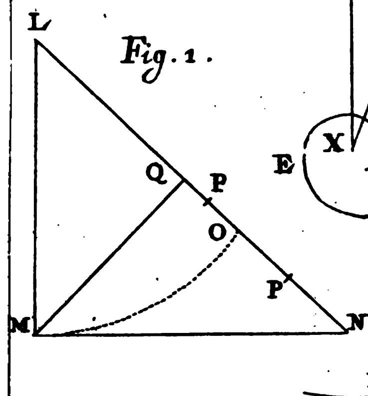
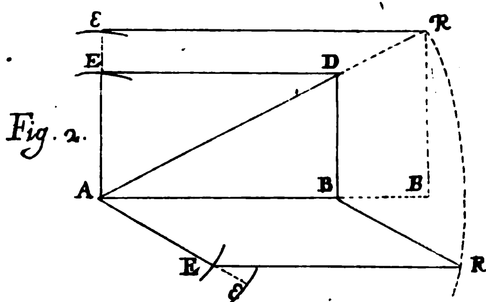


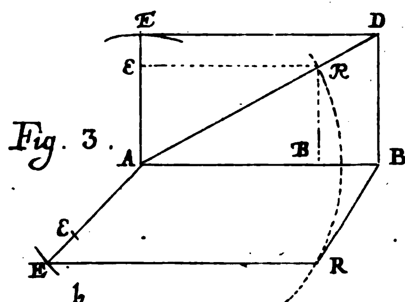
Fig. 1.

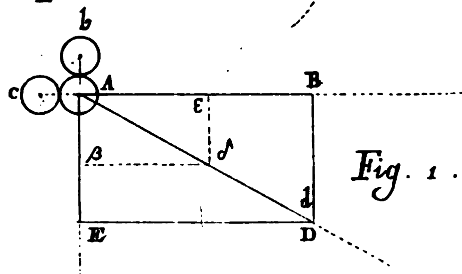
3.

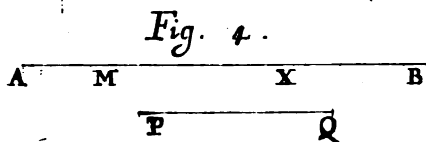
F

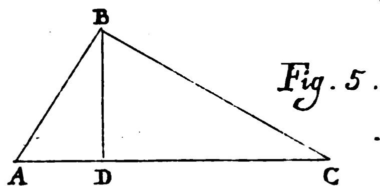
TAB. III. ad A. 1713.

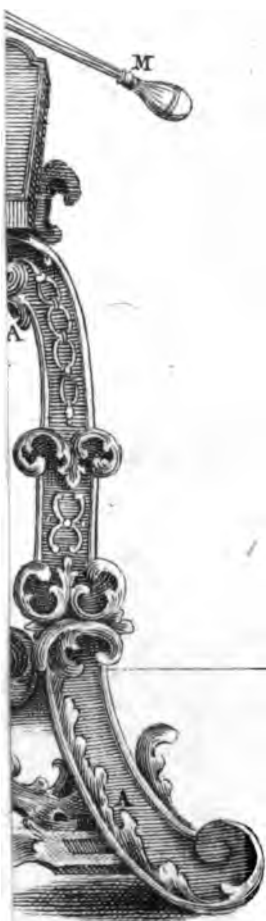


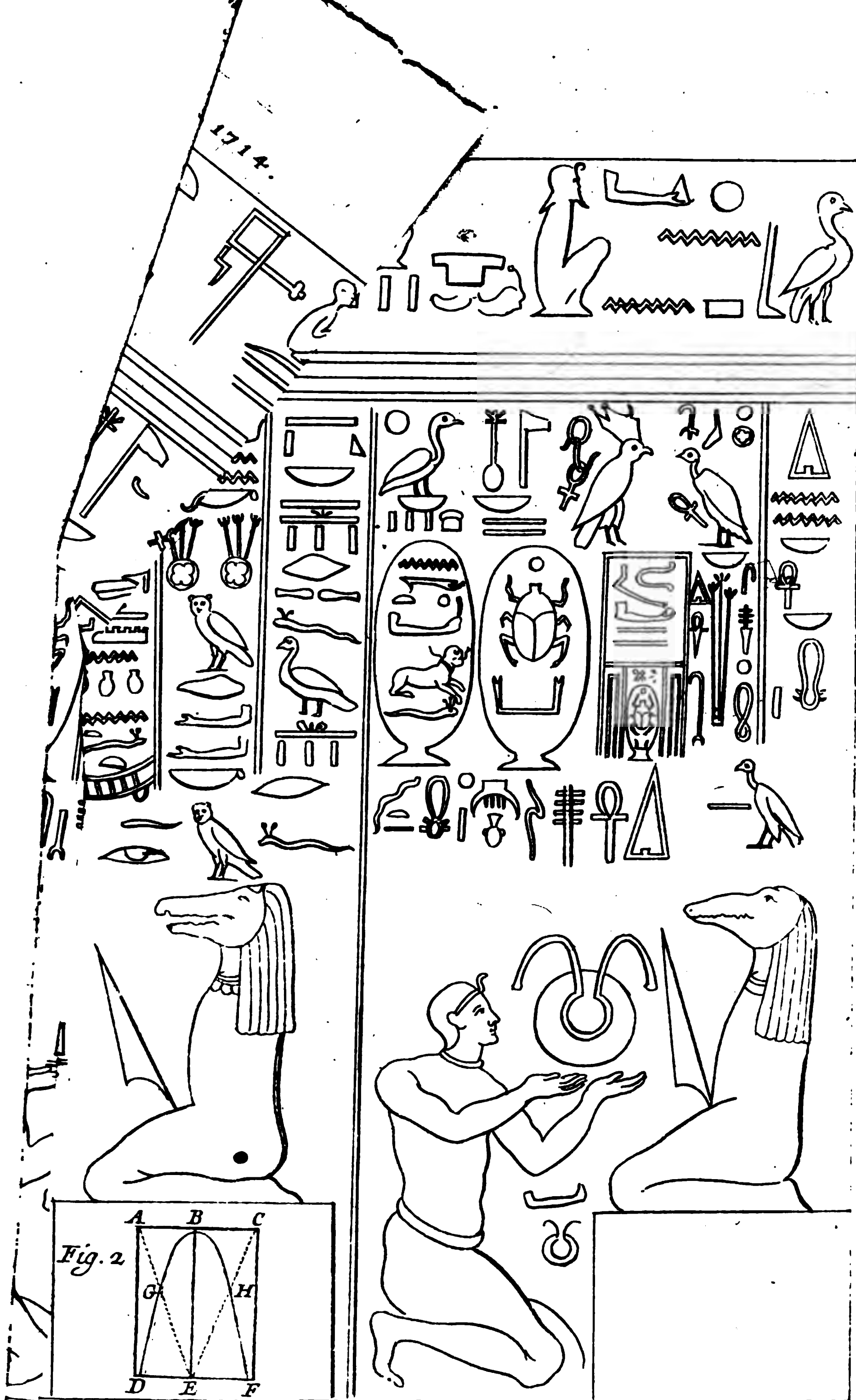




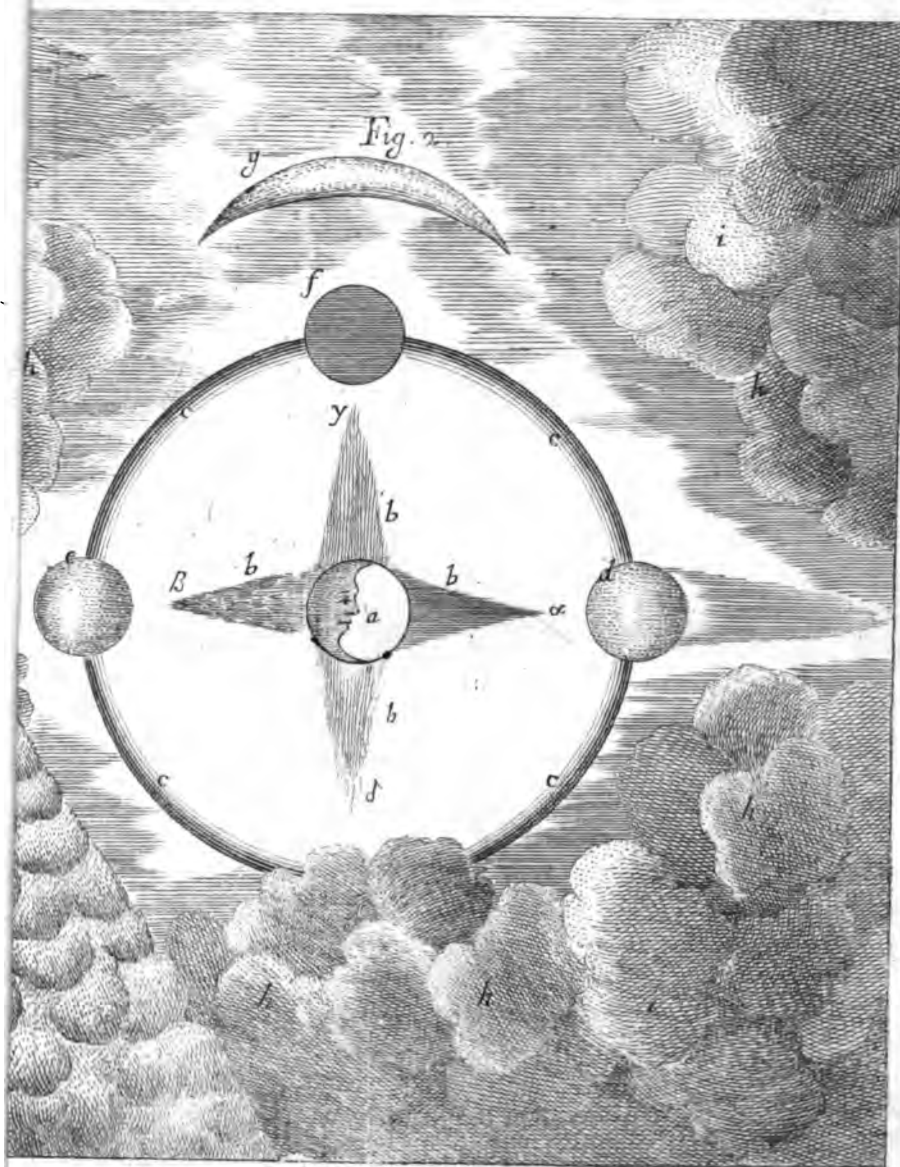




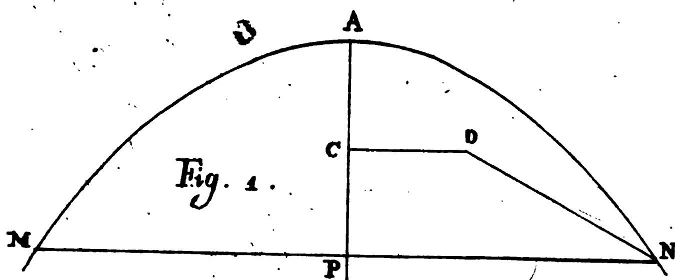


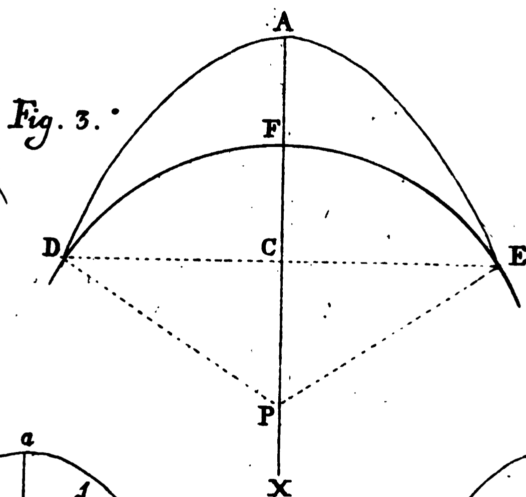

1714.
Fig. 2
A
B
C
G
H
D
E
F

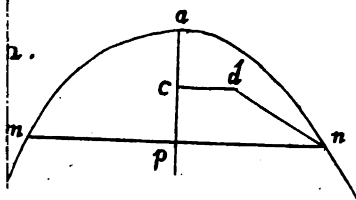
TAB. III. ad A. 1714.

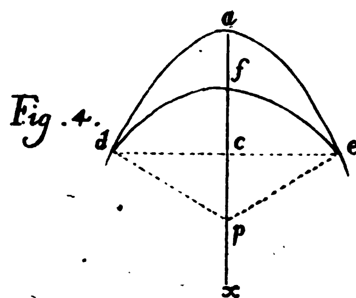


TAB. II. ad A. 1715.









TAB. IV. *ad A. 1715.*

Fig. 1.

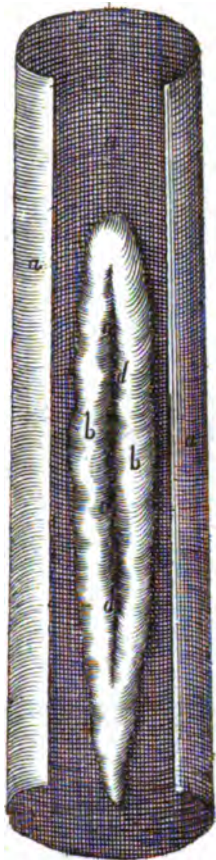


Fig. 2.

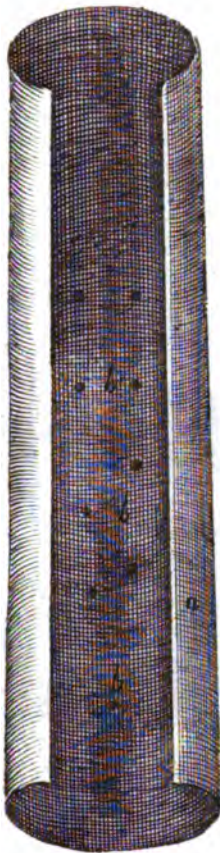


Fig. 4.

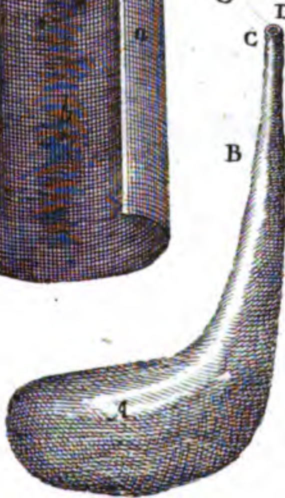


Fig. 3



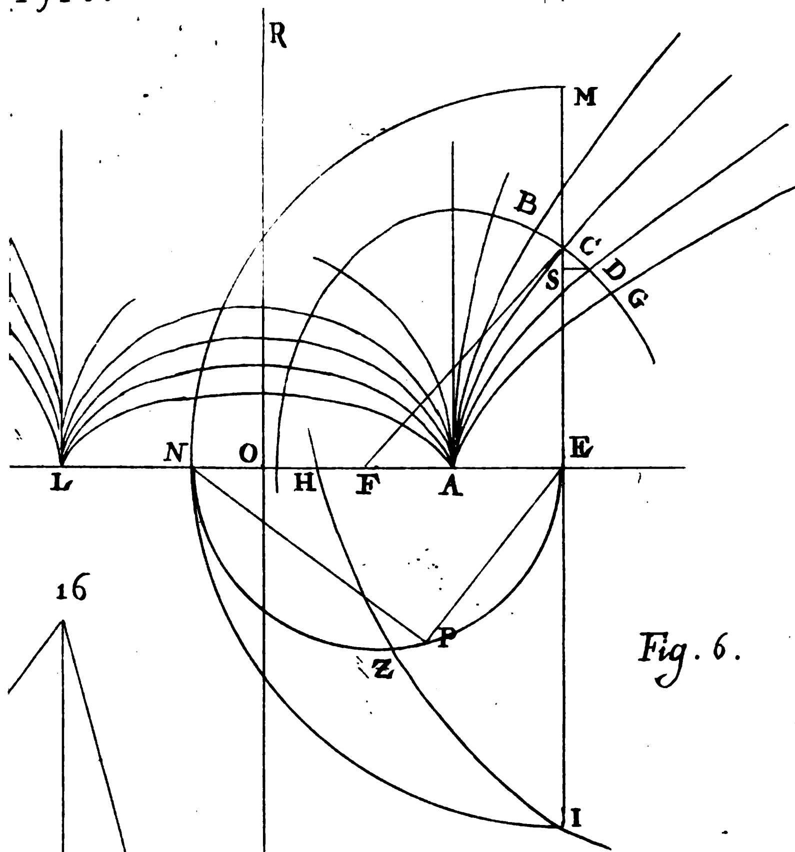


Fig. 6.

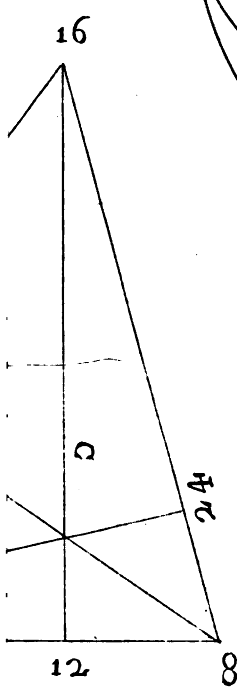
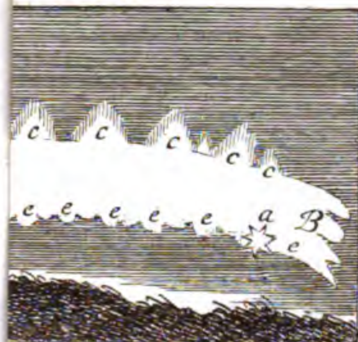
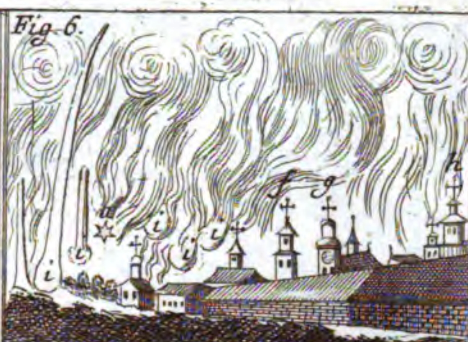
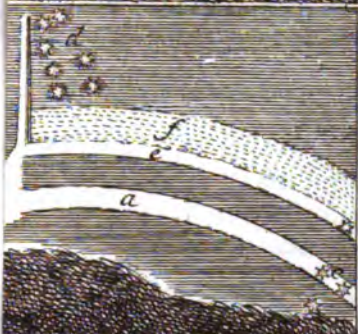


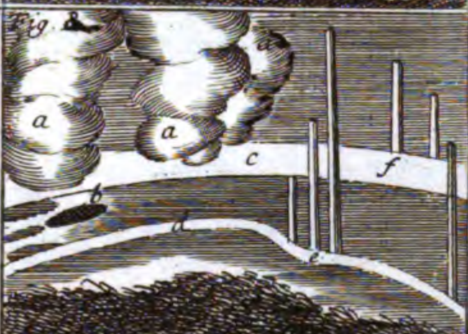
Fig. 7.

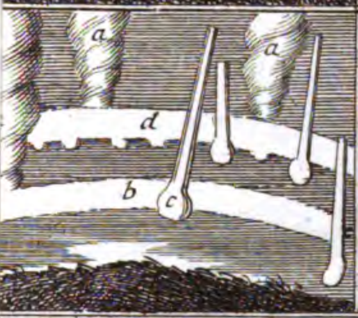


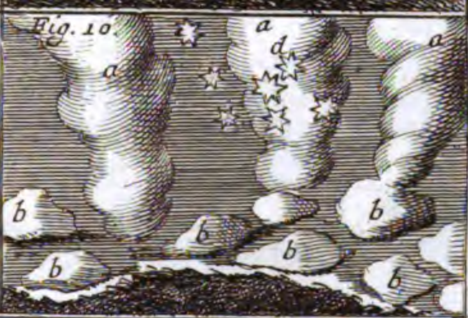


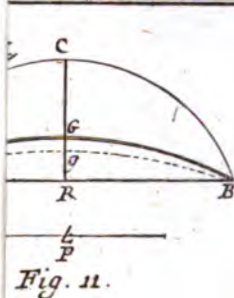


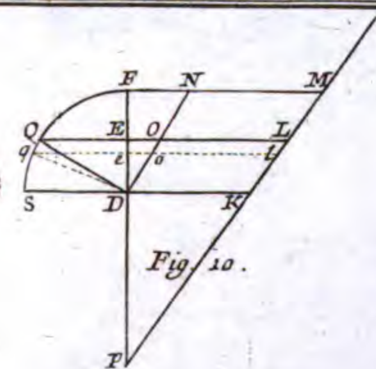












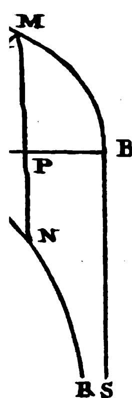


TAB. II. ad A. 1716.

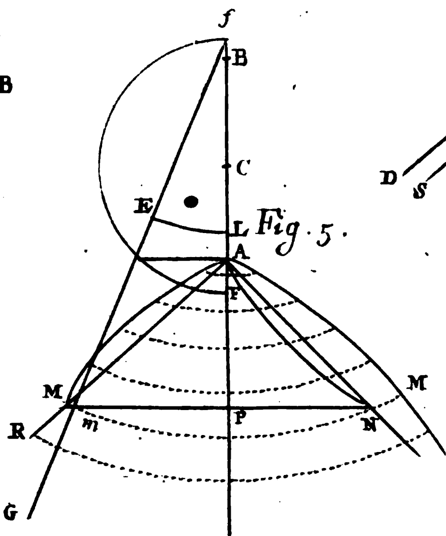


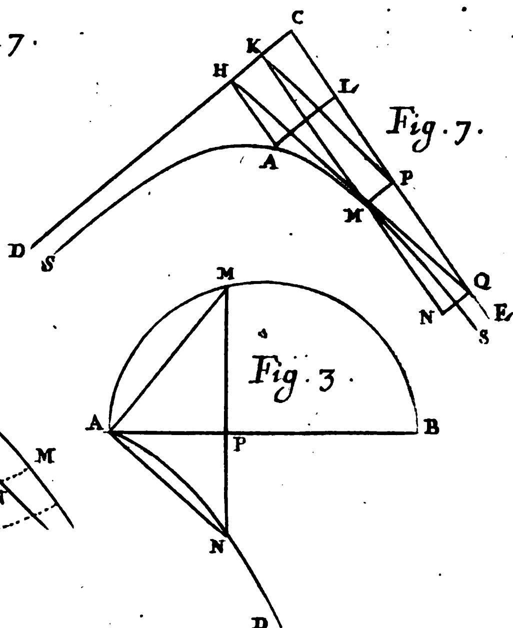


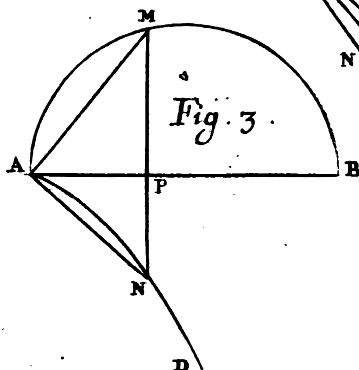
TAB. I. ad. A. 1717.





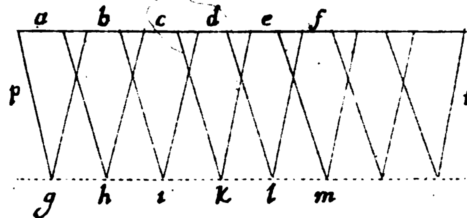






B. II. ad. A. 1717.

Fig. 2.



D

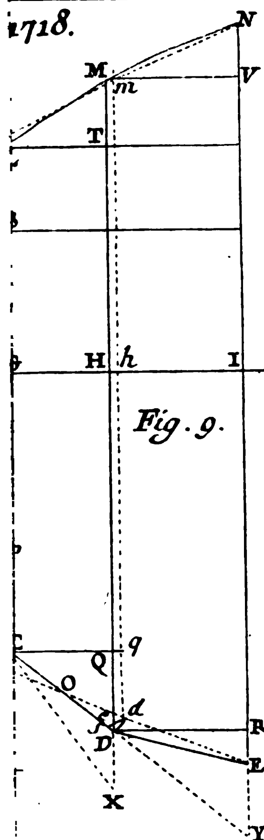
Limbus Solis Occ.

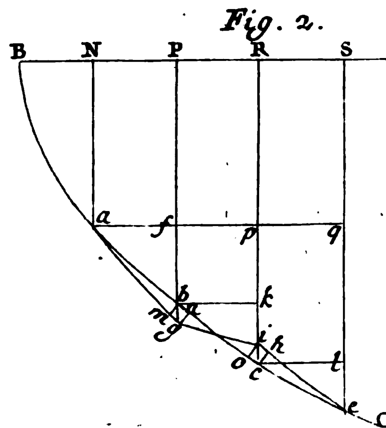
Figura Veneris exeuntis

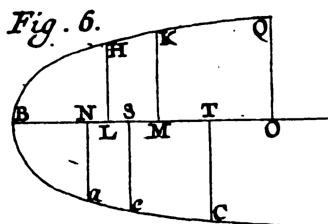
Solem VII May 26 1761 VIII Mane IX

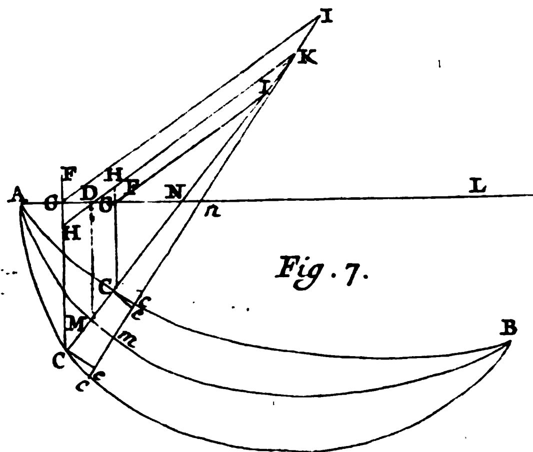
N G P

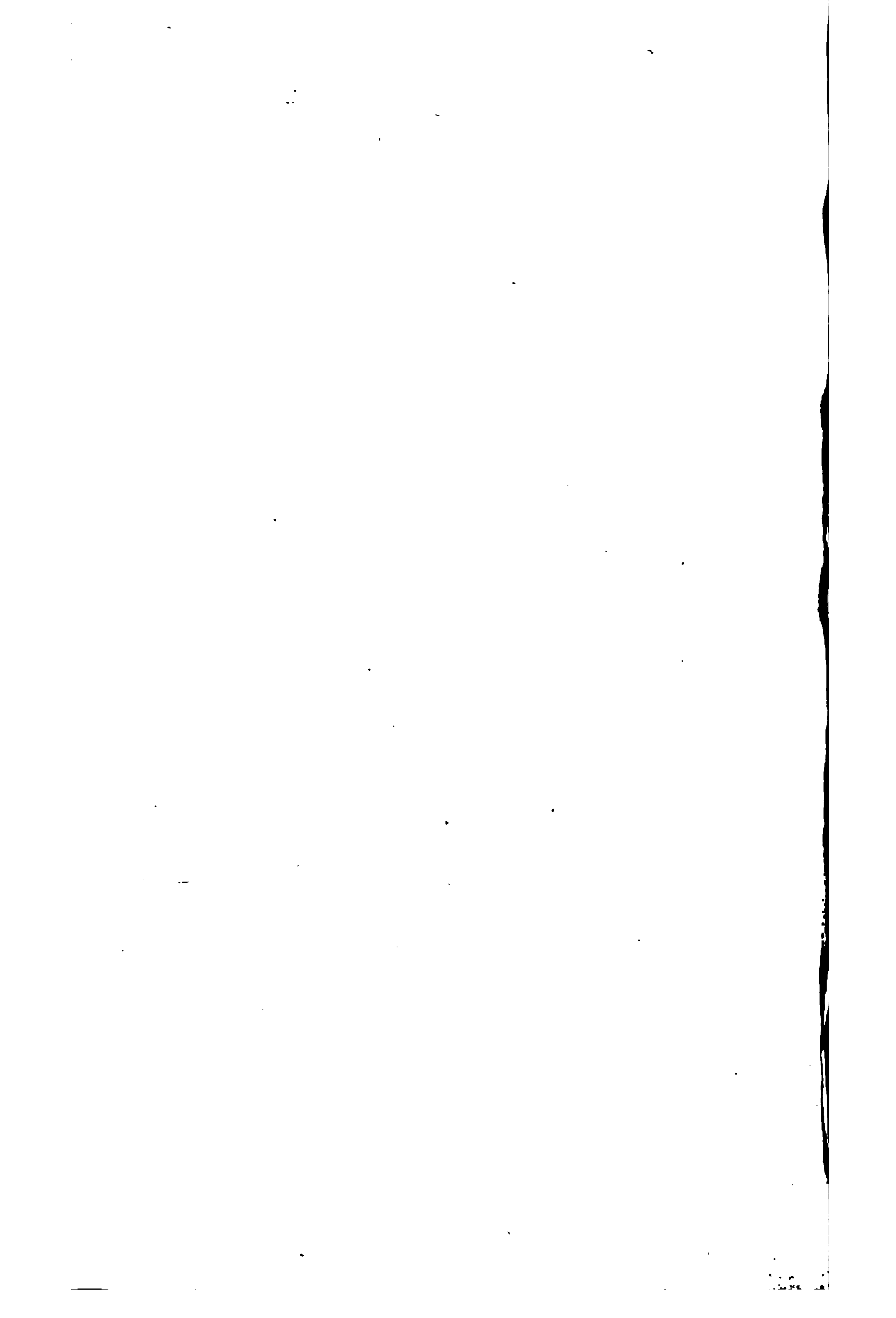
olis et Veneris $3^h.\ 48.\ \frac{3}{8}$ L

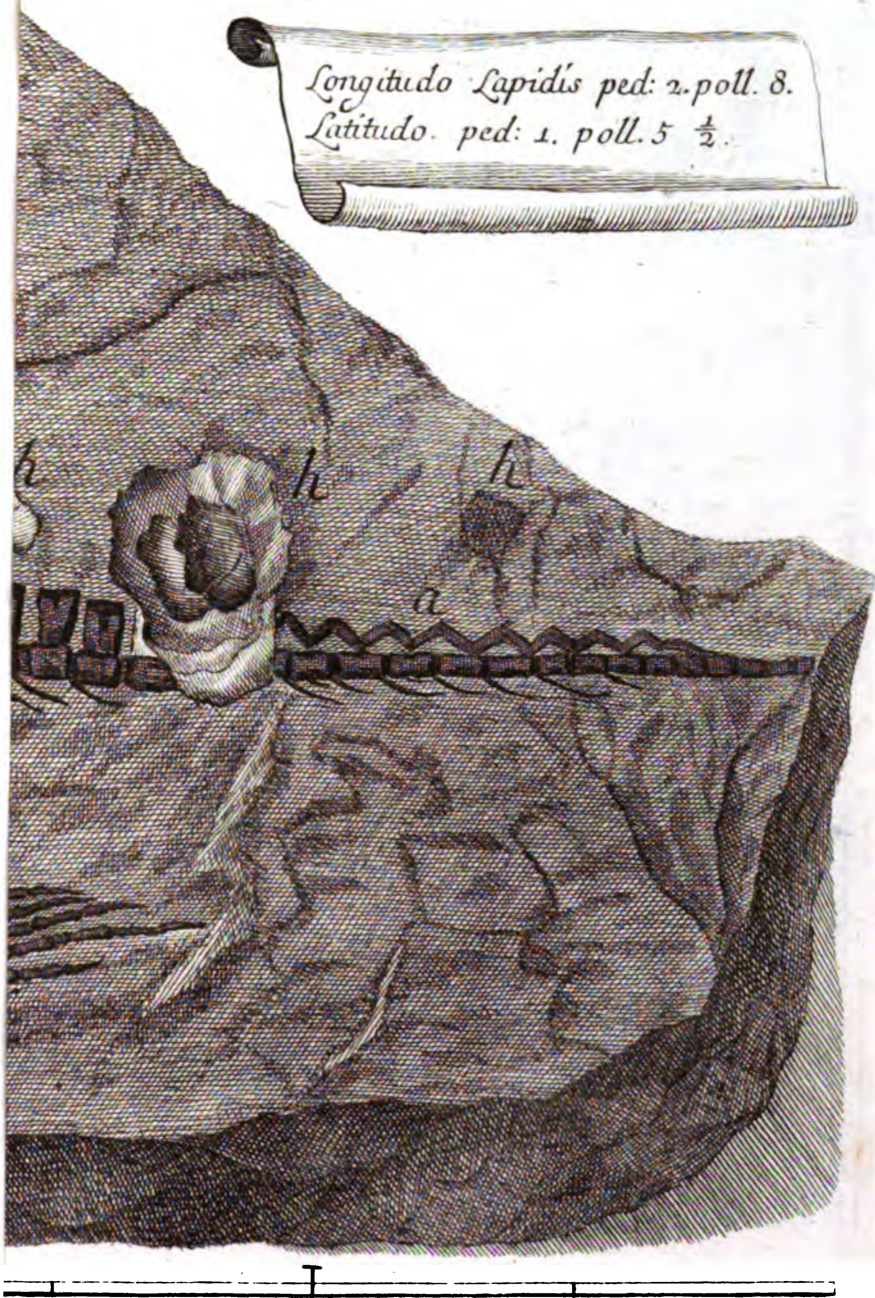

N
M
m
V
T
H
h
I
Fig. 9.
Q
q
O
d
f
D
R
E
X
Y


Fig. 2.
B
N
P
R
S
a
f
p
q
b
k
m
g
i
h
o
c
t
e
C


Fig. 6.
H
K
Q
B
N
S
T
L
M
O
a
e
C

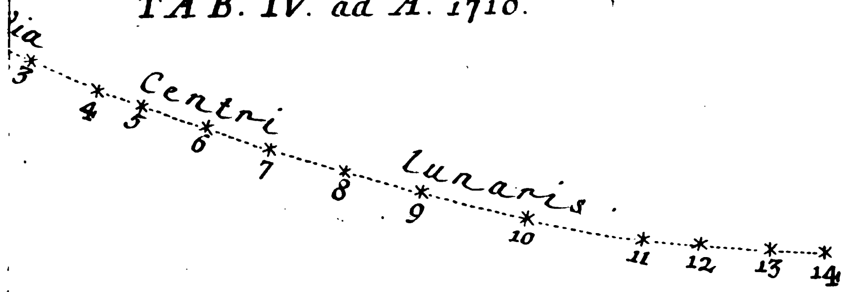

I
K
L
F
H
A
D
N
L
n
H
Fig. 7.
G
f
e
M
m
C
c
B



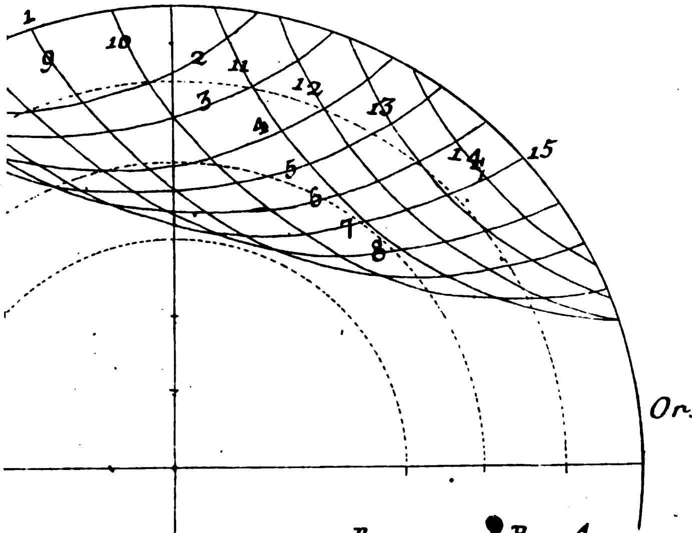

Longitudo Lapidis ped: 2. poll. 8.
Latitudo. ped: 1. poll. 5 ½.
h
h
h
a



TAB. IV. ad A. 1718.



tenith. Fig. 4.



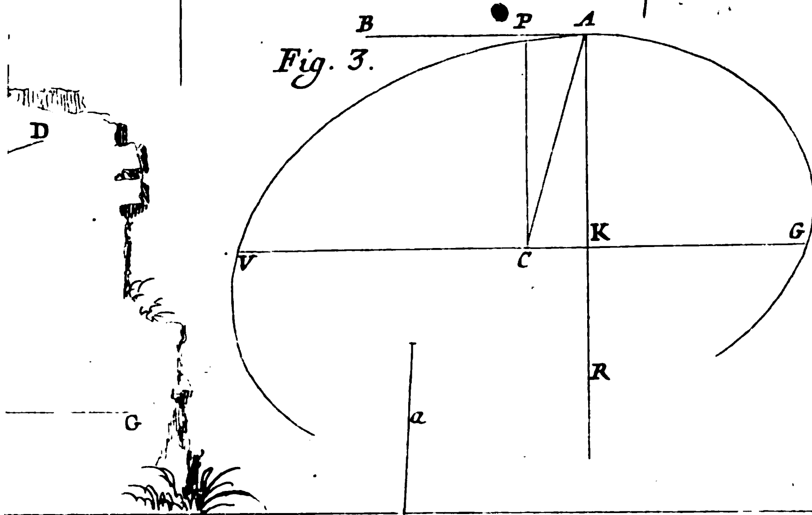


Fig. I. TAB. III. ad A. 1719.

Fig. II.

Fig. III.

Fig. IV.

Fig. V.

Fig. VI.

Fig. VII.

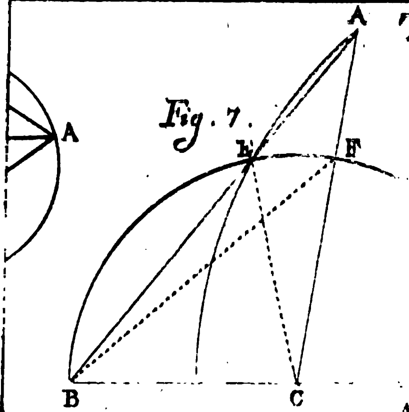
Fig. VIII.

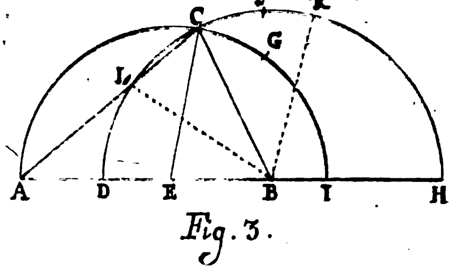
Fig. IX.

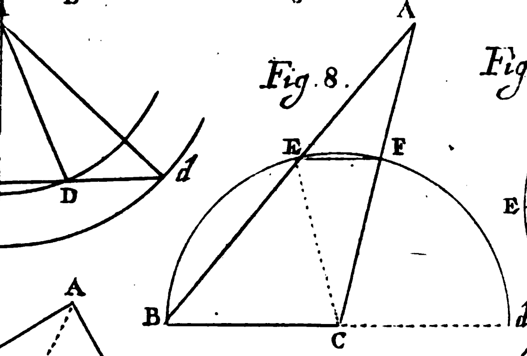
Fig. X.

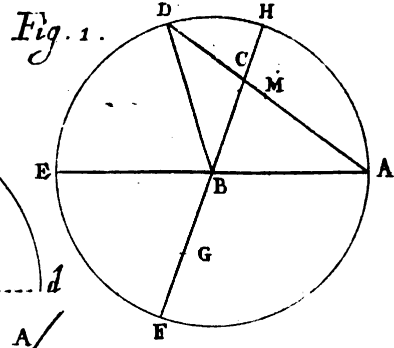
Fig. XI.

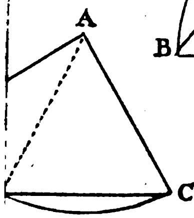
Fig. 26.

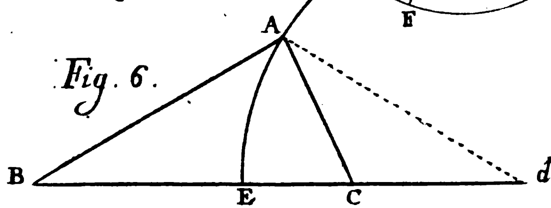

Fig. 7.
A
E
F
B
C
A

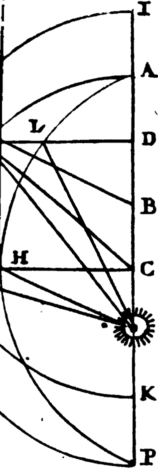

C
F
K
G
L
A
D
E
B
I
H
Fig. 3.

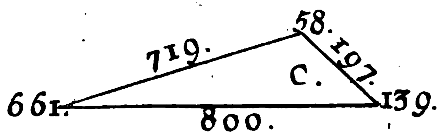

Fig. 8.
A
E
F
B
C
d
D
d

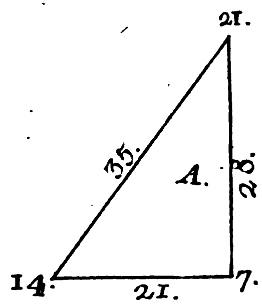

Fig. 1.
D
H
C
M
E
B
A
G
F

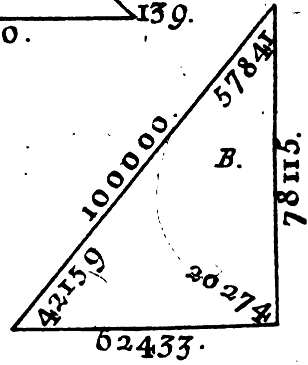

A
C


Fig. 6.
A
B
E
C
d


I
A
L
D
B
H
C
K
P


58.
719.
197.
C.
661.
800.
139.


21.
35.
A.
28.
14.
21.
7.


57841
100000.
B.
78115.
42159
20274
62433.

TAB. II. ad. Tom. IV. Supplem.

